This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

UNIVERSITY OF CALIFORNIA SANTA CRUZ

21545

Nachrichten

von der

Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

Aus dem Jahre 1885.

Nro. 1—13.

Göttingen,
Dieterichsche Verlags-Buchhandlung.
1885.

Man bittet die Verzeichnisse der Accessionen zugleich als Empfangsanzeigen für die der Königl. Societät übersandten Werke betrachten zu wollen.

Register

über

die Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

und

der Georg-Augusts-Universität

aus dem Jahre 1885.

Baeyer, Johann Jacob, gestorben. 388.
de Bary, Anton, Wahl zum a. M. 389.
*Bechtel, F., Ueber die urgermanische Verschärfung von *j* und *w*. 235.
*Bezzenberger, A., Die indogermanische Endung des Locativs Sing. der *u*-Declination. 160.
Boissier, Edmond, gestorben. 389.
Bornet, Edouard, Wahl zum Correspondenten. 389.
*Bürkner, K., Siebenter Bericht über die Königl. Universitätspoliklinik für Ohrenkrankheiten. 63.

Claussen, Thomas, gestorben. 389.
Curtius, Georg, gestorben. 389.

*Dedekind, R., Zur Theorie der aus *n* Haupteinheiten gebildeten complexen Größen. 141.
Duncker, Wilhelm, gestorben. 389.

*Ehlers, E., Nebendarm und Chorda dorsalis. 390.
*Enneper, A., Ueber ein Euler'sches Integral. 163.
— — gestorben. 388.

(Die mit * bezeichneten Aufsätze sind in dem vorliegenden Bande gedruckt enthalten).

*Falk, M., Beweis des Multiplicationstheorems für die Determinanten. 181.
Fleet, J. F., Wahl zum Correspondenten. 389.
*Frensdorff, F., Jacob Grimm in Göttingen. 1.
— — Bemerkungen über die Stellung des Deutschenspiegels in der Geschichte der Rechtsbücher. 141.

Hall, James, Wahl zum Correspondenten. 389.
Henle, Jacob, gestorben. 388.
*Hoppe, E., Das Spectrum des Büschellichtes. 305.
Hultsch, Friedrich, Wahl zum Correspondenten. 389.
*Huth, F., Beitrag zur Kenntnis der sympathischen Nerven. 183.

Jolly, Philipp Gustav, gestorben. 389.

*Kielhorn, F., Der Grammatiker Pāṇini. 185.
*Kiepert, L., Ueber eine Resolvente derjenigen algebraischen Gleichung, von welcher in der Theorie der elliptischen Functionen die Teilung der Perioden abhängt. 257.
von Koenen, A., Ueber die Krinoiden. 285.
*Kohlrausch, F., Die elektrische Leitungsfähigkeit wässeriger Lösungen im Zustande äußerster Verdünnung. 72.

de Lagarde, P., Asadis persisches Glossar. 185.
— — P., Ungedruckte kappadokisch-griechische Texte. 313.
— — P., Arabische Evangelienharmonie des Vaticans. 385.
Lange, Ludwig, gestorben. 389.
Ludwig, Carl, Wahl zum a. M. 389.

*von Mangoldt, H., Ueber eine Darstellung elliptischer Modulfunctionen durch unendliche Producte. (Vorläufige Mittheilung). 313.
Vorlegung der Abhandlung. 385.
Merkel, Friedrich, Wahl zum ordentlichen Mitgliede. 389.
Meyer, Victor, Wahl zum ordentlichen Mitgliede. 389.
Milne-Edwards, H., gestorben. 388.
Morf, H., Ueber drei bergellische Volkslieder. 385.

Pfeffer, Wilhelm, Wahl zum Correspondenten. 389.

Preisstiftungen.
Beneke'sche Preisstiftung. 208.
Preisaufgaben der K. Gesellschaft der Wissenschaften. 385.

Reincke, Johannes, wird auswärtiges Mitglied. 389.
Riecke, E., Zur Pyroelektricität des Turmalins. 405.

Sauppe, Hermann, Zum beständigen Secretair ernannt. 388.
*Schering, E., Mittheilungen über einen Briefwechsel zwischen Dirichlet und Kronecker. 200. *361.
— — zur Erinnerung an Generallieutenant J. J. Baeyer. 385.
Schwarz, H. A., Ueber ein auf künstlichem Wege hergestelltes Relief, dessen Gestalt mit einem Teile der Mondoberfläche große Aehnlichkeit hat. 185.
von Siebold, Carl Theodor, gestorben. 388.

Vahlen, Johannes, Wahl zum Correspondenten. 389.
Verzeichnisse der bei der K. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangenen Druckschriften. 123. 184. 239. 282. 310. 358. 383. 440.
— der an der K. Universität in Göttingen gehaltenen Vorlesungen. 125. 241.
*Voigt, W., Die optischen Eigenschaften sehr dünner Metallschichten. 44.
*— — Ueber die Erwärmung eines Gases durch Compression nach der kinetischen Gastheorie. 228.
*— — Zur Theorie der Flüssigkeitsstrahlen. 285.
*Volkmann, P., Ueber Mac Cullagh's Theorie der Totalreflexion für isotrope und unisotrope Medien. 336.

*Wachsmuth, C., Einige antiquarische Bemerkungen zu dem »Codex des Privatrechts« von Gortyn. 199.
*Wagner, H., Patrokles am Kara Bugas? 209.
*Weiland, L., zur Papstgeschichte des 10. Jahrhunderts. 69.
*Wieseler, F., über Eris, namentlich ihre äußere Erscheinung und Darstellung nach Schrift und Bild. 87.
*— — Kritische Bemerkungen zu Pausanias' Beschreibung der Akropolis von Athen, nebst zwei Exkursen archäologischen Inhalts. 319.
Williamson, William Crawford, Wahl zum Correspondenten. 389.
Wüstenfeld, F., Ueber die Scheriffe von Mekka im XI. Jahrhundert. 285.

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

19. Januar. **№ 1.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 6. December 1884.

Jacob Grimm in Göttingen.

Von

F. Frensdorff.

Die Universität Göttingen hat acht Jahre das Glück gehabt, Jacob Grimm zu ihren Mitgliedern zu zählen. Die Biographien behandeln diese Zeit unverhältnißmäßig kurz; die schönste unter ihnen, die von Jacob und Wilhelm Grimm für die Strieder-Justische Gelehrtengeschichte von Hessen verfaßte Selbstbiographie bricht mit dem Beginn der Göttinger Periode ab. Es sind aber sonst Quellen zu deren Darstellung reichlich vorhanden. Namentlich gewähren die Briefe, deren in den beiden letzten Jahrzehnten allmählig eine stattliche Zahl veröffentlicht worden ist, ein werthvolles Material; nur sind die Mittheilungen, wie es die Natur der Quelle mit sich bringt, zerstreut, vereinzelt und bieten nicht auf alles Wissenswürdige die gewünschte Antwort. Die kärgliche Behandlung der Göttinger Zeit muß demnach andere Ursachen haben. Man kann sich des Eindrucks nicht erwehren, daß der berechtigte Unwille über das Ende der hiesigen Wirksamkeit auf die Betrachtung dieser Wirksamkeit selbst Einfluß geübt; und daß der Weggang der Brüder von Göttingen die litterarische Aufmerksamkeit dermaßen beschäftigt hat, daß für ihr Kommen nach Göttingen und ihr Wirken in Göttingen wenig Raum übrig geblieben ist. Von dem Wunsche geleitet, zu der Feier des 4. Januar 1885, des hundertjährigen Geburtstages von Jacob Grimm, ein Scherflein beizusteuern, unternehmen es die fol-

genden Blätter, einen Beitrag zu der Geschichte der Jahre 1830—37 nach den beiden bezeichneten Richtungen zu liefern: die Berufung der Brüder nach Göttingen und ihre Wirksamkeit in Göttingen zu beleuchten. Für die letztere Aufgabe müssen sie sich der Hauptsache nach auf eine Zusammenfassung dessen beschränken, was in Briefen, biographischen Mittheilungen[1]), amtlichen Veröffentlichungen zerstreut vorliegt; für die erstere haben sie dagegen bisher ungedrucktes Material benutzt, das dem Archive des Königlichen Universitätscuratoriums Dank der oft bewährten Liberalität des Herrn Curators Geh. Regierungsraths von Warnstedt entnommen werden konnte.

I.

Zu Ende des Jahres 1829 siedelte Jacob Grimm von Cassel nach Göttingen über und wurde, nachdem er von dem Universitätsgerichte in Eid und Pflicht genommen, am 6. Januar 1830 in sein Amt auf der Bibliothek eingeführt. Die Verhandlungen über seine Berufung hatten im Anfang des J. 1829 begonnen und waren, weil zunächst im Interesse der Bibliothek angeknüpft, durch Heeren und Benecke geführt worden. Da bekanntlich den Göttinger Facultäten früher das Vorschlagsrecht bei Vacanzen mangelte, so bediente sich das Curatorium einzelner hervorragender Persönlichkeiten aus der Professorenschaft nicht nur als Vertrauensmänner und Rathgeber, sondern ließ auch wohl durch sie Neuzuberufenden die ersten Anträge machen. Einer solchen Stellung erfreute sich auch längere Zeit Heeren. Die Verhandlungen mit Creuzer, mit Thiersch, die der Minister von Arnswaldt in den J. 1815 und 1816 für Göttingen zu gewinnen strebte, waren durch seine Hand gegangen; Welcker und Otfried Müller durch ihn wirklich gewonnen worden. In dem vorliegenden Falle kam hinzu, daß Heeren zu der Bibliothek in naher Beziehung stand. Er war mit seinem Beirathe dem Minister behülflich gewesen, als es sich um eine Neuordnung der Verhältnisse nach

1) Neben dem was die Kleineren Schriften von J. Grimm (bis jetzt 7 Bde.) und von W. Grimm (bis jetzt 3 Bde.) gewähren, sind die von A. Reifferscheid herausgegebenen Freundesbriefe an die Glieder der Familie von Haxthausen (1878), der Briefwechsel des Frhrn. v. Meusebach mit J. und W. Grimm hg. v. Wendeler (1880), der in den Anmerkungen so werthvolle Mittheilungen aus der Correspondenz der Brüder mit Lachmann birgt, dann die in Pfeiffers Germania veröffentlichten Briefe an Hoffmann von Fallersleben, von Laßberg, Pfeiffer, die Mittheilungen in Zachers Ztschr. Bd. 1, benutzt worden. Daß ich die Artikel der Allg. D. Biogr. über Benecke (von Scherer), v. Arnswaldt und Hoppenstedt (von Waitz), den Aufsatz über Aug. v. Arnswaldt (von Umbreit in den Studien und Kritiken) zu Rathe gezogen, sei hier mit Dank angeführt. Die Einzelcitate jedesmal beizufügen, habe ich nicht für nöthig erachtet.

dem Tode Heynes, seines Schwiegervaters, des langjährigen Hauptes der Göttinger Bibliothek, handelte, und gehörte der Bibliothekscommission seit ihrer Begründung im Jahre 1814 an. Ihre Obliegenheit bestand in der Besorgung der allgemeinen Angelegenheiten und der Auswahl der anzuschaffenden Bücher, und ihre Mitglieder bildeten außer den drei ersten Beamten der Bibliothek zwei von den Professoren: Heeren und Blumenbach. Benecke bekleidete die nächste Stelle an der Bibliothek nach ihrem Chef, dem Hofrath Reuß, übersah am besten, was der Anstalt Noth that und, da er seit mehr denn zwanzig Jahren mit Jacob Grimm durch Gemeinschaft der Studien und durch Freundschaft verbunden war, ist von ihm sicherlich der Gedanke angeregt, die Gunst des Augenblicks zu benutzen und Jacob Grimm für Göttingen zu gewinnen. Der Bibliotheksverwaltung frisches Blut zuzuführen, erwies sich schon länger als Bedürfniß. Reuß gehörte seit 1782, wo er eine Tübinger Bibliothekarstelle mit einer Göttinger vertauschte, der Anstalt an; in der Reihe jener Würtemberger, die in dem letzten Viertel des vorigen Jahrhunderts von einer schwäbischen Colonie zu sprechen Veranlassung gab, der Gmelin Spittler Planck Stäudlin Osiander, war er nach Göttingen gekommen und nach dem Tode Heynes, seines Schwiegervaters, im J. 1814 zu dessen Nachfolger in dem Directorium der Bibliothek ernannt worden. Eine ganz in das Bibliotheksfach aufgehende Natur, war er mit der Sammlung aufs innigste verwachsen; und so werthvoll auch immer in solcher Stellung der Träger einer langjährigen Tradition wirken mag, er war 1750 geboren, jetzt mithin nahezu achtzig Jahr alt. Dem ihm nächst stehenden Beamten Benecke fehlten an siebzig noch drei Jahre. Wenn er in voller Selbstlosigkeit jetzt die Aufmerksamkeit auf Grimm lenkte, so boten die Verhältnisse, die soeben in Cassel eingetreten waren, gegründete Aussicht auf Verwirklichung seines Vorschlages.

Am 31. Januar 1829 war Ludwig Völkel, bisher Vorstand des Museums und der Bibliothek zu Cassel, gestorben. 13 Jahre lang hatten Jacob und Wilhelm Grimm unter und mit ihm gearbeitet. Dem Namen nach ihr Vorgesetzter, war er durch Museum, Antiken und Münzen so vollständig in Anspruch genommen, daß den Brüdern die Besorgung der Bibliotheksgeschäfte allein zufiel. Ein bleibendes Denkmal des freundschaftlichen Verhältnisses bildet der schöne Nekrolog, den Jacob dem Verstorbenen in der Casseler Zeitung stiftete und die Herausgeber der Kleinern Schriften (VI S. 405) jetzt allgemein zugänglich gemacht haben. Seit 23 Jahren im Dienst seines Heimatlandes, davon 16 Jahre an der Bibliothek thätig, stand Jacob Grimm damals in seinen 44. Lebensjahre und bezog einen Gehalt

von 600 Thalern, sein Bruder die Hälfte. Andere Beamte als sie gab es an der Bibliothek nicht. Dem Dienst mit Liebe ergeben, in seiner Ausübung geschult wie kein anderer, bewarb sich Jacob um die durch Völkels Tod erledigte Stelle. Sie wurde ihm nicht zu Theil, sondern einem bisher der Anstalt ganz fremden, der schon das Amt eines Historiographen und Archivdirectors in sich vereinigte, Christoph von Rommel. Mit so inniger Liebe die Grimms an ihrer Heimat hingen, so nahe ihre Beziehungen zu verschiedenen Gliedern des Fürstenhauses waren, mit den einflußreichsten Persönlichkeiten jener Tage hatten sie nie Fühlung gewonnen noch gewinnen mögen. Ihr Gegner hatte die dorthin führenden Wege nicht verschmäht und sich mit Erfolg bemüht, die Bedeutung der Brüder und ihre Verdienste herabzusetzen. Hatte schon Kurfürst Wilhelm I. nach Ueberreichung des ersten Bandes der deutschen Grammatik dem Verfasser sagen lassen, er hoffe, daß über solchen Nebengeschäften sein Dienst nicht versäumt werde, so dachte der Sohn und Nachfolger genau ebenso, vielleicht noch ungünstiger von wissenschaftlichen Arbeiten. Die Bibliothek erschien ihm als eine sehr überflüssige Anstalt, und während alle anderen Staatsbeamten nach seinem Regierungsantritte Gehaltserhöhungen erhielten, wurde den Bibliothekaren die Anschaffung kostspieliger Uniformen auferlegt und binnen kurzer Zeit die Anfertigung einer Abschrift des in 80 Foliobänden vorhandenen Katalogs zu Handen des Oberhofmarschallamtes anbefohlen, das von nun ab die die Bibliothek controllierende Behörde bilden sollte. Dazu kam, daß der Kurfürst den Brüdern persönlich wegen ihrer treuen Anhänglichkeit an seine Gemahlin, die durch die Gräfin Reichenbach verdrängte Kurfürstin Auguste, grollte. Statt aller Beförderung ward den Brüdern daher nichts als eine Zulage von je 100 Thalern gewährt.

In diese Lage der Dinge greift der nachstehende Brief Heerens ein[1]). Er ist an den Geh. Cabinetsrath Hoppenstedt gerichtet, der seit 1826 unter den beiden das Curatorium bildenden Ministern von Arnswaldt und Strahlenheim die Universitätsangelegenheiten leitete und die Verwaltung mit soviel Hingebung und Einsicht führte, daß er sich das dauerndste Andenken gesichert hat. Daß seine Anstrengungen auch von Erfolg begleitet waren, dafür genüge statt aller der

1) Die im Folgenden mitgetheilten Briefe behalten Schreibung und Interpunktion der Originale bei, nur ist das Datum allemal an die Spitze der Briefe gesetzt. Bezüglich der Briefe von Jacob Grimm ist zu bemerken, daß sie alle mit lateinischer Schrift geschrieben sind, dagegen große und kleine Anfangsbuchstaben noch ganz in Uebereinstimmung mit der herrschenden Unterscheidungsweise verwenden.

eine Beweis, daß unter seiner Verwaltung die Sieben in Göttingen angestellt worden sind.

Heeren an G. E. F. Hoppenstedt.

[Göttingen] 15. Feb. (18)29.

Schon früher wollte ich über einen wichtigen Gegenstand schreiben; und will es wegen eintretender Umstände nicht länger anstehen lassen. Es betrift unsere Bibliothek; und deren künftige Verwaltung. Ich halte es für durchaus nothwendig bey Zeiten darauf zu denken; da sonst demnächst große Verlegenheit entstehen könnte. Reuß versieht zwar noch seine Stelle; aber in seinem 80ten Jahre dürfen wir nicht lange mehr auf ihn rechnen. Auch spricht er wohl selbst davon um seine Dimission zu bitten; wiewohl ich nicht glaube daß er es thun wird. Geht er aber ab, was soll werden? Man kann den Hofrath Benecke freylich zum ersten Bibliothekar machen; aber wie wichtig er auch für die Verwaltung der Bibliothek im Innern ist, so kann er doch nicht zugleich die Geschäfte von Reuß besorgen. Er selber sprach mit mir darüber; und was ich schreibe geschieht mit seinem Vorwissen. Einen guten Bibliothekar zu finden, ist noch schwerer als einen guten Professor. Ich weiß nur Einen Mann dazu vorzuschlagen, der ganz für uns passen würde; dieß ist der Bibliothekar Jacob Grimm in Cassel. Er ist der genaue Freund von Benecke, der nichts mehr wünscht als ihn zum Collegen zu haben. Er ist ganz das was ein Bibliothekar seyn muß; in Fleiß, Ordnungsliebe und Pünktlichkeit; und würde zugleich als Gelehrter der Universität die größte Ehre machen. Er ist nicht blos anerkannt der tiefste Forscher unserer Muttersprache, sondern auch der umfassende Kenner der slavischen Sprachen. Meine Meinung ist nicht, daß man ihn jetzt gleich rufen sollte; sondern nur daß man suchen sollte sich seiner auf den Fall des Abgangs von Reuß zu versichern. Der Zeitpunct scheint dazu günstig. Soeben ist in Cassel der Director des Musei Völkel gestorben; und Rommel ist zum Director des Musei und der Bibliothek ernannt; Grimm aber nur eine Zulage von 100 Thalern bewilligt. Mein Antrag gienge also vorerst nur dahin, daß ich in meinem Nahmen vertraulich bey ihm anfrüge, jedoch mit dem Beysatz ich wüßte daß man auch bey dem Curatorium gleiche Wünsche hätte, ob er in dem Fall des Abgangs von Reuß nicht der unsere werden wolle? Benecke würde dieß auch durch einen Privatbrief unterstützen. Aufschieben darf man es aber nicht; denn ich weiß daß man auch in Berlin auf ihn denkt; und nur den Tod des durch den Schlagfluß gelähmten Buttmann erwartet, um ihm Anträge zu machen. Gienge er nach Berlin, so wäre er für uns verloren. Er hat in Cassel ge-

wiß nur ein sehr mäßiges Gehalt. Er selber ist ein einzelner Mann, der mit seinem jüngern Bruder, der auch bey der Bibliothek angestellt und verheyrathet ist, zusammenlebt. Sein Alter ist 44 oder 45 Jahre. Auf lange Zeit wäre dann für die Bibliothek gesorgt. (Nur müßte ich bitten mir doch den Gehalt von Reuß zu melden, den ich nicht weiß, um einen Maaßstab zu haben.) Er war gern gesehen bey der Churfürstin; und deshalb steht er bey dem Churfürsten schlecht. Also von dieser Seite wäre auch kein Hinderniß zu besorgen.

Ich muß wohl um Verzeihung bitten, daß ich so weitläuftig über diesen Punkt schreibe. Aber ich berufe mich auf Ew. Hochwohlgeb. Liebe für die Universität. Es gilt ihrem ersten Institut, wo auch eine bloße Unterbrechung höchst nachtheilig werden könnte. Hinzusetzen muß ich, daß auch Benecke bereits 67 Jahre zählt. Auf die persönlichen Verhältnisse kommt bey der Bibliothek sehr viel an. Die Stellung würde hier keine Schwierigkeit machen. Von einem ersten und zweyten Bibliothekar wäre nicht die Rede; es wären zwey Bibliothekare, von denen der Eine das Innere, der Andere das Aeußere besorgte, über ihre weitern Verhältnisse müßten sie sich als zwey Freunde mit einander verständigen. Und der Casse braucht wahrscheinlich dadurch nichts aufgebürdet zu werden, oder doch nichts bedeutendes; statt daß man sonst vielleicht einen Bibliothekar sehr theuer würde kaufen müssen.

Von Hausmann haben wir aus London die besten Nachrichten[1]). Er ist dort über sein eignes Erwarten aufgenommen worden. Auch von Ewald[2]) habe ich aus Paris Brief gehabt. Er kam dort schon am 30. December an; und hat gleichfalls einer so guten Aufnahme sich zu erfreuen gehabt, daß man ihm die Orientalischen Manuscripte von der Bibliothek ins Haus giebt. Seine Gesundheit wahr sehr gut.

Ein Studiosus Schomburg hat mich um ein Vorwort für einen Freytisch gebeten, die Eltern haben 8 Kinder, sind ohne Vermögen; und er scheint durch Fleiß desselben würdig zu seyn.

Ich bitte um meine Empfehlung an S. E. den Herrn Curator; und um Entschuldigung wegen dieses langen Briefes. Mit innigster Hochachtung

Ew. Hochwohlgeboren
gehorsamster Diener
Heeren.

---

1) Der bekannte Mineraloge Hausmann befand sich von October 1828 bis Juli 1829 auf einer wissenschaftlichen, im Auftrage des Ministeriums unternommenen Reise.

2) Heinrich Ewald, seit 1827 außerordtl. Prof. in der philos. Facultät.

Das Schreiben Heerens fand in Hannover eine sehr entgegenkommende Aufnahme. Schon am 20. Februar erfolgte die Erwiederung, nicht ein bloßer Privatbrief Hoppenstedts, sondern, wie aus dem von vier Ministern signirten Concept hervorgeht, eine mit voller amtlicher Autorisation ertheilte Antwort, die sich gleichwohl völlig freihält von büreaukratischer Ueberlegenheit und in Form und Inhalt das wärmste Interesse für die angeregte Angelegenheit verräth. Hoppenstedt bemerkt, daß man auch in Hannover, insbesondere Seitens des Ministers von Arnswaldt schon länger daran gedacht habe, Jacob Grimm für Göttingen zu gewinnen. K. F. Alex. von Arnswaldt, der 1828 zwar das Ministerium niedergelegt, aber die Stelle des ersten Curators beibehalten hatte, war der Universität und den Wissenschaften aus voller Seele zugethan, und es war nicht bloße Courtoisie, wenn ihn die Societät der Wissenschaften 1815 zu ihrem Mitgliede erwählte. Den germanistischen Studien und persönlich den Brüdern Grimm stand er schon durch seinen ihnen befreundeten Sohn August, den nachherigen Legationsrath, nahe, der einst als Student Benecke nach Heidelberg zu den von Paris und Rom heimgekehrten Handschriften begleitet hatte, und jetzt gerade mit Anna von Haxthausen, die schon seit länger durch ihre Brüder mit den Grimms bekannt geworden und mit ihnen in Correspondenz stand, sich verlobte. Da das bisherige Bedenken des Curatoriums, durch die Berufung Grimms Benecke zu verletzen, durch den Brief Heerens gänzlich gehoben war, so wurde letzterer ermächtigt, in der vorgeschlagenen Weise mit J. Grimm in eine vertrauliche Communication zu treten. Die Geschäftsvertheilung zwischen Grimm und Benecke wünschte man von vornherein geregelt zu sehen, da auch unter Freunden einige Bestimmung solcher Art räthlich, um Zwiespalt zu vermeiden. »Was den Hofrath Reuß anbetrift, so kann nicht die Rede davon sein, etwas zu thun, wodurch dieser verdiente Mann gekränkt werden könnte. — Aber wer 80 Jahre gewirkt hat, hat gerechten Anspruch auf Ruhe. Sollte daher H. Reuß den Wunsch äußern, seine Dimission zu erhalten, so können Sie ihm mit Bestimmtheit erwiedern, daß das Curatorium gern geneigt seyn würde, seine Entlassung mit Beybehaltung seines ganzen Gehalts bey des Königs Majestät in Vorschlag zu bringen. Es bliebe ihm ja dennoch unbenommen, die Bibliothek täglich zu besuchen, da ich mir es wohl denken kann, daß es ihm ein peinliches Gefühl seyn würde, den gewohnten Aufenthalt auf der Bibliothek aufgeben zu müssen. Für die Sache selbst wäre es aber unstreitig sehr vortheilhaft, wenn er dem neuen Bibliothekar seine Erfahrungen noch mittheilen könnte und wenn zugleich die eigentliche Verwaltung, die doch ihm in seinem hohen Alter oft sehr lästig sein muß, in*

eine kräftigere Hand übergienge. Es entstehet hiedurch allerdings für eine Zeitlang ein vermehrter Kostenaufwand, allein so sehr wir auch verpflichtet sind, möglichst zu sparen, so darf jedoch eine solche Ausgabe nicht gescheut werden. — Uebrigens würde es wahrscheinlich auch die Unterhandlung mit H. Grimm schneller zum Ziele führen, wenn ihm die Aussicht zu einer bald eintretenden Anstellung eröffnet werden könnte.«

Der Antrag wurde rasch nach Cassel befördert[1]) und stieß auf so geringe Schwierigkeiten, daß schon am 13. März eine Rückantwort von Hannover erfolgte. Diese Briefe liegen allerdings nicht vor, aber ihr Inhalt wird aus dem nachfolgenden Schreiben Heerens ersichtlich, das nur zum Theil hierher gehört, zum andern sich mit der Berufung des Philosophen Wendt, den Abgüssen der Elginschen Sammlung, von denen der König eine Auswahl der Universität geschenkt hatte, u. a. m. beschäftigt. Der Brief zeigt, daß Jacob Grimm, der im März selbst in Göttingen bei Benecke gewesen war (Germ. 13 S. 367), seine Bereitschaft auf den ihn gemachten Antrag einzugehen nur an die Bedingung geknüpft hatte, sich nicht von seinem Bruder Wilhelm trennen zu müssen, eine Bedingung, die in Hannover ohne Bedenken acceptirt wurde.

Heeren an Hoppenstedt.

Göttingen den 22. März 29.

Auf Ew. Hochwohlgebohren Schreiben vom 13. d. M. erwiedere ich, daß ich in Ansehung der Angelegenheit in Cassel ganz damit einverstanden bin, daß vor jetzt nichts weiter geschehen kann, als daß ich H. Grimm melde, daß man sein Versprechen annehme, daß ohne Rücksprache mit mir, er keinen auswärtigen Ruf annehmen wolle; jedoch mit dem Zusatz, daß die Bedingung sich von seinem Bruder nicht zu trennen, kein Hinderniß seyn solle. Mehr kann er selbst noch nicht erwarten, da der ganze Antrag ihm nur eventuel gemacht ist; und nach den hiesigen Verhältnissen auch nicht anders gemacht werden konnte. Dieß werde ich ihm daher schreiben. In den bevorstehenden Ferien will H. Benecke auf Einen Tag nach Cassel hinübergehen; wo dann über die Stundenzahl auf der Bibliothek, und manches Andere, sich mündlich am besten wird verhandeln lassen. Was nun das Gehalt betrift, so scheint mir das Natürliche, daß er

1) Die Aeußerung J. Grimms in einem Briefe an seinen Bruder Ferdinand vom 26. Februar (Kl. Schr. 1 S. 24) von bevorstehenden Veränderungen wird deshalb nicht auf Cassel zu beziehen sein, wo die Entscheidung bereits vor dem 15. Februar erfolgt war (ob. S. 5), sondern auf diesen Vorgang.

auf gleichen Fuß mit H. Benecke gesetzt würde. Ob ihm nun dieses durch mich, oder H. Benecke sogleich soll gesagt werden; darüber müßte ich mir Antwort erbitten. Ueber das Gehalt und die Stellung seines Bruders wird sich das Weitere noch nicht sogleich fest setzen lassen. Auch scheint mir dieß nicht nöthig, so bald die obige Zusicherung gegeben ist. . . . Die Verhandlung mit H. Dahlmann wird sich in die Länge ziehen. Indeß drängt es weniger, da Saalfeld hier aushilft. Vom Hofe bekommt er wohl seine Entlassung; aber ich bin begierig, ob die Stände ihn werden fahren lassen [1]). . . .

Da die Berufungsangelegenheit zunächst nur als eine eventuelle betrieben war, so trat nun mehrere Monate Pause ein. Die Brüder beobachteten völliges Stillschweigen. Erst im August empfangen die Freunde wie Lachmann, Freiherr von Meusebach leise Andeutungen. Wenige Wochen zuvor war die Sache aufs neue in Anregung gebracht; denn durch den am 21. Juni erfolgten Tod Buttmanns rückte die schon früher ins Auge gefaßte Gefahr nahe, daß man in Berlin Jacob Grimm zu gewinnen suchen würde. Jetzt ergriff das Curatorium in Hannover die Initiative, und war bisher die Berufung nur auf den Fall des Abganges von Reuß geplant, so erhielt nun Heeren den Auftrag, sofort mit Jacob Grimm die nöthige Verhandlung einzuleiten und sich eine recht baldige Entschließung auf seine Vorschläge auszubitten. Diese giengen dahin: das Dienstverhältniß von Reuß bleibt unberührt; Jacob G. wird als Bibliothekar mit einem Gehalt von 1000 Thlr. berufen und erhält in der Bibliothekscommission den Platz hinter Benecke, beim Abgange von Reuß eine Benecke coordinirte, nicht subordinirte Stellung; Wilhelm Grimm wird mit 500 Thlr. Gehalt als Bibliothekssecretair berufen.

Zur Beleuchtung des Folgenden theile ich eine bei den Acten befindliche Zusammenstellung der zu jener Zeit für die Bibliothek geleisteten persönlichen Ausgaben mit:

Bibliothekar Reuß	855	Thlr. 14	Ggr.
Unterbibliothekar Benecke	1111	» 2	» [2])

1) Die Verhandlung mit Dahlmann war von Seiten Hannovers schon im Februar 1829 zu Ende geführt; die dänische Regierung, die schon vorher seine Beförderung zum Ordinarius davon abhängig gemacht, daß er sich von der schleswig-holsteinschen Ritterschaft lossage und seine Stelle als Deputationssecretair freiwillig niederlege, verzögerte die Erledigung seines Abschiedsgesuches bis zum 6. August. (Springer, Dahlmann 1. S. 257, 261.)

2) Bis 1820 betrug sein Gehalt 700 Thlr. Cassenmünze; wegen Ablehnung eines Rufes nach Edinburg erhielt er eine Zulage von 300 Thlr. Cassenmünze. Das Plus der Textesangabe erklärt sich aus der Umrechnung in die seit 1817 in Hannover eingeführte Conventionsmünze.

Custos Bunsen	666	Thlr. 16 Ggr.[1])
Custos Dornedden	600	»
Bibliothekssecretair Hoeck	600	»
Böhmer	440	»[2])

Die Summe der persönlichen Ausgaben betrug demnach rund 4300 Thlr. Der sachliche Aufwand für Bibliothekszwecke, also vorzugsweise für Bücheranschaffungen belief sich, soweit er durch die von der Bibliothek damals selbst verwaltete Casse bestritten wurde, in den Jahren 1828—32 nach gütiger Mittheilung des Herrn Oberbibliothekars Wilmans auf 4600—5600 Thlr. ($18^{28}/_{29}$: 5223 Thlr., $^{29}/_{30}$: 4606 Thlr., $^{30}/_{31}$: 5654 Thlr., $^{31}/_{32}$: 4613 Thlr). Wenn in dem Staatshaushaltsetat $18^{35}/_{36}$ für die Bibliothek nur 7848 Thlr. ausgeworfen sind, so mag sich das daraus erklären, daß ein Theil der Besoldungen auf dem Etat der Universität stand. Später bis 1850 war das Verhältniß zwischen persönlichen und sachlichen Ausgaben dahin festgestellt, daß für jene rund 4000, für diese 5200 Thlr. verwandt wurden (Lehzen, Hannovers Staatshaushalt 2. S. 273, 276). Wenn sich im J. 1829 der schon verhältnißmäßig hohe Personaletat durch die Berufung der Brüder Grimm um 1500 Thlr. steigerte, so rechtfertigte man das mit der durchschlagenden Betrachtung: die Bibliothek ist Göttingens wichtigstes Institut.

Heeren an Hoppenstedt.

Göttingen, den 8. Julius 1829.

Ew. Hochwohlgeb. heute erhaltenem Auftrage gemäß, werde ich nicht verfehlen die Verhandlung mit den HH. Grimm in Cassel fortzusetzen. Doch muß ich, ehe ich dahin schreibe, mir noch eine genauere Instruction in Betreff des jüngeren Herrn Grimm erbitten.

Er kann nicht als Bibliotheks-Secretair berufen werden, diese Stelle hat der Professor Hoeck[3]). Es ist eine äußerst wichtige Stelle; indem davon die Erhaltung der Ordnung bey dem Ausleihen; und also die Erhaltung der innern Ordnung der Bibliothek in einem so hohen Grade abhängt. Es ist zugleich der mühsamste Posten auf der Bibliothek; wegen der damit verbundenen Haltung der Verzeich-

---

1) Für die Inspection der Freitische bezog er außerdem 111 Thlr. 2 Ggr.

2) Der bekannte G. W. Böhmer, der Schwager Carolinens, der von 1816 ab fortwährend als mit Umarbeitung des juristischen Realkatalogs beschäftigt angeführt wird. Der Art. der Allg. D. Biogr. ist aus Pütter-Oesterley, Gesch. der Univ. Göttingen 4. S. 493 zu vervollständigen. — Ueber Dornedden s. Pütter-Saalfeld 3. S. 415.

3) Wurde 1835 Unterbibliothekar, 1845 nach Beneckes Tode Bibliothekar, 1858 mit dem Titel Oberbibliothekar.

nisse über die täglichen Verleihungen von Büchern. Ich bin daher der Meinung, daß Wilhelm Grimm nicht anders als Custos der Bibliothek berufen werden könnte; da ich nicht weiß, ob er zu dem Posten des Secretairs paßte, oder ihn nur annehmen würde. Auch muß ich es bezweifeln, ob er, ohne außerordentlicher Professor zu werden, kommen würde. Bekanntlich ist damit der Eintritt in die Professoren-Wittwen-Casse verbunden; und er hat Familie. Ueber diese Punkte muß ich mir daher noch weitere Instruction erbitten.

Was den H. Jacob Grimm betrift, so war bekanntlich der bisher ihm gemachte Antrag eventuel; auf den Fall daß Reuß abgehen würde. Wenn er jetzt neben ihm stehen soll, wird seine erste Frage seyn, wie seine Stellung gegen ihn seyn soll? Die nähere Bestimmung über die Vertheilung der Geschäfte wird freylich der Zukunft überlassen bleiben müssen; doch aber wird es wohl sofort bemerklich zu machen seyn, daß Reuß den Character des Oberbibliothekars erhalten werde.

Ich habe es bereits in meinem frühern Briefe erwähnt, wie wichtig es sey, ein gutes Vernehmen unter den Angestellten zu erhalten. Wenn Reuß zum Oberbibliothekar, und Benecke und Grimm zu Bibliothekaren ernannt werden, so wird es keine Schwierigkeit haben Bunsen (bisherigen Custos) zum Unterbibliothekar zu ernennen. Er hat 39 Jahre bereits der Bibliothek gedient[1]); und Zurücksetzung würde ihn sehr schmerzen. Könnte man ihm und Hoeck, der Bibliothekssecretair bleibt, eine kleine Zulage, wenn auch nur von 100 Thalern bewilligen, (beyde bedürfen es;) so hätten sie keine Ursache zu klagen. Dornedden würde erster, und W. Grimm zweiter Custos. Dies scheint mir die zweckmäßigste Einrichtung zu seyn.

Nach Ihrem Briefe soll Reuß nicht eher von der Sache benachrichtigt werden, bis ihm seine Beförderung und die Anstellung von Grimm zugleich angezeigt werden kann. Allerdings wird man mit Grimm erst allein verhandeln müssen. Wenn er aber acceptirt, so wird die Sache bis zu der förmlichen Ernennung kein Geheimniß bleiben können; zumal da sie erst nach London muß. Ich stelle daher anheim, ob in diesem Falle nicht eine vorläufige Benachrichtigung in einem Schreiben von dort den dabey Betheiligten gegeben

---

1) Christian Bunsen war 1791 Accessist, 1795 Secretair, 1797 Custos der Bibliothek geworden. Daneben bekleidete er seit 1805 eine außerordentliche, seit 1814 eine ordentliche Professur in der philosophischen Facultät. Seine Vorlesungen betrafen die italienische und die spanische Sprache. Sein Sohn ist der berühmte Heidelberger Chemiker Robert Bunsen, der 1811 zu Göttingen geboren wurde und von 1834—36 hier als Privatdocent habilitirt war.

werden könnte? Die demnächstige Vertheilung der Geschäfte, über welche man ihr Gutachten zugleich einforderte, könnte dazu den Vorwand geben. Ein solcher Beweis des Vertrauens und der Zufriedenheit des Curatoriums könnte keine andere als gute Folgen haben.

Die Ernennung des Professor Dahlmann habe ich noch nicht in der Zeitung anzeigen können, da sie noch nicht an die Universität gekommen ist. Vieleicht ist sie noch nicht von England zurück. Es wäre sehr zu wünschen daß sie bald erfolgte; da es doch von Wichtigkeit ist, daß er bereits in den Lateinischen Lections-Catalog kommt.

Als das passendste Haus in Münden, an welches die Antiken von Bremen[1]) adressirt werden könnten, hat man mir das von Johann Christian Hildebrand genannt. Wenn dieß damit beauftragt wird, ersuche ich also das Haus in Bremen davon zu benachrichtigen. Ich glaube von H. von Strahlenheim gehört zu haben, daß die Sachen bereits in London gepackt waren.

Verzeihen Sie, wenn ich in der Casseler Sache vieleicht vorsichtiger bin, als nöthig scheinen möchte. Die Kenntniß der Verhältnisse auf der Bibiothek, und das Wohl derselben bewegen mich dazu. Mit der innigsten Hochachtung

Ew. Hochwohlgeb.
gehorsamster Diener
Heeren.

Hoppenstedt anwortete im Auftrag des Curatoriums am 12. Juli, die Absicht sei, Wilhelm G. zum zweiten Bibliothekssecretair zu machen; ihn als Custos zu berufen, hieße Hoeck zurücksetzen und empfindlich kränken. Gegen seine Ernennung zum außerordentlichen Professor trug man kein Bedenken, falls er selbst wünschen sollte, zugleich als Docent aufzutreten und zu erwarten wäre, daß er solches mit Erfolg thun könne, »sonst aber ist es nicht ohne Bedenken, da es nothwendig und rathsam ist, mit dem Professortitel möglichst zu geizen«. Heeren wird deshalb angewiesen, in der Verhandlung Jacob G. den Wunsch des Curatoriums zu erkennen zu geben, seinem Bruder eine Anstellung an der Bibliothek mit dem bezeichneten Gehalt zu ertheilen, daß in dessen keine bestimmte Stelle vakant sei, um ihm angetragen zu werden. Unter Darlegung der bestehenden Personalverhältnisse solle er über die Zweckmäßigkeit des gedachten Arrangements befragt werden.

---

1) Siehe ob. S. 8.

Heeren an Hoppenstedt.

Göttingen den 22. Julius 1829.

Ew. Hochwohlgeb. Auftrage gemäß, habe ich nicht verfehlt die Anträge an die HH. Grimm zu machen. Und bereits habe ich in dem beyliegenden Briefe die Antwort erhalten. Sie haben auf die vorgeschlagenen Bedingungen den Ruf acceptirt. Sie wünschen nur daß man ihnen ein billiges Umzugsgeld, und zollfreye Einfuhr ihrer Sachen bewillige (dieß in einem Briefe an Benecke).

Ich hielt es in meinem Schreiben für das Beste, blos das Wesentliche anzugeben: »daß H. Jacob Grimm mit einem Gehalt von 1000 Rth. C. G. als ordentlicher Professor der Philosophie und Bibliothekar werde berufen, und seinem Bruder Wilhelm eine passende Anstellung an der Bibliothek mit einem Gehalte von 500 Rth. werde gegeben werden; man es auch bey beyden gern sehen werde, wenn sie Vorlesungen halten wollten, wiewohl dieß keine Verpflichtung seyn solle, da die Bibliothek ihre eigentliche Bestimmung seyn solle.« Von einer Professur für den zweyten Grimm habe ich nichts erwähnt.

Noch mehr über ihre Stellung und Vertheilung der Arbeiten zu sagen, hielt ich für zu voreilig, da dieß doch einer weitern Uebereinkunft bedarf; und es besser schien hier freye Hände zu behalten.

Indeß wird nun die erste Frage seyn, wie Wilhelm Grimm, der Doctor, zu berufen ist. Daß eine Theilung der Secretariatsgeschäfte, wenn die innere Ordnung der Bibliothek erhalten werden soll, nicht zulässig ist, habe ich schon bemerklich gemacht; und wird Hofrath Benecke bestätigen. Ich denke also das passendste wird seyn ihn als Custos zu berufen, zumal wenn der bisherige Custos Professor Bunsen zum Unterbibliothekar ernannt wird. Sollte jetzt, wie ich vermuthe, eine directe Communication mit den HH. Grimm von dem Curatorio beliebt werden, so wird durch diese sich die Sache am leichtesten ausmachen lassen.

Dem gegebenen Auftrage gemäß erfolgt von Hofrath Benecke hier angeschlossen ein Aufsatz über die Geschäfte der Bibliothek und ihre Vertheilung, welcher alle darüber nöthigen Aufschlüsse geben wird.

Es wird daher jetzt wohl Zeit seyn, Ew. Hochwohlgeb. Vorsatz gemäß, den Hofrath Reuß in einem nicht officiellen, sondern vertraulichen Schreiben, mit der Sache bekannt zu machen. Gewiß bedarf es nicht erst meiner Bitte einer sorgfältigen Behandlung des alten Mannes, der seit fast einem halben Jahrhundert mit der Bibliothek gleichsam zusammengewachsen ist. Da ich indeß seine große Empfindlichkeit kenne, so hat Hofrath Benecke in dem beygefügten kleinen Aufsatz die Art und Weise anzudeuten gesucht, wie nach unser beyder

Meinung das Schreiben an ihn am passendsten einzurichten wäre. Sollte der Hofrath Reuß nach einiger Zeit dann seinen Abschied fordern, so wäre dieß kein Uebel; es ist nur zu wünschen daß es nicht sogleich geschehe, um kein Aufsehen zu erregen.

Daß der Professor Dahlmann noch seinen Abschied nicht erhalten hat, ist schlimm. Man sagt mir, es sey in Copenhagen nicht ungewöhnlich dergleichen absichtlich zu verzögern, oder die Gesuche wohl ganz unbeantwortet zu lassen.

Der Hofrath Benecke, der auf die Herbstferien um einen Urlaub zu einer Reise anhalten wird, hat mich beauftragt zu fragen ob es hinreiche dieß in einem Privatschreiben an Ew. Hochwohlgeb. zu thun; oder ob ein förmliches Gesuch bei dem Minister erforderlich sey?

Mit der innigsten Hochachtung und dem Wunsche eines glücklichen Ausganges der Angelegenheit

Ew. Hochwohlgeb.
gehorsamster Diener
Heeren.

P. S. Sollte der jüngere Grimm auf dem Titel eines Bibliothekars bestehen, so wird es wohl keine Schwierigkeit haben ihn mit Bunsen zum Unterbibliothekar zu ernennen.

Jacob Grimm an Heeren.

Cassel 19. Juli 1829.

Hochverehrter Herr Hofrath,

auf Ihre gütige Zuschrift vom 16 d. habe ich die Ehre zu erwiedern, daß wir entschlossen sind, die uns vorläufig angetragnen Bedingungen anzunehmen und dem Rufe nach Göttingen zu folgen. Nur wünscht mein Bruder, der seit funfzehn Jahren unter dem Titel eines Secretars, ohne daß seine gerechtesten Ansprüche auf Beförderung erfüllt worden sind, der Bibliothek mitvorgestanden hat, jetzt auch den Character eines wirklichen Bibliothecars.

Mit Vorlesungen, wozu er übrigens auch nicht abgeneigt ist, müssen Versuche gemacht werden, da wir beide in dieser Absicht ungeübt und unvorbereitet sind. Von einem Brustübel, das mich vorletzten Winter befallen hatte, finde ich mich noch nicht vollkommen hergestellt, vielleicht könnte mir anhaltendes Reden schaden. Diese Vorlesungen würden altdeutsche Grammatik und Geschichte der deutschen Sprache und Poesie zum Gegenstand haben. Als unsern hauptsächlichen Beruf betrachten auch wir die Bibliothek. Nähere Bestimmungen des Bibliothekgeschäfts wollen wir erwarten.

Bis zum Eingang der förmlichen Vocation soll hier nicht das

geringste von der Sache verlauten. Alsdann werden wir um unsere Dienstentlassung einkommen.

Schenken Sie meinem Bruder und mir Ihr ferneres freundschaftliches Wohlwollen. Mit aufrichtiger Verehrung

Ihr
gehorsamer
Jacob Grimm.

»Ew. . . . gefällige Zuschrift vom 22. d. M. — beginnt die Antwort Hoppenstedts an Heeren vom 30. Juli — hat mir große Freude gemacht, weil ich nach dem Inhalt derselben es als gewiß glaube annehmen zu dürfen, daß die Brüder Grimm nach Göttingen kommen werden«. Die Wilhelm Grimm anzuweisende Stellung wird, da er als Bibliothekssecretair nicht kommen will, dahin bestimmt, daß er als Unterbibliothekar hinter Bunsen eintritt, Mitglied der Bibliothekscommission wird und als solcher Antheil an der Direction der Anstalt nimmt. Die Bewilligung von Umzugsgeld findet keine Schwierigkeit; zollfreie Einfuhr ihrer Effecten versteht sich nach den Landesgesetzen von selbst. Da die förmliche Vocation erst nach der an den König geschehenen Berichterstattung erfolgen kann, so werden die Brüder zur vorläufigen Geheimhaltung und Verschiebung ihres Entlassungsgesuchs aufgefordert.

Das diesen Weisungen entsprechende Schreiben Heerens vom 3. August wurde, wie nachstehend, beantwortet.

Jacob Grimm an Heeren.

Cassel 4. August 1829.

Hochverehrter Herr Hofrath,

Wir finden, mein Bruder und ich, an den in Ihrem gestrigen Schreiben näher eröffneten Bedingungen, unter welchen wir an die dortige Bibliothek berufen werden sollen, nicht das geringste auszusetzen, ertheilen hiermit unsere ausdrückliche Zustimmung dazu und sehen der förmlichen Vocation von Hannover aus entgegen. Bis zu deren Eingang bleibt verabredetermaßen alles hier geheim gehalten. Mögen wir dereinst dem in uns gesetzten Vertrauen entsprechen!

Für die viele Mühe, welche Sie besonders in dieser Angelegenheit gehabt haben, versichere ich meine aufrichtigste Dankbarkeit. Die zugesandte Correctur folgt hierbei zurück[1]). Mit der größten Hochachtung und Ergebenheit

gehorsamst der Ihrige
Jac. Grimm.

1) Heeren war nach J. G. Eichhorns Tode im J. 1827 im Verein mit Benecke Redacteur der Gött. gel. Anzeigen geworden. Die eingesandte Correctur

Am 7. August übersandte Heeren das vorstehende Schreiben nach Hannover. Der am 18. August nach London expedirte Bericht ist bei aller Knappheit seiner Form zu lang und wiederholt zu viel aus dem Vorstehenden Bekanntes, als daß er hier vollständig mitgetheilt werden könnte; aber einzelne Stellen verdienen hervorgehoben zu werden. »Das wichtigste Institut, welches die Universität Göttingen besitzt«, beginnt er, »von dessen fortdauernd zweckmäßiger Einrichtung und Verwaltung der Flor der Universität wesentlich abhängig ist, ist die Bibliothek«.

Nach Darlegung der an der Bibliothek bestehenden persönlichen Verhältnisse fährt der Bericht fort: »das Universitäts-Curatorium hat seine Aufmerksamkeit darauf richten zu müssen geglaubt, bey Zeiten dafür zu sorgen, daß die Verwaltung der Bibliothek fortdauernd gesichert bleibe, und wir freuen uns, Ew. Majestät gegenwärtig anzeigen zu können, daß es gelungen ist, einen Mann aufzufinden, durch dessen Berufung nach Göttingen nicht nur die Bibliothek daselbst, sondern die ganze Universität eine ausgezeichnete Acquisition machen würde. Es ist dieses der bey der Bibliothek zu Cassel dermahlen angestellte Bibliothekar Jacob Grimm, welcher nicht nur durch seinen bisherigen Beruf sich eine vollkommene Kunde der Bibliotheksgeschäfte erworben hat, sondern auch als Gelehrter wegen seiner vorzüglich im Fache der deutschen Sprache, deutschen Poesie, deutschen Geschichte und deutschen Rechtsalterthümer herausgegebenen classischen Schriften in allgemeiner hoher Achtung stehet und daher auch in dieser Beziehung der Universität große Ehre machen würde. Wie nun schon vor einiger Zeit es hier bekannt ward, daß dieser Gelehrte mit seiner Lage in Cassel nicht ganz zufrieden sey und zu einer Veränderung derselben wohl geneigt seyn werde, so wurde mit demselben eine vorläufige Communication eingeleitet, welche jedoch mehr dahin gieng, seine Berufung nach Göttingen für die Zukunft vorzubereiten, als dieselbe schon jetzt sofort eintreten zu lassen. — Gegenwärtig sind nun aber Umstände eingetreten, welche es wünschenswerth, ja nothwendig gemacht haben, diesen Zweck ohne Aufenthalt bestimmter zu verfolgen, wenn man nicht Gefahr laufen wollte, ihn ganz aufgeben zu müssen. Es ist nämlich der Bibliothekar, Professor Buttmann in Berlin gestorben und uns bekannt geworden, daß man dort ebenfalls auf den Bibliothekar Jacob Grimm sein Augenmerk richte; nothwendig schien es daher, ohne allen Verzug

---

wird die der Recension von des Grafen Castiglioni Ausgabe der Mailänder Ulfilasstücke v. 1829 sein (Gött. gel. Anz. 1829 Aug. 13, St. 130 = Kl. Schr. 6 S. 409).

mit ihm Unterhandlungen einzuleiten, um dem Preußischen Gouvernement zuvorzukommen und sich nicht in die Lage zu setzen, zu ungleich größern pecuniären Opfern sich entschließen oder aber auf die Acquisition dieses Gelehrten ganz verzichten zu müssen. Diese Unterhandlungen haben nun auch jetzt zu dem Ziele geführt, daß der Bibliothekar Grimm sich bereit erklärt hat, als ordentlicher Professor in der philosophischen Facultät, — wozu er nach seiner vorhin erwähnten gründlichen Gelehrsamkeit umsomehr vollkommen geeignet ist, als er auch als Docent aufzutreten die Absicht hat — und als Bibliothekar gegen Bewilligung eines Jahrgehalts von 1000 Thlr. nach Göttingen zu kommen, dergestalt daß er in der Bibliothekscommission seinen Platz hinter dem Hofrath Benecke erhalten würde. — Inzwischen ist von demselben noch eine Bedingung hinzugefügt, welche zwar auf den ersten Blick auffallend scheint, doch aber nach unserm ehrerbietigen Dafürhalten kein Grund seyn dürfte, um von seiner Berufung zu abstrahiren. Der Bibliothekar Grimm ist nämlich unverheyrathet und lebt bey seinem jüngern verheyratheten Bruder, dem ebenfalls bey der Bibliothek zu Cassel als Secretair angestellten Dr. Wilhelm Grimm. Er hat nun erklärt, von diesem seinem Bruder sich auf keinen Fall trennen zu wollen, letzterer ist aber bereit, als Unterbibliothekar für einen Gehalt von 500 Thlr. nach Göttingen zu kommen. Da derselbe nun ebenfalls nicht nur ein in den Bibliotheksgeschäften geschickter und erfahrener Mann ist, sondern auch als Gelehrter einen geachteten Namen und an mehreren litterarischen Arbeiten seines Bruders selbstthätigen Antheil genommen hat; so glauben wir ohne alles Bedenken auch dessen Berufung unterthänigst anheim geben zu dürfen, indem es in der That nur mehreren zusammentreffenden glücklichen Umständen zuzuschreiben ist, wenn sich gegenwärtig die Möglichkeit zeigt, für einen jährlichen Aufwand von 1500 Thlr. zwey geschickte und qualificirte Männer nach Göttingen zu ziehen, wohingegen, wenn man diese Gelegenheit wollte unbenutzt vorübergehen lassen, vielleicht in sehr kurzer Zeit diese Summe nicht zureichen würde, um nur einen tüchtigen Bibliothekar zu erhalten und keiner in ganz Deutschland vorhanden seyn möchte, der für die Direktion der wichtigen Universitäts-Bibliothek zu Göttingen so sehr sich eignet, als gerade Jacob Grimm, indem derselbe, außer seiner vorhin schon gerühmten Qualification, außerdem auch mit dem Hofrath Benecke innig befreundet und daher um so mehr zu erwarten ist, daß sie in collegialischer Einigkeit für das Beste der Bibliothek zu sorgen beflissen seyn werden«.

Den Vorschlägen des Berichts entsprechend wurde das königliche

Rescript ausgefertigt. Es ist datirt von Windsor-Castle am 12. October 1829, an das Ministerium zu Hannover gerichtet und trägt die Unterschrift: George Rex, die Gegenzeichnung: E. Graf von Münster. Die Hauptstelle lautet:

> Sodann genehmigen Wir die Berufung des Bibliothekars Jacob Grimm zu Cassel zum ordentlichen Professor der Philosophie und zum zweiten Bibliothekar zu Göttingen, in welcher Qualität Wir demselben einen Gehalt von Eintausend Thaler Conventions-Münze beilegen wollen.
>
> Wie Wir denn auch gestatten, daß der Dr. Wilhelm Grimm als Unter-Bibliothekar mit einem Gehalte von Fünfhundert Thaler nach Göttingen berufen werde.

Hofrath Reuß wurde unter Beilegung des Ranges von Geheimen Justizrath zum Oberbibliothekar, Benecke zum ersten Bibliothekar ernannt und den beiden Custoden Bunsen und Dornedden der Character von Unterbibliothekaren verliehen.

Am 20. October machte das Universitätscuratorium Jacob Grimm von der vollzogenen königlichen Ernennung Mittheilung, bewilligte 100 Thlr. zur Bestreitung der Umzugskosten und forderte ihn auf, nunmehr seine Entlassung aus dem bisherigen Dienstverhältniß zu nehmen, um das neue Amt in Göttingen spätestens zu Ostern 1830, womöglich noch früher antreten zu können.

Die Antwort enthält folgendes Schreiben.

Jacob Grimm an das Königl. Universitätscuratorium

Cassel 1 Nov. 1829.

Königliches Universitäts Curatorium!

Alsbald nach Eingang des verehrlichen Erlasses vom 20 v. M. habe ich bei dem Kurfürsten um meine Verabschiedung nachgesucht und sie unterm 31., mit Einziehung meines hiesigen Gehalts vom 1 November an, erlangt, welches ich befohlenermaßen zu berichten nicht ermangele.

Die mir von Sr. Majestät dem König allergnädigst übertragnen Stellen eines Professors und Bibliothecars zu Göttingen werde ich, sobald es die nothwendig zu treffenden häuslichen Einrichtungen gestatten, welches schwerlich vor Jahres Ende der Fall sein dürfte, antreten und mich stets bestreben, meine Pflicht treu und gewissenhaft zu erfüllen.

Mit schuldigem Respect
Königl. Curatorii
unterthäniger
Jac. Grimm.

Erläutert wird der Inhalt des vorstehenden Schreibens durch den Meusebachschen Briefwechsel und die Mittheilungen bei Albert Duncker, die Brüder Grimm (Kassel 1884) S. 68 ff.

Die kurfürstliche Regierung machte nicht nur keinen Versuch, die Brüder zu halten, sondern ertheilte den Abschied obendrein in der verletzendsten Form. Das am 30. October Mittags eingereichte Gesuch war bereits am andern Morgen gewährt, schon um ihnen nicht noch einen Gehaltsanspruch für den Monat November zuzugestehen. Der Kurfürst wies das Oberhofmarschallamt an, den Brüdern die flachen Abschiede — der Ausdruck erinnert fast an die noch bei der Entlassung von Offizieren vorkommenden »schlichten Abschiede«, nur daß hier immer eine Verletzung der Standesehre die Voraussetzung bildet (Laband, Staatsrecht 3ª S. 238) — auszufertigen, nachdem der Museums- und Archivdirector Rommel bescheinigt haben werde, daß die genannten Grimms alles wohl abgeliefert. Zugleich wurde Rommel aufgegeben, »zweckmäßigere und für den Dienst vortheilhaftere Vorschläge wegen Wiederbesetzung eines Bibliothekars nebst eines Scribenten zu thun und die Instruction vorschläglich dahin abzuändern, daß gedachte bei der Bibliothek angestellt Werdende mehr für die Bibliothek selbst als für sich selbst arbeiten«. Ob der als Nachfolger berufene Bernhardi, der in den hessischen Verfassungskämpfen eine so hervorragende Rolle spielte, dem Ideal des Kurfürsten oder seines Sohnes entsprochen haben wird? — Unterm 10. November erließ das Curatorium die nöthigen Benachrichtigungen an die Bibliothekscommission, die Universität und die philosophische Facultät. Nachdem dann beide Brüder in Göttingen eingetroffen waren, wurde die Universitätscasse zur Zahlung der Umzugskosten und des Gehaltes angewiesen, und zwar des letztern von dem Tage an, von wo ab die Diensteinnahmen in Cassel aufgehört hatten. Machte so die hannoversche Regierung das Unrecht der hessischen gut, so versuchte die letztere selbst, das Geschehene zu sühnen, als es zu spät war. Durch eine gelegentliche Aeußerung des sächsischen Geschäftsträgers Majors von Lützerode erfuhren der Kurfürst und die Gräfin Reichenbach, welch berühmte Männer aus Hessen zu scheiden im Begriff seien. Der Leibarzt der Gräfin, Dr. Heräus, ein Hanauer Landsmann der Grimm, erhielt nun den Auftrag, ihnen alles anzubieten, was für sie wünschenswerth war: völlige Unabhängigkeit der Bibliothek von dem Museum und Herrn von Rommel, höhere Stellung und für beide zusammen 1600 Thlr. Gehalt, also mehr als in Göttingen. Die zweimalige Wiederholung des Anerbietens zeigte, daß es dem Kurfürsten ernst war. Die Brüder konnten nur antworten: so willkommen diese Anträge vor dem Abschiede gewesen seien, jetzt könnten sie ihr der

hannoverschen Regierung soeben gegebenes Wort nicht zurückfordern. —

Mit gerechter Genugthuung konnte das Curatorium in Hannover auf seine Erfolge zurücksehen: im Laufe des J. 1829 hatte es Albrecht, Dahlmann, Jacob und Wilhelm Grimm für Göttingen gewonnen.

Zu Weihnachten erfolgte die Uebersiedlung der Brüder. Sie waren keine Neulinge in Göttingen. Persönliche und wissenschaftliche Beziehungen bestanden schon seit Jahren. Die litterarischen Hülfsmittel des nahen Göttingen, die Gemeinschaft der Studien mit Benecke mochten die ersten Anknüpfungen vermittelt haben. Durch Benecke wird auch der Dieterichsche Verlag gewonnen sein, in dem das erste Buch von Jacob Grimm: über den altdeutschen Meistergesang 1811 erschien und nachher alle Hauptwerke wie die Grammatik, die Rechtsalterthümer, die Mythologie, die Weisthümer. Welch warmes Interesse Jacob an den Geschicken Göttingens, seiner Universität und Bibliothek, in der gefahrvollen westfälischen Zeit nahm, zeigen die Briefe an Tydeman. Nirgends ist Jacob Grimms Hauptwerk, die deutsche Grammatik, bei ihrem Erscheinen so begeistert begrüßt worden als von Benecke, einem sonst sehr förmlichen Manne, in den Göttinger Gel. Anzeigen. W. Scherer hat in seinem schönen Buche über Jacob Grimm (S. 173) die Eingangsworte erst jüngst wieder abdrucken lassen. Aber Benecke gesteht in der auch jetzt noch nachlesenswerthen Anzeige der zweiten Ausgabe (1822 St. 201), er habe neben seiner Freude eine heimliche Angst gehegt, das Buch möchte zu gut sein für diese Welt, und ist nun freudig überrascht wie jeder, dem geist- und kenntnißreiche Erforschung der vaterländischen Sprache etwas gilt, daß Grimms Grammatik kaum erschienen auch schon vergriffen und in der zweiten Ausgabe zur Hälfte verkauft war, ehe sie noch gedruckt vorlag. Seit 1818 waren beide Brüder Mitarbeiter an den Gel. Anzeigen und wurden 1825 zu Correspondenten der königl. Gesellschaft der Wissenschaften erwählt. Auch das darf man, da die enge Verbindung Jacobs mit Göttingen dazu den Anlaß gab, als Zeugniss des alten Zusammenhanges anführen, daß sein Bruder Ludwig in den zwanziger Jahren die Bildnisse einer Reihe berühmter Göttinger Professoren nach dem Leben zeichnete, eine Arbeit, die der zarten und zierlichen Radirnadel des Künstlers die lebhafte Anerkennung Goethes eintrug. Bei so historisch gerichteten Naturen wie die Brüder waren, fehlte auch der Blick in die Vergangenheit nicht: Wilhelm Grimm, seit 1825 mit Dorothea Wild aus Cassel verheiratet, erinnerte sich gern daran, daß seine Frau eine Urenkelin von Johann Mathias Gesner, dem ersten großen Philologen der Georgia Augusta, war, und schloß

seine Selbstbiographie mit den Worten: möge etwas von dem Geiste Gesners auf meine Kinder übergehen!

II.

Am 11. December 1829 schrieb Otfried Müller an Böckh: unserer Universität gereicht es recht zum Vortheil, daß der äußere Glanz derselben etwas abgenommen; man thut in Hannover alles Mögliche für sie (Briefwechsel zwischen Boeckh und Müller S. 266). Die erwähnte Abnahme kann sich kaum auf etwas anderes als die allmähliche Verringerung der Frequenz beziehen, die in den letzten Jahren eingetreten war. Von der Höhe, auf der sie Mitte der zwanziger Jahre gestanden, war sie von Semester zu Semester herabgestiegen, so daß die Gesammtzahl der Studirenden statt der 1550 von 1825 im J. 1829 nur 1260 betrug. An dieser Abnahme hatte die juristische Facultät den größten Antheil. Während sie in der ersten Hälfte der zwanziger Jahre mehr als die Hälfte der Gesammtziffer in sich faßte, war sie gegen Ende des Jahrzehents von 870 auf 520 gesunken. So mancherlei äußere und innere Gründe diesen Rückgang bewirkt haben mögen, man wird nicht fehlgreifen, wenn man einen wichtigen Factor in Karl Friedrich Eichhorns zunehmender Kränklichkeit und endlichem Rücktritt von der akademischen Thätigkeit zu Ostern 1829 erblickt. Als sein eigentlicher Nachfolger wurde Albrecht berufen. Aber auch Dahlmann, der in die durch Sartorius' Tod erledigte Professur der Staatswissenschaften einzurücken bestimmt war, sollte einen Theil von Eichhorns Verlassenschaft, die deutsche Geschichte, übernehmen (Springer 1 S. 260). Und endlich, obschon nicht der Absicht, so doch dem Erfolge nach gieng auch auf Jacob Grimm ein Theil seiner Wirksamkeit über. Als Jacob Grimm nach Göttingen kam, stand er im frischen Glanze der das Jahr zuvor erschienenen »deutschen Rechtsalterthümer«. Eichhorn und Benecke hatten in einer gemeinsamen Recension der Gött. gel. Anzeigen (1829 Jan. 22, St. 14) das Buch begrüßt. »Alterthümer des deutschen Rechts« bildeten das erste Colleg, das Grimm in Göttingen las, und wie jedesmal, wo er es wiederholte, wurde es unter der Rubrik: Rechtswissenschaft im Lectionsverzeichnisse angezeigt und traten die Germanisten Albrecht und Kraut mit ihrer Vorlesung über deutsche Rechtsgeschichte davor zurück. —

Der Ruf, den die Brüder erhalten hatten, war selbst nach den bescheidenern Verhältnissen der damaligen Zeit kein glänzender zu nennen. Das Glänzendste daran ist, meinte Wilhelm Grimm, daß wir uns nicht zu trennen brauchen, an einer Bibliothek bleiben und eigentlich keine Vacanz da ist. Wird dadurch ihre Berufung

zu einem um so schönern Zeugniß des freien wissenschaftlichen Sinnes, der die Regierung leitete, so haben die Brüder es auch an sich nicht fehlen lassen und der Anstalt nicht blos ihre glänzenden Namen geliehen, sondern neben der Fortführung ihrer litterarischen Pläne an den Arbeiten der Bibliothek und der Universität ihren vollen Antheil genommen.

Der damals noch bestehenden Verpflichtung des ordentlichen Professors eine Antrittsrede zu halten und dazu mittels eines Programmes einzuladen genügte Jacob Grimm am 13. November 1830. Er sprach de desiderio patriae, über das Heimweh; einen kurzen deutschen Auszug gab er in den Gött. Gel. Anz. 1830 St. 201, wiederabgedr. in den Kl. Schr. 5 S. 480; die Rede selbst ebenda 6 S. 411. Am Schlusse dankte er den Collegen »quod me, qui humili degebam loco, in gremium vestrum splendidissimum receperitis«. So bescheiden die Casseler Stellung gewesen sein mochte, er gesteht selbst in einem Briefe an Lachmann: »unter dem desiderium patriae meinte ich heimlich auch Hessen mit, führte es aber hauptsächlich auf Deutschland und die deutsche Sprache aus«. Das Einladungsprogramm hatte zum Gegenstande: Hymnorum veteris ecclesiae XXVI interpretatio Theotisca nunc primum edita (Gott. 1830 in 4.), die später als Murbacher Hymnen bezeichnete Interlinearversion lateinischer Kirchengesänge aus dem 9. Jahrh., die Jacob Grimm aus einer einst von Franciscus Junius genommenen Abschrift veröffentlichte, die nachdem sie lange verschollen, auf das Betreiben Beneckes, »qui fervore plane Juniano has fovet literas et cui ut ultra metam Junianam eis prodesse incolumis pergat ex imo corde optamus«, in Oxford wieder aufgefunden worden war.

Die Bibliothek, der die Berufung der Brüder in erster Linie galt, nahm sie in ganz anderer Weise in Anspruch als der Dienst in Cassel. War das Personal in Göttingen auch durch ihren Zutritt dreimal so groß als das der Casseler Bibliothek, so stand eine Zahl von 240000 Bänden[1]) einer von 60000, die lebhafteste Benutzung in einer blühenden Universitätsstadt der in einer bescheidenen Residenz gegenüber, wo man sich so wenig um die Bücher und ihre Verwalter kümmerte, daß Jacob gegen Lachmann, der über amtliche Belästigung klagte, 1823 einmal in die Worte ausbrach: wenn uns nur.... unsere Ministerien mit ... Arbeiten plackten; es ist doch ein Zeichen

1) So schätzte man 1820 die Zahl; 1837 auf etwa 300000 (Pütter 3 S. 401; 4 S. 83); 1845 über 350000 (Hoeck in d. Nachr. 1845 S. 48). Eine 1877 veranstaltete Zählung ergab 361,500 Bände, die bis Ende 1879 auf 380,830 gewachsen waren (Mitthlgn. über die Univ.-Bibliothek von Prof. Wilmans 1879.)

von Aufmerken; hier nehmen sie gar keine Kundschaft von einem. Von den drei Stunden täglichen Bibliotheksdienstes in Cassel konnten die Brüder deshalb hinreichend für ihre eigenen Zwecke nutzen. In Göttingen dagegen wurde das Doppelte an Arbeitszeit von ihnen verlangt. Sechs lange geschlagene Stunden mitten im besten Tag; nicht hinter einander, sondern in zwei Sätzen; darunter wöchentlich acht öffentliche Stunden. Während dieser Zeit beständige Langeweile und unendliche Beschäftigung, ohne einen Funken innerer Freude. So viele schöne und seltene Bücher da sind, »was helfen sie mir, ich kann sie nicht lesen, kaum nachschlagen, ich habe sie nur einzutragen, zu holen und aufzusetzen«. Diese und ähnliche Stoßseufzer durchziehen alle Briefe Jacobs aus dieser Zeit und kehren gelegentlich noch später in der Erinnerung an diese Tage wieder. Er äußerte deshalb auch wohl seine Freude, nicht früher nach Göttingen gekommen zu sein; denn sonst wären Grammatik und anderes nicht geschrieben worden. Grade das lag ihm schwer am Herzen, daß die nöthige Muße für das Ausarbeiten der Grammatik, für inneres Fortstudiren und das unablässige Lesen der Quellen fehlte. Er hätte aber kein altgedienter Bibliothekar sein müssen, wenn ihm nicht aller Last ungeachtet die Büchersammlung ans Herz gewachsen wäre. Beim Abschied von Göttingen war ihm besonders leid, daß er sie missen mußte. Und wie sie ihm vieles war, so hat er auch ihr manch wichtigen Dienst geleistet. Nicht wenige werthvolle Geschenke sind der Bibliothek um seinetwillen gemacht worden. Ein besonders originelles ist der seltene Druck der Traditiones monasterii sancti Galli, den Joseph von Laßberg mittels einer die alten Formen nachahmenden Urkunde Grimm und auf dessen Todesfall der Bibliothek schenkte, Grimm aber sofort der letztern übergab [1]).

Zu dem Bibliotheksdienst kamen die Vorlesungen, die nur

1) Die auf dem ersten Vorsetzblatt des Buches stehende Urkunde v. 1830 lautet in ihrem Haupttheile: ego Josephus de Lassberg miles hospitalis s. Johannis in Jerusalem perpendens quod siquid locis sanctorum, substancie pauperum aut ad augmentum bonarum scienciarum conferimus, hoc nos procul dubio ad eternam beatitudinem conducere confidimus, dono atque trado ad librariam universitatis, que extructa est in oppido Gottingen, ubi in schola exteriori innumerabiles tyrones Deo et musis militare videntur et cui venerabilis Grimmo decretorum doctor preesse dignoscitur, presentem librum qui vocatur codex traditionum sangallensium, ita quidem ut predictus Jacobus Grimmo et post illum prenominata libraria istum in eternum possideant et eo jure proprietatis perfruantur. Am Schluß: hujus rei testes per aurem tracti sunt, de familia: Barbara magistra culine .... gewiß zum nicht geringen Leidwesen Grimms, der in dem Ohrzupfen ein eigenthümlich bairisches Rechtssymbol erblicken wollte (RA. S. 144).

Nachmittags nach Erledigung der Bibliotheksgeschäfte oder Mittags zwischen den Dienststunden gehalten werden konnten. Nach den Lectionsverzeichnissen, die als Ankündigungen nur ein annähernd sicheres Zeugniß der gehaltenen Collegen darbieten, ergiebt sich eine den Gegenständen nach sehr reiche Vorlesungsthätigkeit. Jacob G. begann, wie schon bemerkt, im Sommer 1830 mit einem vierstündigen Colleg über deutsche Rechtsalterthümer, denen er eine Geschichte der Quellen voranschickte. Im Sommer 1831 und Winter 1836/37 wurde diese Vorlesung wiederholt. Für das zweite Göttinger Semester, den Winter 1830/31 kündigte er die Erklärung Otfrids nach der von Graff unternommenen Ausgabe an. Im nächstfolgenden Winter las er zum erstenmal: die Grammatik der alten deutschen Sprache mit Hinsicht auf die heutige, eine Vorlesung, die zur ständigen in allen folgenden Wintern wurde, 1836/37 mit der Hinzufügung angekündigt, daß er diesmal den etymologischen Theil kürzer, die Syntax dagegen ausführlicher abhandeln werde, wohl mit Rücksicht auf den damals dem Erscheinen nahen vierten Theil seines Werkes. Für die Vorlesung über Grammatik interessirte sich das Curatorium besonders. Es forderte Jacob Grimm auf eine kleine deutsche Grammatik zu bearbeiten, die den Vorlesungen zu Grunde gelegt werden könne, und entband ihn zur Erleichterung seiner Arbeitslast durch Rescript vom 3. April für den Sommer 1832 von den nachmittägigen Bibliotheksstunden. Während er in den Sommersemestern 1832 und 1833 keine Vorlesungen ankündigte, nahm er im Sommer 1834 einen neuen Gegenstand auf: die Geschichte der deutschen Litteratur von der ältesten bis zur neuesten Zeit mit Berücksichtigung aller Wissenschaften. »58 Zuhörer kommen viermal wöchentlich« — schreibt er an Meusebach — »und ich weiß von der Geschichte der Medicin, Theologie u. s. w. oft nicht das genauste (geringste?), muß also, was mir die leidigen sechs Sommerbibliotheksstunden übrig lassen, auf meine Vorbereitung verwenden«. Im Sommer 1837 kündigte der Katalog dieselbe Vorlesung an. Nach dem Tode Tychsens († 1834), der bis dahin neben seinen sonstigen Fächern Paläographie und Diplomatik vertreten hatte, erbot sich J. Grimm dem Wunsche des Curatoriums entsprechend für den Sommer 1835 zu einem Vortrage über Paläographie, in welchem nach vorausgeschickter Untersuchung über den Ursprung der Schrift die Kunst sowohl alte Handschriften überhaupt als auch Diplome zu lesen und deren Echtheit zu prüfen gelehrt werden sollte. Denselben Gegenstand behandelte er in den beiden nächstfolgenden Sommern. Seit dem Winter 1835/36 trat endlich noch ein viertes Thema in den Kreis seiner Vorlesungen: Tacitus Germania, die er nach seiner damals erscheinenden Ausgabe

erklärte unter ausführlicher Erörterung der altdeutschen Mythologie und der Rechtsalterthümer. Eine Wiederholung dieses Collegs war für den Winter 1837/38 in Aussicht genommen. Außer diesen Privatvorlesungen hat er einmal für den Winter 1837/38 eine öffentliche angekündigt, in welcher er für Zuhörer, die mit den ersten Anfangsgründen bekannt waren, einzelne Stücke aus Wackernagels eben zu Basel erschienenem altdeutschen Lesebuche zu erklären vorhatte. Wiederholt hat er zwei ordentliche Vorlesungen neben einander gehalten: neben der deutschen Grammatik 1835/36 Tacitus Germania, 1836/37 Rechtsalterthümer, im Sommer 1837 neben Paläographie deutsche Litteraturgeschichte. Da diese Vorlesungen alle neu ausgearbeitet werden mußten und er sich, wie er gesteht, schlecht auf den halben Absud, der dem Durchschnitt der Studenten zusagte, verstand, so hat ihn die Vorlesungsthätigkeit in Göttingen erheblicher in Anspruch genommen, als man es sich gewöhnlich vorstellt und als bei seiner Berufung eigentlich im Plane lag. Ueber den Erfolg, den Jacob G. bei den Studenten hatte, spricht sich eine der bereits mitgetheilten Briefstellen aus. In einer andern vom November 1831 an Mensebach heißt es: ich hoffte diesen Winter sollte die angeschlagne Grammatik nicht zu Stand kommen, und hatte gar keine Vorbereitung getroffen, allein es haben sich 24 Zuhörer gemeldet, obgleich die Studentenzahl wieder abgenommen hat; und unterm 24. März 1833 an Hoffmann: erst vor einigen Tagen habe ich meine Vorlesung über Grammatik geschlossen; ich hatte 25 Zuhörer, aber nur $^2/_3$ waren fleißige. Auch Wilhelm G. berichtet im Sommer 1832, daß er 22 rechtmäßige Zuhörer in seinem Colleg über die Nibelungen habe. Ueber den Eindruck, den Jacobs Vortrag machte, ist mir nur ein Bericht bekannt geworden, der von Professor K. Gödeke in dem Sammelband von Göttinger Vorträgen (Göttinger Professoren [Gotha 1872] S. 187). Er wird bestätigt durch das, was Jacob G. von sich selbst sagt. Er war keine lehrhafte Natur und weder das Abfassen von Lehrbüchern noch das eigentliche Heranziehen von Schülern seine Sache. Wer wie er eine unüberwindliche Neigung hatte, immer lieber fort zu untersuchen als das Untersuchte darzustellen, wird sich und andern schwerlich auf dem Katheder genug zu thun vermögen.

Die Fächer, die J. Grimm als Lehrer vertrat, waren noch verhältnißmäßig jung in dem Kreise der Universitätsvorlesungen, und es mochte ihrer Benutzung durch die Studirenden nicht unerheblich nachhelfen, daß die hannoversche Regierung 1831 eine Verfügung erließ, wonach alle, welche Gymnasiallehrer werden wollten, sich einer Prüfung im Altdeutschen unterziehen mußten. Das Examen der

Schulamtscandidaten wurde vor einer in Göttingen eingerichteten Commission abgehalten, der J. Grimm seit ihrer Begründung im Sommer 1831 angehört, eine Zeitlang auch als Dirigent vorgestanden hat. — Höher, als sich in solchen Daten, die immer nur das Aeußere berühren können, ausprägt, wird man den wissenschaftlichen Einfluß anzuschlagen haben, der von dem Göttingen dieser Jahre ausgieng, in dem ein Kleeblatt wie Benecke, Jacob und Wilhelm Grimm zusammenwirkend die germanistischen Studien vertrat. Benecke war der erste gewesen, der sie in Göttingen eingebürgert hatte, der erste überhaupt, der nach J. Grimms Bezeichnung (Rede auf Lachmann Kl. Schr. 1 S. 149) auf den deutschen Universitäten eine grammatische Kenntniß altdeutscher Sprache weckte. Eine echt Göttinger Persönlichkeit, soviel ich erkenne; und da seine Jünglingsjahre und ein guter Teil seines Mannesalters noch in das vorige Jahrhundert fielen, ein Repräsentant des Göttingens jener Zeit mit seiner Vorliebe für englisches Wesen, für englische Sprache und Litteratur. Jacob Grimm spricht von seiner halbenglischen stolzen Sprödigkeit. Uebersetzungen aus dem Englischen waren seine ersten Arbeiten, Unterricht im Englischen seine ständige Thätigkeit von seinen jungen Jahren bis in sein hohes Alter hinauf; seinen Vornamen schrieb er gern George, und auch die Abneigung gegen Berlin fehlte nicht: als Wackernagel in jungen Jahren zu Besuch in Göttingen gewesen war, meinte Wilhelm G. »auch Benecke scheint er gefallen zu haben und da kann einer, der aus Berlin ist, von Glück sagen.« Von dem Englischen scheint Benecke auf die deutschen Studien geführt zu sein die er im Gegensatz zu dem Dilettantismus der Romantiker und den Willkürlichkeiten angeblicher Sprachphilosophen streng methodisch, kritisch und mit exacter Beobachtung der Worte und Sachen betreibt, Eigenschaften, die seine Ausgaben mittelhochdeutscher Dichter auch denen so werthvoll machen, die zum Zweck historischer Belehrung zu diesen Denkmälern greifen. Schon seit 1806 las er über ausgewählte Stücke der ältern deutschen Dichtkunst, regelmäßig des 13. Jahrh., des schwäbischen Zeitalters. Anfangs offenbar unter geringer Theilnahme, wie die unbestimmten mit den Zuhörern zu vereinbarenden Stunden vermuthen lassen. Noch als Heinrich Heine hier 1820 studirte, wunderte er sich nur neun unter den 1300 Studenten Beneckes Vorlesung besuchen zu sehen. Aber der eine Lachmann, den er für die deutschen Studien gewonnen hat, wiegt hunderte von Zuhörern auf. Später sind dann seine Vorlesungen beliebter geworden, die Litteraturgeschichte wechselt mit dem interpretatorischen Colleg, im Sommer 1828 kündigt er den antiquitatis patriae studiosis . . . . suavissimum saec. XII poema Iwein dictum nach der von ihm und

Lachmann eben veranstalteten Ausgabe an. Zu seiner Lehrwirksamkeit gesellte sich eine bis ins hohe Alter bei vollster Rüstigkeit fortgesetzte allseitige Thätigkeit für die Bibliothek, als deren premier grenadier W. Grimm einmal den Siebzigjährigen bezeichnet. In Wort und Schrift ein Apostel der strengen altdeutschen Schule, darf er neben seinen andern Verdiensten auch das in Anspruch nehmen, Jacob Grimm für Göttingen gewonnen zu haben. In einer Erinnerung an Jacob Grimm gebührt diesem Manne ein hervorragender Platz. — An Beneckes Vorlesungsthätigkeit knüpft die von Wilhelm Grimm an, der am häufigsten über das Nibelungenlied nach Lachmanns Ausgabe vortrug, außerdem in den ersten Wintern den Iwein und Freidank, nachher Walther von der Vogelweide, Wolframs Willehalm und die Gudrun erklärte. Ein reiches Bild altdeutscher Studien, mit dem sich schwerlich eine andere Universität jener Zeit messen konnte! Es wird vervollständigt, wenn man sich die litterarischen Arbeiten vergegenwärtigt, die in der Göttinger Zeit von den Brüdern ausgiengen.

Zur Zeit der Uebersiedelung von Cassel nach Göttingen war Jacob Grimm eben mit der Drucklegung des 3. Bandes der deutschen Grammatik beschäftigt; der Umzug machte eine längere Unterbrechung nöthig, so daß der Abschluß erst im Sommer 1831 erfolgen konnte. Das Vorwort, welches das Buch dem Bruder Wilhelm in der Erinnerung an dessen schwere Krankheit während des letzten Winters widmet, ist vom 29. Juli 1831 datirt. Der vierte und letzte überhaupt erschienene Band der Grammatik ist den siebenten Tag vor dem Göttinger Jubiläum (17. Septbr. 1837) abgeschlossen worden. Zwischen diesen beiden den Anfang und das Ende der Göttinger Thätigkeit bezeichnenden Büchern liegen die beiden hier neu unternommenen und zu Ende geführten Arbeiten: Reinhart Fuchs (Berlin 1834) und die deutsche Mythologie (Gött. 1835). An jenem Buche war Jacob seit 1832 thätig, nachdem er bereits in jungen Jahren den Plan dazu gefaßt hatte; schon 1811 spricht er von einer vorhabenden Ausgabe des Reineke Vos. Durch Mones Veröffentlichung des Reinardus vulpes veranlaßt, ist es dann rasch niedergeschrieben worden, gleichwohl aber immer eins seiner liebsten Bücher geblieben. In der ganzen Geschichte der Poesie giebt es keine anziehendere Untersuchung als die der Thierfabel, äußerte er gegen Hoffmann. Gern wäre er zu dem Gegenstande später noch zurückgekehrt; aber das Publicum verlangte nicht danach. Umsomehr nach der Mythologie, die noch zweimal aufgelegt wurde und in unseren Tagen in einer vierten um vielfache Zusätze bereicherten Ausgabe edirt worden ist. Zahlreiche kleinere Arbeiten giengen neben den großen her. Zum

Zweck seiner Vorlesungen veranstaltete er eine Textausgabe der Germania des Tacitus, der alle sonstigen Nachrichten aus des Tacitus Werken, die für deutsche Geschichte Bedeutung haben, angehängt sind (Gött. 1835). Die erste in Göttingen fertiggestellte Arbeit war der selbstbiographische Artikel für die Hessische Gelehrtengeschichte. Wie schon vor der Uebersiedelung nach Göttingen Jacob G. zu den fleißigsten Mitarbeitern der Gel. Anzeigen gehörte, so auch während seiner hiesigen Wirksamkeit. Ich zähle aus den Jahren 1830—37 etwa 40 Recensionen aus seiner Feder; jetzt in den Kl. Schriften Bd. 5 mit einem Nachtrage in Bd. 6 S. 418 ff. abgedruckt. Ueberwiegend gelten sie neuen philologischen Erscheinungen; aber auch rechtshistorische wie Gaupp lex Frisionum, historische wie Böhmers Kaiserregesten, litterarische und litterarhistorische wie Goethes Briefwechsel mit einem Kinde, Gervinus Geschichte der Nationallitteratur, Schriften allgemeinern Inhalts wie Savignys Wesen und Werth der deutschen Universitäten sind von ihm, zum größern Theil in ausführlichen Aufsätzen, die in selbständig angefügte Erörterungen auslaufen, besprochen. Auch andere litterarisch-kritische Organe, wie die Wiener Jahrbücher der Litteratur (Kl. Schr. 5 S. 203; 223), haben von ihm in der Göttinger Zeit wie zuvor Beiträge erhalten. — Von den Arbeiten Wilhelm Grimms sind während der Göttinger Wirksamkeit erschienen: das Hildebrandslied, mit dem er sich von der Casseler Bibliothek verabschiedete, indem er eins ihrer Kleinode lithographirt herausgab, dann Vridankes bescheidenheit (Gött. 1834), der Rosengarte (Gött. 1836) und endlich Ruolandes liet (Gött. 1838) mit der schönen Widmung an Blume »als ein Andenken an das Glück unseres Zusammenseins, an die heitere Geselligkeit und geistige Anregung eines Kreißes von Freunden, wie er sich nicht leicht wieder zusammen finden wird.«

So befremdend es einer um fünfzig Jahr jüngern, an die Beweglichkeit des modernen Lebens gewöhnten Generation klingen mag, die Uebersiedelung von Cassel nach Göttingen ist den Brüdern offenbar sehr schwer gefallen. An der von Großeltern und Eltern her ererbten hessischen Heimat mit innigster Liebe hangend, einem gelehrten Stilleben ergeben, hatten sie in Hessen zu leben und zu sterben gedacht, und waren nun durch widrige Verhältnisse, die ihnen keine Wahl ließen, in einem Alter, das an sich schon dem Versetztwerden nicht günstig, in einen fremden Boden verpflanzt und zu einer Thätigkeit berufen, die ungewohnte Ansprüche der Oeffentlichkeit an sie stellte und mit ihrer bisherigen Arbeits- und Lebensweise, wenn nicht zu brechen, doch gründliche Aenderung vorzunehmen zwang. Freunde der Natur, wie es beide Brüder waren — wenn man es

sonst nicht wüßte, die reiche Fülle der ihre Schriften durchziehenden Bilder würde es verrathen — vermißten sie die schöne Lage und Umgebung Cassels, und was Göttingen im Vergleich dazu bot, erschien ihnen wohl pappendeckeln. Der Göttinger Anfang brachte mancherlei häusliche Beschwerden. Wohnungsnöthe, die später manchen Ankömmling gequält haben, sind ihnen größtentheils erspart geblieben. Nach einer interimistischen unbequemen Wohnung, die sie nur bis Ostern 1830 inne hatten, bezogen sie das Quartier, das sie während der ganzen Zeit ihres Hierseins beibehalten haben. Von der Bibliothek kaum hundert Schritte getrennt, gehörte das Haus durch seine Lage an einer der breitesten und hellsten Straßen, seine geräumige innere Einrichtung und durch die Nähe des Wallspazierganges nach den damaligen Verhältnissen zu den bessern der Stadt. Ihr Hausgenosse war Otfried Müller, dessen Hörsaal, im Erdgeschoß belegen, auch von den Brüdern benutzt wurde. Das Haus gehörte zu den im vorigen Jahrhundert von dem Obercommissarius Grätzel, einem der verdientesten Industriellen, erbauten, war damals noch im Besitz seiner Erben und eines der alten Fabrikgebäude stand in dem jetzigen Garten. Das Haus ist gegenwärtig Eigenthum des Institutsvorstehers Schwerdfeger und mit einer Gedenktafel bezeichnet (Alleestraße 6).

War das an politischen Stürmen reiche Jahr 1830 an der Stadt ruhig vorübergezogen, so brachte der Anfang des folgenden die traurige Göttinger Revolution. So theilnahmvoll die Brüder die Casseler Septembertage begleiteten, so erhebend ihr Verlauf und ihre Nachwirkungen ihnen erschienen, so streng verurtheilten sie den in allem Betracht widerwärtigen Aufruhr, den Göttingen im Januar 1831 erlebte. Für Wilhelm hatte er die nachtheilige Folge, daß er sich gelegentlich einer auf der gefährdeten Bibliothek zugebrachten Nachtwache eine schwere Erkältung zuzog, die in eine Lungenentzündung ausartete und ihn dem Tode nahe brachte. Die Innigkeit des Verhältnisses zwischen den Brüdern hat kaum je schönern Ausdruck gefunden als in den Briefen Jacobs aus dieser Zeit der Gefahr oder wenn er in der Vorlesung stockend sich mit den Worten entschuldigt: »mein Bruder ist so krank«, und als andrerseits in Wilhelms Zeilen: »als Jacob das erstemal ins Auditorium ging, klaffte ich die Thüre und sah sein stilles und liebreiches Gesicht, das jedes Jahr milder wird, und wie er langsam die Treppe hinunter ging — das Bild behalte ich, so lange ich lebe, vor Augen.« Auch nach der ersten Krankheit ist Wilhelm in den folgenden Jahren noch wiederholt sehr leidend gewesen, und auch dieser Umstand mag dazu mitgewirkt haben, daß die Eingewöhnung in Göttingen so schwer fiel.

In den Briefen der ersten Jahre des Göttinger Aufenthalts begegnen

die Aeußerungen des Unmuths in großer Zahl. Das langweilige Göttingen ist eine der glimpflichsten Bezeichnungen. Als Jacob 1831 im Herbst von einer sechswöchentlichen Reise durch Süddeutschland zurückkehrte, »auf der Brücke zu Göttingen so gieng mein Leiden an«. Er nennt es einen dummen Streich, von Cassel weggegangen zu sein, wo er ein freier Mann gewesen, während er nun ein Knecht im Joche sei. Die Casseler Zeit erschien ihm wie dem Bruder jetzt und später nicht nur als der ruhigste und arbeitsamste, sondern auch als der frischeste und glücklichste Theil ihres Lebens. »In Cassel war, vom Kurfürsten allein abgesehen, alles für unsere Natur und Arbeiten günstiger.« Mit den stillen Spaziergängen Cassels, auf denen er über seine Arbeiten nachsann, vergleicht er den Göttinger Wall, wo ihn die Collegen überlaufen und in Gespräche ziehen, die ihn eigentlich nichts angehen. Man muß solche Ausrufe, wie sie andern nach ihm, die weniger am heimatlichen Boden hafteten, entfuhren, nicht allzu tragisch nehmen. Das Vertrauen, in dem er seinen Entschluß von Cassel fortzugehen faßte, ist nicht zu Schanden geworden. »Die nemlichen Sterne stehen am Himmel und Gott wird uns weiter helfen.« Gewinnend für den neuen Aufenthalt wirkte insbesondere der Kreis von Freunden, den die Brüder erwarben. Wissenschaftlichen Umgang hatten sie in Cassel ganz entbehrt; und über die Menschen dort lauten ihre Urtheile nach dem J. 1830 wenig günstig. Der Regent, der sich mit seiner von den Brüdern hochverehrten Mutter unfreundlich gestellt, war ihnen nicht holder als sein Vater, mochte auch ihr Schwager Hassenpflug sein Minister geworden sein. Grade seine Stellung zum Lande mochte dazu beitragen, daß ihnen die Verhältnisse und Menschen in Cassel unheimlich wurden. Dagegen befestigte sich der Zusammenhang mit einer Reihe von Göttinger Collegen von Jahr zu Jahr. Zu der alten Freundschaft mit Benecke kam der Verkehr mit O. Müller, Lücke, Blume, der Ostern 1831 nach Göttingen kam, um die Professur schon nach zwei Jahren mit einer Rathsstelle am Lübecker Oberappellationsgerichte zu vertauschen, mit Gervinus, der Ostern 1836 in den Göttinger Kreis eintrat und dessen Litteraturgeschichte Jacob G. das Jahr zuvor bei entschiedener Abweichung in vielem Einzelnen doch mit so vollem, fast enthusiastischem Lobe begrüßt hatte. Von den jüngern traten Kraut und Thöl und die sich hier zur akademischen Thätigkeit vorbereitenden Georg Beseler und K. von Richthofen näher. Insbesondere aber war es Dahlmann, mit dem sich nicht nur der anregendste wissenschaftliche Gedankenaustausch anknüpfte, sondern die Göttinger Jahre eine Freundschaft stifteten, die in dem Character beider Männer ihren festen Grund hatte. Dahlmanns, schrieb Wilhelm G., sind unsere nächsten und

besten Freunde und bei aller Achtung vor der übrigen Gesellschaft hier, weiß ich doch keine so reine und edelgesinnte Naturen. Und gewiß zumeist im Hinblick auf Dahlmann hat Jacob G. in der Schrift über seine Entlassung dem Göttinger Aufenthalte nachgerühmt, daß er, wenn auch nicht ohne Sehnsucht nach dem vorausgegangenen Stilleben, doch auch nicht ohne das frohe Bewußtsein unvorhergesehener, in der engern Gemeinschaft mit trefflichen Menschen beruhender Gewinne geblieben sei. — Auch an den Geschicken des Landes, in dem er wenn auch langsam Wurzel schlug, nahm er bald warmen Antheil. Die ständischen Verhandlungen, das Zustandekommen des Staatsgrundgesetzes, die Thätigkeit Dahlmanns in Hannover begleitete er voll Aufmerksamkeit und herzlichen Interesses. Der hannoverschen Zeitung, die damals unter Pertz' Leitung stehend sich der Mitarbeit hervorragender Männer wie Dahlmanns, Rehbergs u. a. zu erfreuen hatte, sandte er wie sein Bruder einzelne Beiträge; neben Recensionen einen Artikel über den Neubau der Göttinger Universität (Kl. Schr. 7. S. 533 ff.)

So sehr Jacob über die Sklaverei der Amtsgeschäfte klagte und ihre ungewohnte Last auf die Göttinger Stimmung drückte, so führten die Brüder doch jetzt ein sorgenfreieres Leben als ehedem. Bedürfnißlos wie sie waren, hätten sie zwar jederzeit ihr bescheidenes Theil Speise dahin zu nehmen sich begnügt; aber die bequemern Verhältnisse, in die sie mit der Uebersiedlung eintraten, ermöglichten doch manches, was ihnen sonst versagt war und zur Erweiterung ihres persönlichen und wissenschaftlichen Gesichtskreises gereichte. Wenn die Rechtsalterthümer den deutschen Begriff der Freiheit in die Freiheit der Bewegung setzen gelehrt haben, so hatten die Brüder in Cassel unendlich wenig davon. Urlaub wurde wiederholt versagt und wenn gewährt, nur sehr kärglich bemessen, so daß Jacob während der ganzen Zeit 1817 einmal bis Heidelberg und 1823 zu einer kurzen Reise ins Hessische gekommen war. Die Göttinger Sommerferien sind dagegen wiederholt zu größeren Fahrten benutzt worden, die allemal zugleich wissenschaftlichen Zwecken, dem Besuch von Bibliotheken und Archiven dienten. Im Sommer 1831 unternahm er eine Reise nach Süddeutschland und der Schweiz, arbeitete in Carlsruhe und Constanz, vorzugsweise im Interesse seiner Sammlung von Weisthümern und war so glücklich, über 100 Stück heimzubringen. Im nächsten Jahre war er in Darmstadt und Heidelberg, im Sommer 1834 in den Niederlanden und Belgien.

Die Stellung zu der vorgesetzten Behörde war stets eine durchaus befriedigende. Das Curatorium gab wiederholt zu erkennen, wie hoch es Grimms Bedeutung für die Universität schätzte. Im März 1833

beantragte es bei dem Könige ihm den Character eines Hofraths, eines hier zu Lande in der hannoverschen Zeit sehr angesehenen Titels, zu verleihen mit der Motivirung, daß er »wegen seiner gründlichen Gelehrsamkeit und seines tiefen Forschungsgeistes insonderheit in dem Fache der deutschen Sprache in allgemein hoher Achtung stehe und auch als academischer Lehrer mit Beifall aufgetreten sei,« und bei Mittheilung der unterm 7. Juni 1833 vollzogenen königlichen Ernennung bemerkte es, der König habe ihm damit einen Beweis der Anerkennung seiner ausgezeichneten Verdienste um die Wissenschaften ertheilen wollen. Seinen Dank sprach J. Grimm in folgenden Schreiben aus:

An Königliches Universitäts-Curatorium.

Ew. Excellenzen

wage ich es meinen ehrfurchtsvollen Dank auszudrücken für die mir durch das hohe Rescript vom 14 d. M. angekündigte Gnade Seiner Majestät des Königs. Mein eifrigstes Bestreben soll es sein, mich derselben durch treue Versehung der mir als Professor und Bibliothecar obliegenden Geschäfte würdig zu machen.

Indem ich mich dem unschätzbaren fernern Wohlwollen Ew. Excellenzen empfehle bin ich mit Verehrung

Ew. Excellenzen
unterthäniger Diener
Jacob Grimm.

Göttingen 22 Juni
1833.

Als er im J. 1835 zu seinen bisherigen Vorlesungen noch die über Diplomatik übernahm, wurde sein Gehalt um 100 Thaler erhöht, nachdem ihm schon die Berufung in die Examinationscommission eine ebenso große Zulage gebracht hatte. »Wir bemerken dabei«, heißt es in dem dem Könige überreichten Antrage des Curatoriums auf Gehaltserhöhung, »daß der Hofrath Grimm in jeder Hinsicht fortdauernd den Erwartungen entspricht, zu welchen der Umfang seiner rühmlichen Leistungen im Fache der deutschen Sprache und Poesie sowie der deutschen Rechtsalterthümer berechtigt«. Das klingt uns alles sehr förmlich und büreaumäßig. Mancherlei Züge zeigen aber, wie man auch persönlich an maßgebender Stelle warmes Interesse an dem großen Gelehrten nahm. Der Herzog von Cambridge, dessen Name noch immer in diesem Lande seinen guten Klang bewahrt hat, äußerte bei einem Besuch der Frankfurter Bibliothek im J. 1840 gegen Joh. Fr. Böhmer, Jacob Grimm, nach dessen Grammatik er gefragt hatte, sei ein vortrefflicher Mann, nur sei die Grammatik in ihrer dermaligen Redaction so weitläufig, daß man eine zusammen-

gezogenere wünschen müsse (Janssen, Böhmer 2. S. 309). Man darf also annehmen, daß der Vicekönig dem früher (S. 24) erwähnten Wunsche der Regierung seiner Zeit nicht fern gestanden hat. Dadurch gewinnt auch eine andere Nachricht, die ich sonst nicht zu controlliren vermag, an Glaubwürdigkeit, daß Jacob G. auf besondern Wunsch des Herzogs bis zur Berufung von Gervinus über deutsche Litteraturgeschichte gelesen habe (Gerland, Hessisches Gelehrtenlexikon 20 S. 293). Der Herzog und der Geh. Cabinetsrath Hoppenstedt waren wenige Wochen nach dem Januaraufstande in Göttingen anwesend, grade in den Tagen, als Wilhelm so gefährlich erkrankt war. Die jetzt erfolgende Ernennung Wilhelms zum außerordentlichen Professor (18. Februar) führte Jacob auf den wahrscheinlich durch jenen Besuch angeregten Gedanken zurück, daß die Wittwe im Todesfalle keine Versorgung gehabt haben würde.

Die hochgeachtete Stellung, welche Jacob G. unter den Collegen einnahm, gaben sie darin zu erkennen, daß sie ihn bald nach seinem Eintritte in die Corporation zum Mitgliede des Senats, der damals außer dem Prorector, dem Exprorector und den Mitgliedern der Gerichtsdeputation fünf aus der Mitte der Ordinarien besetzte Wahlstellen umfaßte, erkoren. Vom Herbst 1832 ab und dann wieder vom Herbst 1835 ab hat er jedesmal zwei Jahre lang das Amt eines Senators bekleidet. Mitglied der Societät der Wissenschaften ward er im Herbst 1830 zugleich mit seinem Bruder und Benecke. So fleißig er sich an den Gelehrten Anzeigen betheiligte, die Abhandlungen enthalten keine Arbeit von ihm, nach Waitz' Vermuthung (z. Gedächtniß an J. Grimm S. 20) eine Folge der damals noch geforderten lateinischen Form, die für die von ihm zu behandelnden Stoffe allerdings wenig getaugt hätte. Dagegen hat er sich wiederholt, auch als er nicht mehr Göttingen angehörte, der Aufgabe unterzogen, über Schriften, die zum Zweck der Preisbewerbung eingelaufen waren, zu referiren. 1837 bei der gelegentlich des Universitätsjubiläums stattfindenden Zuerkennung des Preises an Schaumann für seine Geschichte des niedersächsischen Volkes hatte Dahlmann als erster, J. Grimm als zweiter Berichterstatter fungirt. Für 1838 hatte die Societät die kritische Prüfung des chronicon Corbejense als Aufgabe gestellt. Den Preis erhielten Waitz und Siegfr. Hirsch; unter den andern zur Bewerbung eingereichten Schriften wurde der von Schaumann mit Anerkennung gedacht. In diesem Falle hatte Jacob G. das erste, Dahlmann das zweite Referat gehabt. (Augsb. Allg. Ztg. 1845 Beil. n. 128). Der aus Otfried Müllers Feder stammende Bericht (Gött. gel. Anz. 1838 S. 1042) sagt darüber: »unter den gegenwärtigen Verhältnissen erscheint es ange-

messen, zum Schluß es noch ausdrücklich zu bemerken, daß an diesem einstimmigen Urtheile der historisch-philologischen Classe die sämmtlichen ordentlichen Mitglieder der Classe, auch die entfernt lebenden, Antheil genommen haben. Die Classe betrachtet es als ihre Pflicht, es rühmend und dankbar anzuerkennen, wie sehr diese Mitglieder, deren persönliche Gegenwart der Societät entzogen ist, die ihr aber darum nicht minder angehören, die Angelegenheit auch als die ihrige betrachtet, mit welch bewunderswürdigem Eifer und Fleiß namentlich einer dieser Collegen die Preisschriften bis ins feinste Detail geprüft und das Problem selbst zum Gegenstand eigener eindringender Forschungen gemacht hat. Es ist gewiß ein erhebendes Gefühl, in den unruhigen Bewegungen der Zeit das Band dieser wissenschaftlichen Gesellschaft unzerrissen und ungelockert zu sehen.« Diese in einer Zeit schweren Druckes und unterwürfiger Gesinnung ihren Verfasser doppelt ehrenden Worten begleiten ein Gutachten, das in zahlreiche Einzelnheiten des Inhalts der Preisfrage eingehend auch heute noch Beachtung verdient. In ähnlich ausführlicher Weise hat Jacob G. im J. 1856, als zum erstenmal der Wedekindsche Preis für deutsche Geschichte zu ertheilen war, sich über die Bearbeitung der Chronik des Heinrich von Herford und diese selbst ausgelassen (Kl. Schr. 7, S. 366).

Welch jähes Ende das Göttinger Leben nahm, ist allbekannt und soll hier nicht wiederholt werden. Waitz, der in den Novembertagen 1837 hier verweilte, hat bezeugt, mit welcher Wärme sich Jacob G. für das durch das königliche Patent gekränkte Recht aussprach, und als Dahlmann ihm den Entwurf der Protestation vorlegte, schrieb er dazu: »Sehr nothwendig geschieht endlich, was schon vor vierzehn Tagen hätte geschehen sollen« (Springer 1 S. 432). Da er freimüthig einräumte, die Erklärung nicht nur unterschrieben, sondern auch andern mitgetheilt zu haben, so mußte er mit Dahlmann und Gervinus auf des Königs Befehl sofort das Land verlassen. Am 16. December schied er aus Göttingen, eben beschäftigt mit der Drucklegung der von ihm in Gemeinschaft mit Schmeller herausgegebenen Lateinischen Gedichte des 10. und 11. Jahrhunderts. Wilhelm verblieb noch bis zum October des nächsten Jahres in Göttingen. Jacob gieng nach Cassel, wo er in den Tagen vom 12.—16. Januar 1838 die Schrift: über meine Entlassung verfaßte.

Hatte er einst hoffnungsfreudig in den letzten Casseler Wochen geschrieben: Neujahr gehts über den Lutternberg hinein ins neue Leben, so war ihm nun das Andenken an Göttingen auf lange hin verleidet, und noch nach Jahren äußerte er in der Rückerinnerung an die Göttinger Zeit: hätte ich voraussehen können, was mir dort be-

vorstände, ich würde mich mit Händen und Füßen gesträubt, den geliebten Boden der Heimat nie verlassen haben. Milder schrieb Wilhelm schon im J. 1840: an Göttingen denke ich wie einer, der aus Amerika zurückgekehrt ist, und nicht glaubt, es je wieder zu sehen, aber die Erinnerung an das Gute, das ich dort erlebt habe, und an die Freunde, die ich zurückgelassen, bewahre ich im Herzen. — Auch Jacob ließ nicht von den Freunden, auch denen nicht, die wie Benecke seinen Schritt nicht gebilligt hatten. Als 1842 dessen fünfzigjähriges Dienstjubiläum gefeiert wurde, stellte er sich mit der Abhandlung ein: Frau Aventiure klopft an Beneckes Thür, wie er einige Jahre zuvor Hugo zum 10. Mai 1838 mit einer tabula gratulatoria begrüßt hatte. Mit manchen der Göttinger Freunde blieb er in Correspondenz. Den Gelehrten Anzeigen hat er in den ersten Jahren nach seinem Weggang noch eine Anzahl von Beiträgen zugesandt; dann taucht sein Name nur noch ganz vereinzelt auf: 1841, 1850, 1851 ein oder zweimal. Sein Todesjahr 1863 brachte eine Selbstanzeige des 4. Bandes der Weisthümer, die mit den schönen Worten anfängt: »Alle meine Arbeiten wandten sich auf das Vaterland, von dessen Boden sie auch ihre Kraft entnahmen, mir schwebte unbewust und bewust vor, daß es uns am sichersten führe und leite, daß wir ihm zuerst verpflichtet seien«. Derselbe Jahrgang enthält unterm 2. September eine Recension von Jonckbloets Forschungen über Reinhart. So sind hier noch einmal Reinhart und die Weisthümer vereinigt, die er selbst seine liebsten Bücher genannt hat. Der Aufsatz über Jonckbloet ist das letzte, was er überhaupt geschrieben hat. — Im Frühjahr 1855 wünschte sich Wilhelm G.: ich möchte wieder einmal ungesehen in Göttingen umher gehen, an unserm Haus vorbei über den Wall und auf die Marschwiesen, dort wird es noch so sein wie sonst. Zu Anfang September des Jahres haben die Brüder dann hier noch einmal einige Tage zugebracht.

So kurz die Göttinger Periode währen und so sehr sie durch amtliche Geschäfte beengt sein mochte, sie zeigt in ihren acht Jahren einen Reichthum der bedeutendsten Leistungen, wie keine gleiche vor oder nachher. Das Aufgeben des Casseler Stillebens hat der wissenschaftlichen Thätigkeit nicht nur keinen Eintrag gethan, sondern sie im Gegentheil gefördert. Beim Zurückblicken in beruhigterer Zeit hat Jacob G. von dem ehrenvollen, reichern Leben gesprochen, das ihm in Göttingen aufgegangen sei. Und hat das neue Leben, in das die Brüder eintraten, schwere Anforderungen an sie gestellt, so haben sie die schwerste sich selbst zum Ruhme und andern zur Nachachtung erfüllt. Es ist behauptet worden, die gewaltsame Beendigung der Göttinger Thätigkeit sei schuld daran, daß Jacob Grimm sein Haupt-

werk, die Grammatik nicht vollendet habe (Benfey, Gesch. der Sprachwiss. S. 447). Dem darf man entgegenhalten, daß derselbe äußere Anlaß das Unternehmen des deutschen Wörterbuchs ins Leben gerufen und daß Jacob Grimm in einer kurzen Selbstbiographie, die er in seinen letzten Lebensjahren geschrieben, von sich gesagt hat: was ihm in seinen äusseren Stellungen je Leids geschah, ist ihm stets zum Heil ausgeschlagen.

Als Anhang sollen hier einige bisher unbekannte Briefe von Jacob Grimm mitgetheilt werden, die, wenn auch nicht aus der Göttinger Zeit stammend, doch alle nach Göttingen gerichtet sind und überwiegend dortige Angelegenheiten und Persönlichkeiten betreffen. — Der erste Brief ist ein Begleitschreiben zu einer an die Redaction der Gel. Anz. übersandten Recension und ist den Papieren entnommen, welche Herr Amtsrichter Eichhorn zu Lennep aus dem Nachlaß seines Großvaters, Karl Friedrich Eichhorn, im Jahre 1882 der hiesigen Bibliothek geschenkt hat. Wer der Adressat des Briefes ist, ist nicht ganz sicher. Redacteur der Gel. Anz. war zu jener Zeit J. G. Eichhorn; auf ihn würde kaum die Anrede passen, noch weniger daß von seinem Sohne als Herrn Hofrath Eichhorn die Rede ist. Sollte Benecke schon damals bei der Redaction mitbetheiligt gewesen sein? Die Recension betrifft Wiardas Ausgabe der Willküren der Brockmänner (Berlin 1820), die, seit wir Richthofens Edition in den Friesischen Rechtsquellen S. 151—181 besitzen, ihre Bedeutung verloren hat. Jacob Grimms Recension ist in den Gött. gel. Anzeigen und auch sonst nicht zum Abdruck gekommen, vermuthlich weil K. F. Eichhorn nicht den juristischen Theil der Recension schrieb, der ihm zugedacht war und Grimms Besprechung der sprachlichen Seite des Buches vorangehen sollte, auch wohl nicht die Auslegung zu billigen vermochte, die J. Grimm für die §§ 3 und 15 vorschlug. Von den Andeutungen des Begleitbriefes abgesehen, ergiebt sich das als wahrscheinlich theils aus dem Umstande, daß Grimms Hs. sich unter den Papieren K. Fr. Eichhorns gefunden hat, theils aus der Beschaffenheit der Recension, die nach Voranschickung der damals und noch lange hin in den G. G. A. üblichen Ueberschriftsform beginnt: p. p. Uebrigens befriedigt u. s. w. Die Recension, die, mag auch manches darin irrig und durch spätere Forschung, eigene und fremde, überholt sein, schon wegen ihrer zahlreichen rechtshistorischen Ausdrücke und der fortdauernden Zweifelhaftigkeit mancher der behandelten Stellen von Interesse bleibt, folgt unten unter Auslassung des Druckfehlerverzeichnisses und der Berichtigungen kleinerer Uebersetzungsfehler.

Ganz anderer Art sind die unter 2—4 folgenden Briefe. Wissenschaftliche Dinge werden nur gestreift; persönliche Angelegenheiten, litterarische und politische Interessen überwiegen durchaus. Die Briefe, die ich aus dem Nachlasse des Adressaten zum Geschenk erhalten habe, sind Antworten auf Glückwünsche zum Geburtstage, die Kraut in alter Anhänglichkeit an Jacob G. gerichtet hatte. Nr. 2 berührt einen Streit mit (dem 1883 in Hannover verstorbenen Archivar) Schaumann aus dem J. 1845, dessen Acten in Erklärungen J. Grimms in der Augsb. Allg. Ztg. und Schaumanns in der (Leipziger) Deutschen Allgm. Ztg. vorliegen, und den jetzt wiederaufzugraben um so weniger

gerathen erscheint, als Jacob Grimm selbst in dem Briefe das zutreffendste Wort über solche Streitigkeiten gesprochen hat. Am meisten Interesse verdient der Brief Nr. 3, da er sich mit einer bisher wenig besprochenen Angelegenheit, der Zurückberufung der Sieben, beschäftigt. Aus den Mittheilungen, welche Stobbe in seinem Aufsatze über Albrecht gemacht hat (Sep.-Abdruck aus: Im neuen Reich 1876 Nr. 27 u. 28 S. 14), ergiebt sich, daß Albrecht bei den Verhandlungen mit der hannoverschen Regierung im J. 1848 eine Rehabilitation der Sieben zur Bedingung gemacht hat. Weber hat sich ganz den von Albrecht gethanen Schritten angeschlossen. Uebrigens verdient noch die kleine den Curatorialakten entnommene Notiz, die bei Stobbe nicht mitgetheilt ist, der Erwähnung, daß das vom 8. April 1848 datirte Rescript, worin der König die Eröffnung von Verhandlungen mit Albrecht und Weber genehmigt, mit den in den dicksten Federzügen geschriebenen Worten signirt ist:

gestattet aber
nicht höhere Besoldung
E. A.

In diese für den Character des Königs Ernst August ungemein bezeichnende Clausel mußte sich das Ministerium zunächst fügen. Ministerialvorstand Braun schrieb noch am nemlichen Tage an Regierungsrath Bunsen nach Frankfurt: es hat zwar vorerst die Bevorwortung nicht vermieden werden können, daß keine höhere Besoldung als die frühere gewährt werden solle, womit namentlich Albrecht wohl kaum wieder zu gewinnen sein möchte. Gleichwohl kann uns dies nicht abhalten, Einleitungen zu treffen in der Hoffnung, auch die letzten möglichen Hindernisse doch endlich zu überwinden.

Was das Aeußere der nachstehenden Briefe angeht, so zeigt Nr. 1 (Brief und Recension) deutsche Schrift und den Gebrauch kleiner und großer Anfangsbuchstaben wie oben S. 4 bemerkt ist, die übrigen dagegen sind lateinisch geschrieben und gebrauchen große Anfangsbuchstaben nur für die Eigennamen und den Eingang von Perioden.

1.

Cassel 11 Juni 1821.

Hochverehrter Freund

Hier erscheine ich mit einigen Recensionen, beschämt, daß es so spät und noch mehr, daß es so schlecht geschieht. Ich hatte vergebens gehofft an diesem Pfingstfest wenigstens Zeit zu einer Reinschrift zu gewinnen. Entschuldigen Sie also gütig die unanständigen Concepte, ich bin mit Arbeiten und Schreibereien allzu überhäuft. Die Beurtheilung von Wiarda ist noch ein monstrum, welches Hr. Hofrath Eichhorn vorher illuminieren muß; ich habe § 3 und 15 mit veränderter Wortauslegung den Sinn des Ganzen angreifen müssen und bin dieserhalb unsicher; geht meine Auslegung nicht an, so möge er sie ganz streichen. Das Gesetzbuch hat aber viele solcher bedenklichen Stellen, wo es auf Folge und Zusammenhang des Ganzen ankommt; ohne große Weitläuftigkeit durfte ich mich damit nicht befassen.

An Büchern erfolgt beiliegend: Hammarsköld zwei Bände 8°.[1]) Johnstone 1. Bd. 4°. (die Bemerkung, daß es ein Buchhändlerbetrug sey, dient zu meiner Rechtfertigung und taugt wohl nicht zur Insertion)[2]). Katterfeld Asalehre 8°. (scheint ganz unbedeutend und wird besser mit Stillschweigen übergangen).

Unbestellt sind die Anzeigen des Streits über nord. Mythologie und des Hans v. Schweinichen[3]). Sollte letztere für die gelehrte Zeitung ungeeignet seyn, so bemühen Sie Sich mit keiner Zurücksendung, sondern zerreißen den Bogen.

Mit bekannter Verehrung

gehorsamst
Grimm.

Berlin

b. Reimer 1820. . . Willküren der Brockmänner, eines freyen friesischen Volkes hg. übers. und erläutert von Dr. Tilemann Dothias Wiarda.

P. P.

Übrigens befriedigt der um altfriesische Sprache und ihre Quellen seit langer Zeit (1786 erschien das Wörterbuch) verdiente Verfasser in der Behandlung des Textes, den er in manchen schwierigen Stellen glücklich und mit gelehrtem Scharfsinn bearbeitet hat, doch nicht überall. Weder die Sprachformen sind wie sie seyn sollten critisch hergestellt und gleichförmig durchgeführt, noch ist die Übersetzung von Dunkelheiten und Misverständnissen frei. Zurückführung der in keineswegs correcten und alten Hss. überlieferten Formen auf die reine friesische Grammatik fordert niemand; dazu sind die Regeln noch nirgends aufgestellt und der Mangel älterer, authentischer Quellen wird sie oft nur muthmaßlich aufstellen lassen. Allein manche offenbare Unrichtigkeiten hätte der Herausg. abändern und ausgleichen sollen, zur Erleichterung derer, die ihre Augen von seiner Übersetzung ab auf die Lesarten des Originals wenden wollen. Zwei Handschriften (die einzigen) standen ihm zu Gebot, beide pergamentern und vor der Mitte des 14. Jahrhunderts geschrieben; eine (vom Jahr 1345) gehörte dem ehmahligen Syndicus Oelrichs zu Bremen, aus dessen Verlassenschaft sie der Herausg. erstand[4]); die zweite vermuthlich etwas ältere war von Wichts Eigenthum, dessen Erben sie mittheilten[5]). Diesen von Wichti-

1) Die Recension von Hammarsköld, Svenska Vitterheten ist G. G. A. 1821 Juni 30 St. 104 gedruckt (Kl. Schr. 4 S. 154).

2) Zwei Bücher von J. Johnstone von 1786: antiquitates Celto-Normannicae und Celto-Scandicae wurden in Kopenhagen 1815 neu herausgegeben, vermuthlich nur mit einem neuen Titelblatte ausgestattet.

3) Jene bezieht sich auf Schriften von Thorkel Baden und Finn Magnussen diese auf Büschings bekannte Ausg. des Hans von Schweinichen. Beide Besprechungen wurden kurz darauf im Juli 1821 abgedruckt, St. 113; jetzt Kl. Schr. 4 S. 156 und 158.

4) Jetzt in der Königl. Bibliothek zu Hannover (v. Richthofen, Untersuchgn. über fries. Rechtsgesch. 1 S. 72).

5) Die Hs. war zur Zeit der Herausgabe von Richthofens fries. Rechtsquellen

schen Codex legt Hr. Wiarda mit Recht zum Grunde und zeigt die wichtigsten Abweichungen des seinigen in den Anmerkungen an; wir hätten auch anscheinend unwichtige reichlicher beigebracht gewünscht. Außer wahrscheinlich bloßen Druckfehlern stört Lesen und Verständnis zumahl das Schwanken zwischen den im Fries. genau unterschiedenen Consonanten v und w; so lese man häufig redjeva statt redjewa, warve statt warwe, erve statt erwe, wîve st. wîwe, greve st. grewe, drîva st. drîwa u. s. w., wofür ebensohäufig das richtige, mit v gleichbedeutende u gesetzt worden ist. Wer kann von einem nom. wîf einen Dat. wîwe ableiten? und wer sich helfen, wenn die Verwechslung schwierigere Wörter trifft? Formen wie nachtum und nachten (noctibus) stehen neben einander (§ 89), ferner bald liudem bald liuden (hominibus) weil der Schreiber einmahl seinem Original, das andremahl seiner späteren Aussprache folgte; in dergl. Fällen hätte überall die ältere, vollere Form Vorzug verdient und so in unzähligen Kleinigkeiten. Niemand würde etwas dawider haben, wenn Unsicherheiten und Fehler der späteren Abschrift verständig beseitigt und getilgt worden wären. Des Schwankens zwischen ng und nfz; k und fz; ist kein Ende und verfehlte Stellen der Übersetzung zeigen, daß Hr. Wiarda selbst mit dem Verhältnis dieser Formen nicht genug vertraut war. Alle Dunkelheiten des Textes wird erst ein genaueres Studium der Rechtsformeln des altfries. und sächs. Rechts aufhellen können; wir begnügen uns dem Herausg. und seinen Nachfolgern einige Berichtigungen und Zweifel mitzutheilen, die sich doch mehr auf einzelne Ausdrücke beschränken, als auf die Fassung ganzer Sätze einlassen können, was hier zu weit führen würde. § 3 überträgt Hr. W. meide durch Geschenk und erklärt die ganze Stelle von Bestechung der Richter; es ist aber schon auffallend, daß eine lessa und mâra meide (minor et major) unterschieden und wenn es hernach heißt; thi clagere besvere sine meide gezwungen gedeutet wird: der Kläger beschwöre sein Geschenk, (das von ihm angegebene, womit die Gegenpartei bestochen hat!) Grammatisch vermag meide durchaus nicht das hochd. Miethe (donum) zu seyn, das fries. nur mêde heißen kann oder mide (Asegabuch pag. 13). Im Angelsächs. bedeutet aber mägdhe tribus, ordo, familia, generatio und wie däg (dies) sich zum fries. dei, scheint sich jenes zu meide zu verhalten. Auch die weiter im § 3 stehenden Ausdrücke berninge und sibbe lehren, daß hier wohl von einer Unfähigkeit des Richters wegen Verwandtschaft mit der Partei gehandelt wird? Indessen kehrt das Wort § 115 wieder, meythe und meyde geschrieben; daß es hier canon bedeute, scheint aus der ostfries. Gesch. 3, 601 hervorzugehen; diesen Begriff aus dem obigen ordo zu leiten (wie tribus und tributum nahe liegen) fällt nicht schwer und vielleicht bietet das Angelsächs. Parallelstellen dar. Vielleicht aber ist auch § 3 von solch einem canon die Rede, da ein Zusatz des Cod. O bei dem Ausdruck werna ebenfalls zwischen lessa und mâra unterscheidet. — Bei dem Ausdruck lidza gersfelle (§ 9. 189. 217. 219.) humi jacere und wie unser heutiges zu Boden liegen, sowohl wörtlich als abstract für: in Ruhe liegen, abgethan seyn — muß man nur wissen, daß gersfelle ein Adj. sey. Gras steht in der alten Sprache oft für Erde, Grund und Boden. — § 23 alsâ-dên heißt nicht also dann, sondern itafactus, sogethan; der Sinn der ganzen Phrase: so trete dasselbe Recht ein, vgl. den Schluß von § 21, wo und

(1840) verschollen (Rqu. S. XV), hat sich aber nachher in Oldenburg wiedergefunden (Untern. S. 72); Richthofen setzt sie ins Ende des 13. Jahrh.

anderwärts richtig übersetzt worden ist. — § 15 wird bemerkt: »das Wort hane oder hana bedeute bald den Beleidigten (Kläger) bald den Verbrecher (Schuldner)«. Vorerst kann es nur hâna (im Nom. u. allen Casibus Sing.) heißen, nie hâne (welches im vorliegenden § zweimahl zu bessern, da schwerlich ein Unterschied zwischen hâne, laedens und hâna, laesus stattfindet; las hier der oelrich. Cod. auch beidemahl e statt a?); dann aber ist die erste Bedeutung gültig, die zweite gerade entgegengesetzte unerweislich[1]), hâna ist der pauper, laesus, vilis (vgl. Otfried III 20, 231 hôno, afflictus und V 25, 118 unhôno, inculpatus). Nach welchem Sinn wäre im Text der Schuldige gemeint? Die ganze Vorschrift scheint zum Vortheil des Armen, vielleicht nicht nothwendig des Beschädigten; wir verstehen sie so: die Talemen dürfen keine Gerichtsgebühr, Sportel (brecma, Singul.) vom Armen binnen Monat und Tag nehmen oder verfallen selbst in zwei höchste Marken. Thun sies doch, so sollen die alsdann waltenden Radjeven den brecma wieder beitreiben und dem Armen in die Hand zurückstellen (withe-drîva und tha hâna (Dativ; der Nom. würde im Artikel thi fordern) withe inna tha hond); weder heißt withen Brüche entrichten, noch inna tha hond sogleich; withe driva kommt öfter vor, z. B. § 106. — § 27 hei nicht Heu, sondern Hag, angels. hâg. — § 32 sumêdre[2]) nicht Schwester, sondern (frater) uterinus, isländ. sammoedra, d. i. von derselben Mutter. — § 45. 148 hôd up stêta den Hut aufstoßen. In der alten Sprache heißts: die Fahne, das Banner aufstoßen (Herzog Ernst 741. Tristan 11584. 6219. Wilh. 1, 81[b]); heutzutage sagt man freilich aufrichten, aufstecken, nur ist das nicht wörtlich übersetzt. Analog damit § 29. 30. 31 brond oder glêde onstêta, Brand oder Feuer anstoßen (Trist. 826 u. s. w.) — 8. 59 hexna mith wald and mith bi sette heye führt unsern Hg. wieder auf Heu; es wird aus der Geschichte der alten Zaubereien zu erläutern seyn und sich auf die sogenannten Ligaturen beziehen; mith bisette hei[3]), mit einem beigesetzten Stock, Zaun, von hei, angels. hâg; der Bezauberung durch Heu geschieht nirgends Meldung. Möglich, daß selbst das vielgedeutete Wort Hexe (angels. hâgtis) mit diesem hâg zusammenhienge. — § 90. 107. 108 boldbreng Dat. boldbrensze, richtig Aussteuer, Mitgift gegeben, aber fälschlich mit bodel (buteil) zusammengestellt; es ist das ags. bold (domicilium) und bezeichnet das was die Frau dem Manne ins Haus bringt; vgl. §. 117. 118 utbelde. — § 132. 133 incorrect bald freta bald frethe geschrieben; wie wenn thi frêtha das althochdeutsche freideo (profugus gloss. hrab. 972[b] gl. jun. 184), der im folg. § urthingad heißt, und thi frethe (Friedensbruchgeld) ganz davon verschieden wäre? — § 152 gabbia soll sich in keinem germanischen Wörterbuche finden; Hr. W. schlage nur Lye-Manning und Biörn Haldorson auf, im sächs. und nord. heißt gabbjan, gabba deludere, illudere (und in den roman. Sprachen gabbar, gaber); es mag nur hier einen strengern Sinn haben, gerade wie höhnen ebenfalls verachten (mit Schmach bedecken, von der Wurzel Hohn, d. i. exiguitas, paupertas) bedeutete s. oben zu § 15. — § 183 hlenszene soll Länge heißen! nie hatte die Wurzel lang vorstehendes h. Man übersetze: Gelenke isl. hleckr, dän. länke. — § 198 effivene verstehen wir auch nicht; henszebên aber ist, was in deut-

1) Vgl. dagegen Rechtsalterth. S. 622 und Richthofen, Fries. Wörterb. S. 796.

2) Die Lesart zweifelhaft, wahrscheinlich sundre Richthofen, Rqu. S. 154 und Wb. S. 1055.

3) Richthofen, Rqu. S. 159 N. 46. Grimm Mythol. S. 586. (1. Aufl.)

scher Mundart hengebein. — § 204 inruezeˡ) dêde, § 211 inruesza dêda schwerlich verstanden, aber der Lesart müßte man gewiß seyn; rathen läßt das § 211 folgende inur wach auf inurwesza, inwendige; mit renda, rend ist kein Zusammenhang möglich. — § 210 strichalt nicht: straucht, überhaupt kein Verbum, sondern ein Adj. und stric-halt, stricklahm bedeutend. — § 219 stehen bogere und selsketta neben einander, jenes richtig durch Bogenschütze, dieses unrichtig durch Gesellschaft (!) übertragen. Es heißt balistarius (Geschützmeister) und wird selvsketta zu lesen seyn, s. gl. doc. 234ᵇ selpscoz (balista). — Es wäre auch für das Studium der fries. Sprache zu wünschen, daß die übrigen ungedruckten (in der Vorrede zum Asegabuch verzeichneten) Landrechte herauskämen; sie könnten (ohne beigefügte Übersetzung und Noten, wodurch dergl. Unternehmungen sich in die Länge zu ziehen pflegen) wohl in einem Octavbande versammelt werden.

2.

Berlin 13 febr. 1848.

Lieber Kraut,

ich brächte Ihnen meinen Dank für Ihren treuwiederholten glückwunsch nicht so spät, wenn ich nicht verlegen gewesen wäre das zu beantworten, was Sie mir von Schaumann meldeten, und ich weiß immer noch nicht was ich schreiben soll. Sie trauen mir gewis zu daß ich versöhnlich, weichherzig und fähig bin den werth eines entgegenkommens noch mehr zu fühlen als zu erkennen. Allein ich wünsche ebenso sehr, daß die sache nunmehr liegen bleibe und Sch. nicht daran denke sie irgendwo wieder aufzurühren; er gehe von mir ungeirrt seine wege, gefällt ihm etwas in meinen arbeiten, soll mirs lieb sein, misfällt ihm daran, bin ich auch sehr getröstet. Die bücher sind so manigfalt und das leben ist so kurz, was sollen sich die menschen zanken?

Was Sie vom guten Lücke schreiben hat uns alle betroffen gemacht; so frühe abnahme seiner leiblichen kraft hätte ich nicht geglaubt. Vielleicht aber bessert oder hat er sich schon gebessert. Die Luise Eschwege höre ich ist jetzt dort, ihre schwester Linchen²) hält es seit dem herbst hier mit uns aus, wird aber nun bald wieder heimkehren.

Leider muß ich melden, daß Wilhelm schon 14 tage bettlägerig ist, an der grippe und dem was sich dazu gesellte, doch läßt es sich zur besserung an. Dortchen und ich wir grüßen Sie und die Ihrigen von ganzem

herzen

Jacob Grimm.

---

1) Jetzt kl. Schr. 7 S. 26.

2) Schwestertöchter der Frau Wilhelm Grimms.

Die Lübecker Verhandlungen werden diesmal schneller gedruckt und bald erscheinen [1]). Richthofen hat sein jüngstes kind verloren.

3.

Berlin 7 jan. 1849.

Lieber Kraut,

ich danke Ihnen herzlich für die mir zu meinem geburtstage erneuerte versicherung Ihrer freundschaft und anhänglichkeit. unter allen Göttingern sind Sie und Ritters uns am treusten geblieben.

Unsre Göttinger angelegenheit muste freilich bei den ereignissen des vorigen jahrs in den gedanken wieder vortreten. es hat sich die schwäche der menschlichen natur an ihr von neuem bewährt; statt die dargebotnen anlässe zu ergreifen und festzuhalten, hat man sie versäumt und sich bei voraussetzungen beruhigt, die sich bald als grundlos auswiesen. Ewald kam diesen herbst zu mir nach Frankfurt, nicht um unsre nationalversamlung, die er verachtete, zu besuchen sondern um bei Dahlmann und mir zu erkundigen, ob wir doch auch nach Göttingen zurückberufen seien? als ich ihm erklärte von einem solchen antrag nicht das geringste zu wissen, schien er befremdet. Welche vorbehalte Albrecht und Weber, bei der unterhandlung mit ihnen, gemacht haben, ist mir unbekannt, Weber war neulich hier, traf mich aber im bett und ich konnte ihn nicht befragen. In solchen dingen pflegt man seinen eignen maßstab auch an andere zu setzen. ich muß sagen, wenn mir ein solcher antrag gekommen wäre, würde ich nur unter der bedingung darauf eingegangen sein, daß allen meinen genossen dasselbe recht widerführe. denn hier handelt es sich weder um einen ruf im eigentlichen sinn, noch um die unwahrscheinlichkeit, daß die zurückgerufnen kommen werden, sondern bloß um zurücknahme einer ungerechten maßregel, erfolge nachher was da wolle. Diese restitution gebührte uns allen und unsrer ehre, das ministerium Stüve würde sich durch deren vorschlag in der öffentlichen meinung gefördert, nicht zurückgesetzt haben. Haben Ewald, Weber und Albrecht auf diese gebührende genugthuung nicht unterhandelt, so ist dadurch ihre eigne beträchtlich geschwächt, die unsrige der übrigbleibenden wiederum hintertrieben worden. Was für sie weiter noch versucht werden kann muß überlegt werden.

Es ist wahr, Hannoveraner und Kurhessen haben ihren fürsten

1) Verhandlungen der zweiten, zu Lübeck Ende September 1847 abgehaltenen Germanistenversammlung. Ueber das verspätete Erscheinen der Verhandlungen der Frankfurter Versammlung vom Jahre zuvor war lebhaft in Lübeck geklagt worden (Verhdlgn. S. 51).

voriges jahr große treue erwiesen, obgleich wenig andere deutsche völker solches unrecht erfahren hatten. mögen beide auch der sache der freiheit ebenso fest anhängen. unter den hannov. abgeordneten in Frankfurt (natürlich abzurechnen Freudentheil und Grumbrecht) habe ich aber auch wenig deutsche gesinnung, fast nur sinn für particularismus wahrgenommen; anders war es schon mit den Braunschweigern.

Sie sagen kein Wort von Lücke. die gefahr muß ihm doch ferner stehn, da sie seit einem jahr nicht vorgerückt ist. Auch melden Sie nichts von dem eindruck, den Ewald mit seiner frau gemacht hat, noch von dem erfolg seiner vorlesungen.

An Sie und die Ihrigen von uns insgesamt die freundschaftlichsten grüße

Jacob Grimm.

4.

Lieber Kraut,

Das neue jahr, wozu Sie mir in gewohnter weise mit alter freundschaft glück wünschen, hat es nicht schwer, wenn es sich ein wenig bessern will gegen das vorige unter aller critik schlechte und verderbliche. wir wollen den hofnungen, die ewig keimen, ihre zarten spitzen nicht abbrechen, die ganz verkrochen unter dem wuchernden unkraut des bösen stehn.

In diesen tagen sind Ihren augen die Oestreicher leiblich vorgetreten, als knabe sah ich sie oft durch unser ländchen ziehen, das jetzt schwerer von ihnen heimgesucht wurde. Der Schleswiger und Jütische feldzug hatte Deutsche aus allen gegenden einander näher gebracht; ihr zug gegen Hessen und Schleswig wird die herzen wieder feindlich trennen, und erinnerungen hinterlassen, die sich schwer verwischen. so gute mannszucht, höre ich, haben die Baiern in Hessen gehalten, daß einer ihrer officiere von seinen eignen soldaten in ein bettuch gewickelt und gestriegelt wurde. einen hessischen unterofficier, der an den Düppeler schanzen bairische soldaten gerettet und dafür einen bairischen orden empfangen hatte, haben sie in Hanau meuchlings angefallen, so daß er wahrscheinlich sterben muß.

Von was anderm.

Sie kommen nicht dazu mir etwas über meine vorrede zur lex Salica zu sagen, worin ich mich gegen Pardessus, Leo und Waitz erkläre[1]). Waitz ist so recensionsfertig, daß er sich ohne zweifel bald auch über diese sache vernehmen lassen wird.

Ich habe im letzten jahr fast nur kleinigkeiten zu stande ge-

1) Vorrede zu Merkels Ausgabe der lex Salica, die eine selbständige Abhandlung über die malbergische Glosse enthält (Berlin 1850).

bracht, untersuchungen über das verbrennen der leichen, und über den ursprung der sprache[1]), die Ihnen beide fern liegen. die academie zieht leicht auf nebenwege ab.

Sonst sind wir alle nur leidlich gesund und kaum vergeht eine woche, daß nicht eins zu klagen hätte. Ich soll aber herzlich grüssen, Sie und die Ihrigen von uns allen.

Von Stüve mag ich nichts mehr hören. wie manches von dem was man sonst hoch hielt ist abgefärbt worden und verschwunden.

Ihr

Jac. Grimm.

Berlin am 13 jan. 51.

einlage an Bertheau.

1) Jetzt kl. Schr. 2 S. 211 u. 1 S. 255.

Die optischen Eigenschaften sehr dünner Metallschichten.

Von

W. Voigt.

Beobachtungen über das optische Verhalten sehr dünner Metallschichten sind hauptsächlich von Herrn Quincke[1]) angestellt worden. Sie betreffen die elliptische Polarisation der reflectirten und durchgegangenen Wellen wenn lineärpolarisirtes Licht auffällt, d. h. also das Verhältniß der Amplituden und die Differenz der Verzögerungen der parallel und senkrecht zur Einfallsebene schwingenden Componenten, auch in gewissen Fällen diese Amplituden und Verzögerungen selbst. Hauptsächlich die auf letztere bezüglichen Resultate sind so absonderlich und scheinbar in sich widerspruchsvoll, daß sie noch bis in neuste Zeit als unerklärlich angesehen worden sind[2]).

Die in Betracht kommenden Hauptpunkte sind folgende.

Beobachtungen mit dem Jamin'schen Interferentialrefractor[3]) haben sicher gestellt, daß die Verzögerung, welche eine Welle beim Durchgang durch dünne Silber- und Goldblättchen erfährt, geringer ist, als die dem gleichen Wege in Luft entsprechende[4]). Hier-

1) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 119, p. 368; Bd. 120, p. 599, 1863; Bd. 129, p. 177, 1866; Bd. 142, p. 186, 1871.

2) S. z. B. Wüllner, Physik Bd. II, p. 557, 1883.

3) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 119, p. 382, Bd. 120, p. 602, 1863.

4) Daß einzelne Präparate sich anders verhielten, ist nach Herrn Wer-

aus schloß Hr. Quincke daß in Uebereinstimmung mit den Resultaten der Cauchy'schen Theorie der Metallreflexion für diese beiden Metalle der Brechungscoefficient kleiner als Eins sein müßte. Aber an diesem Schluß wurde er später irre durch die Bemerkung, daß der Werth der beobachteten Differenz der Verzögerungen größer ist, als die ganze Verzögerung in Luft, woraus man auf einen »unmöglichen, nämlich negativen Brechungscoefficienten« schließen müßte [1]), wenn man nicht annehmen wollte, »daß beim Eintritt oder Austritt an der Grenze Metall-Luft eine Beschleunigung stattfände [2])«. Herr W. Wernicke [3]) hat sich später ebenfalls gegen die Folgerung erklärt, daß die Brechungsindices für Gold und Silber kleiner als Eins wären und aus Beobachtungen über die Absorption des Lichtes in Silberlamellen einen Werth des Brechungscoefficienten zwischen 3 und 5 geschlossen. Dieser Schluß ist zwar unrichtig, denn er basirt darauf, daß wenn bei normalem Durchgang durch eine Schicht die resultirende Amplitude proportional mit $e^{-\nu}$ ist, sie bei schiefem proportional mit $e^{-\frac{\nu}{\cos r}}$ wäre, wo r den Brechungswinkel bezeichnet, und dies ist eine durchaus willkürliche Annahme, aber jedenfalls ist die erwähnte Quincke'sche Beobachtung hinsichtlich ihrer Deutung noch bestritten und es scheint an der Zeit den Vorgang mit der Theorie zu verfolgen und womöglich aufzuklären.

Minder zweifelhaft ist ein andrer Punkt. Herr Quincke hat an keilförmigen sehr dünnen Metalllamellen sowohl im reflectirten als im durchgegangenen Lichte abwechselnde Maxima und Minima der Intensität beobachtet und erklärt sie für sog. Newton'sche Farbenstreifen [4]). Gegen diese Erklärung nimmt aber schon die bloße Betrachtung der Messungen an diesen Streifen ein, aus welchen Herr Quincke Brechungscoefficienten des Silbers zwischen 6 und 12 ableitet; denn dieselbe Farbe zeigte sich an verschiedenen Präparaten bei durchaus verschiedenen Dicken der Schicht, die bei Silber für das dritte Minimum von 0,036^{mm} bis 0,061^{mm} variirten. In der That hat später Herr Wernicke [5]) beobachtet, daß bei den chemisch niedergeschlagenen keilförmigen Metallschichten dickere und

---

nicke's werthvollen Untersuchungen nicht durch eine besondere Modification sondern ganz einfach durch ein nicht vollständig dichtes Gefüge des Niederschlags zu erklären. (Vgl. W. Wernicke; Pogg. Ann. Ergbd. 8, p. 78 u. f. 1878).

1) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 129, p. 187, 1866.
2) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 142, p. 186, 1871.
3) Wernicke, Pogg. Ann. Bd. 155, p. 94, 1875.
4) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 129, p. 185 u. f. 1866.
5) Wernicke, Fortschritte d. Phys. Bd. 27, p. 420. 1876.

dünnere Stellen mit einander abwechselnd auftreten, daß diese dickeren Stellen wegen geringerer Durchsichtigkeit mehr Licht reflectiren als die dünneren und demgemäß im reflectirten Licht die Maxima, im durchgelassenen die Minima hervorbringen. Da Herr Quincke in den 8 Jahren, die seit Herrn Wernicke's Mittheilungen verflossen sind, meines Wissens nicht geantwortet hat, so darf man wohl annehmen, daß er mit dieser Erklärung einverstanden ist. Für die Theorie bleibt also in dieser Hinsicht nur die Frage zu beantworten, ob und warum die Metalle die Newton'schen Farben nicht zu zeigen vermögen.

Endlich erscheint es wünschenswerth Gesetze abzuleiten, welche die Beobachtungen über die elliptische Polarisation des durchgegangenen Lichtes mit der Theorie zu vergleichen gestatten, soweit das bei der sehr unsichern Bestimmung der Dicke der benutzten Metallschichten und dem Mangel an sicheren Constanten für die Substanzen durchführbar ist.

Die früher von mir entwickelte Theorie der Absorption des Lichtes in isotropen Medien [1]) hat u. A. die Resultate ergeben, daß eine ebene Welle mit durchweg gleicher Amplitude sich nach dem Gesetze für die Verrückung fortpflanzt:

$$\text{1a.} \qquad u = Ae^{-\frac{xz}{\tau\omega_1}} \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{s}{\omega_1} + \vartheta_z\right),$$

wo ω_1 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und x der Absorptionsindex sich durch die Constanten A_1, M_1, b und c des Mediums ausdrücken gemäß den Gleichungen [2]):

$$\text{1b.} \qquad \begin{aligned} M_1\omega_1^2 &= A_1(1-x^2) + 2xc_1 \\ b_1\omega_1^2 &= 2xA_1 - c_1(1-x^2), \end{aligned}$$

worin $c_1 = c/\tau$, $b_1 = b.\tau$ und $2\pi\tau = T$, d. i. gleich der Schwingungsdauer ist.

Eine ebene Welle mit nicht constanter, sondern in gewisser Weise variirender Amplitude giebt die allgemeinere Lösung:

$$\text{2a.} \qquad u = Ae^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}} \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 s}{\omega_1} + \vartheta_z\right),$$

worin gilt [3]):

$$\text{2b.} \qquad \begin{aligned} 1 - x^2 &= \alpha_1^2 - \beta_1^2 + \gamma_1^2 \\ x &= \beta_1\gamma_1. \end{aligned}$$

1) W. Voigt, Gött. Nachr. Nr. 6, p. 137. 1884.
2) l. c. p. 141.
3) l. c. p. 144.

Die Gesetze der Reflexion und Brechung, im Falle aus einem durchsichtigen Medium eine ebene Welle auf die ebene Grenze (gegeben durch $z = 0$) des absorbirenden auffällt, drückten sich bei Einführung der Abkürzungen:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_s &= \frac{A_1\gamma_1 + c_1\beta_1}{M\omega_1^2\gamma_1} & \delta_s &= \frac{c_1\gamma_1 - A_1\beta_1}{M\omega_1^2\gamma_1} \\ \sigma_p &= \frac{\gamma_1(M_1\gamma_1 + b_1\beta_1)}{M(\gamma_1^2+\beta_1^2)} & \delta_p &= \frac{\gamma_1(M_1\beta_1 - b_1\gamma_1)}{M(\gamma_1^2+\beta_1^2)} \end{aligned}\right| \quad 3.$$

bequem durch die Hülfswinkel μ_s, ν_s, μ_p, ν_p aus, die definirt waren durch [1]):

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\mu_s &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma + \alpha_1\gamma_1\sigma_s} & \operatorname{tg}\nu_s &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma - \alpha_1\gamma_1\sigma_s} \\ \operatorname{tg}\mu_p &= \frac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1 + \alpha_1\gamma\sigma_p} & \operatorname{tg}\nu_p &= \frac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1 - \alpha_1\gamma\sigma_p}. \end{aligned}\right| \quad 4.$$

Hierin ist α der Sinus, γ der Cosinus des Einfallswinkels, α_1 daraus bestimmt durch $\alpha : \alpha_1 = \omega : \omega_1$ worin ω, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im durchsichtigen Medium, durch dessen Constanten M und A gegeben ist:

$$M\omega^2 = A;$$

aus α_1 folgt dann nach (2b) β_1 und γ_1. Für die reflectirten (R) und gebrochenen (D) Amplituden senkrecht (s) und parallel (p) der Einfallsebene, welche als XZ Ebene gedacht ist, folgten dann die Werthe:

$$\left.\begin{aligned} R_s' &= \frac{\sin\mu_s\cos(\mu_s+\nu_s)}{\sin\nu_s}E_s, & R_s'' &= -\frac{\sin\mu_s\sin(\mu_s+\nu_s)}{\sin\nu_s}E_s \\ D_s' &= \frac{\cos\mu_s\sin(\mu_s+\nu_s)}{\sin\nu_s}E_s, & D_s'' &= -\frac{\sin\mu_s\sin(\mu_s+\nu_s)}{\sin\nu_s}E_s \\ R_s^2 &= R_s'^2 + R_s''^2 = E_s^2\left(\frac{\sin\mu_s}{\sin\nu_s}\right)^2 \\ D_s^2 &= D_s'^2 + D_s''^2 = E_s^2\left(\frac{\sin(\mu_s+\nu_s)}{\sin\nu_s}\right)^2, \end{aligned}\right| \quad 5.$$

wenn gesetzt ist die Verrückung für die einfallende Welle:

$$v_s = E_s\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x + \gamma z}{\omega}\right),$$

für die reflectirte und gebrochene:

---

1) l. c. p. 147 und 151.

$$v_r = R_s' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right) + R_s'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right)$$

$$v_1 = e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left[D_s' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right) + D_s'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right];$$

ferner:

6.
$$\left|\begin{array}{l} R_p' = \dfrac{\sin\mu_p \cos(\mu_p + \nu_p)}{\sin\nu_p} E_p, \qquad R_p'' = -\dfrac{\sin\mu_p \sin(\mu_p + \nu_p)}{\sin\nu_p} E_p \\ D_p' = \dfrac{\gamma}{\gamma_1} \cdot \dfrac{\cos\mu_p \sin(\mu_p + \nu_p)}{\sin\nu_p} E_p, \quad D_p'' = -\dfrac{\gamma}{\gamma_1} \cdot \dfrac{\sin\mu_p \sin(\mu_p + \nu_p)}{\sin\nu_p} E_p \\ R_p^2 = R_p'^2 + R_p''^2 = E_p^2 \left(\dfrac{\sin\mu_p}{\sin\nu_p}\right)^2 \\ D_p^2 = D_p'^2 + D_p''^2 = E_p^2 \left(\dfrac{\gamma}{\gamma_1}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{\sin(\mu + \nu_p)}{\sin\nu_p}\right)^2, \end{array}\right.$$

wenn ähnlich, wie oben, gesetzt ist für die Componente parallel der X-Axe:

$$u_s = E_p \gamma \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x + \gamma z}{\omega}\right)$$

$$u_r = R_p' \gamma \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right) + R_p'' \gamma \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right)$$

$$u_1 = e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}} \gamma_1 \left[D_p' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right) + D_p'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right].$$

und hieraus w_s, w_r, w_1 gemäß der Relation

7.
$$\left|\quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.\right.$$

bestimmt wird.

Diese Formeln sind behufs Vergleichung mit den für eine Schicht eines beliebigen absorbirenden isotropen Mediums gültigen vorangestellt, zu deren Ableitung wir nunmehr übergehen.

Das durchsichtige Medium (0), in welchem sich die einfallende Welle befindet (z. B. Luft) erstrecke sich von $z = -\infty$ bis $z = 0$; auf dasselbe beziehen sich die Buchstaben ohne Index (z. B. α, γ, A, ω, u, v, w). Das zweite, absorbirende (1) erstrecke sich von $z = 0$ bis $z = l$; für dasselbe gelte der untere Index 1 (z. B. in α_1, γ_1, A_1, ω_1, u_1, v_1, w_1). Das dritte, wiederum durchsichtige (2) reiche von $z = l$ bis $z = \infty$ und die auf dasselbe bezüglichen Größen seien durch den obern Index $'$ ausgezeichnet (z. B. α', γ', A', ω', u', v', w').

I. Ich betrachte zuerst die Componenten normal zur Einfalls- d. h. der XZ-Ebene.

Im ersten Medium ist $v = v_e + v_r$,
im zweiten $v_1 = v_\delta + v_\varrho$,
im dritten $v' = v_d$, und zwar sei:

$$\left.\begin{aligned}
v_e &= E_s \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x + \gamma z}{\omega}\right)\\
v_r &= R_s' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right) + R_s'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right)\\
v_\delta &= e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left(\Delta_s' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right) + \Delta_s'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right)\\
v_\varrho &= e^{+\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left(P_s' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right) + P_s'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right)\\
v_d &= D_s' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\right) + D_s'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\right).
\end{aligned}\right| \quad 8.$$

Die Grenzbedingungen sind

$$\left.\begin{aligned}
&\text{für } z = 0\text{: } \overline{v} = \overline{v_1},\ A\overline{\frac{\partial v}{\partial z}} = A_1\overline{\frac{\partial v_1}{\partial z}} + c\overline{\frac{\partial^2 v_1}{\partial z \partial t}}\\
&\text{für } z = l\text{: } \overline{v_1} = \overline{v'},\ A_1\overline{\frac{\partial v_1}{\partial z}} + c\overline{\frac{\partial^2 v_1}{\partial z \partial t}} = A'\overline{\frac{\partial v'}{\partial z}}.
\end{aligned}\right| \quad 9.$$

Die sehr complicirten Resultate dieser Gleichungen schreibe ich unter Anwendung der früheren und einiger neuer Hülfsgrößen:

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_s &= \frac{c_1\beta_1 + A_1\gamma_1}{\gamma_1 M\omega_1^2}, \qquad \delta_s = \frac{c_1\gamma_1 - A_1\beta_1}{\gamma_1 M\omega_1^2}\\
\operatorname{tg}\mu_s &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma + \alpha_1\gamma_1\sigma_s}, \qquad \operatorname{tg}\nu_s = \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma - \alpha_1\gamma_1\sigma_s}\\
\operatorname{tg}\mu_s' &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha'\gamma' + \alpha_1\gamma_1\sigma_s}, \qquad \operatorname{tg}\nu_s' = \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha'\gamma' - \alpha_1\gamma_1\sigma_s}\\
&\frac{l\beta_1}{\tau\omega_1} = k, \qquad \frac{l\gamma_1}{\tau\omega_1} = h.
\end{aligned}\right| \quad 10.$$

Man erhält für die beobachtbaren Größen R und D, deren Werthe ich allein mittheile:

11.

$$\Pi_s R_s' = E_s\left[\left(\sin^2\nu_s' e^{+2k} + \sin^2\mu_s' e^{-2k}\right)\sin\mu_s\sin\nu_s\cos(\mu_s+\nu_s)\right.$$
$$\left. - (\sin^2\nu_s + \sin^2\mu_s)\sin\mu_s'\sin\nu_s'\cos(h+\mu_s'+\nu_s')\right]$$

$$\Pi_s R_s'' = -E_s\left[\left(\sin^2\nu_s' e^{+2k} - \sin^2\mu_s' e^{-2k}\right)\sin\mu_s\sin\nu_s\sin(\mu_s+\nu_s)\right.$$
$$\left. - (\sin^2\nu_s - \sin^2\mu_s)\sin\mu_s'\sin\nu_s'\sin(h+\mu_s'+\nu_s')\right]$$

$$\Pi_s D_s' = -E_s\sin(\mu_s+\nu_s)\left[\sin\nu_s\sin\nu_s'\left(\sin\mu_s'\cos(h+\mu_s+\mu_s'+\nu_s') - \sin\nu_s'\cos(h+\mu_s)\right)e^{+k}\right.$$
$$\left. + \sin\mu_s\sin\mu_s'\left(\sin\nu_s'\cos(h+\nu_s+\mu_s'+\nu_s') - \sin\mu_s'\cos(h+\nu_s)\right)e^{-k}\right]$$

$$\Pi_s D_s'' = +E_s\sin(\mu_s+\nu_s)\left[\sin\nu_s\sin\nu_s'\left(\sin\mu_s'\sin(h+\mu_s+\mu_s'+\nu_s') - \sin\nu_s'\sin(h+\mu_s)\right)e^{+k}\right.$$
$$\left. - \sin\mu_s\sin\mu_s'\left(\sin\nu_s'\sin(h+\nu_s+\mu_s'+\nu_s') - \sin\mu_s'\sin(h+\nu_s)\right)e^{-k}\right],$$

darin ist:

$$\Pi_s = \sin^2\nu_s\sin^2\nu_s' e^{+2k} + \sin^2\mu_s\sin^2\mu_s' e^{-2k}$$
$$- 2\sin\mu_s\sin\nu_s\sin\mu_s'\sin\nu_s'\cos(2h+\mu_s+\nu_s+\mu_s'+\nu_s')$$

II. Ebenso nun die Componenten parallel der Einfallsebene. Es sei wiederum:

12.

$$u = \gamma(r_e + r_r), \qquad w = -\alpha(r_e - r_r)$$

$$r_e = E_p\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x + \gamma z}{\omega}\right)$$

$$r_r = R_p'\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right) + R_p''\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right)$$

$$u_1 = u_\delta + u_\varrho, \qquad w_1 = w_\delta + w_\varrho$$

$$u_\delta = e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\gamma_1\left(\Delta_p'\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right) + \Delta_p''\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right)$$

$$u_\varrho = e^{+\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\gamma_1\left(P_p'\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right) + P_p''\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right)$$

$$w_\delta = -e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\frac{\alpha_1\gamma_1}{\beta_1^2+\gamma_1^2}\left((\Delta_p'\gamma_1 - \Delta_p''\beta_1)\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right.$$
$$\left. + (\Delta_p'\beta_1 + \Delta_p''\gamma_1)\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right)$$

$$w_\varrho = e^{+\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\frac{\alpha_1\gamma_1}{\beta_1^2+\gamma_1^2}\left((P_p'\gamma_1 - P_p''\beta_1)\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right.$$
$$\left. + (P_p'\beta_1 + P_p''\gamma_1)\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right)$$

$$u' = \gamma' r_d, \qquad w' = -\alpha' r_d$$

$$r_d = D_p' \sin\frac{1}{\tau}\Big(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\Big) + D_p'' \cos\frac{1}{\tau}\Big(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\Big). \qquad 12.$$

Die Grenzbedingungen sind

$$\text{für } z = 0: \quad u = u_1, \qquad Mw = M_1 w_1 - b\tau^2 \frac{\partial w_1}{\partial t}$$

$$\text{für } z = l: \quad u_1 = u', \qquad M_1 w_1 - b\tau^2 \frac{\partial w_1}{\partial t} = M' w'. \qquad 13.$$

Durch Einsetzen von $M = M_1 = M'$ und $b = 0$ giebt dies die gewöhnliche Neumannsche Form, die bei der nummerischen Berechnung unten vorausgesetzt ist.

Folgende Abkürzungen führe ich wiederum ein:

$$\frac{\gamma_1(M_1\gamma_1 + b_1\beta_1)}{M(\gamma_1^2 + \beta_1^2)} = \sigma_p, \qquad \frac{\gamma_1(M_1\beta_1 - b_1\gamma_1)}{M(\gamma_1^2 + \beta_1^2)} = \delta_p$$

$$\operatorname{tg}\mu_p = \frac{\alpha_1\gamma\,\delta_p}{\alpha\gamma_1 + \alpha_1\gamma\sigma_p}, \qquad \operatorname{tg}\nu_p = \frac{\alpha_1\gamma\,\delta_p}{\alpha\gamma_1 - \alpha_1\gamma\sigma_p}$$

$$\operatorname{tg}\mu_p' = \frac{\alpha_1\gamma'\delta_p}{\alpha'\gamma_1 + \alpha_1\gamma'\sigma_p}, \qquad \operatorname{tg}\nu_p' = \frac{\alpha_1\gamma'\delta_p}{\alpha'\gamma_1 - \alpha_1\gamma'\sigma_p} \qquad 14.$$

$$\frac{l\beta_1}{\tau\omega_1} = k, \qquad \frac{l\gamma_1}{\tau\omega_1} = h.$$

Dann schreiben sich die Resultate:

$$\begin{aligned}
\Pi_p R_p' &= E_p\big[(\sin^2\nu_p' e^{+2k} + \sin^2\mu_p' e^{-2k})\sin\mu_p\sin\nu_p\cos(\mu_p+\nu_p) \\
&\quad - (\sin^2\nu_p + \sin^2\mu_p)\sin\mu_p'\sin\nu_p'\cos(2h+\mu_p'+\nu_p')\big] \\
\Pi_p R_p'' &= -E_p\big[(\sin^2\nu_p' e^{+2k} - \sin^2\mu_p' e^{-2k})\sin\mu_p\sin\nu_p\sin(\mu_p+\nu_p) \\
&\quad - (\sin^2\nu_p - \sin^2\mu_p)\sin\mu_p'\sin\nu_p'\sin(2h+\mu_p'+\nu_p')\big] \\
\Pi_p D_p' &= -E_p\frac{\gamma}{\gamma'}\sin(\mu_p+\nu_p)\big[\sin\nu_p\sin\nu_p'(\sin\mu_p'\cos(h+\mu_p+\mu_p'+\nu_p') - \sin\nu_p'\cos(h+\mu_p))e^{+k} \\
&\quad + \sin\mu_p\sin\mu_p'(\sin\nu_p'\cos(h+\nu_p+\mu_p'+\nu_p') - \sin\mu_p'\cos(h+\nu_p))e^{-k}\big] \qquad 15. \\
\Pi_p D_p'' &= E_p\frac{\gamma}{\gamma'}\sin(\mu_p+\nu_p)\big[\sin\nu_p\sin\nu_p'(\sin\mu_p'\sin(h+\mu_p+\mu_p'+\nu_p') - \sin\nu_p'\sin(h+\mu_p))e^{+k} \\
&\quad - \sin\mu_p\sin\mu_p'(\sin\nu_p'\sin(h+\nu_p+\mu_p'+\nu_p') - \sin\mu_p'\sin(h+\nu_p))e^{-k}\big] \\
\Pi_p &= \sin^2\nu_p\sin^2\nu_p' e^{+2k} + \sin^2\mu_p\sin^2\mu_p' e^{-2k} \\
&\quad - 2\sin\mu_p\sin\nu_p\sin\mu_p'\sin\nu_p'\cos(2h+\mu_p+\nu_p+\mu_p'+\nu_p').
\end{aligned}$$

Die Formeln (11) und (15) enthalten die Lösung des gestellten Problems; sie gehen für verschwindende Absorption in die früher von mir für eine Schicht einer durchsichtigen Substanz aufgestellten über [1]).

III. Zur Vergleichung mit den an Metallschichten angestellten Beobachtungen bilden wir zunächst die Werthe der Intensitäten beider Componenten des reflectirten Lichtes; betrachtet man die einfallenden als durch E_s^2 und E_p^2 gegeben, so sind jene gemessen durch:

$$16.\quad \left|\begin{array}{l} R^2 = R'^2 + R''^2 \\ = E^2 \dfrac{(\sin\mu\sin\nu' e^{+k} - \sin\mu'\sin\nu e^{-k})^2 + 4\sin\mu\sin\nu\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\frac{1}{2}(2\lambda + (\mu'+\nu') - (\mu+\nu))}{(\sin\nu\sin\nu' e^{+k} - \sin\mu\sin\mu' e^{-k})^2 + 4\sin\mu\sin\nu\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\frac{1}{2}(2\lambda + (\mu'+\nu') + (\mu+\nu))} \end{array}\right.$$

wo nun rechts und links, jenachdem es sich um Licht parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisirt handelt, die Indices p oder s anzubringen sind.

Diese Formel zeigt — was an sich einleuchtend ist — daß die an einer Metallschicht reflectirten Intensitäten in derselben Weise mit wachsender Dicke der Schicht abwechselnd Maxima und Minima erreichen wie die an einer dünnen Schicht einer durchsichtigen Substanz reflectirten, daß also eine keilförmige Schicht eines Metalles das Newtonsche Phänomen zeigen müßte. Indessen ist nicht nothwendig, daß dasselbe in einer für die Beobachtung merklichen Intensität eintritt, denn das mit der Dicke der Schicht periodische Glied erhält in Zähler und Nenner den Factor e^{-2k}, wenn man den Ausdruck nach Potenzen dieser Größe ordnet, wird also, da $k = 2\pi l\beta_1/\lambda_1$ ist, mit wachsender Dicke schnell an Einfluß verlieren.

Die reflectirten Intensitäten durchlaufen nahezu eine volle Periode während h d. h. $2\pi l\gamma_1/\lambda_1$ um π d. h. l um $\lambda_1/2\gamma_1$ wächst; ist also die Absorption der Substanz so stark daß e^{-2k} unmerklich ist noch bevor l um $\lambda_1/2\gamma_1$ d. h. $2k$ um $2\pi\beta_1/\gamma_1$ gewachsen ist, so wird eine keilförmige Schicht von derselben keinen einzigen dunkeln oder hellen Interferenzstreifen zeigen. Diese Voraussetzung ist aber bei den Metallen, die bis jetzt in dünnen Schichten beobachtet sind, nämlich Gold und Silber, in vollem Maaße erfüllt. Die Größe β_1 fällt bei normalen Einfall mit dem Absorptionsindex $\varkappa$ zusammen und ist bei schiefem Einfall von derselben Ordnung, da γ_1 nicht sehr von 1 ver-

1) W. Voigt, Wied. Ann. Bd. 22, p. 226, 1884.

schieden ist, $\varkappa$ aber hat nach den früher berechneten Quincke'schen Beobachtungen[1]) für Gold den Werth 8,8 für Silber 15,0 — $2\pi\beta_1/\gamma_1$ ist also resp. von der Ordnung 54 und 93 und daher eine keilförmige Schicht aus diesen Substanzen lange vor dem ersten Minimum als undurchsichtig zu betrachten. Dies ist in Uebereinstimmung mit den oben besprochenen Beobachtungen Wernicke's[2]) und den Folgerungen Jochmann's aus der Cauchy'schen Theorie der Metallreflexion[3]).

Um eine Vorstellung von dem Verlauf der durch (16) bestimmten Werthe zu geben werde ich die reflectirten Amplituden für verschieden dicke Schichten von Silber, welches auf Glas niedergeschlagen ist, und für den Einfallswinkel 72° berechnen, weil Beobachtungen von Herrn Quincke vorhanden sind, welche einen Theil der Resultate zu vergleichen gestatten. Da sich aus diesen Beobachtungen aber nicht die den betreffenden Silberplatten entsprechenden Constanten n und $\varkappa$ berechnen lassen, muß ich diejenigen Werthe derselben benutzen, die ich früher aus anderen Quincke'schen Beobachtungen abgeleitet habe[4]), nämlich

$$\varkappa = 15{,}0 \qquad n = 0{,}23,$$

obgleich dadurch die Vergleichung an Sicherheit verliert. Den Brechungscoefficienten der benutzten Glasplatten giebt Herr Quincke selbst zu 1,538 an[5]).

Die in (10) und (14) definirten Hülfsgrößen σ, δ, μ und ν erhalten dadurch folgende Werthe:

$$\sigma_s = 0{,}00505, \quad \delta_s = 0{,}0710, \quad \sigma_p = 0{,}00384, \quad \delta_p = 0{,}0617$$
$$\mu_s = 42^0\ 5', \quad \nu_s = 47^0 50', \quad \mu_p = 4^0 53', \quad \nu_p = 4^0 56'$$
$$\mu_s' = 29^0 12', \quad \nu_s' = 31^0 18', \quad \mu_p' = 18^0 10', \quad \nu_s' = 18^0 53'.$$

Nimmt man nun die Dicke l der Silberschicht in Tausendtel-Millimetern successive gleich:

---

1) W. Voigt, Gött. Nachr. Nr. 6, p. 162 u. 168, 1884.
2) Wernicke, Fortschritte d. Phys. 27, p. 420. 1876.
3) Jochmann, Pogg. Ann. Ergb. V, p. 620, 1871.
4) W. Voigt l. c. p. 162.
5) Diese wie die folgenden Berechnungen sind sämmtlich mit dem vortrefflichen Mannheimerschen Rechenschieber angestellt, also die Resultate der complicirten Operationen in der dritten Ziffer nicht mehr sicher. Diese Genauigkeit genügt indeß für den vorliegenden Zweck durchaus.

$$l = \quad 0 \quad 0{,}014 \; 0{,}024 \; 0{,}040 \; 0{,}047 \; 0{,}055 \; 0{,}067 \; 0{,}075 \quad \infty,$$

so erhält man die reflectirten Intensitäten $\mathfrak{R}_s^2$ und $\mathfrak{R}_p^2$, welche der einfallenden Intensität Eins entsprechen:

$$\mathfrak{R}_s^2 = 0{,}060 \; 0{,}224 \; 0{,}433 \; 0{,}667 \; 0{,}730 \; 0{,}768 \; 0{,}796 \; 0{,}805 \; 0{,}818$$

$$\mathfrak{R}_p^2 = 0{,}355 \; 0{,}738 \; 0{,}879 \; 0{,}950 \; 0{,}963 \; 0{,}969 \; 0{,}977 \; 0{,}978 \; 0{,}980.$$

Construirt man diese Werthe, so erhält man zwei stetig ansteigende Curven, die in ihrem ganzen Verlauf weder Maximum noch Minimum zeigen.

Ueber diese Werthe sind nun zwar keine Beobachtungsresultate vorhanden, aber das Verhältniß der Amplituden:

$$\rho_r = \frac{\mathfrak{R}_s}{\mathfrak{R}_p} = \operatorname{tg} \psi_r$$

ist von Herrn Quincke für die angegebenen Werthe der Schichtdicke bestimmt[1])

Die obigen Zahlen geben:

$$\rho_r = 0{,}412 \quad 0{,}551 \quad 0{,}702 \; 0{,}838 \quad 0{,}870 \; 0{,}890 \; 0{,}903 \quad 0{,}908 \; 0{,}914$$

$$\psi_r = 22^0 25' \; 28^0 50' \; 35^0 5' \; 39^0 58' \; 41^0 0' \; 41^0 40' \; 42^0 5' \; 42^0 10' \; 42^0 30'$$

Herr Quincke giebt als vollständigste Beobachtungsreihe (LIV):

$$\psi_r = \quad - \quad 21^0 1' \; 33^0 58' \; 38^0 32' \; 42^0 38' \; 43^0 57' \; 42^0 43' \; 43^0 18' \quad -$$

Der erste beobachtete Zahlwerth ist besonders unsicher, andere unvollständigere Beobachtungsreihen haben statt seiner Werthe bis 32^0 ergeben. Die mittleren Zahlen beziehen sich auf Einfallswinkel, die etwas größer als 72^0 sind und sind daher etwas zu klein berechnet. Die Uebereinstimmung ist also eine sehr bedeutende und kann als eine neue Bestätigung der Theorie gelten. —

Sind, wie bisher, die einfallenden Intensitäten durch E_s^2 und E_p^2 gemessen, so sind wegen der Verschiedenheit des ersten und dritten Mediums die Intensitäten der durchgegangenen Wellen nicht durch $D_s^2 = D_s'^2 + D_s''^2$ und $D_p^2 = D_p'^2 + D_p''^2$ gemessen, sondern durch $\alpha'\gamma'/\alpha\gamma \, D_s^2 = (D_s)^2$ und $\alpha'\gamma'/\alpha\gamma \, D_p^2 = (D_p)^2$. Für diese erhält man nach einigen Reductionen die Form:

---

1) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 129 p. 214 u. 215.

$$(D)^2 = E^2 \frac{\sin(\mu+\nu)\sin(\mu'+\nu')[\sin(\nu-\mu)\sin(\nu'-\mu')+4\sin\mu\sin\nu\sin\nu'\sin\mu']}{(\sin\nu\sin\nu' e^{+k}-\sin\mu\sin\mu' e^{-k})^2+4\sin\mu\sin\nu\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\frac{1}{2}(2h+\mu'+\nu'+\mu+\nu)} \quad 17.$$

Hierin ist, jenachdem es sich um Licht parallel oder senkrecht der Einfallsebene polarisirt handelt, auf beiden Seiten der Index p oder s anzufügen.

Man erkennt aus der letzten Formel, daß die Schwächung durch die absorbirende Lamelle (die sowohl in Reflexion als Absorption begründet ist) genau die gleiche ist, ob das Licht die drei Medien in der Reihenfolge 0, 1, 2 oder 2, 1, 0 durchläuft.

Fragen wir nach den Umständen, welche das Unmerklichwerden von $(D_s)^2$ und $(D_p)^2$ bedingen, so können wir uns im Nenner auf das größte Glied beschränken und schreiben:

$$(D)^2 = E^2 \frac{\sin(\mu+\nu)\sin(\mu'+\nu')}{\sin^2\nu\,\sin^2\nu'}[\sin(\nu-\mu)\sin(\nu'-\mu')+4\sin\nu\sin\mu\sin\nu'\sin\mu']e^{-2k} \quad 18.$$

Die Größenordnung dieses Ausdrucks hängt in erster Linie von der Exponentialgröße ab; ihr Exponent $2k$ ist $= 4\pi l\beta_1/\lambda_1 = 4\pi l x/\lambda_1\gamma_1$, also für $(D_s)^2$ und $(D_p)^2$ gleich und von dem bei normalem Durchgang, d. h. von $4\pi l x/\lambda_1$, nur durch den Nenner γ_1 verschieden. Die Größe γ_1 bestimmt sich aus (2b), sie ist also keineswegs, wie Herr Wernicke angenommen hat, mit dem Cosinus des Brechungswinkels d. h. $\sqrt{1-\alpha^2/n^2}$ identisch; demgemäß sind alle Folgerungen, welche Herr Wernicke aus seinen Absorptionsbeobachtungen bei normaler und schiefer Incidenz zieht, hinfällig [1]). Daß diese Beobachtungen mit meiner Theorie übereinstimmen habe ich schon früher gelegentlich dargethan [2]). Vorstehender Formeln bedarf es zu der Berechnung dieser Beobachtungen nicht, weil sie so angestellt sind, daß die Schwächung durch die Reflexion an den beiden Grenzen der Metallschicht, welche durch den complicirten Factor der Exponentialgröße gegeben ist, auf die Resultate nicht influirt.

Dieser Factor bestimmt in zweiter Linie die Größe von $(D_s)^2$ und $(D_p)^2$ und ist für senkrecht und parallel der Einfallsebene polarisirtes Licht verschieden. Für die Beobachtung bietet sich besonders das Verhältniß der beiden Amplituden $(D_s)/(D_p) = \rho_d$, welches man direct erhält, wenn man das von einfallendem lineärpolarisirtem herrührende, elliptisch polarisirte durchgehende Licht mit Hülfe eines Compensators wieder lineär macht. Meist wählt man das Azimuth des einfallenden Lichtes $= 45°$, also $E_s = E_p$ und hat dann, wenn

1) S. oben p. 45.
2) W. Voigt l. c. p. 168.

man sich wiederum wie in Formel (18.) auf das höchste Glied beschränkt, für dies Verhältniß:

$$19.\quad \left|\begin{array}{l} \rho_d^2 = \left(\frac{\mathfrak{D}_s}{\mathfrak{D}_p}\right)^2 = \left(\frac{\sin\nu_p \sin\nu_p'}{\sin\nu_s \sin\nu_s'}\right)^2 \frac{\sin(\mu_s+\nu_s)\sin(\mu_s'+\nu_s')}{\sin(\mu_p+\nu_p)\sin(\mu_p'+\nu_p')} \\ \qquad \cdot \frac{\sin(\nu_s-\mu_s)\sin(\nu_s'-\mu_s') + 4\sin\nu_s\sin\mu_s\sin\nu_s'\sin\mu_s'}{\sin(\nu_p-\mu_p)\sin(\nu_p'-\mu_p') + 4\sin\nu_p\sin\mu_p\sin\nu_p'\sin\mu_p'}. \end{array}\right.$$

Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß, weil man nicht im 3. Medium selbst beobachten kann, wenn dasselbe vom ersten (Luft) verschieden ist, rechts noch ein Factor wegen des Uebergangs durch die letzte Grenze hinzuzufügen ist.

Ist die Metallschicht beiderseits direct mit Luft in Berührung, so hat man einfacher:

$$20.\quad \left|\ \rho_d = \frac{\sin^2\nu_p \sin(\mu_s+\nu_s)}{\sin^2\nu_s \sin(\mu_p+\nu_p)} \sqrt{\frac{\sin^2(\nu_s-\mu_s) + 4\sin^2\nu_s\sin^2\mu}{\sin^2(\nu_p-\mu_p) + 4\sin^2\nu_p\sin^2\mu_p}}.\right.$$

Nach dieser Formel wären z. B. die Quincke'schen Beobachtungen über die elliptische Polarisation des durch ein Goldblättchen gegangenen Lichtes zu berechnen, wenn man annehmen dürfte, daß letzteres so dick gewesen ist, daß die von uns gemachte Vernachlässigung zulässig ist; wäre sie es nicht, so müßten die berechneten Werthe größer als die beobachteten ausfallen. Ich gebe im Folgenden einige darauf bezügliche Zahlwerthe an, muß aber freilich, da Herrn Quincke's Beobachtungen die Constanten n und $\varkappa$ für das benutzte Goldblättchen nicht abzuleiten gestatten, die bei einem ganz andern Präparat früher erhaltenen [1]) n, $\varkappa$ und μ, ν anwenden, wodurch natürlich die Sicherheit der Vergleichung leidet.

Herrn Quincke's Beobachtungen [2]) geben für die Einfallswinkel

$$\varphi = \quad 0^\circ \qquad 25^\circ \qquad 45^\circ \qquad 65^\circ$$

durch Interpolation die Werthe:

$$\rho_d = 1{,}017 \qquad 1{,}137 \qquad 1{,}530 \qquad 2{,}268;$$

obige Formel hingegen ergiebt:

$$\rho_d = 1{,}000 \qquad 1{,}159 \qquad 1{,}640 \qquad 2{,}951;$$

die beobachteten Werthe laufen den berechneten parallel, sind aber kleiner, das Blättchen ist also so dünn gewesen, daß die gemachte Vernachlässigung nicht zulässig ist; indeß ist eine Benutzung der strengen Formel unmöglich, da Herr Quincke die Dicke des benutz-

1) W. Voigt, l. c. p. 168.
2) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 119, p. 373; 1863.

ten Blättchens nicht angiebt. Ein ganz ähnliches Resultat erhält man wenn man die Beobachtungen Herrn Quincke's an Licht, welches durch eine auf Glas niedergeschlagene Silberschicht hindurchgegangen ist [1]) nach der angenäherten Formel (19.) berechnet.

Die strenge Formel (17.) für die durchgegangenen Amplituden habe ich wiederum nur für die oben (p. 53) schon erwähnten Quincke'schen Beobachtungen berechnet, welche sich auf den Durchgang des Lichtes durch ein System verschieden dicker auf Glas niedergeschlagener Silberschichten bezieht.

Für die in Tausendtheilen von Millimetern gegebenen Dicken:

$l = 0 \quad 0{,}014 \quad 0{,}024 \quad 0{,}040 \quad 0{,}047 \quad 0{,}055 \quad 0{,}067 \quad 0{,}075 \quad \infty$

erhält man aus den oben angegebenen Hülfsgrößen die Intensitäten nach dem Durchgang durch das Silber (also im Glas) für die einfallende Intensität Eins;

$(\mathfrak{D}_s)^2 = 0{,}940 \; 0{,}662 \; 0{,}411 \; 0{,}154 \; 0{,}0891 \; 0{,}0504 \; 0{,}0213 \; 0{,}0119 \; 0$
$(\mathfrak{D}_p)^2 = 0{,}645 \; 0{,}214 \; 0{,}0864 \; 0{,}0235 \; 0{,}0128 \; 0{,}00695 \; 0{,}00286 \; 0{,}00158 \; 0.$

Indessen sind die Beobachtungen erst nach dem Austritt aus der Glasplatte angestellt und beziehen sich daher auf Amplituden $\mathfrak{D}'_s$ und $\mathfrak{D}'_p$, welche gegeben sind durch:

$$\mathfrak{D}'^2_s = (\mathfrak{D}_s)^2 \cdot \frac{\sin 2\varphi \sin 2\varphi'}{\sin^2(\varphi+\varphi')\cos^2(\varphi-\varphi')}$$

$$\mathfrak{D}'^2_p = (\mathfrak{D}_p)^2 \cdot \frac{\sin 2\varphi \sin 2\varphi'}{\sin^2(\varphi+\varphi)'},$$

worin $\varphi = 72°$ der Winkel des Strahles gegen das Einfallsloth in Luft, $\varphi' = 38°$ derjenige im Glas ist. Diese Werthe sind:

$\mathfrak{D}'^2_s = 0{,}883 \; 0{,}622 \; 0{,}386 \; 0{,}145 \; 0{,}0838 \; 0{,}0473 \; 0{,}0200 \; 0{,}0112 \; 0$
$\mathfrak{D}'^2_p = 0{,}417 \; 0{,}138 \; 0{,}0557 \; 0{,}0152 \; 0{,}00827 \; 0{,}00448 \; 0{,}00185 \; 0{,}00102 \; 0.$

Hieraus folgt demnach $\rho'_d = \mathfrak{D}'_s/\mathfrak{D}'_p = \operatorname{tg}\psi'_d$:

$\rho'_d = 1{,}45_5 \; 2{,}12 \quad 2{,}63 \quad 3{,}09 \quad 3{,}18 \quad 3{,}25 \quad 329 \quad 3{,}31 \quad 3{,}32$
$\psi'_d = 55°30' \; 64°40' \; 69°10' \; 72°4' \; 72°33' \; 72°54' \; 73°6' \; 73°11' \; 73°15'.$

Für diese Größe giebt Herr Quincke in der oben benutzten Reihe:

$\psi'_d = \; - \quad 64°35' \; 67°14' \; 70°20' \; 70°51' \; 71°34' \; 70°9' \; 69°15'(?) - 72°27.$

Die letzte Zahl erscheint unsicher, eine andere unvollständigere Beobachtungsreihe giebt den daruntergestellten Werth, welcher we-

1) Quincke, l. c. p. 375.

sentlich besser stimmt. Auch diese Beobachtungen bestätigen die Theorie soweit bei den unsichern Werthen n und $\varkappa$ zu erwarten.

IV. Die bei der Reflexion stattfindenden Verzögerungen ε_s und ε_p sind gegeben durch:

$$21. \qquad \operatorname{tg}\frac{\varepsilon_s}{\tau} = -\frac{R_s''}{R_s'}, \qquad \operatorname{tg}\frac{\varepsilon_p}{\tau} = -\frac{R_p''}{R_p'};$$

sie erhalten dieselben Werthe wie bei einer Metallmasse von unendlicher Dicke sobald e^{-2k} neben 1 zu vernachlässigen ist, sie erhalten kleinere Werthe, wenn diese Vernachlässigung nicht statthaben darf.

Die Verzögerungen beim Durchgang durch die Schicht, η_s und η_p, d. h. die Phasendifferenz derselben Wellenebene in den beiden Lagen im ersten und dritten Medium, welche durch die Schnittpunkte einer Normalen auf der Schicht mit deren beiden Begrenzungsflächen hindurchgehen, sind analog gegeben durch:

$$22. \qquad \operatorname{tg}\frac{\eta_s}{\tau} = -\frac{D_s''}{D_s'}, \qquad \operatorname{tg}\frac{\eta_p}{\tau} = -\frac{D_p''}{D_p'}.$$

Vernachlässigt man hierin e^{-2k} neben 1, d. h. nimmt an, daß eine Schicht von doppelter Dicke der benutzten als nahe undurchsichtig angesehen werden könne, so erhält man:

$$23. \qquad \begin{aligned} \operatorname{tg}\frac{\eta_s}{\tau} &= \frac{\sin\mu_s' \sin(h+\mu_s+\mu_s'+\nu_s') - \sin\nu_s' \sin(h+\mu_s)}{\sin\mu_s' \cos(h+\mu_s+\mu_s'+\nu_s') - \sin\nu_s' \cos(h+\mu_s)} \\ \operatorname{tg}\frac{\eta_p}{\tau} &= \frac{\sin\mu_p' \sin(h+\mu_p+\mu_p'+\nu_p') - \sin\nu_p' \sin(h+\mu_p)}{\sin\mu_p' \cos(h+\mu_p+\mu_p'+\nu_p') - \sin\nu_p' \cos(h+\mu_p)}. \end{aligned}$$

Hieraus folgt, daß, selbst wenn man, wie hierbei geschehen ist, von mehrfachen inneren Reflexionen absieht, die beim Durchgang durch die Metallschicht auftretende Verzögerung keineswegs nur von dem zurückgelegten Weg abhängt, (den man gewöhnlich durch $\gamma_1 l$ gegeben ansieht) sondern durch die Vorgänge beim Eintritt und Austritt durch die Grenzen der Schicht mit bedingt wird und demgemäß für die Componenten parallel und normal zur Einfallsebene verschieden ist.

Da über die absolute Verzögerung beim Durchgang durch ein beiderseits mit Luft in Berührung stehendes Goldblatt Beobachtungen von Herrn Quincke vorliegen, so will ich einige Werthe für η unter Benutzung der früher berechneten Constanten für Gold

$$\varkappa = 8{,}8 \qquad n = 0{,}28$$

und der daraus folgenden Werthe μ und ν angeben; doch ist dabei nochmals daran zu erinnern, daß die verschiedenen Goldplatten je nach der Herstellung sich wesentlich verschieden verhalten, die Benutzung der an einer erhaltenen Constanten zur Darstellung der von anderen gezeigten Erscheinungen also im hohen Grade unsicher ist.

Nehmen wir zunächst normalen Durchgang durch das Blättchen so ist in obigen Formeln $h = l/\tau\omega_1 = 2\pi l/\lambda_1$ zu setzen.

Wählt man successive:

$$\frac{l}{\lambda_1} = \quad 1/24 \quad 1/12 \quad 1/6 \quad 1/4$$
$$= \quad 0{,}041 \quad 0{,}083 \quad 0{,}167 \quad 0{,}250$$

so erhält man für die absolute Verzögerung im Blättchen in Theilen von 2π d. h. wegen $\tau = T/2\pi$ für:

$$\frac{\eta_0}{T} = -0{,}074 \quad -0{,}032 \quad +0{,}067 \quad +0{,}133$$

während zugleich die Verzögerung auf demselben Wege aber in Luft wäre:

$$\frac{l}{\lambda} = \quad 0{,}147 \quad 0{,}296 \quad 0{,}597 \quad 0{,}893.$$

Es findet hiernach in sehr dünnen Metallschichten beim senkrechten Durchgang eine Beschleunigung statt. Herrn Quincke's Beobachtungen mit dem Interferentialrefractor gaben die Differenz der Verzögerungen in Luft und Metall und es ist nach den vorstehenden Zahlen begreiflich, daß er bei einer Metalldicke, die er auf 1–2 Zehntel Wellenlänge in Luft schätzte [1]), doch einen Gangunterschied von größerem Werth als diesem erhalten hat.

Aus diesen Quincke'schen Beobachtungen ist also kein Einwand gegen die Theorie zu entnehmen, sie enthalten vielmehr eine neue Bestätigung derselben.

Für schiefen Einfall benutzen wir ebenfalls die früher berechneten Werthe für die μ und ν und erhalten für ein Blättchen von der Dicke $l = \lambda_1/12$, für Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt und für die Einfallswinkel

$$\varphi = \quad 0° \quad 25° \quad 45° \quad 65° \quad 85°$$

die Verzögerung beim Durchgang durch das Metall:

1) Quincke Pogg. Ann. Bd. 19 p. 382, 1863. Bd. 142 p. 186, 1871.

$$\frac{\eta_s}{T} = -0{,}032 \quad -0{,}002 \quad +0{,}013 \quad +0{,}087 \quad +0{,}250,$$

ferner die bei Zurücklegung des gleichen Weges in Luft:

$$\frac{l\gamma}{\lambda} = \quad 0{,}296 \quad 0{,}268 \quad 0{,}209 \quad 0{,}125 \quad 0{,}026,$$

also die mit dem Interferentialrefractor beobachtbare Differenz der Verzögerungen in Streifenbreiten:

$$\frac{\zeta_s}{T} = -0{,}328 \quad -0{,}270 \quad -0{,}196 \quad -0{,}038 \quad +0{,}224.$$

Der letztere Werth geht also durch Null hindurch in das Entgegengesetzte über. Für Licht parallel der Einfallsebene polarisirt folgt ebenso für:

$$\varphi = \quad 0° \quad 25° \quad 45° \quad 65° \quad 85$$

$$\frac{\eta_p}{T} = -0{,}032 \quad -0{,}043 \quad -0{,}080 \quad -0{,}102 \quad -0{,}157$$

$$\frac{l\gamma}{\lambda} = \quad 0{,}296 \quad 0{,}268 \quad 0{,}209 \quad 0{,}125 \quad 0{,}026.$$

Also die gegenseitige Verzögerung:

$$\frac{\zeta_p}{T} = -0{,}328 \quad -0{,}311 \quad -0{,}289 \quad -0{,}227 \quad -0{,}183.$$

Herr Quincke hat bei einem Goldblättchen diese Werthe leider nicht bestimmt, sondern nur für eine auf Glas niedergeschlagene Silberschicht[1]); auf diese Beobachtungen wird unten eingegangen werden.

Die gegenseitige Verzögerung der beiden durchgegangenen Componenten ist gegeben für:

$$\varphi = 0° \quad 25° \quad 45° \quad 65° \quad 85°$$

durch:

$$\frac{\eta_s - \eta_p}{T} = 0 \quad 0{,}041 \quad 0{,}093 \quad 0{,}189 \quad 0{,}407$$

sie wächst also mit dem Einfallswinkel und scheint bei streifendem Einfall den Werth 0,5 zu erreichen.

Diese gegenseitige Verzögerung ist durch Beobachtung der el-

1) Quincke Pogg. Ann. Bd. 120 p. 602, 1863.

liptischen Polarisation des durchgegangenen Lichtes ebenfalls direct zu bestimmen. Herr Quincke [1]) hat eine so gewonnene Werthreihe mitgetheilt; da aber die Dicke des benutzten Goldblättchens nicht angegeben ist — sondern nur ein gelegentlich von Warren de la Rue und Faraday mitgetheilter Werth über seine Größen-Ordnung, — so ist eine nummerische Vergleichung nicht möglich; Vorzeichen und Gang der Zahlen ist aber genau der oben vermerkte; man erhält nämlich durch Interpolation aus den beobachteten Zahlen unter der Einführung unserer Einheiten für:

$\varphi =$	$0°$	$25°$	$45°$	$65°$	$(75°)$
$\frac{\eta_s - \eta_p}{T} =$	0	$0{,}015$	$0{,}070$	$0{,}165$	$(0{,}245).$

Daß Herr Quincke nie größere Gangunterschiede als 0,25 beobachtet hat [2]) rührt daher, daß er in Luft keine größeren Einfallswinkel als 75° angewandt hat; die Werthe wachsen nach unsern Formeln nahe 90° sehr schnell mit dem Einfallswinkel.

Endlich will ich noch nach Formel (23) die Verzögerungen berechnen, die beim Durchgang durch eine einerseits von Luft andrerseits von Glas vom Brechungscoefficienten 1,54 begrenzte Silberschicht von der Dicke $0{,}00015^{mm}$ bei verschiedenen Einfallswinkeln eintreten, über welche Beobachtungen von Hern Quincke [3]) vorliegen. Ich benutze dazu die obigen Werthe der Constanten $n = 0{,}23$, $\varkappa = 1{,}50$ und solche Einfallswinkel für welche die μ und ν schon früher bestimmt waren, so daß nur μ' und ν' neu zu berechnen sind.

Die aus (23) folgenden Werthe sind für die Einfallswinkel:

$\varphi =$	$0°$	$25°$	$45°$	$65°$	$72°$
$\frac{\eta_s}{T} =$	$-0{,}074$	$-0{,}067$	$-0{,}048$	$-0{,}010$	$+0{,}015$
$\frac{\eta_p}{T} =$	$-0{,}074$	$-0{,}081$	$-0{,}095$	$-0{,}114$	$-0{,}121.$

Die Beobachtungen beziehen sich auf die Differenz dieser Werthe

1) Quincke Pogg. Ann. Bd. 119 p. 373, 1863.

2) l. c. p. 370.

3) Quincke Pogg. Ann. Bd. 120, p. 602, 1863; Herr Quincke giebt die Dicke der Silberschicht auf 0,000122mm bis 0,000179mm an, es bleibt da also eine beträchtliche Unsicherheit und ist denkbar, daß die verschiedenen Einfallswinkeln entsprechenden Beobachtungen an verschieden dicken Stellen angestellt sind.

und der Verzögerung auf dem gleichen Wege in Luft $l\gamma/\lambda$, für welche man erhält:

$$\frac{l\gamma}{\lambda} = \quad 0{,}250 \quad 0{,}227 \quad 0{,}177 \quad 0{,}106 \quad 0{,}077.$$

Nennt man die Differenzen wieder ζ_s/T und ζ_p/T so erhält man:

$$\frac{\zeta_s}{T} = -0{,}324 \quad -0{,}294 \quad -0{,}225 \quad -0{,}116 \quad -0{,}062$$

$$\frac{\zeta_p}{T} = -0{,}324 \quad -0{,}308 \quad -0{,}292 \quad -0{,}220 \quad -0{,}198.$$

Diese Zahlen sind unmittelbar die Bruchtheile der Streifenbreiten, um welche bei Herrn Quincke's Beobachtungen mit dem Interferentialrefractor durch die Wirkung der eingeschobenen Silberplatte das Interferenzbild verschoben wurde. Die Beobachtungen, welche nach Herrn Quincke's Bemerkung nicht über 0,1 Streifenbreiten sicher waren, gaben für die Einfallswinkel:

$\varphi =$ 0° 20° 30° 40° 50° 60° 70°

im Mittel:

$$\frac{\zeta_s}{T} = -0{,}25 \quad -0{,}30 \quad -0{,}30 \quad -0{,}23 \quad -0{,}15 \quad -0{,}10 \quad -0{,}00$$

$$\frac{\zeta_p}{T} = -0{,}25 \quad -032 \quad -035 \quad -0{,}30 \quad -0{,}25 \quad -0{,}15 \quad -0{,}10.$$

Die Differenz erreicht nie die Größe der möglichen Beobachtungsfehler; die Uebereinstimmung ist also eine vollkommene.

Göttingen, November 1884.

Universität.

Siebenter Bericht über die Königl. Universitäts-Poliklinik für Ohrenkrankheiten.

Von

Dr. **K. Bürkner.**

Mit dem laufenden Etatsjahre ist die vor sieben Jahren als Privatinstitut des Berichterstatters gegründete Poliklinik für Ohrenkrankheiten von der Regierung übernommen und in ein Universitätsinstitut umgewandelt worden; eine Wendung, welche für die Zukunft zu den besten Hoffnungen berechtigt und für welche auch an dieser Stelle dem hohen Staatsministerium der schuldige Dank ausgesprochen sei.

Die Frequenz des Institutes hat auch im verflossenen Kalenderjahre wieder eine erhebliche Steigerung erfahren, indem im Ganzen an 983 Personen mit 1214 verschiedenen Krankheitsformen 6643 Consultationen (gegen 868 Patienten und 5025 Consultationen im Jahre 1883) ertheilt worden sind.

933 Patienten wurden in regelmäßige Behandlung genommen, während 50 Kranke theils wegen völliger Unheilbarkeit oder wegen fehlender Ohrenkrankheit abgewiesen, theils andren Instituten zugeführt werden mußten.

Ueber die Heilerfolge bei den einzelnen Patienten giebt folgende Zusammenstellung Aufschluß:

Geheilt wurden	621	Patienten	= 63,2%.
Wesentlich gebessert	106	„	= 10,8%.
Ungeheilt blieben	21	„	= 2,2%.
Ohne Behandlung entlassen wurden	50	„	= 5,0%.
Vor beendigter Kur blieben aus . .	156	„	= 15,9%.
In Behandlung verblieben	25	„	= 2,5%.
Gestorben sind	4	„	= 0,4%.
	983.		100,0.

Es war somit von den sämmtlichen zur Untersuchung gekommenen Patienten Heilung zu verzeichnen in 63,2%, Besserung in 10,8%. Von den überhaupt in Behandlung genommenen 933 Kranken wurden, nach Abrechnung der noch in der Kur befindlichen, 80,1% geheilt oder wesentlich gebessert. Bezüglich der vor Beendigung der Behandlung ausgebliebenen Patienten ist zu bemerken, daß etwa 80 von diesen 156 wesentlich gebessert ausgeblieben sind, so daß noch ungefähr 8% zu den als wesentlich gebessert Aufgeführten hinzuzuzählen sein würden. Der wirkliche Procentsatz für die geheilten oder gebesserten Fälle würde sich demnach auf circa 88% stellen.

Von den 983 Patienten waren

wohnhaft in Göttingen	376	= 38,2%.
wohnhaft außerhalb Göttingen, aber in der Prov. Hannover . . .	438	= 44,6%.
Mithin in der Prov. Hannover überhaupt	814	= 82,8%.
Außerdem kamen auf		
Provinz Hessen-Nassau	52	= 5,3%.
„ Sachsen	73	= 7,3%.
„ Westfalen	21	= 2,3%.
Herzogthum Braunschweig	15	= 1,5%.
Fürstenthum Lippe-Detmold	5	= 0,5%.
Freie Stadt Hamburg	2	= 0,2%.
Großherzogthum Hessen	1	= 0,1%.
Mithin außerhalb der Prov. Hannover	169	= 17,2%.

Von andren klinischen Instituten wurden eine Anzahl von Kranken theils zur Untersuchung, theils zur Behandlung der Poliklinik überwiesen oder von mir in den betreffenden Kliniken behandelt; nämlich

Patienten der Augenklinik	28.
„ „ Medicinischen Klinik	33.
„ „ Chirurgischen Klinik	4.
„ „ Irrenanstalt	1.
	66.

Männlichen Geschlechts waren . . .	575	= 58,4%.
Weiblichen Geschlechts	408	= 41,6%.
	983.	
Im Kindesalter (bis incl. 15. Lebensjahr) standen	434	= 44,2%.
Erwachsene waren	549	= 55,8%.
	983.	

Die Thätigkeit der Poliklinik vertheilte sich auf die einzelnen Monate in folgender Weise:

Januar:	564	Consultationen;	82	Patienten.
Februar:	616	„	92	„
März:	625	„	95	„
April:	427	„	60	„
Mai:	532	„	90	„
Juni:	504	„	87	„
Juli:	678	„	122	„
August:	735	„	96	„
September:	565	„	64	„
October:	490	„	66	„
November:	491	„	65	„
December:	416	„	64	„
	6643	Consultationen.	983	Patienten.

Folgende Krankheiten kamen zur Beobachtung:

A. Krankheiten des äußeren Ohres.
225 Fälle.

1. *Bildungsdefect des äußeren Ohres.* 1 Fall.
   Einseitig.
   Abgewiesen.
2. *Angeborene Ohrfistel.* 1 Fall.
   Einseitig.
   Abgewiesen.
3. *Erythem des äußeren Ohres.* 1 Fall.
   Einseitig.
   Geheilt.
4. *Acutes Ekzem des äußeren Ohres und Gehörganges.* 29 Fälle.
   19 einseitig.
   10 doppelseitig.
   25 geheilt, 4 ausgeblieben.
5. *Chronisches Ekzem des äußeren Ohres und Gehörganges.* 5 Fälle.
   3 einseitig.
   2 doppelseitig.
   Sämmtlich geheilt.
6. *Erysipel des äußeren Ohres und Gehörganges.* 1 Fall.
   Einseitig.
   Geheilt.
7. *Fehlen der Ohrmuschel.* 1 Fall.
   Einseitig.
   Abgewiesen.
8. *Othaematom.* 1 Fall.
   Einseitig.
   Geheilt.
9. *Pruritus cutaneus des Gehörganges.* 2 Fälle.
   Beide einseitig.
   Geheilt.
10. *Furunkelbildung im Gehörgange.* 38 Fälle.
    36 einseitig.
    2 doppelseitig.
    36 geheilt, 2 ausgeblieben.
11. *Diffuse Entzündung des Gehörganges.* 4 Fälle.
    3 einseitig.
    1 doppelseitig.
    3 geheilt, 1 ausgeblieben.

12. *Syphilitische Entzündung des Gehörganges.* 1 Fall.
Einseitig.
Geheilt.

13. *Abscess des äußeren Gehörganges.* 2 Fälle.
Beide einseitig.
Geheilt.

14. *Cerumenansammlung.* 117 Fälle.
71 einseitig.
46 doppelseitig.
111 geheilt, 6 gebessert.

15. *Fremdkörper im äußeren Gehörgange.* 19 Fälle.
Sämmtlich einseitig.
Geheilt.

Als Fremdkörper fanden sich vor: Wattepfropf 2 mal, Bleistiftknopf, Bohne 2 mal, Erbse 2 mal, Lupinenkern, Weidenkätzchen, Rosinenkern, Zwiebel 2 mal, Strohhalm, Getreidegranne 2 mal, Weizenkorn, Akazienfruchtkern, Hollunderblatt, Motte.

16. *Cholesteatom des Gehörganges.* 2 Fälle.
1 einseitig.
1 doppelseitig.
Beide geheilt.

B. Krankheiten des Trommelfelles.
47 Fälle.

17. *Acute Trommelfellentzündung.* 8 Fälle.
Sämmtlich einseitig.
Geheilt.

18. *Zerreißung des Trommelfelles.* 6 Fälle.
5 einseitig.
1 doppelseitig.
4 geheilt, 1 ungeheilt, 1 in Behandlung.

19. *Residuen von abgelaufenen Mittelohraffectionen.* 33 Fälle.
11 einseitig.
22 doppelseitig.
5 geheilt, 14 gebessert, 1 ungeheilt, 4 abgewiesen, 7 ausgeblieben, 2 in Behandlung.

C. Krankheiten des Mittelohres.
659 Fälle.

20. *Acuter Tubencatarrh.* 15 Fälle.
    11 einseitig.
    4 doppelseitig.
    13 geheilt, 1 gebessert, 1 ausgeblieben.
21. *Chronischer Tubencatarrh.* 1 Fall.
    Einseitig.
    Geheilt.
22. *Abnormes Offenstehn der Tuben.* 1 Fall.
    Einseitig.
    Geheilt.
23. *Acuter einfacher Mittelohrcatarrh.* 150 Fälle.
    81 einseitig.
    69 doppelseitig.
    123 geheilt, 6 gebessert, 19 ausgeblieben, 1 in Behandlung, 1 gestorben.
24. *Chronischer einfacher Mittelohrcatarrh.* 190 Fälle.
    22 einseitig.
    168 doppelseitig.
    66 geheilt, 48 gebessert, 11 ungeheilt, 12 abgewiesen, 46 ausgeblieben, 7 in Behandlung.
25. *Acute eiterige Mittelohrentzündung.* 140 Fälle.
    110 einseitig.
    30 doppelseitig.
    114 geheilt, 3 gebessert, 1 ungeheilt, 19 ausgeblieben, 2 in Behandlung, 1 gestorben.
26. *Chronische eiterige Mittelohrentzündung.* 154 Fälle.
    86 einseitig. 9 mit Caries und Necrose.
    68 doppelseitig. 14 mit Polypen.
    66 geheilt, 26 gebessert, 2 ungeheilt, 1 abgewiesen, 48 ausgeblieben, 9 in Behandlung, 2 gestorben.
27. *Periostitis des Warzenfortsatzes.* 2 Fälle.
    Beide einseitig.
    Geheilt.
28. *Neuralgie des Plexus tympanicus.* 6 Fälle.
    5 einseitig.
    1 doppelseitig.
    4 geheilt, 2 ausgeblieben.

D. Krankheiten des inneren Ohres.
40 Fälle.

29. *Brausen ohne Befund.* 5 Fälle.
    1 einseitig.
    4 doppelseitig.
    1 geheilt, 2 ungeheilt, 1 abgewiesen, 1 ausgeblieben.
30. *Salicyltaubheit.* 2 Fälle.
    Beide doppelseitig.
    Geheilt.
31. *Nervöse Taubheit.* (*Labyrinth- und centrale Affectionen*). 21 Fälle.
    5 einseitig.
    16 doppelseitig.
    2 gebessert, 3 ungeheilt, 9 abgewiesen, 5 ausgeblieben, 2 in Behandlung.
32. *Taubstummheit.* 12 Fälle.
    10 erworben, 2 angeboren.
    Sämmtlich ohne Behandlung entlassen.

E. Verschiedenes.
12 Fälle.

Normal wurden befunden 6 Fälle, die Diagnose blieb unbestimmt in 2 Fällen, Parotitis wurde geheilt einmal, Stockschnupfen 3 mal.

An Operationen wurden ausgeführt:

Eröffnung von Abscessen im Gehörgange	3 mal.
„ „ *Furunkeln* „ „	15 mal.
Fremdkörperextraction	3 mal.
Paracentese der Paukenhöhle	48 mal.
Polypenextraction	12 mal.

Für die Redaction verantwortlich: Dr. *Henle* Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

25. Februar. **№ 2.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 7. Februar 1885.

Wieseler, über Eris, namentlich ihre äußere Erscheinung und Darstellung nach Schrift und Bild.

Weiland, zur Papstgeschichte des 10. Jahrhunderts.

F. Kohlrausch, auswärtiges Mitglied, die elektrische Leitungsfähigkeit wässriger Lösungen im Zustande äußerster Verdünnung.

Zur Papstgeschichte des zehnten Jahrhunderts.

Von

Ludwig Weiland.

Benedict VI. war der letzte Papst, der bei Lebzeiten Ottos des Großen den Stuhl Petri bestieg. Daß dies nicht ohne die Einwilligung des Kaisers geschah, ist, obgleich kein Quellenzeugniß dafür angeführt werden kann, als sicher anzusehen, wird hauptsächlich dadurch bewährt, daß der Papst am schwersten unter der Reaction zu leiden hatte, welche nach dem Tode des Kaisers in Rom gegen die Deutsche Herrschaft ausbrach. Crescentius, der Sohn der Theodora, warf den Papst in den Kerker, erhob einen Adelspapst, Bonifacius VII., auf dessen Anstiften Benedict VI. erdrosselt wurde, im Juli 974. Bonifacius hielt sich nicht anderthalb Monate, die kaiserliche Partei kam wieder obenauf, er floh aus Rom und begab sich später nach Constantinopel. »Die Vacanz dauerte einige Zeit; man verständigte sich zuerst mit dem jungen Kaiser« sagt Baxmann

(Die Politik der Päpste II, 126); Giesebrecht (Kaiserzeit I, 588): »Die nun herrschende Partei hatte mit Einwilligung des jungen Kaisers gegen Ende des Jahres 974 Benedict VII. zum Papst geweiht«. Wahrscheinlich ist das ja zweifellos, aber einen Quellenbeleg weiß keiner der Darsteller anzuführen.

Ein solcher liegt aber schon bald vierzig Jahre gedruckt vor. Es ist eine Einzeichnung aus dem 10. Jahrhundert in einer Handschrift der Capitelsbibliothek zu Ivrea, welche Bethmann im Archiv für ältere Deutsche Geschichtskunde IX, 623 veröffentlicht hat, und welche durch Wiederabdruck der Vergessenheit zu entreißen und weiter bekannt zu machen. Pflicht scheint. Sie lautet:

Interim imperialis majestatis legatum Sicconem comitem advenisse contigit. Qui ut jussus fuerat, cum sublatum pontificem Romanis majoribus et minoribus ab his quibus custodia tenebatur reposceret, nihilque proficeret, jussu atque consilio Franconis, quem supra diximus Romanam ecclesiam invasse (lies: invasisse), ut postmodum comprobatum. Stephanus quidam presbiter cum fratre in ipsius (lies: fratre ipsius eum) corrigie cujusdam strangulatione necavit. Unde omnes, tam imperialis missus quam civitas Romana magno merore defixus (corrigirt aus: defixas), longa obsidione, longa inpugnatione devictum Franconem pervasorem necat, eumque qui nunc est Benedictum communi omnium Romanorum electione, presentis imperatorii nuntii auctoritate munita, priori mortuo substituit. Quod ille alter graviter ferens, institum (lies: institutum) pontificem summopere persecutus est, nec passus est eum regimen sibi commissum tractare pacifice.

Sehen wir von der zeitgemäßen schlechten Grammatik und Stilisirung des Berichtes ab, so ist der Sinn desselben im ganzen klar, oder durch leichte Emendation klar zu stellen — mit einer Ausnahme. Daß Crescentius nicht genannt ist, kann auffallen, scheint mir aber kein Grund den Bericht zu verdächtigen. Unter »Franco« ist man geneigt, Bonifacius VII. zu verstehen; es entsteht hier nur die Schwierigkeit, daß der Bericht angibt, Franco sei nach langer Belagerung getödtet worden. Im Folgenden ist »ille alter«, der Benedict VII. nicht zum ruhigen Besitze des Papstthumes gelangen läßt, zweifellos Bonifacius. Der Bericht corrigirt sich also durch sich selbst: die erste Stelle ist corrumpirt. Will man nicht etwa ejicit für necat emendiren, so muß man, was wahrscheinlicher, eine größere Corruptel annehmen und das »Tödten« auf Andere, etwa Anhänger des Bonifacius beziehen. Daß aber Bonifacius in der That Franco hieß, bezeugt eine andere seither fast nicht beachtete Quelle, das Epitaphium Benedicts VII. bei Watterich I, 86: Hic primus repulit Franconis

spurca superbi, Culmina qui invasit sedis apostolicae, Qui dominumque suum captum in castro habebat u. s. w., leider verstümmelt. Epitaph und Bericht stützen sich also gegenseitig. Ein Späterer, ein Fälscher würde auf den für einen Römer ungewöhnlichen Namen nicht verfallen sein.

Was bietet der Bericht nun Neues? Vor allem daß die Reichsregierung schon sehr bald der Römischen Revolution Beachtung zuwandte. Der Missus Graf Sicco (vielleicht der Graf von Spoleto, der 969 vorkommt, wie ich aus dem Register bei Dümmler, Otto I. entnehme, oder der unechte Bruder Ottos II. des Aufgebotes von 981 bei Jaffé, Bibl. V, 471) kam schon mit dem Auftrage nach Rom, die Freilassung Benedicts VI. zu fordern. Als Mörder des Papstes wird ein Priester Stephan und sein Bruder genannt, bezeichnend für die Sittenzustände in Rom, wenn auch nicht gerade ein neues culturgeschichtliches Moment. Der Umschlag in der Stimmung des Römischen Volkes, die sich oft genug jäh in ihr Gegentheil verkehrte, vollzieht sich in Folge der Ermordung des Papstes. Es bedarf aber harten Kampfes und langer Belagerung, vermuthlich der Engelsburg, wo ja auch Benedict VI. gefangen gehalten und erdrosselt worden war, um des Gegenpapstes Herr zu werden. Die Neuwahl Benedicts VII. erfolgt jedenfalls unter Mitwirkung des kaiserlichen Gesandten, also im kaiserlichen Sinne. Bonifacius und sein Anhang erscheinen aber danach noch nicht völlig niedergeworfen; er setzt seinem neuen Gegner noch hart zu, läßt ihn nicht zur ruhigen Ausübung seines Amtes kommen.

Ich glaube nicht zu irren, wenn ich diesen letzten Satz des Berichtes auf die Vorgänge des Jahres 980 beziehe. Im August dieses Jahres ist Benedict VII. nicht mehr in Rom, er begegnet dem Kaiser Otto II. in Ravenna. Daß er der Gewalt gewichen, erschließt man nur aus einer kurzen Annalennotiz (Ann. Colon. 981: Apostolicus in sedem receptus est; vgl. Giesebrecht, Jahrbücher Ottos II. S. 66). Unser Bericht scheint anzudeuten, daß es sein alter Gegner war, der ihn aus seiner Residenz vertrieb. Bestätigung giebt wieder das Epitaphium: Cumque pater multum certaret dogmate sancto, Expulit a sede namque invasor eum. Die gewöhnliche Annahme, die sich auf die Ableitungen des verlorenen officiellen Papstcatologes (Watterich I, 66) stützt, ist, daß Bonifacius sich alsbald nach seiner Vertreibung aus Rom nach Constantinopel begeben habe, um erst im Jahre 984 zurückzukehren und den Papst Johannes XIV. vom Sitze zu stürzen. Nach unseren beiden Quellen sehen wir ihn ausdauernd das Ziel verfolgen, in Rom wieder die Oberhand zu bekommen. Die beste Ableitung des Cataloges, Hermanns Chronik (SS. V, 116)

sagt schon: expulsus, Constantinopolim postea petiit. Daß Bonifacius nach seiner Vertreibung aus Rom sich zu den Griechen geflüchtet habe, welche damals in Unteritalien eine sehr dominirende Stellung einnahmen und den Hort aller dem Römischen Kaiserthum widerstrebenden Elemente Italiens bildeten, ist wahrscheinlich genug. Möglicherweise soll daher der Ausdruck Constantinopolim nur dies besagen: ad Graecos.

Ueber den Charakter der Quelle, von welcher ein Fragment in der Handschrift von Ivrea vorliegt, enthalte ich mich jeder Vermuthung. Geschrieben ist die Aufzeichnung jedenfalls vor dem Tode Benedicts VII., der im October 983 erfolgte. Mit den Ableitungen des verlorenen Papstkataloges zeigt sie keinerlei Verwandtschaft. Die Worte »quem supra diximus« weisen auf eine längere Darstellung, ebenso der episch gehaltene Anfang; die andeutende Bemerkung am Schlusse schließt nicht aus, daß ein erläuternder ausführlicher Bericht, etwa über die Vorgänge des Jahres 980 folgte. Bei alledem ist möglich, daß wir es doch nur mit dem Fragmente eines Briefes oder einer anderen Gelegenheitsschrift, nicht einer erzählenden Quelle zu thun haben. Der Verlust des Ganzen ist aber bei der Dürftigkeit unsers Quellenbestandes gerade für die Italienischen Verhältnisse unter Otto II. sehr zu bedauern.

Die elektrische Leitungsfähigkeit wässriger Lösungen im Zustande äußerster Verdünnung.

Von

Friedrich Kohlrausch.

Meine zum Teil mit Grotrian angestellten Beobachtungen über das Leitungsvermögen von gelösten Elektrolyten[1]) reichten im allgemeinen bis zu Gehalten von etwa 5 Procent abwärts. Eine Gruppe verdünnterer Lösungen wurde von Lenz[2]) eingehend untersucht. Im vorigen Jahre erschienen Arbeiten von Bouty[3]) und von Arrhenius[4]) über denselben Gegenstand.

---

1) Götting. Nachr. 1874 Aug. 5.; 1876 Mai 17.; 1877 Apr. 4.; Münch. Sitz.-Ber. 1875 Nov. 5.; Pogg. Ann. Bd. 154 S. 1. 215, 1875; Bd. 159 S. 233, 1876; Wied. Ann. Bd. 6 S. 1. 145, 1879. Die letztgenannte Arbeit ist hier immer mit l. c. citirt.

2) Mém. de l'Acad. St. Pétersb. Bd. 26 Nr. 3, 1878.

3) Comptes rendus de l'Acad. Paris 1884 Jan. 21 u. Febr. 11. Journ. de

Die jetzige Mitteilung, einen Auszug aus einer Untersuchung gebend, welche mich schon lange beschäftigt, umfaßt wieder viel größere Verdünnungen als die genannten Arbeiten, im Durchschnitt einige Tausendmal größer als bei Lenz, einige Hundertmal größer als bei Bouty, und gegen Arrhenius, soweit aus den dort gegebenen Anhaltspuncten ersichtlich ist, auch noch mindestens zehnmal. Auch abgesehen hiervon würde meine Arbeit, die bei dem Erscheinen von Arrhenius' Versuchen übrigens im wesentlichen schon abgeschlossen war, nicht unnötig sein, denn diese Versuche beabsichtigten offenbar mehr einen Ueberblick über die Verhältnisse, als eine exacte abschließende Kenntnis zu erzielen.

Zu einer eingehenden Würdigung der genannten Arbeiten ist hier nicht der Ort. Die interessanten theoretischen Betrachtungen von Arrhenius insbesondere [1]) verlangen ein gründliches Studium. Auch eine ausführliche Kritik der weitgehenden Schlüsse, welche Herr Bouty zieht, würde hier zu viel Raum beanspruchen. Man wird aus meinen Resultaten, welche bis an die äußerste erreichbare und noch interessirende Grenze der Verdünnung reichen dürften und bei denen Vermutungen über das weiter unten liegende größtenteils ausgeschlossen sind, leicht erkennen, daß ich den Schlüssen des Herrn Bouty in wesentlichen Puncten nicht zustimmen kann.

Die Empfindlichkeit so geringhaltiger Lösungen (welche in ihrem Gehalte teilweise noch unter das hinuntergehen, was man gewöhnlich destillirtes Wasser nennt), die großen zu messenden Widerstände, die Herstellung beträchtlicher Mengen sehr reinen Wassers erforderte eine Summe von neuen Erfahrungen. Es sind über 600 Lösungen, die ich untersucht habe; einen Teil der älteren Versuche habe ich durch bessere ersetzt. Damit mag die lange Zeit, welche seit der ersten ausgesprochenen Absicht zu dieser Arbeit verstrichen ist, entschuldigt werden.

Die Concentration der Lösung soll durch ihren Moleculargehalt bezeichnet werden. Die »Molecülzahl« m oder gewöhnlicher die »Aequivalentzahl« des Elektrolytes in einer Lösung be-

---

phys. (2) Bd. 3 S. 325; Aug. 1884. Ann. de Chim. (6) Bd. 3. 1884. Die letztgenannte Publication der Untersuchungen von H. Bouty, die gerade eben erschienen ist, macht zu meiner Befriedigung einige historische Bemerkungen, zu denen die ersten Veröffentlichungen mir Veranlassung zu geben schienen, größtenteils überflüssig.

4) Bihang till k. Svenska Vet. Akad. Handl. Band 8, Nr. 13. 1884. Ueber die Säuren finden sich auch einige Angaben in der in diesen Tagen erschienenen Mittheilung von W. Ostwald, J. pr. Chem. Bd. 30. 1884.

1) sowie auch von Ostwald.

deutet die in 1 Liter Lösung enthaltene Menge in Grammen geteilt durch das Moleculargewicht (oder bei mehrwertigen Verbindungen das Aequivalentgewicht z. B. NaCl = 58,50; $Ba\frac{1}{2}Cl$ = 104,0; $K(SO_4)\frac{1}{2}$ = 87,16; $\frac{1}{2}MgSO_4$ = 60,03) A des Elektrolytes. Also $m = 1$ bedeutet das, was in der Titrir-Analyse eine Normallösung genannt wird. Dem kleinsten zur Beobachtung gelangten $m = 0{,}00001$ entspricht also z. B. für eine Kochsalzlösung der Gehalt 0,000585 g. im Liter oder nach gewöhnlichem Ausdruck 0,0000585 = $^1/_{1710}$ Procent.

Das Leitungsvermögen k gilt wie früher für 18°,0 des Elektrolytes und ist auf Quecksilber als Einheit bezogen.

Das zum Lösen gebrauchte Wasser hatte in den meisten Versuchen ein Leitungsvermögen $k \cdot 10^{10} = 1$ bis 1,5. Dieser Betrag ist dann von dem beobachteten Leitungsvermögen der Lösung abgezogen worden. Der Rest wird als das Leitungsvermögen des gelösten Körpers allein angesehen. Daß diese Anschauung für neutral reagirende Salze gestattet ist glaube ich nach Versuchen mit verschiedenem Wasser behaupten zu dürfen (vgl. auch Arrhenius l. c. S. 25. 48). Ueber alkalische und saure Elektrolyte dagegen siehe weiter unten.

Da bei verdünnten Lösungen die Hauptfrage sich nach dem Verhältnis des Leitungsvermögens zum Gehalte richtet, so gebe ich (wie Lenz) das Verhältnis $k/m = \lambda$, welches meiner Bezeichnung specifisches moleculares Leitungsvermögen entspricht. Wäre das Leitungsvermögen dem Gehalte proportional, so müßte also diese Größe von dem Gehalte unabhängig sein.

Neutral reagirende Salze.

Die folgende Zusammenstellung gibt die (mit 10^7 multiplicirten) Werte k/m für Moleculargehalte m von 0,00001 nach Potenzen von 10 fortschreitend, bis $m = 1$ nach neuen Beobachtungen, für $m = 10$, oder wenn die Löslichkeit nicht so weit reicht womöglich wenigstens bis $m = 5$, nach unseren früheren citirten Versuchen.

Tabelle I.

Specifische moleculare Leitungsvermögen k/m bei 18° für wässrige Lösungen neutraler Salze.

von dem Moleculargehalte m =			0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	5	10
Kaliumchlorid	K Cl	A = 74,6	122	121	119	115	105	92		
Ammoniumchlorid	NH_4Cl	= 53,5	121	121	119	114	104	91	75	
Natriumchlorid	Na Cl	= 58,5	103	103	101	96	87	69	40	
Lithiumchlorid	Li Cl	= 42,5	96	94	92	87	78	59	30	11
Bariumchlorid	$\frac{1}{2}BaCl_2$	= 104,0	114	113	109	101	86	66		
Zinkchlorid	$\frac{1}{2}ZnCl_2$	= 68,0	103	103	99	91	77	51		
Kaliumjodid	KJ	= 165,9	122	121	120	116	107	97	38	
Kaliumnitrat	KNO_3	= 101,2	121	121	118	112	98	75		
Natriumnitrat	$NaNO_3$	= 85,1	97	97	95	91	82	62	32	
Bariumnitrat	$\frac{1}{2}Ba(NO_3)_2$	= 130,6	112	110	106	95	76			
Silbernitrat	$AgNO_3$	= 170,0	108	108	107	102	89	64	35	
Kaliumchlorat	$KClO_3$	= 122,6	114	112	110	105	93			
Kaliumacetat	$KC_2H_3O_2$	= 98,1	94	93	92	88	78	59	24	4
Kaliumsulfat	$\frac{1}{2}KSO_4$	= 87,2	127	125	121	110	90	67		
Natriumsulfat	$\frac{1}{2}NaSO_4$	= 71,1	105	103	100	91	73	47		
Lithiumsulfat	$\frac{1}{2}LiSO_4$	= 55,0	95	94	91	82	64	39		
Magnesiumsulfat	$\frac{1}{2}MgSO_4$	= 60,0	106	103	94	71	47	27	8	
Zinksulfat	$\frac{1}{2}ZnSO_4$	= 80,6	105	102	91	68	43	25	8	
Kupfersulfat	$\frac{1}{2}CuSO_4$	= 79,8	108	105	94	67	42	24		
		$m^{1/2}$ =	0,021	0,046	0,100	0,215	0,464	1,00	1,71	2,15

Eine Uebersicht über diese Zahlen kann nur aus einer graphischen Darstellung gewonnen werden, die aber in gewöhnlicher Weise ausgeführt, ein Papier von 1 Kilometer Länge verlangen würde, wenn man der ersten Abscisse $m = 0{,}00001$ nur die Länge 1 mm. geben will. Man könnte aber z. B. $\log m$ als Abscisse nehmen. Doch ist wohl am rationellsten und ist hier geschehen, als Abscisse die mittlere gegenseitige Nähe der elektrolytischen Molecüle mit anderen Worten die Anzahl der Molecüle auf der Längeneinheit statt in der Volumeinheit zu nehmen. Zu diesem Zwecke ist also $\sqrt[3]{m}$ als Abscisse aufgetragen.

Die 1. Figur stellt die Größen k/m für eine Anzahl der Salze aus der Tabelle dar, welche alles characteristische enthält. Bedenkt man daß dies recht verschiedenartige Körper und zwar in Concentrationen von etwa 60 bis $^1/_{25000}$ Procent, d. h. im Verhältnis 1 zu anderthalb Millionen verschieden sind, so kann man mit der neuen Darstellungsart zufrieden sein.

Die Frage: gibt es für jede Substanz ein specifisches Leitungsvermögen als Grenzwert in äußerster Verdünnung? ist hiermit für die neutralen Salze endgültig bejaht. Denn die schließliche noch 10fache Verdünnung von 0,0001 auf 0,00001 hat das specifische Leitungsvermögen überall nur noch unbedeutend geändert. Man wird die in der ersten Spalte gegebenen Zahlen (vielleicht für die Sulfate von Magnesium, Zink und Kupfer noch um eine Einheit vermehrt) als diese (mit 10^7 multiplicirten) Grenzwerte ansehen dürfen.

Diese molecularen Leitungsvermögen sind alle von derselben Ordnung, aber durchaus nicht einander gleich. Sie werden augenscheinlich durch die beiden Jonen des Elektrolytes beeinflußt, welche letztere sich ihrer Güte nach ordnen:

für das Kation:

Kalium, Ammonium, Barium, Silber, Natrium, Kupfer, Magnesium, Zink, Lithium;

für das Anion:

Schwefelsäure, Chlor, Jod, Salpetersäure, Chlorsäure, Essigsäure.

Kalium und Ammonium, dann Magnesium, Zink und Kupfer bilden zusammengehörige Gruppen. Desgleichen sind in großer Verdünnung die Unterschiede zwischen SO_4, Cl, J, NO_3 unerheblich (vgl. Lenz l. c.)

Mit Ausnahme der Stellung der Schwefelsäure, die, wie schon Lenz und dann Bouty sowie Arrhenius und Ostwald gezeigt haben, in äußerster Verdünnung sich ganz anders ver-

hält als bei mäßiger Verdünnung zu erwarten wäre, stimmt diese Gruppirung mit meinen früheren Ergebnissen wesentlich überein.

Indem nun die im Wasser gelöste Menge wächst, nehmen die specifischen Leitungsvermögen ohne Ausnahme ab. »Alle Leitungs-»vermögen wachsen verzögert mit dem Moleculargehalt der Lösung; »die Anhäufung der Theilchen beeinträchtigt die Wirkung des ein-»zelnen Molecüls« (l. c. S. 184). Auch dies haben wir ja für mäßig verdünnte Lösungen schon früher gefunden. Für die angeführten Körper beträgt die Abnahme im Mittel

von	0,00001	0,0001	0,001	0,01
auf	0,0001	0,001	0,01	0,1
etwa	1	3	10	20 %

Die Größe der Abnahme erleidet aber nach den verschiedenen Körpern eine bedeutende Veränderlichkeit. Die Abnahme ist bei weitem am stärksten für die Sulfate von Magnesium, Zink und Kupfer, bei denen das specifische Leitungsvermögen von Anfang bis zu $m = 1$ etwa auf den vierten Theil sinkt. Demnächst zeigen auch die anderen Sulfate beträchtliche Abnahmen, aber auch die Verbindungen der zweiwerthigen Metalle Zink und Barium mit einwerthigen Säuren sind durch ein stärkeres Gefälle von k/m charakterisirt als die einwerthigen Verbindungen. Ich halte dieses Zusammentreffen des stärkeren Gefälles mit der Mehrwerthigkeit der Bestandtheile nicht für ein zufälliges [1]).

Saure und alkalische Lösungen.

Im Vorigen sind nur neutral reagirende Körper gegeben worden. Es ist merkwürdig, daß alle übrigen, sie mögen alkalisch oder sauer reagiren, sich in äußerster Verdünnung ganz anders verhalten und zwar wie es scheint so charakteristisch, daß man das Kriterium einer nicht neutralen Beschaffenheit eben so sicher auf dieses Verhalten gründen könnte wie auf die Pflanzenfarben.

---

1) Einen Zusammenhang mit der Hydratbildung oder besser mit dem bei dem Auskrystallisiren in den festen Körper eintretenden Krystallwasser aber mit Bouty anzunehmen hindert mich das Verhalten des Kaliumsulfates und Bariumnitrates, die meines Wissens niemals mit Wassergehalt auskrystalliren.

Tabelle II.

Specifische moleculare Leitungsvermögen k/m bei 18° für einige saure oder alkalische Lösungen.

von dem Moleculargehalt m =			0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10
Salzsäure	HCl	A = 36,46	125	317	345	342	325	278	60
Salpetersäure	HNO_3	= 63,04	114	309	343	339	323	277	61
Schwefelsäure	$\frac{1}{2}H_2SO_4$	= 49,03	141	312	332	285	208	182	65
Kaliumhydrat	KOH	= 56,13	75	169	211	212	199	172	42
Natriumhydrat	$NaOH$	= 40,04		120	182	186	172	148	19
Kaliumcarbonat	$\frac{1}{2}K_2CO_3$	= 111,1	86	100	122	108	88	66	17
Natriumcarbonat	$\frac{1}{2}Na_2CO_3$	= 95,0	70	88	104	90	68	43	

Nur die neutralen Salze haben von Anfang an einen bestimmten Werth des molecularen Leitungsvermögens, der in den allerersten Stufen des Gehaltes sich wenig ändert, dann allgemein abnimmt. Die alkalischen oder sauren Körper (vgl. Fig. 2) beginnen in äußerster Verdünnung mit einem kleinen molecularen Leitungsvermögen, welches zuerst zunimmt, ein Maximum erreicht und dann abnimmt. Das Maximum tritt schon sehr früh ein, bei Moleculargehalten von etwa 0,001 bis 0,005, unterhalb der Verdünnungen, mit denen die HH. Lenz oder Bouty gearbeitet haben. In der von H. Arrhenius zusammengestellten Tab. B spricht sich das im Anfange beschleunigte Wachsthum der nicht neutral reagirenden Körper gleichfalls aus, sowie in Ostwald's Versuchen.

Es liegt hierbei nahe zu vermuthen, wie auch Arrhenius gethan hat, daß alkalische oder saure Verunreinigungen des Wassers diese Erscheinung als eine Anomalie verursachen [1]). Die Prüfung dieser Frage hat mich lange aufgehalten. Allein ein und dasselbe Wasser (k. $10^{10} = 1{,}25$) bei Schwefelsäure und bei Aetzkali angewandt gab in beiden Fällen die erwähnte Erscheinung.

Das reinste Wasser, welches man gegenwärtig für solche Versuche herstellen kann, macht also den Eindruck, als ob dasselbe Säuren gegenüber alkalische und Alkalien gegenüber saure Eigenschaften habe. Ein endgiltiger Abschluß der Frage, ob dies eine Eigenschaft des Wassers an sich ist oder ob doch noch Verunreinigungen die Ursache bilden, läßt sich aus diesen Versuchen noch nicht entnehmen. Uebereinstimmend war in der That der Gang des Leitungsvermögens bei Anwendung verschiedenen Wassers im ersten Anfange nicht, sondern bis etwa $m = 0{,}0005$ zeigten verschiedene Versuche noch deutliche allmählich kleiner werdende Unterschiede.

Es verdient noch Erwähnung, daß auch mit der Zeit bei den hier besprochenen Körpern kleine Aenderungen eintraten, die sich etwa so verhielten, als ob die Elektroden kleine Mengen des gelösten Elektrolytes absorbirten. Daher arbeitete ich schließlich mit ziemlich großen Mengen (0,5 Liter) Flüssigkeit.

Im einzelnen ist zu bemerken, daß die Hydrate von Natrium und Kalium, sowie überhaupt die Verbindungen dieser Metalle, sich

---

1) Zusatz von Säure zu einer alkalischen Lösung vermindert natürlich zuerst das Leitungsvermögen, um dasselbe erst später wieder zu vermehren. Es scheint, daß der Uebergang von der Verminderung zur Vermehrung bei starken Verbindungen plötzlich, bei schwachen allmählicher eintritt. Hier liegt ein interessantes Gebiet der Forschung über Bindung von Basis und Säure in Lösung vor.

um einen nicht sehr veränderlichen Betrag zu Gunsten des Kaliums unterscheiden.

Salpetersäure und Salzsäure (sowie jedenfalls auch Brom- und Jod-Wasserstoff) stehen auch in der äußersten Verdünnung in derjenigen nahen Uebereinstimmung, welche meine früheren Beobachtungen für stärkere und mäßig verdünnte Lösungen ergaben und die dann von Lenz und jetzt von Bouty an schwächeren Lösungen nachgewiesen wurde.

Die Schwefelsäure. Vollkommen anders zeigt sich die zweibasische Schwefelsäure. Deren Curve (Fig. 2) besteht aus zwei Abtheilungen, von denen man, wenn sie nicht zusammenhingen, vermuthen würde, daß sie ganz verschiedenen Körpern angehören. Von großer Concentration bis etwa $m = 0{,}1$ abwärts verläuft die Curve in gewöhnlicher Weise, nach unten mäßig concav, sich über Kaliumhydrat wenig erhebend.

Von $m = 0{,}1$ nach stärkeren Verdünnungen fortschreitend erhebt sie sich aber steil und nach kurzer Krümmung fast geradlinig ansteigend, bis zu einem Maximum, welches demjenigen der einbasischen Säuren sehr nahe kommt. Schon Lenz, der bis etwa 0,02 abwärts beobachtete, fand daselbst eine auffallende Verringerung des Unterschiedes zwischen diesen Körpern.

Ich bin nach diesen mir schon lange bekannten eigenartigen Verhältnissen ganz der Ansicht, welche H. Bouty jetzt ausgesprochen hat, daß dieselben den Beweis der Constitutionsänderung der Schwefelsäure in großer Verdünnung liefern, ohne aber Herrn Bouty in die Theorie der Hydratbildung zu folgen. Es genügt mir und scheint von großem Interesse, daß die Schwefelsäure sich in äußerster Verdünnung wie die einbasischen Säuren verhält und daß auch die Constitution oder wenigstens der Vorgang bei der Elektrolyse für alle eine ähnliche Beschaffenheit haben wird.

Als einen weiteren Prüfstein für diese Ansicht kann man den Temperatureinfluß auf das Leitungsvermögen ansehen. Auch dieser fand sich für eine Lösung von $m = 0{,}001$ demjenigen für Salpeter- und Salzsäure fast gleich, während er für stärkere Lösungen nur etwa $^2/_3$ davon beträgt.

Ein Rückblick auf Tab. I oder Fig. 1 läßt nun sofort erkennen, daß wie die Schwefelsäure zu den einbasischen Säuren, so auch die Sulfate sich zu den entsprechenden Chloriden oder Nitraten verhalten. Bis $m = 0{,}1$ abwärts leiten erstere erheblich schlechter, besonders das Zink-, Kupfer- und Magnesiumsulfat. Von 0,1 abwärts aber er-

heben sich die Curven und erreichen ja übersteigen schließlich ein wenig die anderen am Nullpuncte [1]).

Andere Lösungen. Das anfängliche Ansteigen von k/m zeigten auch Posphorsäure, Essigsäure und Ammoniak (vgl. Fig. 2).

Phosphorsäure erreichte ihr Maximum von k/m ungefähr wie Schwefelsäure bei $m = 0{,}0009$, der größte Werth betrug aber nur 98. (Vgl. Ostwald S. 228.)

Essigsäure leitet in äußerster Verdünnung sogar besser als Phosphorsäure. Das schon bei etwa $m = 0{,}00002$ erreichte Maximum von k/m betrug 132, übertrifft also alle Salze. Aber für $m = 0{,}1$ ist der Wert bereits auf 5 gesunken.

Auch Ammoniak hatte sein Maximum bereits bei 0,00002. Und auch hier ist der Wert $k/m = 82$ wenn auch nicht so groß wie bei Essigsäure, doch ganz enorm im Vergleiche mit stärkeren Lösungen, da für $m = 0{,}1$ das specifische Leitungsvermögen k/m schon auf 3 gesunken ist.

Diese beiden Körper, welche in stärkerer Lösung Leiter niederer Ordnung darstellen, nähern sich also in großer Verdünnung den guten electrolytischen Leitern. Bereits in meinen älteren Beobachtungen (l. c. 190) waren diese Flüssigkeiten bis zu größerer Verdünnung verfolgt als die übrigen und ihr ganz abweichendes Verhalten wiederholt hervorgehoben worden. Es wurde bemerkt, daß in einer graphischen Darstellung die Curven für das Leitungsvermögen k im Anfang fast senkrecht aufsteigen. (Vgl. auch hierüber Bouty, Arrhenius und Ostwald.)

---

1) Es mag hier an einen schon von Faraday und von Gmelin angestellten Versuch (Wiedemann, Elektr. 2. Bd. S. 599, 3. Aufl.) erinnert werden, wonach ein elektrischer Strom von einer Magnesiumsulfatlösung in das »Wasser« übergehend an der Berührungsfläche Magnesiumhydrat ausscheidet. Ich habe die Thatsache an der Grenzfläche einer stärkeren und einer sehr verdünnten ($m = 0{,}001$) Lösung von Magnesiumsulfat bestätigt gefunden. Diese Thatsache scheint nun doch zu beweisen, daß in sehr großer Verdünnung auch das Wasser selbst mit leitet. An einigen anderen Körpern konnte ich vorläufig nichts ähnliches finden. Auch möchte ich nicht behaupten, daß an den ausgeschiedenen Metallen in der verdünnten Lösung, sich Wasserstoff befunden hätte, ohne es aber bestimmt zu verneinen.

Sehr schön sind die Metallfällungen aus so verdünnten Lösungen (Silber, Kupfer, Zink) durch die unglaublich zarte Verästelung, die mir eine Art Spitzenwirkung zu sein scheint. Die Metallfäden sind so dünn, daß sie unter der Einwirkung der Ladung durch Oeffnen und Schließen der Kette sich zusammenziehen und ausspreizen — eine sehr zierliche Erscheinung.

Das Gesetz der unabhängigen Wanderung der Ionen in verdünnter Lösung.

Ich habe früher den folgenden Satz aufgestellt [1]). In verdünnter Lösung, d. h. wenn die Wanderung der beiden Bestandtheile eines Electrolytes in einem Mittel stattfindet, welches sich vom Wasser wenig unterscheidet, hat jeder Bestandtheil eine bestimmte von dem anderen unabhängige Beweglichkeit. Das moleculare Leitungsvermögen einer Verbindung läßt sich dann aus den beiden Beweglichkeiten u und v der Bestandtheile einfach als die Summe $u + v$ finden. Die relative Geschwindigkeit der Ionen (Hittorf) ist gleich $u : v$. Für die einbasischen Mineralsäuren und ihre Verbindungen und einigermaßen auch für die Aetzalkalien bewährte sich, soweit sicheres Material vorlag [2]), dieser Satz in befriedigender Weise.

Auch die von mir damals vorausgesagten Ueberführungszahlen der Lithium-Verbindungen sind seitdem durch die Beobachtungen von Kuschel bestätigt worden.

Auf die mehrbasischen Säuren und ihre Verbindungen habe ich den Satz probeweise auch angewendet, aber unter Hervorhebung einiger Bedenken und daher mit Vorbehalt. Ich beschränke mich hier ganz auf einbasische Säuren.

Die molecularen Leitungsvermögen waren damals nur bis zu mäßigen Verdünnungen bekannt. Daraus wurden die Eigenschaften verdünnter Lösungen abgeleitet, so gut es sich thun ließ, und zwar nach einem für alle Körper gleichen Verfahren. Ich wußte freilich schon und sprach es wiederholt aus (l. c. S. 151. 162. 210), daß diese Resultate der Wirklichkeit bei äußerster Verdünnung nicht ganz entsprachen, theilweise sogar, wie bei der Schwefelsäure, beträchtliche Abweichungen zeigten. Allein eine genaue Erforschung dieser Verhältnisse erforderte, wie man gleich übersehen konnte, eine größere neue Arbeit (vgl. auch den Eingang dieser Mittheilung). Vor allem würde hierzu, um den Gegenstand zu erledigen, auch eine Ausdehnung der Hittorf'schen Wanderungsbeobachtungen auf diese großen Verdünnungen nöthig sein, zu welcher großen Arbeit viele Zeit und auch einiger Muth gehört.

Endlich scheint es mir auch, daß die Beschränkung auf mäßige Verdünnung berechtigt ist. Das Hinzunehmen des Grenzzustandes an

---

1) Götting. Nachr. 1876 Mai 17.; Wied. Ann. Bd. 6 S. 167, 1879.

2) H. Wiedemann schätzt, wie mir scheint, teilweise diese Sicherheit zu hoch. (Elektr. Bd. 2, 3. Aufl. § 1071).

dem reinen Wasser könnte ohne genaue Kenntniß aller Thatsachen die Beziehungen (etwa durch eine Leitung des Wassers selbst) in ähnlicher Weise verwickeln, wie die Massengravitation sich complicirt, wenn man die Kräfte bis zu molecularen Abständen verfolgt.

Immerhin aber habe ich gleich anerkannt (l. c. S. 152), daß der Rückschluß von meinen Beobachtungen an fünfprocentigen und stärkeren auf verdünnte Lösungen ein Nothbehelf in Ermangelung geeigneteren Materials war.

Für eine Anzahl von Körpern ist diesem Mangel nunmehr abgeholfen und ich will das Gesetz daher an den neuen Beobachtungen prüfen. Als die größte Verdünnung, für welche man auch die Ueberführungszahlen einigermaßen kennt, nehmen wir gleichmäßig den Gehalt $m = 0{,}1$. Die hierfür geltende Verdünnung (für NaCl z. B. 0,585%) ist eine ziemlich beträchtliche, denn da nach unserer Definition (vgl. S. 74) 1 Liter Wasser $1000 : 9 = 111$ Aequivalente enthält, so kommt für $m = 0{,}1$ auf 1110 Aequivalente Wasser ein Aequivalent des Elektrolytes.

Ich setze die Beweglichkeiten der Ionen

	K	NH_4	Na	Li	Ag	H	$\frac{1}{2}$Ba	$\frac{1}{2}$Mg	$\frac{1}{2}$Zn
$u =$	52	50	32	24	42	272	30	26	24

	Cl	J	NO_3	ClO_3	$C_2H_3O_2$	OH
$v =$	54	55	48	42	26	143.

Die hieraus berechneten molecularen Leitungsvermögen $u + v$ und Ueberführungszahlen des Anions $n = v/(u + v)$ vergleichen sich dann mit den Beobachtungen aus Tab. I bez. mit denjenigen von Hittorf, Wiedemann und Kuschel folgendermaßen.

Tabelle III.

Vergleichung von Leitungsvermögen und Ueberführungszahlen mit der Theorie.

	Moleculare Leitungsvermögen k/m			Ueberführungs-Zahl n des Anions		
	beob.	ber.		beob.	ber.	
KCl	105	106	+1	0,51	0,51	±
NH_4Cl	104	104	±	0,51	0,52	+0,01
NaCl	87	86	−1	0,63	0,63	±
LiCl	78	78	±	0,70	0,69	−0,01
HCl	325	326	+1	0,19	0,17	−0,02
KJ	107	107	±	0,50	0,51	+0,01
NaJ		87		0,61	0,63	+0,02
LiJ		79		0,70	0,70	±
KNO_3	98	100	+2	0,50	0,48	−0,02
$NaNO_3$	82	80	−2	0,61	0,60	−0,01
$AgNO_3$	89	90	+1	0,53	0,53	±
HNO_3	323	320	−3	(0,14)	0,15	+0,01
$KClO_3$	93	94	+1	0,46	0,45	−0,01

	Moleculare Leitungsvermögen k/m			Ueberführungs-Zahl n des Anions		
	beob.	ber.		beob.	ber.	
$KC_2H_3O_2$	78	78	±	0,33	0,33	±
$NaC_2H_3O_2$		58		0,44	0,45	+0,01
$AgC_2H_3O_2$		68		0,37	0,37	±
$\frac{1}{2}BaCl_2$	86	84	−2	0,62	0,64	+0,02
$\frac{1}{2}MgCl_2$	80	80	±	0,68	0,67	−0,01
$\frac{1}{2}ZnCl_2$	77	78	+1	0,70	0,69	−0,01
$\frac{1}{2}ZnJ$		79		0,68	0,70	+0,02
$\frac{1}{2}Ba(NO_3)_2$	76	78	+2	0,61	0,62	+0,01
KOH	199	195	−4	0,74	0,73	−0,01
$NaOH$	172	175	+3	0,84	0,82	−0,02
$LiOH$				0,85	0,85	±

Das Gesetz der unabhängigen Wanderung bewährt sich an dem jetzigen gleichmäßigen und besseren Materiale noch besser als an dem früheren (vgl. l. c. S. 173. 176. 182) und es scheint mir ein Zweifel an der inneren Berechtigung dieser Beziehung nicht gerechtfertigt zu sein. Denn ein solcher Zweifel würde voraussetzen, daß die nahe Uebereinstimmung von einstweilen 42 Werthen, welche aus 15 Zahlen berechnet sind, auf einem Zufall beruhe. Allerdings wird der Satz wahrscheinlich, wie manche andere Naturgesetze, nur den Anspruch auf eine sehr genäherte Giltigkeit erheben dürfen.

Zu Gunsten meiner Anschauung gegenüber dem von Herrn Bouty ausgesprochenen Satze erlaube ich mir noch folgendes einzelne anzuführen.

1) Das Gesetz der unabhängigen Wanderung umfaßt auch die Wasserstoff-Verbindungen (Säuren und Alkalien).

2) Nicht nur die Leitungsvermögen sondern auch die Hittorf'schen Ueberführungszahlen erscheinen nach ihm unter einem einfachen einheitlichen Gesichtspuncte.

3) Das Gesetz der unabhängigen Wanderung ist von vorn herein ohne specielle Voraussetzungen zu vermuthen; für die Annahme von Bouty[1]), die gewissermaßen eine besondere einfachste Form dieses Gesetzes darstellen würde, sehe ich keine innere Veranlassung.

---

1) Der Hauptsatz von H. Bouty die »Loi des équivalents« sagt: »Die molecularen Leitungsvermögen verdünnter Salzlösungen sind einander gleich«. Die Gültigkeit dieses Satzes würde verlangen, daß die Anfangszahlen in Tab. I. für die verschiedenen Körper gleich groß wären. Freilich hat H. Bouty im Verfolg seiner Arbeiten diesen Ausspruch wesentlich eingeschränkt, nämlich auf solche Körper, die eine »normale Elektrolyse« erfahren, d. h. deren Lösung sich durch den Strom an beiden Elektroden gleich stark verdünnt, mit anderen Worten, deren Bestandteile nach Hittorf beiderseitig gleich rasch wandern. Zu solchen Körpern rechnet Bouty vom Kalium und wahrscheinlich dem Ammonium die Haloidsalze, Nitrate und Sulfate, auch das Chlorat und Chromat, sowie das Sulfat und Nitrat des Silbers, — also eine recht be-

4) Man mag von den Concentrationen der Tab. I irgend eine herausgreifen, die molecularen Leitungsvermögen zeigen stets beträchtliche Abweichungen von einander.

Große Verdünnungen. Macht man den Versuch, etwa für den Moleculargehalt 0,0001 ein System von Beweglichkeiten der Ionen aufzustellen, so lassen sich hierdurch unter gewissen Voraussetzungen nicht nur die einbasischen Säuren (ausgenommen die Essigsäure) und ihre Salze, sondern auch die Sulfate und Carbonate mit großer Annäherung ihrem Leitungsvermögen nach berechnen. In Ermangelung des Prüfsteins an den für diesen Fall unbekannten Ueberführungszahlen aber soll hierauf nicht näher eingegangen werden.

Temperatur-Coefficienten.

Schon in der ersten Veröffentlichung mit Grotrian und dann in meinen späteren Mittheilungen wurde besonderes Gewicht darauf

---

schränkte Gruppe von Stoffen. Allein auch unter diesen, soweit sie in Tab. I. vorkommen, finden sich noch beträchtliche Unterschiede. Auch das kohlensaure Natrium würde nach den Versuchen von Kuschel hergehören. Von dem essigsauren Lithium scheue ich mich nicht vorauszusagen, daß seine Leitungsfähigkeit viel kleiner sein dürfte als diejenige irgend eines Stoffes der Tab. I, während seine Elektrolyse doch im Sinne der Bouty'schen Definition »normal« sein wird.

Kurz, das von Bouty angenommene Gesetz erleidet so viele bedeutende Ausnahmen und trifft nur in einer so kleinen Anzahl von Fällen genähert zu, daß ich den Vorteil dieses Ausspruches nicht einsehe. Man könnte doch höchstens sagen: die Leitungsvermögen äquivalenter Lösungen von Salzen sind von gleicher Ordnung.

Für die Chloride ist aber diese Beziehung schon in den Arbeiten von Grotrian und mir (»spec. Leitungsvermögen nach Aequivalenten«, Gött. N. 1874 S. 418, Pogg. Ann. Bd. 154 S. 236, 1875) mit Zahlen belegt hervorgehoben worden, als überhaupt zum ersten Male von dem Leitungsvermögen verdünnter Lösungen die Rede war. Daß Jodide und Nitrate sich anschließen stand in meiner Arbeit von 1879. Die Untersuchungen über größere Verdünnungen von Lenz und sodann von Bouty haben allerdings erst gezeigt, daß auch die Sulfate schließlich den beträchtlicheren Unterschied, welchen sie in mäßiger Verdünnung zeigen, zum großen Theile verlieren.

Die Bedeutung des chemischen Aequivalentes für das Leitungsvermögen anlangend darf ich endlich überhaupt auf meine Bemerkungen (l. c. S. 184. 187. 188) sowie auch über die Uebereinstimmung der Wasserstoffsäuren und der Salpetersäure, der Kalium- und Ammonium-Verbindungen, der Chloride von Barium, Strontium, Calcium, der Sulfate von Magnesium, Zink und Kupfer hinweisen. Ich bin erfreut, daß die Wichtigkeit dieser Bedeutung für die Chemie der Lösungen im Anschlusse an H. Bouty's Mittheilung von berufenster Seite in der Sitzung der Académie des Sciences Anerkennung gefunden hat.

gelegt, daß die Temperatur das Leitungsvermögen in starker, aber übersichtlicher Weise beeinflußt, daß insbesondere die Temperatur-Coefficienten der Salze in verdünnter Lösung sich bis auf Unterschiede von einigen Tausendteln gleichen. Etwa 40 verschiedenartige Körper gaben den größten Unterschied 0,0044 des Coefficienten [1]).

An den Lösungen für den Gehalt $m = 0{,}01$ wurden nun die Leitungsvermögen wie früher bei etwa 18° und 26° gemessen und der Temperaturcoefficient als Aenderung auf 1° in Theilen des Leitungsvermögens von 18° ausgedrückt, was zu folgenden Resultaten führte.

Tabelle IV.

Temperaturcoefficienten

für $m = 0{,}01$.

KCl	0,0221	KJ	0,0219	$\frac{1}{2}K_2SO_4$	0,0223	$\frac{1}{2}K_2CO_3$	0,0249
NH_4Cl	0,0226	KNO_3	0,0216	$\frac{1}{2}Na_2SO_4$	0,0240	$\frac{1}{2}Na_2CO_3$	0,0265
$NaCl$	0,0238	$NaNO_3$	0,0226	$\frac{1}{2}Li_2SO_4$	0,0242	KOH	0,0194
$LiCl$	0,0232	$AgNO_3$	0,0221	$\frac{1}{2}MgSO_4$	0,0236	HCl	0,0159
$\frac{1}{2}BaCl_2$	0,0234	$\frac{1}{2}Ba(NO_3)_2$	0,0224	$\frac{1}{2}ZnSO_4$	0,0234	HNO_3	0,0162
$\frac{1}{2}ZnCl_2$	0,0239	$KClO_3$	0,0219	$\frac{1}{2}CuSO_4$	0,0229	$\frac{1}{2}H_2SO_4$	0,0125
		$KC_2H_3O_2$	0,0229				

Die so für sehr verdünnte Lösungen erhaltenen Temperaturcoefficienten des Leitungsvermögens sind in bester Uebereinstimmung mit den Werthen, welche aus den früheren Darstellungen des Temperatureinflusses (l. c. S. 191 sowie Taf. I u. II) zu erwarten waren und

1) Die Beobachtungen von Arrhenius sind in Uebereinstimmung mit diesen Zahlen. Auch von Bouty wird die nahe Gleichheit des Temperatureinflusses auf 12 von ihm untersuchte Körper betont, an denen er Unterschiede in dieser Richtung etwa ebensogroß wie die meinigen findet. Von strenger Gleichheit aber kann in keinem Falle die Rede sein. Das bei dieser Gelegenheit gegebene Citat meiner Ergebnisse sagt: »M. F. K. avait déjà observé, que la variation ... est sensiblement la même ... en dissolution étendue. La plus faible concentration qu'il ait employée est $^1/_{20}$. La loi n'est rigoureuse que pour des dilutions supérieures«. Ich hatte jedoch von meinen Beobachtungsreihen auf große Verdünnung zurückgeschlossen und angegeben, daß dann die Coefficienten zwischen den engen Grenzen 0,0211 und 0,0255 eingeschlossen erscheinen, was sich in den neuen Versuchen fast vollkommen bestätigt findet.

Auf H. Bouty's hervorgehobene Analogie mit dem Temperaturcoefficienten der Reibung über welche ja so umfassende Untersuchungen besonders von Grotrian vorliegen, will ich hier nicht eingehen. Die genaue Uebereinstimmung mit diesem Coefficienten für das Wasser ist nur eine zufällige, insofern man die Reibung des Wassers zwischen 0 und 1° nimmt. Bei anderen Temperaturen würden nach Bouty's Zahlen Unterschiede bis zu 50 % auftreten können.

dürfen für die aufgeführten Körper wohl nahe als die Grenzwerthe für verdünnte Lösungen angenommen werden.

Nur die Schwefelsäure weicht wiederum ab; die Zahl ist größer als zu erwarten war (0,0112) und als deswegen noch die 10fache Verdünnung $m = 0{,}001$ untersucht wurde, fand sich der Coefficient 0,0159, also dem der einbasischen Säuren gleich. Dies haben wir schon Seite 80 hervorgehoben.

Würzburg, Januar 1885.

Ueber Eris, namentlich ihre äußere Erscheinung und Darstellung nach Schrift und Bild.

Von

Friedrich Wieseler.

Im Glauben und in der Sage der Griechen giebt es nur eine Eris, die hauptsächlich als Anstifterin blutigen Streites und als Schlachten- und Kriegs-Göttin oder Dämon, wie die ihr zunächst stehenden Götter oder Dämonen Ares, Enyo, Deimos und Phobos, erwähnt wird, dann aber auch als Veranlasserin unblutigen Zankes und Wettstreites, ja selbst nützlichen Wetteifers. Wenn Hesiod in den Werken und Tagen Vs 11 fg. — einer Stelle, welche sicherlich Plutarch Amator. 18, 11 im Sinne hat, indem er *τὰς ποιητικὰς Ἔριδας* erwähnt — von zwei Erisarten spricht, so handelt es sich nur um eine ihm eigenthümliche Doctrin, von deren Annahme sich nirgendanderswo auch nur eine Spur zeigt (s. Excurs I).

Eris wird von Griechischen Schriftstellern, Dichtern und Prosaikern, öfter als auf Waffen oder sonst in Bildwerken vorkommend erwähnt, selten aber auch nur etwas genauer beschrieben. Schon in der Ilias erscheint sie auf dem Schilde des Achilleus XVIII, 535, wie noch bei Quintus Smyrnaeus Posthomer. V. 31, und bei Hesiod Scut. Herc. Vs 147 fg. auf dem des Herakles[1]), sowie bei Vergil Aen. VIII,

---

1) Ich stimme nicht mit Goettling überein, wenn er in der Stelle Vs 147 fg., wo es von dem *δράκοντος φόβος* sonst heißt:

ἐπὶ δὲ βλοσυροῖο μετώπου
δεινὴ ΕΡΙΣ πεπότητο, χορεύσασα κλόνον ἀνδρῶν,

nicht *Ἔρις*, sondern *ἶρις* geschrieben wissen will. Man hat etwa anzunehmen, daß der Dichter hier so spreche, wie andere Schriftsteller, nach denen Peitho auf Perikles' Lippen thront oder Hebe, die Chariten und besonders Eros auf den Wangen schöner Jungfrauen ihren Wohnsitz haben (O. Jahn Peitho S. 6),

702 auf dem des Aeneas. In der Ilias V, 740 wird Eris auch auf der Aegis der Athena erwähnt. Als ältestes sicheres Bild lernen wir das am Kasten des Kypselos kennen durch Pausanias V, 19, 1, durch welchen wir übrigens nichts weiter erfahren, als daß sie in der Mitte zwischen den im Einzelkampf begriffenen Helden Aias und Hektor stand und ein sehr häßliches Aussehen hatte. Entsprechend stellte sie nach demselben Gewährsmann Kalliphon von Samos, der jedenfalls der früheren Zeit angehörte (Brunn Gesch. d. Griech. Künstler II, S. 56), auf dem Gemälde des Kampfes der Hellenen und Troer in dem Heiligthum der Artemis zu Ephesos dar. Sie fehlt auch nicht in dem fingirten Schlachtengemälde bei dem jüngeren Philostratos Imag. c. 10, wo ihr Aussehen keineswegs beschrieben wird, wie noch Creuzer Zur Archäologie III S. 83 gemeint hat, denn die Worte *τὴν πεφοινιγμένην λύθρῳ δαίμονα, αὐτήν τε καὶ τὴν ἐσθῆτα* gehen nur die *Κήρ* an, was auch aus Homer. Il. XVIII, 535 fg. und Hesiod. scut. Herc. Vs 156 fg. erhellt, aus welchen der Sophist geschöpft hat.

In der Ilias XI, 3 fg. erwähnt der Dichter auch ein Attribut der Eris, indem er die von Zeus abgesendete als *πολέμοιο τέρας μετὰ χερσὶν ἔχουσαν* bezeichnet. Das Kriegeszeichen ist ohne allen Zweifel die brennende Fackel; s. Excurs II.

Eine etwas genauere Beschreibung der Eris finden wir erst bei Quintus Smyrnaeus XI, 8 fg., wo sie nicht bloß als Bildwerk, sondern ihres Amtes waltend vorgeführt wird:

ἐν γὰρ δὴ μέσσοισιν Ἔρις στονόεσσά τ' Ἐννὼ
στρωφῶντ', ἀργαλέῃσιν Ἐριννύσιν εἴκελαι ἄντην,
ἄμφω ἀπὸ στομάτων ὀλοὸν πνείουσαι ὄλεθρον,

und besonders X, 53 fg.:

τὼς δ' ἄγεν εἰς ἕνα χῶρον Ἔρις μεθέπουσα κυδοιμὸν
οὔτινι φαινομένη· περὶ γὰρ νέφος ἄμφεχεν ὤμους
αἱματόεν· φοίτα δὲ μέγαν κλονέουσα κυδοιμόν
ἄλλοτε μὲν Τρώων ἐς ὁμήγυριν, ἄλλοτ' Ἀχαιῶν· —
ἡ δὲ μέγ' ἐξ ὀλίγοιο κορύσσετο μαιμώωσα [1]),
τεύχεα δ' ἐξ ἀδάμαντος ἔχεν πεπαλαγμένα λύθρῳ,
πάλλε δὲ λοίγιον ἔγχος ἐς ἠέρα· τῆς δ' ὑπὸ ποσσὶ

---

vgl. besonders die Mania, welche Athena *ἀπὸ φρενὸς ἠδὲ καὶ ὄσσων ἰσκέδασεν*, bei Quintus Smyrn. Posthom. V, 451 fg. (unten in Excurs VI). Aber *πεπότητο* wird in *πεπόνητο* zu verändern sein. Schon F. Ranke hielt im Apparat. crit. seiner Ausgabe des Schildes p. 189 *πεπότητο* für verdächtig. Das Plusquamperfectum von *ποτάομαι* paßt auch in sachlicher Hinsicht nicht wohl. Zu *πεπόνητο* vgl. Quintus Smyrn. V, 38 fg.:

ἐν δ' ἄρα Γοργόνες ἦσαν ἀναιδέες· ἀμφὶ δ' ἄρα σφι
σμερδαλέοι πεπόνητο περὶ πλοχμοῖσι δράκοντες.

1) Vgl. Homer. Il. IV, 442 fg., den auch Tryphiodor Vs 562 nachgeahmt hat.

κίνυτο γαῖα μέλαινα· πυρὸς δ' ἄμπνειεν ἀϋτμὴν
σμερδαλέου· μέγα δ' αἰὲν ἀΰτεεν ὀρύνουσα
αἰζηούς.

Daß sich der Dichter die Eris vollkommen menschlich gebildet und ohne Schlangenhaar denkt, geht hervor aus I, 363 fg., wo es von der Penthesileia heißt:

οὐ γὰρ τήνδε γυναῖκά γ' ὀΐομαι εἰσοράασθαι
οὕτως θαρσαλέην τε καὶ ἀγλαὰ τεύχε' ἔχουσαν,
ἀλλ' ἄρ' Ἀθηναίην ἢ καρτερόθυμον Ἐνυὼ
ἢ Ἔριν ἢ κλειτὴν Ληταίδα,

vgl. I, 179 fg.:

ἣ δ' οἵη Τριτωνίς, ὅτ' ἤλυθεν ἄντα Γιγάντων,
ἣ Ἔρις ἐγρεκύδοιμος ἀνὰ στρατὸν ἀΐσσουσα,
τοίη ἐνὶ Τρώεσσι θοὴ πέλε Πενθεσίλεια.

Außerdem erwähnt der Dichter, von der Penthesileia sprechend, I, 159 fg.:

βουπλῆγ' ἀμφίτυπον, τὴν οἱ Ἔρις ὤπασε δεινή,
θυμοβόρου πολέμοιο πελώριον ἔμμεναι ἄλκαρ,

sodaß man sich auch Eris selbst mit der Streitaxt ausgerüstet denken kann.

Noch eigenthümlicher ist die Wage, vgl. VIII, 540:

Ἔρις δ' ἴθυνε τάλαντα
ὑσμίνης ἀλεγεινά.

Ueber das Attribut der Wage, welches Eris mit Zeus als ταμίης πολέμοιο und Ares bei Griechischen Dichtern theilt, ist schon in den Götting. Antiken, 1858, S. 18 gesprochen.

Auch bei Lateinischen Dichtern werden Aussehen und Attribute der Discordia dann und wann erwähnt.

So von Vergil Aen. VI, 280 fg.:

Discordia demens
Vipereum crinem vittis innexa cruentis,

und VIII, 702:

scissa gaudens vadit Discordia palla.

Eine besonders ausgeführte Beschreibung findet sich bei Petronius Satir. reliq. 124, Vs 271 fg., p. 170, 2 fg. der Ausgabe von Buecheler v. J. 1862, p. 89 fg. der Ausg. desselben v. J. 1871:

intremuere tubae et scisso Discordia crine
extulit ad superos Stygium caput. hujus in ore
concretus sanguis, contusaque lumina flebant:
stabant irati scabra rubigine dentes,
tabo lingua fluens, obsessa draconibus ora,
atque inter torto laceratam pectore vestem
sanguineam tremula quatiebat lampada dextra.

Die Stelle enthält so manches Eigenthümliche und ist so verderbt, daß es nöthig ist, genauer auf sie einzugehen. Scissi crines werden sonst bei der Eris-Discordia nicht erwähnt. Da aber Vergilius von einer scissa palla spricht und bei Petronius selbst von einer lacerata vestis die Rede ist, so wäre es gewiß Unrecht an der Echtheit von scisso zu zweifeln. Aber in Vs 273 ist flebant gewiß verderbt, wie auch Buecheler annimmt. Dieser schlägt vor: fletu, was jedoch nicht paßt. Ich schreibe mit noch leichterer Veränderung: flutant. Die Hinzufügung von sanguine war bei Petronius, der zudem unmittelbar vorher von dem concretus sanguis gesprochen hatte, um so weniger nöthig als das Wort contusa darauf hinweist, daß an Blut zu denken ist. — Merkwürdig, daß Niemand an stabant in Vs 274 Anstoß genommen hat. Sehr passend würde livent sein; vgl. Ovid. Metam. II, 776: livent rubigine dentes. Eine äußerlich leichtere Veränderung, die in scabrent, wäre wegen des gleich folgenden scabra nicht zu billigen. So bleibt wohl nichts Anderes übrig als tabent. Gegen dieses Wort spricht keineswegs das am Anfang des folgenden Verses stehende tabo, da das letztere sich auf Blut und Eiter bezieht, durch das erstere aber das Zergehen und Schwinden bezeichnet wird. — Auch in irati (welches Buecheler in der größeren Ausgabe in den Text aufgenommen hat) steckt sicherlich ein Fehler. Da der cod. p und der margo t aerati bieten, läßt sich wohl fragen, ob dieses nicht das Richtige sei. Könnte nicht aeratus rubigine in dem Sinne von »mit der aerugo oder der aeris robigo (Columella de re rust. VII, 5, 12) versehen« gebraucht sein? Ich sehe hinterdrein, daß auch Buecheler in der kleineren Ausgabe aerati in den Text gesetzt hat. Der zweite Theil von Vs 275 ist wohl so zu verstehen, daß das Antlitz der Discordia von Schlangen umgeben sei, wie das bei Medusenmasken nicht selten der Fall ist und auch hinsichtlich des Gorgonis os pulcherrimum, cinctum anguibus (Cicero Acc. in Verr. IV, 56, 124) sowie der Gorgonen bei Quintus Smyrn. V, 38 fg. anzunehmen ist. — Besonders stark ist Vs 276 verderbt. Wenn Buecheler bemerkt: construendum torto inter laceratam pectore vestem neque opus est aut atque intorto inter aut atque inter laceram contorto aut aliis inventis sensum poetae debilitantibus, so ist es mit diesen Conjecturen allerdings nichts; aber auch seine Meinung kann nicht gebilligt werden. Die einzige Weise der Herstellung, welche für mich Wahrscheinlichkeit hat, ist:

atque intecta fero lacerata pectore veste.

Die Varianten sind inter torto, intertorto, inter toto und lacerata. Man construire: intecta lacerata veste fero pectore. Vgl. fera pectora bei Valerius Flaccus Arg. V, 534. — In Vs 277 liegt es nahe,

sanguinea tremulam zu schreiben, was schon Lambinus vorschlug. Indessen dürfte die hergebrachte Schreibart dem, was der Dichter gab, näher stehen. Nach meiner Ueberzeugung ist das Imperfectum quatiebat unpassend. Ursprünglich war wohl geschrieben: quatit ebria. Discordia wird als blutberauschte Mänade gedacht. Bei Petronius selbst wird ihr tabo lingua fluens und bald nachher Vs 282 furibundum pectus zugeschrieben. Vgl. die αἱμάτος ἀχρήτοιο μέθης ἐπίκωμος Ἔννω bei Tryphiodor *AA. IA.* Vs 561. Zu solcher Auffassungsweise paßt die tremula dextra auf das Beste.

An einer anderen Stelle des Petronius war Eris als horrida bezeichnet. Wir meinen die Petron. Satyr. p. 168 fg. = p. 89, Vs. 255 fg. Buecheler:

emergit late Ditis chorus, horrida Erinys
et Bellona minax facibusque armata Megaera.

Erinys kann nur gehalten werden, wenn man annimmt, daß Eris gemeint sei. Gewiß war geschrieben: Erisque. Der Fehler mag deshalb entstanden sein, weil die Griechische Form des Namens bei Lateinischen Schriftstellern äußerst selten ist.

Von Statius endlich wird Theb. VII, 50 Discordia als geminum tenens ferrum bezeichnet[1]).

Das sind die Schriftstellen, in denen auf das Aussehen der Eris Rücksicht genommen wird. In allen ist nur von der furchtbaren Gottheit des Streites und Krieges die Rede. Von dem Aussehen der Eris, welche als Veranlasserin friedlichen und ersprießlichen Wettstreits galt, die bei Hesiod Op. et dies 11 fg. von jener geschieden wird, giebt es nirgends eine besondere Nachricht.

Gehen wir jetzt zu den Bildwerken über, so steht zu bemerken, daß man freilich in Etruskischen schon vorlängst Eris vorausgesetzt hat, aber meist ohne alle Wahrscheinlichkeit[2]), daß aber im Bereiche der Griechischen und Griechisch-Römischen Werke vor den großen Entdeckungen bemalter Thongefäße von namhaften Archäologen nur auf Marmorreliefs eine Darstellung der Eris angenommen wurde und zwar mit Unrecht. Erst seit der genaueren Betrachtung jener

---

1) Wenn es ebenda II, 286 fg. in Beziehung auf das Halsband der Harmonia heißt:

Non hoc Pasithea blandarum prima sororum,
Non Decor Idaliusque puer, sed Luctus et Irae,
Et Dolor et tota pressit Discordia dextra,

so ist im letzten Verse für das gewiß verderbte tota doch wohl zu schreiben: tuta. Ein Epitheton, das sich auf das Aussehen der Hand bezog, wie z. B. tincta, sc. sanguine, hat keine Wahrscheinlichkeit.

2) Wir erinnern nur an Gori Mus. Etrusc. T. II, p. 192, 238, 255, 295.

Gefäße ist von den Erklärern der Gedanke an Eris wiederholt geäußert. Es sind auf einigen unter ihnen selbst Inschriften gefunden, die auf Eris lauten. Auch aus anderen Gattungen der Kunstübung sind seitdem Bildwerke bekannt geworden, in denen Eris mit Sicherheit oder mit größter Wahrscheinlichkeit zu erkennen ist, aber nur wenige.

Wir geben zuerst ein Verzeichniß der uns bekannten einschlägigen Bildwerke, indem wir, wie billig, mit den Vasenbildern beginnen.

Unter den auf Eris bezogenen Vasenbildern befinden sich mehrere, welche uns nur durch Beschreibungen bekannt sind. Eins ist von Second. Campanari Ant. vasi dipinti della collez. Feoli p. 211, n. 115 so verzeichnet: La Discordia in figura di una giovane donna alata sta in mezzo a due cavalieri armati di lancia, che par che attizi alla zuffa. Der jetzige Aufbewahrungsort des Gefäßes ist uns unbekannt (A 1). Zwei andere, welche sich an den Außenseiten einer und derselben Kylix, ebenfalls unbekannten Aufbewahrungsortes, wiederholt finden, beschreibt J. de Witte Descr. d'une collection de vases peints et bronzes ant. provenant des fouilles de l'Étrurie p. 99, n. 156 folgendermaßen: Deux éphèbes qui s'avancent l'un vers l'autre en courant. Au milieu d'eux Éris ailée, dans la pose ordinaire. De chaque côté un pédotribe enveloppé dans son tribon et suivi d'un sphinx (A 2). Drei andere hiehergehörende werden im Britischen Museum aufbewahrt. Das erste wird von de Witte im Cab. Durand (Descr. des antiquités et objets d'art qui composent le cab. de M. E. Durand) n. 241 und dann von Birch und Newton A catalogue of the Gr. and Etr. Vases in the Brit. Mus. n. 484 beschrieben und zwar von diesen so: two quadrigas approaching each other at full speed from opposite directions, each driven by a charioteer in a long, white chitôn and armed with a goad, between them rushes Eris, extending her left hand towards the horses' heads of the chariot on the right and looking back at the other; she is winged and wears an embroidered chitôn which she holds up as high as the knee; her hair is long and bound with a diadem; in her left hand she has a wand (A 3). Das zweite haben de Witte im Cab. Durand n. 690 und Birch u. Newton n. 486 verzeichnet, diese also: two horsemen in short, white chitôns and armed with spears, approaching at full speed from opposite directions; between them a figure of Eris, rushing towards the horseman on the right and looking back at his antagonist; she has large wings and wears a short chitôn, over which is the skin of some animal (»nebride« de Witte); her hair is long and bound with a sphendonê; on her feet are

endromides (A 4). Ueber das dritte Vasenbild, welches sich an der Vorderseite und an der Rückseite desselben Gefäßes wiederholt findet, geben Birch und Newton, welche die Gesammtdarstellung als vielleicht auf the quarrel between Achilles and Agamemnon bezüglich betrachten, a. a. O. n. 711 in Betreff der von ihnen als Eris betrachteten geflügelten Figur folgende Auskunft: a winged female figure, on each side of whom is a group of three male figures; the winged figure has long hair falling down the neck, and wears a necklace, and a bordered talaric chitôn over which falls an upper fold or garment as low as the girdle; she is moving rapidly the right, looking back and with her arms and wings extended (A 5). Ein siebentes Vasenbild befindet sich im Mus. naz. zu Neapel. Es wird von Heydemann S. 693, n. 268 so beschrieben: »Eine weißhäutige bekleidete Frau (Eris), mit Bart und ausgestreckter Zunge; sie streckt beide Hände von sich, die eine hebend, die andere senkend«. Die Beziehung auf Eris ist zuerst ausgesprochen im Arch. Intelligenzblatt 1837, S. 77. Cavedoni dachte im Bull. d. Inst. arch. 1844, p. 154 fg. an den Eurynomos. Zunächst wird man an eine der Gorgonen zu denken haben, für welche die Bärtigkeit durch Bildwerke genügend bezeugt ist (A 6)[1]).

Außerdem kennen wir zwei Vasen mit hellen Figuren, von denen je eine auf Eris bezogen ist, nur durch Beschreibung. Die eine (A 7) stammt aus Nola. Sie enthält auf der Vorderseite des Theseus Kampf mit dem Minotauros und auf der Rückseite eine beflügelte weibliche Figur, in Betreff deren Roulez Bull. de l'Acad. R. de Bruxelles T. X, n. 4, p. 388 glaubt, daß sie möglicherweise Eris darstelle. Das ist aber entschieden irrig. De Witte Cab. Durand n. 337 beschreibt die Darstellung also: Iris ailée, vêtue d'une longue tunique et coiffée d'un bonnet, tient de la main droite une fleur et de la gauche le caducée. Die andere Vase (A 8) ist die von H. Brunn Bullett. d. Inst. arch. 1853, p. 161 fg. beschriebene auf Adonis bezügliche der Sammlung Amati zu Potenza, in deren den Streit der Aphrodite und Persephone um den Besitz des Kindes Adonis darstellender oberen Figurenreihe nach G. Körte's

1) Ueber ein anderes hiehergezogenes Vasenbild sind wir minder genau unterrichtet. Panofka faßt in Gerhard's Hyperbor. Röm. Studien für Archäol. I, 1833, S. 260 als Eris eine weibliche mit vier Flügeln versehene Figur auf einem »im ältesten Stil gemalten Gefäße« der Panitteri'schen Sammlung aus Girgenti in München, in »kurzem rothen Chiton«, deren Gesicht »völlig medusenhaft mit fletschenden Zähnen und heraushängender Zunge« dargestellt sei. Ich kann eine ganz gleiche Vase in Jahn's Beschreibung der Vasensammlung König Ludwigs nicht finden. Auch die S. 236 unter n. 758 beschriebene stimmt nicht überein.

Dafürhalten (Ueber Personificationen psychologischer Affecte in der späteren Vasenmalerei, Berlin 1874, S. 78) in der Frau in Amazonentracht mit Lanze und Bogen und in der mit kurzem Chiton bekleideten, geflügelten möglicherweise Nike und Eris zu erkennen sind. Er fügt jedoch hinzu, daß nach der Beschreibung, welche noch besonders auf die »cattive ristaurazioni« der Vase aufmerksam mache, kein sicheres Urtheil zu fällen sei. Inzwischen sind wir überzeugt, daß mit Sicherheit behauptet werden kann, mit jenen beiden Figuren seien Nike und Eris nicht gemeint. Körte scheint nicht gewußt zu haben, daß Stephani schon in den Annali d. Inst. Vol. XXXII, 1860, p. 316 fg. eingehend über die Darstellung gehandelt hatte. Dieser bezeichnet die erst erwähnte Figur als Artemis, woran kein Zweifel gehegt werden kann (Artemis findet sich auch in der nahestehenden Darstellung auf der Vase im Museo naz. zu Neapel, vgl. Bull. arch. Nap., N. S., VII, 9 und Heydemann Vasensammlungen des Mus. naz. zu Neap. S. 808 fg., n. 702). Hinsichtlich der anderen Figur äußert Stephani die Ansicht, sie sei un' Erinni, o, cio che pare piu probabile, la solita compagna di Proserpina, Ecate. Ueber diese Deutungsweisen läßt sich allerdings streiten. Faßt man die geflügelte Frau als Nike, so kann diese bezeichnen, daß Persephone in dem von Zeus abgehaltenen Gericht (Apollodor. Bibl. III, 14, 4, Hygin. Astron. II, 7), welches in dem Vasenbilde dargestellt ist, und zwar so, daß Aphrodite den kleinen Adonis in den Armen hält, als gehöre er nur ihr, den Sieg davon trage, insofern als auch der Persephone der Besitz des Adonis für eine gleiche Zeitfrist zugesprochen wird. Was die Annahme einer Eris betrifft, so erregen nicht bloß die Flügel der betreffenden Figur Bedenken, sondern auch der Umstand, daß die Anwesenheit der Eris bei einer gerichtlichen Verhandlung, obgleich diese allerdings als Streit gefaßt werden kann, für keinen anderen Fall auf Bildwerken nachweisbar ist.

Unter den herausgegebenen Bildwerken, welche zugleich meist mehrfach beschrieben und besprochen sind und deshalb hier nur in den Fällen, in welchen die Abbildungen in minder zugänglichen Werken mitgetheilt sind, genauer beschrieben zu werden brauchen, nehmen den ersten Platz ein die Vasenbilder mit schwarzen und mit hellen Figuren, auf denen die betreffende Figur durch Namensinschrift als Eris bezeichnet ist oder sein soll.

Diese sind das auf der früher im Besitz Gerhard's, jetzt wohl im Berliner Museum befindlichen Vase, welches in Gerhard's Flügelgestalten Taf. II, n. 5 und in dessen Ges. Abhandl. Taf. X, n. 5 abgebildet ist (B 1), und das auf der Vase de Witte's in Gerhard's Flügelgest. Taf. II, n. 6 u. Ges. Abh. T. X, n. 6, sowie in dessen Aus-

erl. Vasenbild. Taf. XX. XXI (B 2), hinsichtlich dessen Inschrift zwischen den Lesungen Eris und Iris geschwankt wird [1]).

Die hellfigurigen Vasenbilder mit dem beigeschriebenen Namen der Eris beziehen sich auf das Urtheil des Paris. Sie sind das in Carlsruhe befindliche bei Creuzer Zur Gall. d. alten Dramat. T. I oder Zur Archäol. III, Nr. 1 E. Braun Il giudiz. di Paride rappresentato sopra tre ined. monum., Parigi 1838, t. I, und Gerhard Apul. Vasenbilder Taf. D 2 (B 3) und das der K. Ermitage zu St. Petersburg (Stephani Vasensammlung n. 1807) im Compte rend. pour 1861, Taf. III, n. 2 (B 4).

Unter den schwarzfigurigen Vasenbildern ohne Namensinschrift der betreffenden Figur mögen an erster Stelle erwähnt werden zwei nur durch Abbildung in Gerhard's Flügelgestalten Taf. II und Ges. Abh. Taf. X bekannte einzelne Figuren auf Vasen unbekannten Aufbewahrungsortes, n. 2 (mit Gorgonenantlitz, kurzem Chiton und Fell, Flügelstiefeln), n. 4 (mit vier Flügeln, über dem Leib geknüpften Fell, rückblickend im Lauf) — B 5, a, b —; dann das früher in der Pizzati'schen Sammlung, dann im Besitz des Herrn Rollin zu Paris befindliche von Roulez a. a. O., dann in Gerhard's Auserl. Vasenb. T. CCCXXV, n. 1 herausgegebene, auf welchem allein die auch an den Füßen beflügelte Figur mit einer Kopfbedeckung, dem Petasos, versehen ist (B 6). Weiter handelt es sich um zwei Vasen, auf denen die in Rede stehende Figur gorgonenartig mit verbildetem Gesichte dargestellt ist, die Adrastosvase im K. Museum zu Kopenhagen (Ann. d. Inst. arch. Vol. XI, 1839, tav. d'agg. P, Overbeck Gall. her. Bildw. Taf. III, n. 4, Gerhard Flügelgest. Taf. II, n. 1 = Ges. Abh. T. X, n. 1, Arch. Ztg. 1866, T. CCVI, 2), in Betreff deren die zuletzt von Heydemann in der Arch. Ztg. a. a. O. S. 151 vertretene Deutung der Figur keinesweges die ein-

1) Während Stephani schon im Ausruhenden Herakles S. 255, Anm. 4 äußerte, daß auf dem in Rede stehenden Gefäß die auf Iris lautende Inschrift gewiß nur durch Beschädigung des I am Anfang aus ΕΡΙΣ entstanden sei und die Ansicht, daß die Inschrift auf Eris deute, auch im Compte rend. p. 1861, p. 50, A. 3 und p. 1862, p. 144, A. 1 mehr oder minder bestimmt ausspricht, giebt Gerhard noch in den Ges. Abhandlungen I, S. 349, zu n. 6 an, die Inschrift bezeichne die Figur als Iris, »ihre Erscheinung in Mitten zweier gegen einander ziehenden Streitwagen stimme zur Person einer versöhnenden Götterbotin«. Daß Eris gemeint sei, ist ebenso wahrscheinlich als es sicher steht, daß es sich nicht um Verderbniß durch Beschädigung handele. Wenn noch Roulez a. a. O. p. 387 annahm, daß ΙΡΙΣ nur eine verschiedene Form von ΕΡΙΣ sei, indem er auf Hesych. s. v. Ἴρις verwies, so wird ihm jetzt schwerlich noch Jemand beistimmen. Man wird einen Schreibfehler des Vasenmalers voraussusetzen haben.

zige in Vorschlag gebrachte ist (B 7), und die berühmte François-Vase, nach Gerhard Arch. Ztg. 1850, S. 274, A. 61 (B 8); dann um die Vase des Xenokles, früher in der Sammlung Blacas zu Paris, jetzt also im Brit. Mus. (Panofka Mus. Blacas pl. XIX, C), hinsichtlich deren der erste Herausgeber p. 58 fg. an eine Gorgone dachte, während sich der von de Witte Cat. Magnoncour n. 50, A. 3 und Roulez a. a. O. p. 386 befürworteten Beziehung der Figur auf Eris auch Brunn Gesch. d. Gr. Künstler, II, S. 740 anschließt (B 9). Ferner sind zu erwähnen die von Gerhard Auserl. Vasenb. Taf. CXCIV und von de Witte in den Mon. ined. d. Inst. arch. Vol. III, t. L herausgegebene früher Feoli'sche Tyrrhenische Amphora, auf welcher nach Gerhard Th. III, S. 91 fg. Diomedes ein Schild »mit drohendem Erisbilde« hält (B 10), und drei im Brit. Museum aufbewahrte Vasen: die in Gerhard's Auserl. Vasenb. T. XCII abgebildete, im Catal. d. Brit. Mus. unter n. 474 verzeichnete, auf welcher nach dem Index Vol. II, p. 309 Eris dargestellt sein soll, ob etwa in dem Vol. I, S. 63 erwähnten female head with long, flowing hair, bound with a sphendonê? (B 11); die in Inghirami's Vasi fittili t. XLIII abbildlich mitgetheilte, im Catal. unter n. 477 aufgeführte, von de Witte Descr. n. 106 besprochene (B 12), die ebensowenig weiterer Berücksichtigung bedarf als B 11; endlich die in der Él. d. mon. céramogr. I, pl. LXI, mit der Darstellung der Geburt der Athena aus dem Haupte des Zeus, wo nach dem Catal. n. 544 unter dem Sessel dieses Gottes a winged female figure looking back, probably Eris, with a short chitôn over which hangs a panther's skin, and talaria zum Vorschein kommt (B 13). Die Deutung auf Eris wurde zuerst, und zwar als unzweifelhaft gegeben von de Witte Descr. n. 6, p. 4.

Die durch Abbildung bekannt gewordenen Vasen mit hellen Figuren, auf denen man ohne eine auf Eris lautende Inschrift diese hat erkennen wollen, sind: die Berliner bei Raoul-Rochette Monum. inéd. pl. XXXV, und Gerhard Apulische Vasenbilder, Ergänzungstaf. A. 6, vgl. R.-Rochette p. 194 fg., Gerhard Berlins Ant. Bildw. I, 285, Apul. Vasenb. S. 29, Luebbert, Ann. d. Inst. arch. Vol. XXXVII, 1865, p. 123 fg. (C 1); die sogenannte, aus Tarquiniensischen Ausgrabungen stammende, im J. 1837 im Besitz eines Capitän Freudenreich befindliche Schale des Protomachos, deren in den Monum. ined. d. Inst. arch. Vol. II, t. XLIV, a, unter B gegebenes Innenbild E. Braun Annali Vol. IX, p. 198 zuversichtlich auf Eris bezog (C 2)[1]);

1) Ich glaube nicht zu irren, wenn ich diese Vase den hellfigurigen zuzähle, obgleich E. Braun weder in den Annali a. a. O. p. 189 fg. noch in dem Bullett. 1837, p. 87 auch nur ein Wort über die Farbe der Figuren verlauten läßt.

die Schale des Sosias im Berliner Museum, mehrfach abgebildet, auch in den Denkm. d. a. Kunst Bd. I, Taf. XLV, vgl. den Text S. 36 fg. d. zw. Bearb. (C 3); die mit der öfter, zuerst von Millin Peint. de Vas. T. II, pl. XXVI und Gall. myth. pl. XXX, n. 93, zuletzt von Gerhard Lichtgottheiten Taf. III, n. 5 = Ges. Abh. T. VII, n. 5 abbildlich mitgetheilten Darstellung der fahrenden »Eos« und der ihr mit Fackeln in den Händen voraufschreitenden »Artemis« oder »Hekate« oder »Iris«, von denen Stephani im Compte rend. p. 1862, p. 144, die erstgenannte Figur für Nike und die zweite für Eris oder Lyssa hält (C 4); die jetzt zu Petersburg befindliche (Stephani Vasensamml. der K. Ermitage n. 428), bei Minervini Monum. di Barone t. XXI, auf welcher die in der Rechten eine Fackel und in der Linken zwei Speere haltende Figur von Stephani Compte rend. pour 1862, p. 144, A. 1, sowie im Catalog der Vasensamml. d. K. Ermitage a. a. O. und von Anderen auf Eris bezogen ist (C 5); die von Stephani im Compt. rend. 1860, pl. II herausgegebene Petersburger Vase, deren eine Figur Strube Bilderkreis von Eleusis S. 86, Anm. auf Eris deutete, wogegen sich Körte a. a. O. S. 82 mit Recht ausspricht (C 6); die früher Campana'sche, jetzt in Petersburg befindliche (n. 419 des Cat. von Stephani) in den Mon. ined. d. Inst. VI u. VII, t. LXXI, 1 abgebildete Vase, nach H. Brunn Bull. d. Inst. 1861, p. 67, dem Körte a. a. O. S. 77 fg. beistimmt (C 7); die im Louvre zu Paris aufbewahrte Vase von Milo mit der Darstellung des Gigantenkampfs, welche F. Ravaisson in den Monum. Grecs publ. par l'associat. pour l'encouragement des études Gr. en France Vol. I, n. 4 (1875), pl. I u. II herausgegeben hat, vgl. Heydemann Gigantomachie auf einer Vase von Altamura, Halle 1881, S. 15 fg. (C 8); endlich, um auch diese nicht zu übergehen, die im Tischbein'schen Vasenwerke I, pl. XXI der Florentiner Ausgabe abgebildete Schale, deren Innenbild de Witte Cab. Durand n. 368 so erklärt: Iris vêtue d'une tunique talaire et d'un péplus, et munie de grandes ailes, présente un casque à Amphiaraus et le décide à partir pour la guerre contre les Thébains, und die ebenda I, pl. IV herausgegebene, auf welcher de Witte a. a. O. dargestellt erachtet: Iris munie d'un caducée, présente un casque à un éphèbe, indem er in Beziehung auf beide Darstellungen bemerkt, nous prenons ici Iris dans l'acception d'Éris. Daß dieses unzulässig ist, bedarf keiner weiteren Bemerkung. Es ist zudem mehr als wahrscheinlich, daß man die betreffende Figur in beiden Fällen für Nike zu halten hat. Dieselben können mithin ganz unberücksichtigt bleiben[1]).

1) Die Zulässigkeit der Beziehung beider Figuren auf Eris stellte auch

An die bemalten Vasen mit hellen Figuren schließt sich zunächst die aus Athen stammende, zuerst im Besitz Fauvel's, dann in der Sammlung Pourtalès (Dubois Descr. d. antiques d. M. le comte Pourtalès-Gorgier Paris 1841, p. 32, n. 135), jetzt im Berliner Museum befindliche fragmentirte bemalte Terracottatafel, welche zuerst von Bröndsted Voy. et rech. en Grèce II, pl. XLII und jüngst von Benndorf Griech. u. Sicil. Vasenbilder Taf. IV, n. 2 herausgegeben ist. Eine Figur, von welcher nur ein Flügel übrig geblieben ist, hat sich in der die Athena angehenden Darstellung die Beziehung auf Eris gefallen lassen müssen. Daß Benndorf Recht hat, wenn er S. 19 in der Flügelfigur Nike voraussetzt, unterliegt uns keinem Zweifel.

Auch auf gestanzten und namentlich gravirten Metallwerken hat man Eris wiederholt erkennen wollen.

Wir erwähnen zunächst den im Mus. naz. zu Neapel befindlichen, in einem Grabe von Kroton entdeckten Spiegel, welcher zuerst von Minervini im Bullett. arch. Nap. N. S., II, t. III, dann von Gerhard in den Etrusk. Spiegeln Taf. CCXLIII a herausgegeben ist. Minervini bezog p. 188 die dargestellte Figur mit Gorgonengesicht auf Eris oder Lyssa; Gerhard hält es Th. III, Abth. 1, S. 240 für fraglich, ob lieber Eris oder Medusa in ihr zu erkennen sei (D 1).

Weiter handelt es sich um zwei uns nur durch Beschreibung bekannte Stücke, welche zu den fast durchaus durch Ausgrabungen in Etrurien zu Tage geförderten bijoux et objets en or der früheren Durand'schen Sammlung gehören und von de Witte im Cab. Durand verzeichnet sind: die Halskette n. 2087, in deren Mitte sich une plaque en or repoussé représentant Éris, munie de quatre ailes befindet, und die grosse bague, sur laquelle est gravée (en creux) Niké, ou plutôt Éris, entre deux palmes. Aber dort ist sicherlich eine Gorgone, hier ohne Zweifel Nike gemeint.

Dann gehören hieher Zeichnungen auf Etruskischen Spiegeln und auf einer Etruskischen Cista, in denen man noch in neuerer Zeit Eris dargestellt erachtet hat. Auf einem zuerst von Gori Mus. Etr. t. CXXIX herausgegebenen, in Gerhard's Etr. Spiegeln Taf. CCVII, n. 4 wiederholten Spiegel erscheint unterhalb der Darstellung des Parisurtheils an der Mündung des Griffs eine beflügelte sogut wie unbekleidete Frauengestalt, deren Beine aus einem Blüthenkelch hervorgehen. Ueber diese Figur bemerkt Welcker nach Gori noch in den A. Denkm. V, S. 429, n. 116, sie scheine die Eris zu sein. Auch Conestabile faßt sie in den Ann. d. Inst. arch. XXXVIII (1866), p. 364 fg.

Gerhard Auserl. Vasenb. Th. II, S. 4 fg. in Abrede, aber aus dem unhaltbaren Grunde, daß für Vasen späteren Stils die Annahme einer Eris unstatthaft sei.

als Eris. Gerhard dagegen, der übrigens in der Hauptdarstellung gewiß mit Unrecht Helena's Hochzeit mit Paris erkannt wissen wollte, dachte a. a. O. III, 1 S. 199 zunächst an die Siegesgöttin, und das ist entschieden wahrscheinlicher. Die Figur entspricht durchaus der an gleicher Stelle angebrachten bei Gerhard Taf. CCLVII, A (D 2). Wenn Gerhard a. a. O. S. 12 sich veranlaßt fühlt, in der nach rechts hin laufenden »bekleideten und mit einer Mütze bedeckten Flügelgestalt« auf dem Reliefspiegel Taf. XXX, n. 3 u. XXXII, n. 9 »eine feindliche Göttin, etwa eine Eris oder Erinys«, zu erblicken, so geschieht das ohne genügende Begründung und ohne alle Wahrscheinlichkeit (D 3). Auf einem anderen, zuerst von Dempster Etr. reg. I, t. II bekannt gemachten, bei Gerhard a. a. O. T. CLXIV wiederholten Spiegel, dessen jetziger Aufbewahrungsort unbekannt ist, sieht man Hercules und Minerva, umgeben von zwei Frauen, von denen die eine mit dem Namen Ethis, die andere mit dem Namen Eris bezeichnet ist (D 4). Der letztere Name findet sich auch in Beziehung auf eine ganz anders aussehende Frau in der auf »der Göttinnen Streit um Adonis« bezogenen Zeichnung des Volcentischen Spiegels im Museo Gregoriano zu Rom (I, 35), die zuerst herausgegeben ist in den Mon. ined. d. Inst. arch. Vol. II, t. XXVIII, zuletzt in Gerhard's Etr. Spieg. Taf. CCCXXIII (D 5). Ueber beide Darstellungen, namentlich die erstere, ist viel verhandelt. Man vergleiche Gerhard's Text Th. III, Abth. 1, S. 153 fg. und Th. IV, S. 58 fg. Man hat unter Anderem die »Eris« des ersteren Spiegels als Göttin des edlen Wettstreits gefaßt. Die »Eris« des anderen soll den Wettstreit der Göttinnen um Adonis »verdeutlichen« (so!). Es hat mich Wunder genommen, daß Stephani (der von Gerhard gar nicht berücksichtigt ist) im Compte rend. pour 1861, p. 51, Anm. 2 die von der »furchtbaren Eris« verschiedene, »mild und freundlich gesinnte Göttin gleichen Namens« anerkennt, da er doch »Nimbus und Strahlenkranz« S. 125 mit Recht bezweifelte, »ob es sicher sei, daß es sich überhaupt um einen griechischen Namen, also um die Göttin des Streits handle, nicht um einen ganz unverständlichen etruskischen Namen, also gar nicht die griechische Eris, sondern eine nicht näher zu bestimmende etruskische Göttin gemeint sei«. Beide Spiegel dürfen ohne Bedenken bei einer Untersuchung über die Griechische Eris ganz unberücksichtigt bleiben.

Die Cista, an welcher man eine Darstellung der Eris vorausgesetzt hat, ist die Barberinische von Conestabile in den Mon. ined. d. Inst. Vol. VIII herausgegebene. Die betreffende beflügelte und mit einem Chiton angethane Figur findet sich in der Darstellung des Parisurtheils t. XXVIIII. XXX rechts von Paris stehend (D 6). Die

Beziehung auf Eris rührt von Conestabile Annali XXXVIII, p. 362 fg. her. Schon Garrucci und Helbig sahen ein, daß vielmehr die Siegesgöttin gemeint sei (Bull. d. Inst. 1859, p. 98 fg., 1861, p. 157, Anm. 1, 1866 p. 18 fg.).

Die Eris aus der Sage über den Schönheitswettstreit der drei Göttinnen hat man auch auf zwei Sarkophagreliefs erkennen wollen, dem aus der Villa Albani, welches nach Zoega Bassir. ant. t. LII in den Denkm. d. a. Kunst Bd. II, Taf. LXXV, n. 961 wiedergegeben ist, und dem bei Beger Spicileg. antiquit. p. 131 u. 135, Bellum Trojan. 1 u. 7, Spence Polymetis pl. 34, O. Jahn über einige Darstell. des Parisurtheils in den Ber. der K. Sächs. Ges. d. Wiss. 1849, Taf. IV, abgebildeten, von Zoega bei Jahn a. a. O. S. 57 fg., von Jahn S. 58 fg. und von Welcker A. Denkm. V, S. 422, n. 80 besprochenen der Villa de' Medici. In beiden Fällen beruht aber die Annahme einer Eris so entschieden auf Irrthum, daß wir dieselbe gar nicht weiter zu berücksichtigen brauchen. Ueber das Relief Albani genügt es auf den Text zu den Denkm. d. a. K. zu verweisen. Die von Zoega für Eris gehaltene Figur ist offenbar Victoria, wie schon Jahn urtheilte, und es kann nur befremden, wenn Welcker äußert, daß sie es »vermuthlich« sei.

Dagegen findet sich Eris aus dieser Sage unzweifelhaft dargestellt in einem Knochenrelief aus sehr später Zeit im Besitz des Grafen Fossati zu Babriano (Welcker a. a. O. S. 423, n. 81), welches E. Braun Il giudizio di Paride rappresentato sopra tre inediti monumenti, Paris 1838, als Vignette auf p. 13 herausgegeben hat. Hier erscheint sie im Begriff den Apfel zwischen die versammelten Götter zu werfen, mit nicht entstelltem Gesichte, reichlichem, auf die Schultern hinabfallenden Haare, in welchem sich keine Spur von Schlangen zeigt, aber ganz nackt (E).

Ganz nackt, aber mit Schlangen im Haare oder wahrscheinlich mit Schlangen als Haar und mit verzerrtem Gesichte, zudem mit einem Schilde am rechten Arme erblicken wir sie als Anstifterin blutiger Zwietracht am Boden liegend und von den Hufen des Rosses eines Römischen Herrschers zertreten auch auf einem vertieft geschnittenen Steine des Berliner Museums (Toelken Erkl. Verzeichn. Kl. V Abth. 2 n. 213), welcher in meiner Abhandlung über einige beachtenswerthe geschnittene Steine des vierten Jahrhunderts n. Chr. Abth. I, Gött. 1883, auf der Lichtdrucktaf. unter n. 5 abgebildet ist (F).

Endlich kommt sie auf dem Miniaturbilde bei A. Mai Virgilii picturae antiquae ex codicibus Vaticanis, Romae MDCCCXXXV, t. XLVI, unter sieben schattenähnlichen, ganz nackten, wie es scheint weiblichen, ohne Verbildung und irgendwelche Attribute dargestellten

namenlosen Figuren (ohne Zweifel Repräsentanten von in der Aeneis VI, 273 fg. aufgezählten Dämonen) als die achte auch schattengleich und ganz nackt, aber mit langen Haaren, welche in Schlangen bestehen, und allein durch eine Ueberschrift, DISCORDIA, bezeichnet. Ob auch die vittae cruentae angedeutet sein sollen, kann ich nicht sagen. Die Schattenähnlichkeit und Nacktheit der Discordia sowie der anderen Dämonen muß der Maler anderswoher genommen haben (G).

Unter den zahlreichen aufgeführten Bildwerken steht außer den mit unzweifelhaften Inschriften versehenen nur eins ganz sicher: das Knochenrelief aus später Zeit (E), und zwar nicht bloß durch die Darstellung im Ganzen, sondern besonders auch durch das Attribut des Apfels bei der betreffenden Figur. Doch fehlt es nicht an Figuren, deren Beziehung auf Eris mehr als wahrscheinlich, ja so gut wie sicher ist; freilich auch nicht an solchen, in Betreff deren dieses nicht statthat.

Wir wollen in dem Folgenden eine Betrachtung derjenigen, welche nach den oben bei Gelegenheit der Aufführung als nicht die Eris betreffend bezeichneten noch in Frage kommen, nach Maßgabe der Attribute, der Tracht, der attributiven Handlung, des Aussehens des Kopfes, namentlich des Gesichtes, und der nackten Theile des Körpers anstellen.

Zunächst mag ein Vasenbild zur Besprechung kommen, welches sich dem eben erwähnten Knochenrelief anschließen würde, wenn meine im Jahre 1854 ausgesprochene Annahme (Text zu den Denkm. d. a. K. Bd. I, S. 37 fg. d. zw. Bearb.), daß K. O. Müller's Beziehung der Darstellung an der Außenseite der Schale des Sosias auf die Hochzeit des Peleus und der Thetis die richtige und mit der weiblichen Figur zwischen Hestia und Amphitrite und den Horen, welche in der Linken ein Rund hält, Eris gemeint sei, sicher stände. Seitdem ist über die Sosiasschale mehrfach gehandelt: von Brunn Gesch. d. Griech. Künstler II, S. 733 fg., Preuner Hestia S. 170 fg., H. L. Ahrens Themis I, S. 46 fg., Kekulé Hebe S. 28, A. 2, Robert Comment. in hon. Mommseni p. 149 fg., Tümpel Ares und Aphrodite im 11ten Supplementheft der Fleckeisen'schen Jahrb. für class. Philol. S. 748 fg., Heydemann im Rhein. Mus. f. Philol., N. F., XXXVI, 1881, S. 466 fg. Robert und Heydemann sind der Ansicht, daß es sich bloß um ein allgemeines Göttersymposion im Palaste des Zeus handele, und betrachten die in Rede stehende Figur als zu den Horen gehörend, wie das auch schon früher geschehen ist. Trifft der erstere Theil dieser Ansicht das Wahre, so ist der Annahme der Eris der Boden entzogen. Daß aber die Figur eine Hore darstellen solle,

glaube ich auch so mit nichten. Viel mehr empfiehlt sich der Gedanke an Peitho, für welche als Tochter und engverbundene Genossin der Aphrodite der Apfel in der Linken ebenso wohl paßt, wie sie anderswo auf Vasenbildern die Iynx und eine Blumenranke hält [1]), und nicht minder die auch sonst auf Vasenbildern (Denkm. d. a. K. II, 58, 728) vorkommende Haube. Daß die ältere Kunst den Apfel der Eris nicht kennt, hat schon Welcker A. Denkm. V, S. 379 fg. bemerkt.

Auf den schwarzfigurigen Vasenbildern, den einzigen Ueberbleibseln aus der Periode der älteren Kunst, auf denen Figuren, welche man auf Eris bezogen hat, vorkommen, erscheint nur eine von diesen mit einem Attribute in der Hand, nämlich einer Gerte (»baguette«, »wand«), auf dem Vasenbilde des Brit. Mus. n. 474 (A 3), die hier doch wohl zunächst als Treibstecken zu fassen ist.

Von der Fackel finden sich erst auf späteren Vasenbildern Beispiele, die zudem keinesweges sicher stehen. Dieses gilt namentlich von dem Vasenbilde C 4, wo die betreffende Figur mit einer Fackel in jeder Hand, wenn die Wagenlenkerin Nike ist, gewiß mit größerer Wahrscheinlichkeit für Enyo zu halten ist als für Eris, um von der Lyssa zu schweigen. Aber auch in Betreff der mit größerer Wahrscheinlichkeit als Eris gefaßten Figur auf dem unteritalischen Vasenbilde C 5 läßt es sich nicht in Abrede stellen, daß sie nicht etwa für Lyssa, sondern für eine Erinys oder für Enyo gehalten werden kann (s. Excurs III), wenn ich meinerseits auch überzeugt bin, daß die Deutung auf Eris das Richtige trifft (s. Exc. IV).

Mit Waffen erscheint Eris auch erst in späterer Zeit, nicht bloß auf dem ebenerwähnten Vasenbilde C 5, sondern auch auf der Vase von Milo (C 8) und auf dem geschnittenen Steine des Berliner Mus. (F), auf welchen beiden Bildwerken sie nach unserer Ueberzeugung sicher steht (s. Exc. V). Als Waffen finden sich auf dem Vasenbilde zwei Speere, wie sie auch die Discordia bei Statius (s. oben S. 91) hat. Auch bei Quintus Smyrn. VI, 59 (s. oben S. 88) ist von einer Lanze die Rede. Auf dem Berliner geschnittenen

1) Ueber Apfel und Blume als Attribute der Aphrodite und die Beziehung des ersteren auf Hochzeit und Liebe vgl. Dilthey de Callimachi Cydippa p. 113 fg. und Helbig Ann. d. Inst. XXXVI, p. 468 fg. Die rundlichen Gegenstände, deren je einen die Sirene in Gerhard's Etr. Spiegeln Taf. CDXXIX, n. 2 in den Händen hält, sind gewiß nicht als »Eier«, sondern als Aepfel zu betrachten. Daß die Sirenen in Beziehung auf Hochzeit und Liebe standen, ist bekannt, wie auch ihre Verbindung mit Hera als Ehegöttin (Pausan. IX, 34, 2) und mit Aphrodite.

Steine kommt nur ein gewöhnlicher Schild zum Vorschein und ein solcher, aber von abweichender Form, zeigt sich auch auf der Vase von Milo (C 8) in der Linken der betreffenden Figur, welche in der Rechten eine Lanze hat. Der Schild wird bei der Eris nie ausdrücklich erwähnt, wohl aber kann er unter den τεύχεα bei Quintus Smyrn. X, 60 (s. oben S. 88) nebst dem Harnisch und dem Helm, von denen sich auf Bildwerken gar keine Spur findet, mitverstanden werden.

Das Schlangenattribut, welches bei den früheren und späteren Griechischen Schriftstellern nie ausdrücklich erwähnt wird, wohl aber bei Römischen, findet sich mit Sicherheit erst bei der Discordia auf dem geschnittenen Steine und auf dem Miniaturbilde (F)[1]) und zwar in beiden Fällen nur in Betreff der aus Schlangen bestehenden Haare. Schlangen als Haare sind bei dergleichen Wesen jünger als Schlangen im Haare. Jene kommen auf Bildwerken, wenn auch nur selten, bei der Gorgo vor. Sie werden unzweifelhaft erwähnt in der Beschreibung des dämonischen Wesens, welches man für eine Erinys hält, bei Achilles Tatius in Hercher's Erotici script. Graec. T. I, p. 41, 10 fg.: γυνὴ φοβερὰ καὶ μεγάλη, τὸ πρόσωπον ὀργίλα, ὀφθαλμοὶ ἐν αἵματι, βλοσυραὶ παρειαί, ὄφεις αἱ κόμαι· ἅρπην ἐκράτει τῇ δεξιᾷ, ὄζα τῇ λαιᾷ. Ein Beispiel bietet zudem die Bellona bei Claudian in Eutrop. II, 110 fg. Auch Vergil dürfte, indem er der Discordia vipereum crinem zuschreibt, an Schlangen als Haare gedacht haben. Jedenfalls verstand ihn der Miniaturmaler so. Ob Gerhard Etr. Spiegel Th. III, S. 240 fg. der Figur des Spiegels von Kroton (D 1) mit Recht Schlangenhaar zuspricht, läßt sich bezweifeln. Sicher ist es, daß die Figur vor der Mitte des Körpers mit den Händen eine Schlange hält. Daß Eris gemeint sei, hat durchaus keine Wahrscheinlichkeit, zumal da die beiden sie umgebenden Vögel nicht Hähne zu sein scheinen, wie Minervini wollte, sondern Tauben, wie Gerhard annimmt. Unterhalb der nach rechts (vom Beschauer) hinlaufenden weiblichen Figur einer Vase, welche Passeri Pict. Etrusc. T. III, t. CCXCVII herausgegeben, Gerhard Flügelgest. Taf. II, n. 3 u. Ges. Abh. T. X, n. 3 unter den Darstellungen der Eris aufgeführt hat, gewahrt man eine Schlange, welche sich nach derselben Richtung hinbewegt. Wenn Gerhard in der Erkl. der Kupfertaf. S. 358 wegen der Schlange an Iris als Unterweltsbotin denkt, so ist das gewiß für minder wahrscheinlich zu halten. Aber auch gegen die Annahme einer Eris erhebt sich mehr als ein Bedenken (s. unten S. 111 fg.).

1) Wenn Creuzer der inschriftlich bezeugten Eris auf der Carlsruher Vase Schlangen zuschreibt, so ist das ein Irrthum. W. Fröhner »Die griech. Vasen und Terracotten zu Karlsruhe« erwähnt S. 25 nichts davon.

Zu den Attributen, welche am Körper haften, gehören außer den die Haare vertretenden Schlangen die Schulterflügel. Diese sind nach Maßgabe der mit der auf Eris lautenden Unterschrift versehenen Figur (B 1) den schwarzfigurigen Vasenbildern nicht abzusprechen. Die betreffende Figur hat zwei Schulterflügel, ebenso wie die Mehrzahl der anderen derselben Vasenart angehörenden, welche man auf Eris bezogen hat. Andere, in Betreff deren dasselbe statthat, erscheinen mit vier Flügeln, die gewiß der Beziehung auf Eris nicht im Wege stehen. Auch an den Füßen findet sich hie und da Beflügelung. Die auch anderen Schreckensdämonen der alten Kunst gegebene Beflügelung erklärt sich bei der Eris zur Genüge schon daraus, daß gerade in Betreff ihrer die Aufregung und das stürmische Dahineilen hervorgehoben wird.

Dagegen steht es mit der Annahme einer Eris mit Schulterflügeln auf Vasen mit hellen Figuren sehr mißlich. Das gilt besonders von der auf der früher Campana'schen Vase (C 7). Wenn wir auch den Einwendungen Stephani's gegen Brunn's Annahme, daß es sich nicht um die Eris aus der Parissage handeln könne, kein Gewicht beizulegen vermögen, so ist doch diese von Körte a. a. O. S. 77 fg. gebilligte Annahme schon an sich eine höchst gewagte. Conze, von dem die Beziehung der Darstellung auf jene Sage ursprünglich herrührt, betrachtet in den Ann. d. Inst. XXXIV, 1862, p. 269 die betreffende Figur come una specie di Furia, una *Ποινή*, un *δαίμων ἀλάστωρ*, qui accennando senza dubbio la punizione della guerra trojana, che avenne appunto in seguito del giudizio di Paride, come un inevitabile destino, secondo l'opinione volgare di quei tempi, voluto dal consiglio di Giove. Ihm schloß sich Conestabile Ann. d. Inst. XXXVIII, p. 363, A. 2 an. Aber was deutet denn auf eine Berathung der Götter über den Trojanischen Krieg auch nur mit einiger Sicherheit hin? Eine Erinys vermuthete zunächst auch Stephani im Cat. der Vasensamml. der Ermitage Th. I, S. 201, wie es scheint unabhängig von Conze, wenigstens erwähnt er dessen Aufsatz durchaus nicht. Er stellt aber die Deutung vorsichtig in Frage. Sollte nicht an Artemis zu denken sein, für welche die beiden Lanzen besonders gut passen? Die Göttin kommt nicht bloß in der ältesten Kunst beflügelt vor, sondern auch auf einem durch Herausgabe bekannten rothfigurigen Vasenbilde von etwas strengerem Stil (W. Fröhner Choix de vases Grecs inéd. d. prince Napoléon pl. I = Mus. de France, pl. 4), und auf anderen späteren, vgl. Fröhner Mus. p. 19 fg., anscheinend auch auf einem späteren von flüchtiger Zeichnung — ich meine das in der Vasensamml. des Mus. naz. zu Neapel bei Heydemann n. 3244 und zwar die S. 556 fg.

erwähnte unterhalb einer Darstellung des Parisurtheils »sitzende Flügelfrau, welche in der Linken einen Bogen hält und ihr Gesicht zu dem auf sie zugehenden Pan wendet« —, um von anderen späteren Bildwerken (Stephani Ann. d. Inst. XXXII, p. 3, 7, A. 1, Text zu Denkm. d. a. Kst. Th. II, H. 2, S. 247 d. dr. Ausg. zu n. 176, a) zu schweigen. Auch in dem jetzt in Berlin befindlichen Vasenbilde C 1 scheint mir die den Widder opfernde geflügelte Figur eher Nike als Eris sein zu sollen. Ueber das Innenbild der sogenannten Schale des Protomachos (C 2) ist es schwer genügend zu urtheilen, da der oberste Theil der betreffenden geflügelten Figur fehlt. Aber das läßt sich doch behaupten, daß kein zureichender Grund vorhanden ist eher an Eris als an Iris oder Nike zu denken namentlich an die letztere.

Was die Bekleidung betrifft, so erscheinen die hiehergezogenen Figuren auf den älteren Vasenbildern sowohl wie auch auf den jüngeren theils in langem theils in kurzem Chiton. Dieser ist auf einem späteren Vasenbilde, auf dem Eris sicher steht (B 4), mit langen Aermeln versehen, wie wir sie mehrfach auch bei den Erinyen finden; auf einem anderen späteren Vasenbilde (C 5) wird er von Kreuzbändern festgehalten, die ebenfalls nicht selten bei den Erinyen vorkommen. Auch die Stiefel dieser Figur erinnern an eine solche. Auf den älteren Vasenbildern findet sich namentlich über dem kurzen Chiton mehrfach ein umgeknüpftes Fell[1]), das in einem Falle als panther's skin bezeichnet wird (A 4). Daß in diesem Falle Eris gemeint sei, hat für uns sehr geringe Wahrscheinlichkeit. Was soll Eris unter dem Sitze des Zeus? Eine sichere Deutung zu geben, ist kaum möglich. Ganz besonders wird sich aber wegen des Platzes unter dem Throne der Gedanke an Iris empfehlen, namentlich wenn man vergleicht, was Callimachus Hymn. in Del. Vs 228 fg. über diese sagt:

ἦ, καὶ ὑπὸ χρύσειον ἐδέδλιον ἷζε κύων ὡς
Ἀρτέμιδος, ἥις τε, θοῆς ὅτε παύσεται ἄγρης,
ἷζει θηρήτειρα παρ' ἴχνεσιν, οὔατα δ' αὐτῆς
ὀρθὰ μάλ', αἰὲν ἑτοῖμα θεῆς ὑποδέχθαι ὁμοκλήν.
τῇ ἰκέλη Θαύμαντος ὑπὸ θρόνον ἷζετο κούρη.
πείνη γ' οὐδέ ποτε σφετέρης ἐπιλήθεται ἕδρης,

1) Das Thierfell, bezw. die Nebris, über dem Chiton kommt auch sonst auf Vasen mit schwarzen Figuren bei beflügelten Weibern vor, z. B. bei Jahn Vasens. n. 158, 461, 464 (Micali Storia T. XCIX, n. 17), 465, denen Jahn vorsichtig keinen Namen giebt, in denen man aber mit gleichem oder noch größerem Rechte, als es in Betreff anderer geschehen ist, Eris voraussetzen kann.

οὐδ' ὅτε οἱ λῆθαῖον ἐπὶ πτερὸν ὕπνος ἐρείσῃ·
ἀλλ' αὐτοῦ μεγάλοιο ποτὶ γλωχῖνα θρόνοιο
νυσθὲν ἀποκλίνασα καρήατα λέχριος εὕδει.

Hier ist der Thron allerdings der der Hera. Aber, daß Iris auch als Zeus' Botin galt, ist schon aus der Ilias bekannt. An der Felltracht der Botengöttin wird man um so weniger Anstoß nehmen dürfen, als dieselbe auch bei dem Botengott Hermes vorkommt. — Außerdem befindet sich unter den betreffenden Figuren eine, die entschieden eine Gorgone zu sein scheint. Das Fell zeigt sich auch als Tracht der vierflügeligen, rasch nach rechts dahineilenden Figur mit Gorgonengesicht auf der schwarzfigurigen Vase aus Vulci im Besitz des Marquis von Northampton bei Micali Monum. inediti, Firenze 1844, t. LI, n. 3, welche man zunächst für eine Gorgone halten wird. Die von vorn gesehene schreitende geflügelte Figur mit einem Thierfell unter dem kurzen Chiton auf einer schwarzfigurigen Vase der Sammlung K. Ludwigs (n. 11) erklärt auch Jahn ohne Bedenken als Gorgo. Bei der Medusa und ihren Schwestern steht die »Nebris« auf schwarzfigurigen Vasen sicher durch die Münchener bei Jahn n. 619 (Gerhard Auserl. Vasenbilder Taf. LXXVIII). Für die Felltracht der Eris fehlt ein gleich sicherer bildlicher Beleg. Doch scheint uns die Vase B 5b einen so gut wie sicheren zu bieten; vgl. auch A 4. Jedenfalls darf man die Möglichkeit derselben durchaus nicht in Abrede stellen. Die Tracht paßt für sie nicht bloß insofern, als sie ein furchtbares Wesen, sondern auch insofern, als sie Kriegsgöttin ist. Das Thierfell findet sich über dem kurzen Chiton liegend auch bei Kriegern z. B. auf der schwarzfigurigen Amphora, welche L. Urlichs in dem Verzeichn. der Antikensammlung der Univ. Würzburg, H. III, S. 46, n. 247 beschreibt. Auch auf der hellfigurigen Vase der Petersburger Ermitage C 5 hat die mit kurzem Chiton und Stiefeln bekleidete Figur ein Pantherfell, das aber nicht angethan ist, sondern vom linken Arm herabfällt, wie es sonst bei den Erinyen vorkommt, z. B. an der Münchener Vase von Canosa in den Denkm. d. a. Kunst I, 56, 275 a. Bei diesen findet sich auf den unteritalischen Vasen das Fell am häufigsten. Auf der von Altamura zu Neapel (Heydemann n. 2322) und der von Carlsruhe (Mon. ined. d. Inst. arch. Vol. II, t. XLIX = Arch. Ztg. 1843, Taf. XI, Creuzer Zur Archäologie III, Nr. 10) ist es augenblicklich über einen Fels gebreitet, auf welchem die Erinys sitzt; auf der ersteren wird es von einer anderen Erinys um den Hals geknüpft getragen [1]). Anderswo

1) Auf einer Etruskischen Urne sta in posisione tranquilla una Furia alata — munita di pelle di fiera sulla testa (Brunn Bullett. d. Inst. arch. 1859, p. 188).

erscheinen die Erinyen auch mit einem über dem Chiton liegenden gegürteten Thierfell, wie z. B. auf der eben erwähnten Vase von Carlsruhe [1]). Außer den Erinyen (denen schon Aeschylos Sept. 699 ein schwarzes Ziegenfell zuschreibt, wenn nicht der Ausdruck *μελάν-αιγις* auf die schwarze Sturmwolke zu beziehen ist) findet sich auf den späteren unteritalischen diese einige Male bei der Artemis vorkommende Tracht unter den weiblichen Schreckensdämonen nur noch bei der Lyssa, die außerdem darunter noch eine andere Felltracht hat (Mon. d. Inst. Vol. XI, t. XLII), vgl. Excurs VI. Daß die Felltracht auch auf den Vasen dieser Art der Eris gegeben werden konnte, darf schwerlich in Abrede gestellt werden, aber ebensowenig, daß dasselbe in Betreff der Enyo zulässig ist. Zunächst führt sie auf eine Erinys.

Auf der Vase von Milo (C 8) trägt die Eris, die als selbst sich am Kampfe betheiligend dargestellt ist, über dem langen Chiton eine Chlamys.

Der spätesten Zeit eigenthümlich ist die auf zweien der Griechisch-Römischen Werke, dem Knochenrelief E und dem geschnittenen Steine F, sowie auf dem Miniaturbilde G vorkommende gänzliche Nacktheit der Eris. Hinsichtlich des Knochenreliefs genügt es schon, an die Nacktheit der Nike in späteren Werken, Terracotten und Etruskischen Spiegeln, zu erinnern. In Betreff des geschn. Steines kann man etwa geneigt sein, dieselbe mit der Auffassungsweise Römischer Dichter (s. oben S. 89) in Zusammenhang zu bringen. Bei dem Miniaturbilde hängt die Nacktheit der Discordia gewiß mit dem Umstande zusammen, daß diese wie die bei ihr befindlichen Wesen als Unterweltsdämonen wie Schattenbilder von Todten (*εἴδωλα*, umbrae) dargestellt sind, welche dort und auch sonst auf Bildwerken dann und wann ganz nackt erscheinen.

Auch an weiblichem Schmuck fehlt es dem Körper sicherer Erisbilder auf bemalten Thongefäßen nicht ganz, nicht bloß bei der schönen Figur auf B 4, die im Haar und am Halse weiße Perlenschnüre hat, und bei dem Brustbild der Carlsruher Vase (B 3), an welchem sich Hals- und Ohr-Perlen zeigen, sondern auch bei der auf der alten Vase (B 1), welche mit einem Kopfschmuck und einem Armband versehen ist. Noch häufiger findet sich an dem Kopfe der als Eris gedeuteten Figuren ein irrelevanter Schmuck.

---

1) Nach Angabe von J. de Witte Notice sur quelques vases peints de la collect. de M. Al. Castellani, Paris 1866, p. 28, n. 37 hat auf einer Hydria mit der Darstellung des Orestes eine Erinys par-dessus de sa tunique une espèce de vêtement de cuir.

Dagegen kommt nur einmal eine eigentliche Bedeckung desselben vor, die in einer Art von Petasos besteht (B 6). Sie kann den Gedanken an Iris hervorrufen, die bekanntlich bei Sophokles und Aristophanes mit dem Petasos vorkommt (Aristoph. Av. Vs 1205 nebst dem Scholion p. 481 Dindorf). Eris wird auch als Abgesandte von höheren Göttern erwähnt, bei Homer Il. XI, 3 von Zeus, bei Antoninus Liberalis Transformat. XXXI von Hera. Aber es hat keinesweges Wahrscheinlichkeit, daß sie auf dem in Rede stehenden Vasenbilde gerade als solche gedacht werden soll. Noch unwahrscheinlicher ist die Meinung von Roulez a. a. O. p. 387, daß Eris in gewissen Fällen mit Iris identificirt sei: une raison peut-être qui aura favorisé le rapprochement de ces deux êtres allégoriques, c'est l'opinion répandue parmi les anciens que l'arc-en-ciel présageait la guerre, voy. Homer. Il. XVII, 547 sq.

Wir wollen nicht veranschlagen, daß sich auf Griechischen Bildwerken auch Krieger aus dem Leben mit dem Petasos dargestellt finden. Hinsichtlich der Eris, der Schwester und Gefährtin des Ares, bietet sich noch eine besondere Erklärungsweise. Die Kopfbedeckung gleicht sehr der Kausia, wie wir dieselbe auf Münzen Macedoniens und Thrakisch-Makedonischer Mischvölker finden. Ares galt als Gott der Thraker (Welcker Griech. Götterlehre I, S. 414). Schon in der Ilias XIII, 299 zieht er mit seinem Sohne Phobos von Thrake aus zu den Ephyrern oder den Phlegyern. Kallimachos nennt Hymn. in Del. Vs 64 u. 134 den Hämos und das Pangäon als seinen Sitz. Lateinische Dichter, deren Angaben sicherlich auf die früherer Griechischer zurückgehen, erwähnen auch die Discordia als im Thrakerlande hausend. Valerius Flaccus schreibt ihr Arg. II, 204 fg. Getica stabula zu. Statius läßt sie in der Theb. VII, 40 fg. im Palaste des Mars, den er Silv. I, 2, 53 als Geticus maritus Veneris bezeichnet, am Haemus wohnen. Durch die Kausia konnte also recht wohl die nordische Heimath der Eris angedeutet werden. Wir werden in Excurs V darzuthun versuchen, daß auf einem Vasenbilde aus der Diadochenzeit (C 8) etwas Aehnliches vorkommt, indem Eris mit einem Thrakischen Schilde versehen erscheint. Trifft diese Auffassungsweise in Betreff der Vase B 6 das Richtige, so enthält die Kopfbedeckung ein besonderes Indicium dafür, daß die in entsprechender Stellung, Handlung und Umgebung dargestellte Figur, wie sie namentlich auf schwarzfigurigen Vasenbildern vorkommt, auf Eris zu beziehen ist.

Die betreffende Darstellungsweise genügt übrigens schon an sich, um der Deutung auf Eris mehr als gewöhnliche Wahrscheinlichkeit zu verleihen. Die Stellung in der Mitte zwischen den beiden feind-

lichen Parteien, welche auch an der Lade des Kypselos vorkam, und das rasche Hineilen bald zu der einen bald zu der anderen, um sie zum Kampf anzureizen, erwähnen auch alte Schriftsteller, nicht bloß der oben S. 88 angeführte Quintus Smyrn. Die Vasenmaler haben die in Rede stehende Figur regelmäßig so dargestellt, daß sie nach der Partei rechts vom Beschauer laufend den Kopf nach der Partei links umwendet, und dadurch das Aneinanderhetzen beider Parteien besonders deutlich gemacht. Dazu kommen noch Geberden des Aufforderns, Aufreizens mit den Händen, namentlich einer, der linken. Die Geberden sind manchmal auffallend falsch gedeutet. So von Gerhard in den oben S. 95, A. 1 mitgetheilten Worten, sowie in dem, was er über die Vase B 6 sagt: »Eris, indem sie den herannahenden Wagen mit ihrer erhobenen Linken willkommen heißt, zugleich aber zurückblickt«. In beiden Fällen handelt es sich in Betreff der Geberde mit der Linken um ein Antreiben derer, nach welchen die *Ἔρις λαοσσόος* (Homer Il. XX, 48), *ἑποτρύνουσα ποτὶ κλόνον ἄσχετον ἄνδρας ἐλθέμεν* (Quintus Smyrn. V, 32 fg.), sich umblickt. Das Rückwärtswenden des Kopfes (nach rechts) findet sich auch bei der, wie es scheint, vereinzelt vorkommenden Figur auf der Vase B 7, von der man immerhin annehmen kann, daß sie aus einer entsprechenden größeren Kampfdarstellung entlehnt sei. Ob es sich hier um einen kriegerischen Kampf handelte, muß dahin gestellt bleiben. In derselben Haltung kommt Eris, wenn die Verfasser des Vasencatalogs des Brit. Mus. zu A 5 (s. oben S. 93) Recht haben, auch in Beziehung auf den Streit zwischen Agamemnon und Achilleus vor. Noch eigenthümlicher sind ein paar Fälle, die einen friedlichen Wettkampf betreffen, s. A 2 u. A 3. Beide Male befindet sich die in gleicher Haltung dargestellte Eris in der Mitte der beiden Wettstreitenden, während das Wettlaufen dort und das Wettfahren hier, wie es auf den ersten Blick scheinen kann, ganz unnatürlich nicht so dargestellt ist, daß Wettläufer und Wettfahrer sich nach derselben Richtung hin bewegen, sondern wie Krieger einander entgegen. Das ließe sich nur daher erklären, daß die in Rede stehende Compositionsweise ursprünglich für blutige Kämpfe erfunden und allmälich fast typisch geworden war. Doch ist es wohl wahrscheinlicher, daß man sich die Wettfahrt und den Wettlauf als auf zwei verschiedenen, aber dicht neben einander liegenden Bahnen ausgeführt denken soll um die Meta herum. Aber auch bei dieser Annahme drängt sich die Ansicht auf, daß den betreffenden Darstellungen solche der kriegerischen Eris zu Grunde liegen. — Daß das Sichumschauen und die Stellung in der Mitte aber selbst auf den schwarzfigurigen Vasenbildern für die zum Kampf aufreizende Eris nicht ausschließliches Motiv

war, geht schon aus der inschriftlich als Eris bezeichneten Figur auf dem Vasenbilde B 1 hervor. Das in eiligster Bewegung befindliche Weib hat man sich als nur einer Partei sich zuwendend zu denken, welche es mit der gehobenen Linken anfeuert, oder in die Flucht treibt, wie bei Quintus Smyrn. VIII, 325 fg. Wenn Welcker Gr. Götterlehre III, S. 209 nach Gerhard's Arch. Intelligenzblatt, Halle 1834, S. 27 von einer »schwarzen Eris mit Flügeln an den Schultern und Knöcheln, in schneidender Bewegung, die rechte Hand abwehrend erhoben«, spricht, so enthalten diese Worte nicht allein mehrere faktische Irrthümer, sondern in Betreff der Annahme einer abwehrenden Geberde auch etwas bei der Eris Unmögliches. Mit jener »Eris« hat große Aehnlichkeit die nicht nach rechts, sondern nach links hin gewendete und den rechten Arm hebende Figur auf dem Schilde an der Vase B 9, die man um so eher für Eris halten wird, als deren Darstellung auf Schilden auch durch Schriftstellen bekannt ist. Auch auf der Vase des Xenokles (B 8) kann Eris gemeint sein; aber die anderen an diesem Gefäße befindlichen Bilder deuten durchaus nicht auf sie hin.

Was endlich das Aussehen des Gesichts und des unbedeckten Körpers der uns erhaltenen Figuren betrifft, welche mit Sicherheit oder mit der größten Wahrscheinlichkeit auf Eris zu beziehen sind, so ist das Gesicht sowohl auf den früheren als auch auf den späteren Werken regelmäßig wesentlich ohne absichtliche Verzerrung und Häßlichkeit gebildet. Ja auf zweien der späteren Zeit angehörenden Vasenbildern, dem Petersburger B 4 und dem Pariser C 8, erscheint das Gesicht als ein schönes, auf jenem mit mehr sanftem, auf diesem mit mehr erhabenem Ausdruck. Ganz ähnlich findet man die Erinyen auf späteren Vasenbildern meist mit normalem, zuweilen schönem Gesichte dargestellt, wie auch Lyssa auf dem Vasenbilde in den Mon. ined. d. Inst. arch. Vol. XI, t. XLII mit keinesweges verbildetem erscheint. Aber die Erinyen sind doch auf Vasenbildern der späteren Zeit hie und da auch mit häßlichen, ja abschreckenden Gesichtern dargestellt, vgl. z. B. Denkm. d. a. Kst. II, 68, 862 u. II, 74, 957, sowie O. Jahn's Vasenbilder Taf. I, Stephani Compte rend. pour 1863, pl. 6. Von einer aufgestülpten oder einer großen krummen Nase, wie sie sonst zur Bezeichnung des Barbarischen auf Griechischen Werken angebracht sind (O. Jahn Arch. Beiträge S. 424, A. 33), findet sich bei der Eris auf Vasenbildern keine Spur. Selbst das späte Knochenrelief (E) zeigt nichts davon. Nur der Berliner Intaglio F zeigt sie mit offenbar häßlichem Gesichte. Hier steht die Darstellung der Eris unter dem Einflusse von Anschauungen, wie wir sie erst bei Lateinischen Dichtern finden, s. oben S. 89, die inzwischen in man-

chen Punkten an die Beschreibungen erinnern, welche Griechische Dichter, namentlich Aeschylos, auch Euripides, von den Erinyen geben. Mit dem furchtbaren Aussehen der Discordia geht es Hand in Hand, daß sie von den Lateinischen Dichtern als in der Unterwelt hausend gedacht wird, was sich bei keinem der erhaltenen Griechischen Schriftsteller findet. Man vergleiche Vergil Aen. VI, 273 fg. und Petronius Sat. p. 124 = 89, Vs 254 fg. (wo auch die der Discordia so nahe stehende Bellona als im Erebus wohnend erwähnt wird). Daß Eris auch in älterer Zeit nicht allein mit regelmäßigem, sondern auch mit sehr häßlichem Gesichte dargestellt ist, zeigen Pausanias' Worte über ihre Darstellung an der Lade des Kypselos zur Genüge, wenn auch Roulez a. a. O. p. 385, A. 5 es nicht glauben wollte. Ob aber die geflügelten Figuren mit Gorgonengesicht auf älteren Vasen (A 6, B 5 a, B 7, B 8) und dem Spiegel von Kroton (D 1), welche man auf Eris bezogen hat, diese in der That angehen, ist uns äußerst zweifelhaft[1]). Die betreffenden Figuren sind nie innerhalb eines Kampfes oder auch nur in entfernter Beziehung zu einem solchen dargestellt; ein paar von ihnen haben einen Bart; das Gesicht aller erscheint en face mit herausgereckter Zunge und meist auch mit gefletschten Zähnen. Die beiden letzterwähnten Umstände sind als charakteristische Eigenthümlichkeiten der Gorgonen bekannt. Hinsichtlich der Eris kann das Zeigen der Zähne und das Ausstrecken der Zunge nur dem als bezeugt gelten, welcher sich zu entschließen vermag, in der oben S. 89 angeführten Beschreibung des Petronius Vs 274 und 275 als auf der Anschauung älterer Bilder jener beruhend zu betrachten. Man hat gewiß an Medusa oder eine ihrer den Perseus verfolgenden Schwestern zu denken. Medusa zeigt sich auf einer von Micali Monum. ined., Firenze 1844, t. XLIV, n. 3 herausgegebenen schwarzfigurigen Vase des Marquis von Northampton in eiliger Flucht vor Perseus nach rechts hin laufend. Die Schwestern, die ebensowohl wie sie mit dem Kopf en face bärtig sowie unbärtig (Denkm. d. a. Kst. II, 71, 897 u. II, 72, 899) dargestellt sind, erblickt man auf einem Vasengemälde der Pinakothek zu München (Jahn Beschr. n. 910 u. Gerhard's Auserl. Vasenb. Taf. LXXXIX, 3. 4), sowie auf einem anderen des Mus. naz. zu Neapel (Heydemann n. 1767) den Perseus mit Schlangen in ihren beiden Händen verfolgend. Auch das Weib mit nicht entstelltem, aber en face dargestelltem Gesicht auf der oben S. 103 angeführten, von Passeri herausgegebenen Vase,

1) Wenn O. Jahn Vasensamml. K. Ludwigs S. CLII, A. 1070 von »weiblichen Gestalten mit gorgonenartigem Antlitz« spricht, »welche später durch die Inschrift ΕΡΙΣ bezeichnet werden«, so ist mir kein Beispiel davon bekannt.

welche trotz der schwarzen Farbe der Tracht, der Haare und der Flügel den hellfigurigen beizuzählen ist, kann recht wohl eine Gorgonenschwester sein. Die Schlange unterhalb der Figur, welche wie diese nach rechtshin eilt, ohne Zweifel in der Absicht einen Fliehenden zu verfolgen, hat auf den eben erwähnten Vasenbildern in den mit den Händen gehaltenen Schlangen der Schwestern der Medusa einen Pendant. Wie auf jener Vase die Schlange der Gorgone dieser selbstständig Hülfe leistet, so finden wir sonst die Schlange des Dionysos diesem im Gigantenkampfe beistehend und die Schlange oder die Schlangen der Athena mit dieser in den Kampf eilend. An der zuerst von Passeri abbildlich mitgetheilten Vase ist dieselbe Darstellung auf der Vorderseite und der Rückseite wiederholt. Ob aber deshalb zwei Gorgonen anzunehmen sind, muß dahingestellt bleiben. Daß sich mehrfach an den Seiten einer und derselben Vase dieselben Figuren wiederholen ohne zwei verschiedene Wesen derselben Art darstellen zu sollen, ist bekannt. Jedenfalls darf man in den Fällen, in denen nur eine gorgonenartige Figur dargestellt ist, die Möglichkeit, daß eine von den Gorgonenschwestern gemeint sei, nicht in Abrede stellen, wenn es zu Tage liegt, daß die Figur in der Verfolgung begriffen ist, wie auf der Vase bei Passeri, oder wenn sich annehmen läßt, daß sie klagend dargestellt sei, wie etwa auf der Vase A 6. Das Nächste ist allerdings, die eilig dahin laufende, hie und da auch mit einer Geberde des Entsetzens dargestellte einzelne Figur auf die von Perseus verfolgte Medusa zu beziehen.

Was den nackten Körper der Eris betrifft, so zeigt derselbe nicht einmal auf dem Berliner Intaglio, so viel man bei den geringen Dimensionen der Figur der Eris gewahren kann, Abnormitäten, wie das allerdings überhaupt die Regel ist[1]). Selbst die Charakteristik

1) Merkwürdig sind auf dem von Brunn in den Nuove Memorie d. Inst. di corrisp. arch. t. IV, t. 4 herausgegebenen Vasenbilde mit der inschriftlich bezeugten Gruppe der Dike und Adikia die kleinen Kreise mit je einem Punkte in der Mitte, welche sich an den Armen und Beinen der Adikia zeigen. Brunn hat p. 383 nichts Weiteres darüber zu sagen, als daß der Körper bedeckt sei di macchie che ricordano i cento occhi dell'Argo Panopte. Aber was sollen Augen am Körper der Adikia? Wollte man nun etwa an Flecken oder Geschwüre denken? Ich meines Theils kann mich nicht dazu entschließen, erinnere mich vielmehr der in den Jahrb. von Alterthumsfreunden im Rheinlande LIX, S. 83 zu Taf. IIII besprochenen, zum Theil sehr ähnlichen Beispiele der Tätowirung. Diese war bekanntlich bei den Thrakern und den ihnen verwandten Asiatischen Völkern üblich. Das häßliche Gesicht der Adikia hat eine große krumme Nase, das Zeichen des Barbarischen, und auf dieses sollte auch wohl die Tätowirung hindeuten, welche den Griechen gewiß nicht als schöner Schmuck erschien, so daß auch sie nach dem Gefühl dieser für eine γυναῖκα αἰσχράν (Pausan. V, 18, 1) sehr wohl paßt.

durch dunkele Hautfarbe, die uns auf dem Gebiete der Malerei schon seit Polygnots Zeiten bekannt ist und sich bei den Erinyen auf späteren Vasen, sowie bei ihnen und anderen furchtbaren Dämonen der Unterwelt auf späteren Etruskischen Wandgemälden (vgl. z. B. Denkm. d. a. Kunst I, 64, 336) findet, trifft man erst auf dem allerspätesten, an der äußersten Grenze des Alterthums stehenden Werke, dem Miniaturbilde G. Die dunkele Farbe der Discordia auf diesem rührt, wie die Nacktheit (oben S. 107), von den umbrae her. Daß dieselbe nicht auf Darstellungen aus früherer Römischer Zeit zurückzuführen ist, erhellt daraus, daß dem Dämon wie bei keinem Griechischen, so auch nicht einmal bei einem Lateinischen Schriftsteller dunkle Hautfarbe zugeschrieben wird; daß sie auch nicht von den Erinyen übertragen ist, daraus, daß sie sich bei diesen in jenen Miniaturen nicht findet.

Excurs I, zu S. 87.

Für den Umstand, daß die Annahme einer doppelten Eris nicht bloß dem Dichter der Werke und Tage zuzuschreiben sei, sondern auf der Anschauung des Griechischen Volkes beruhe, hat sich Stephani Compte rend. pour l'ann. 1860, p. 50 fg. ausgesprochen. Er meint, daß das »Räthsel« zweier Vasenbilder mit der Darstellung des Parisurtheils (s. unsere n. B 3 u. B 4), auf welchen beiden Eris »jedes äußeren Zeichens ihrer Furchtbarkeit entbehrt und die Gestalt einer zarten freundlichen Jungfrau angenommen hat«, und auf deren einem (B 4) außerdem »Themis, die Vorsteherin der göttlichen Ordnung und Rechtssprüche, einer mit ihrem eigenen Wesen in so feindlichem Gegensatz stehenden Göttin, wie Eris, vertraulich die Hand auf die Schulter legt«, sich nur durch die Annahme lösen lasse, »daß die Alten zwei ganz verschiedene Göttinnen desselben Namens unterschieden, die furchtbare, nur Unheil stiftende Schlachtengöttin und eine wohlwollende, den Menschen freundlich gesinnte Göttin des Wetteifers«, die in der Parissage anzuerkennen sei. Stephani scheint augenblicklich vergessen zu haben, daß die Vasenbilder aus einer Zeit stammen, in welcher auch die Erinyen in ihrer körperlichen Erscheinung meist nichts Furchtbares an sich haben, und daß andererseits ein späterer Griechischer Dichter selbst die Schlachtengöttin Eris der äußeren Erscheinung nach mit der Athena, der Artemis und der Amazone Penthesileia zusammenstellt (Quintus Smyrn. I, 363 fg., s. oben S. 89). Was aber die Verbindung von Eris und Themis betrifft, so sieht man überall nicht ein, was Themis auf dem Bilde soll, wenn es sich auf diesem bloß um »den Wetteifer dreier Göttinnen, von denen jede die übrigen an Schönheit zu übertreffen

hofft, um die Entscheidung eines ἀγὼν κάλλους« handelt. Denn wenn Stephani annimmt, die Handlung sei eine, durch welche Zeus »in Betreff der Schönheit der drei mächtigsten Göttinnen einen θεσμὸς feststellen lassen will«, so vermögen wir nicht uns dieser Annahme anzuschließen. Das traute Zusammenstehen von Eris und Themis und der Umstand, daß auch Zeus dargestellt ist, erklären sich daraus, daß das Vasenbild auf das Epos der Kypria zurückgeht, nach welchem Zeus in seinem weisen Rathe beschloß, die allnährende Erde von der Ueberzahl der Menschen zu erleichtern, indem er den großen Streit des Ilischen Krieges anfachte und dies zwar zunächst durch Eris bei der Hochzeit des Peleus und der Thetis. Nach den Kyprien ist also Eris hier Vollstreckerin von Zeus' Beschluß und daß die Repräsentantin der θέμιστες des Zeus ihr die Hand vertraulich auf die Schulter legt, erscheint als etwas ganz Natürliches. Dieselbe Auffassung findet sich auf der Karlsruher Vase mit der Darstellung des Parisurtheils, wie schon Welcker A. Denkm. V, S. 405, vgl. S. 381, dargethan hat. Die eine Eris der Griechischen Sage zeigt sich zweimal als eine solche, die zunächst harmlos scheinenden Wettstreit oder gar nützlichen Wetteifer zu Wege bringt, aus dem jedoch blutiger Krieg und Mord hervorgeht. Jenes hat statt in der Sage vom Schönheitswettstreite der drei Göttinnen; dieses in der auf Boios' Ornithogonie zurückgehenden Erzählung bei Antoninus Liberalis Transformat. XI. Beide Male (in der ersten Sage wenigstens nach der späteren Auffassung) ist es Rache, in Folge deren Eris ihre Thätigkeit entfaltet; dort Rache, welche sie ihrer selbst wegen nimmt, weil sie von der Hochzeit des Peleus und der Thetis ausgeschlossen wird (Tzetz. z. Lycophron 93, Servius z. Vergil. Aen. I, 27, Chariton I, 1, T. II, p. 6, 10 der Ausg. der script. erot. von Hercher), hier Rache im Auftrage der Hera, die darüber zürnt, weil Aëdon und Polytechnos geäußert hatten, sie liebten sich einander mehr als Hera und Zeus. Eris gehört, wie J. Langbehn »Flügelgestalten der ältesten griech. Kunst«, München 1881, S. 137 richtig bemerkt, zu den Wesen, welche von rein begrifflichem Ursprung sind und nachträglich erst einen mythischen Gehalt angenommen haben. Wie das Wort ἔρις, durch welches der Begriff des blutigen Streites ausgedrückt wird, ganz dasselbe ist, wie das Wort ἔρις, welches zur Bezeichnung des Wettstreites und Wetteifers dient, so hat man auch die personificirte Eris, die als Veranlasserin beider verschiedenen Thätigkeiten gilt, als ein und dasselbe Wesen zu fassen. Wie nahe auch im Menschenleben Groll und Zwietracht einerseits und Nacheiferung und Wetteifer andererseits stehen, braucht nicht erst bemerkt zu werden. Die Bedeutung der personificirten Ἔρις entwickelt sich in Zusammen-

hang mit der Bedeutung des Wortes ἔρις. Die älteste Beziehung der Eris, die, welche uns in der Ilias entgegentritt, ist die auf blutigen Streit. In der Ilias wird das Appellativ ἔρις durchaus in der Bedeutung von Krieg und Schlacht gebraucht. In der Odyssee bezeichnet es gewöhnlich den Wetteifer, Wettstreit. In der Stelle bei Hesiod in den Werken und Tagen bezieht sich von den Ἔριδες die eine auf Krieg und unblutigen Streit, die andere auf nützlichen Wetteifer. Hinsichtlich der ersteren vergleiche man Vs 14 fg.:

ἦ μὲν γὰρ πόλεμόν τε κακὸν καὶ δῆριν ὀφέλλει,
σχετλίη· οὔτις τήν γε φιλεῖ βροτός, ἀλλ' ὑπ' ἀνάγκης
ἀθανάτων βουλῇσιν Ἔριν τιμῶσι βαρεῖαν.

Unter δῆρις ist unblutiger Streit zu verstehen, namentlich der vor den Gerichten, zu welchem die Ἔρις κακόχαρτος (Vs 28) anreizt. Auch unter den Kindern der Eris in der Theogonie beziehen sich die, welche Vs 229 nennt:

Νείκεά τε ψευδέας τε Λόγους Ἀμφιλογίας τε,

hauptsächlich auf die Gerichte. Wenn Eris überhaupt einen Cultus hatte, wie man etwa geneigt sein könnte aus den Worten in den W. u. T. 14 fg. zu schließen — anderswo verlautet, so viel ich weiß, nichts darüber —, so hatte sie denselben gewiß nur als Kriegs- und Schlachten-Gottheit. Als solche erscheint sie auch ganz vorzugsweise auf den Werken der bildenden Künste. Auf den älteren treffen wir sie einige Male auch bei Wettkämpfen (s. S. 109, A 2 u. A 3). Die Fälle, in welchen sie als in der Parissage betheiligt auf Werken aus späterer Zeit dargestellt ist, gehören in die Kategorie des unblutigen Wettstreits und der des blutigen Streites zugleich. Von der Eris als Veranlasserin gerichtlichen Haders und nützlichen Wetteifers findet sich auf den Bildwerken keine sichere Spur.

Excurs II, zu S. 88.

Wenn Goettling noch in der Anmerkung zu Hesiod. scut. Herc. 339 seine schon früher vorgetragene Ansicht wiederholt hat, nach welcher unter πολέμοιο τέρας die Aegis zu verstehen sein soll, so ist das nicht so auffallend, als daß noch in der so eben erschienenen dritten Auflage von Nägelsbach's Homer. Theologie S. 96 die Goettling'sche Ansicht als allein der Berücksichtigung werthe mitgetheilt wird. Dieselbe ist aber ohne Zweifel ganz irrig. Die Aegis, um welche es sich hier handelt, findet sich sonst bei der Eris nie. Wenn diese nach Homer. Il. V, 740 auf der Aegis der Athena ist, so verschlägt das gar nichts. Daß das Wahrzeichen des Krieges bei Homer der Eris von Zeus zeitweilig verliehen sei, der diese allerdings absendet, wie Apollon die Aegis in der Ilias XV, 307 fg., 360 fg.

von Zeus hat, kann man doch nicht wohl sagen, und, selbst wenn man es doch wollte, wäre dagegen zu bemerken, daß die Aegis wohl zum Niederschmettern, nicht aber zum Anfachen des Kampfes dienen kann. Köppen wollte einen Speer oder eine Geißel verstanden wissen. An letztere, welche allerdings Bellona auf dem Schilde des Aeneas bei Vergil Aen. VIII, 703 führt und die auch bei Silius Ital. IV, 440 und bei Lucan Phars. VII, 568 als ihr Attribut erwähnt wird, ist aber ohne Zweifel nicht zu denken, wenn auch, wie es scheint, Eris selbst schon auf einem schwarzfigurigen Vasenbilde mit einem Treibstecken vorkommt. Eher würde der Speer passen, und zwar noch besser als das Schwert, welches alte Erklärer verstanden; vgl. etwa Quintus Smyrn. X, 59 (s. oben S. 88), und, wenn es erlaubt ist die Römische Symbolik zu berücksichtigen, die Lanze des Fetials (Preller Röm. Mythol. Bd. I S. 250 der dritt. Aufl.). Aber auch der Speer muß hinter der Fackel zurückstehen, die ebenfalls schon von alten Erklärern angenommen wurde. Zur Begründung dieses Urtheils kann freilich die Angabe des Scholiasten zu Euripides Phoen. 1377, Bd. V, p. 282 fg. der Ausg. von A. Matthiae nicht verwandt werden, welcher berichtet: *Ἐχρῶντο κατὰ τὸ παλαιὸν ἐν τοῖς πολέμοις ἀντὶ σαλπιγκτῶν πυρφόροις· οὗτοι δὲ ἱεροὶ ἦσαν Ἄρεως ἑκατέρας στρατιᾶς προηγούμενοι μετὰ λαμπάδος, ἣν ἀφιέντες εἰς τὸ μεταίχμιον ἀνεχώρουν ἀκίνδυνοι, καὶ οὕτως συνέβαλον αἱ στρατιαί*[1]), obgleich nicht bloß Meursius zu Lykophron's Al. 1295, sondern auch Welcker noch in der Archäol. Ztg. 1857, S. 52, A. 3, und Preller a. a. O. Anm. 1 jener Angabe Gehör schenkten. Welcker und nach ihm Preller schließen aus dieser sogar, daß zur Kriegsankündigung von dem *πυρφόρος* eine Fackel in das feindliche Land geworfen sei. Aber das, was die Scholiasten berichten, beruht einzig und allein auf Mißverständniß der Stelle des Euripides (über welche zu vergleichen J. Geel Eur. Phoen. p. 215, z. Vs 1382) und auf dem ganz irrthümlichen Herbeiziehen der Spartanischen *πυρφόροι*, über welche zu vergleichen Xenophon de rep. Laced. 13, 2 mit Haase's Anmerkung und was C. Fr. Hermann Lehrb. d. gottesdienst. Alterth. § 33, A. 9 anführt. Desgleichen beweist die von Welcker nach Meursius herbeigezogene Stelle des Lykophron Al. 1295, in welcher es von Europa und Asia heißt: *ἔχθρας δὲ πυρσὸν ἦραν*, durchaus nichts. Schon ein Scholiast erklärt richtig: *μάχης φλόγα ἀνῆψαν*. Ich kenne auch kein Bildwerk, auf welchem der *πυρφόρος* mit der Fackel als Kriegszeichen

1) Im cod. Aug. steht nach Matthiae A. 6: *πρὸ τῆς εὑρέσεως τῆς σάλπιγγος ἐν ταῖς μάχαις κἂν τοῖς μονομάχοις δὲν* (Matthiae leg. *κἂν τοῖς μονομάχοις δὲ*, richtiger: *μονομαχίοις*) *ἐν μέσῳ τις λαμπάδα καιομένην ἔῤῥιπτε, σημεῖον τοῦ κατάρξασθαι τῆς μάχης.*

dargestellt wäre. Freilich meint Welcker zu Müller's Handb. d. Archäol. § 322, A. 4, S. 461, das zu Wien befindliche Mosaikbild so deuten zu können, welches Arneth Beschr. d. zum K. K. Münz- und Ant.-Kab. gehörigen Statuen u. s. w., Wien 1845, S. 15, n. 101 aufführt. Arneth dachte an »Alexander Persepolis anzündend«. Das Werk ist seitdem besprochen in E. von Sacken's u. Fr. Kenner's Beschreibung der Wiener Sammlungen, W. 1866, S. 53 fg., n. 101: »Ein geharnischter, behelmter Krieger, eine Fackel schleudernd, hinter ihm drei andere mit phrygischen Mützen, Speer und Schild und ein wie es scheint fliehender, ebenfalls in Asiatischer Tracht (ein Bogenschütze?). Wahrscheinlich der Kampf bei den Schiffen (oder Alexander Persepolis anzündend?). Sehr gute Arbeit in der Art der Alexander-Schlacht«. Wer wird daran zweifeln können, daß Hektor und die Epinausimache gemeint ist? — Aber wenn auch das in den Euripideischen Scholien Vorgetragene auf Irrthum beruht, so steht es doch sicher, daß die Auffassung der brennenden Fackel und des lodernden Feuers als Symbol des Krieges und der Schlacht eine uralte und die am meisten verbreitete ist. Bezeichnet doch in der Griechischen Sprache schon bei Homer ein und dasselbe Wort δαΐς sowohl die brennende Fackel, den Feuerbrand, als auch Krieg und Schlacht. Genügend bekannt sind ferner die Homerischen Redensarten ἐνοπή, ὄρυς, μάχη, πόλεμος δέδηε. Euripides gebraucht den Ausdruck πολεμία φλόξ (bei Lyc. 161). Florus Epit. II, 9, 1 spricht von faces belli. Noch ein später Lateinischer Schriftsteller, Eumenius, sagt im Panegyr. Constantin. Caes. XVII, 4 flagrat bellum. Daher wird die Fackel Kriegsgottheiten gegeben, nicht bloß der Römischen Bellona, wie man gewöhnlich annimmt, vgl. Statius Theb. IV, 6, X, 854, XI, 413, Sil. It. V, 220, Ammianus Marcellin. XXIV, 7. Auch Minerva kommt mit der Kriegsfackel vor, soviel ich weiß bloß auf Bildwerken. So auf dem Attischen Relief in der Arch. Ztg. 1870, Taf. 30, n. 2 und, besser, bei R. Schöne Griech. Reliefs Taf. XXII, n. 95. In der Statue bei Paciaudi Mon. Pelop. I, 35 und danach bei Millin Gal. myth. pl. XXXVII, n. 137 löscht die inschriftlich bezeugte Athena Eirenophoros die Fackel aus, wie nach Statius Theb. XI, 413 restinxit Bellona faces. Was Eris betrifft, so haben wir die Fackel bei derselben wenigstens bei Petronius (s. oben S. 89) sicher bezeugt gefunden und werden unten Exc. IV darthun, daß auf einem Vasenbilde aller Wahrscheinlichkeit nach die mit dem Fackelattribute versehene Figur auf sie zu beziehen ist.

Excurs III, zu S. 102.

Die Erinyen erscheinen auf entsprechenden Vasenbildern mit

Speeren versehen, zweien oder einem, vgl. z. B. Stephani Vasensammlung d. Erm. n. 419 u. 523, Arch. Ztg. 1843, Taf. XI. Hier hält eine von den Erinyen die Lanze in der Linken und in der Rechten, so daß sie, die zugleich eine Felltracht hat, sehr an die Figur auf dem Vasenbilde C 5 erinnert. Ja bei den Römischen und späteren Griechischen Dichtern findet man die Furien geradezu als Kriegsgöttinnen. In der Beschreibung des Schildes des Aeneas bei Vergil. Aen. VIII, 700 fg. heißt es:

Saevit medio in certamine Mavors
Caelatus ferro, tristesque ex aethere Dirae.

Auch auf dem Schilde des Achilles bei Quintus Smyrn. V, 31 finden sich die Erinyen zwischen Kriegsgottheiten. Speciell wird mehrfach Tisiphone genannt, z. B. bei Valerius Flaccus Argon. VI, 402 fg.:

Romanas veluti saevissima quum legiones
Tisiphone regesque movet u. s. w.

und bei Claudian de rapt. Proserp. I, 40 fg.:

Tisiphone quatiens infausto lumine pinum
Armatos ad castra movet pallentia manes.

Auch Allecto, z. B. von Vergil. Aen. VII, 454 fg.:

adsum dirarum ab sede sororum;
Bella manu letumque gero.

Diese sind bei Vergil Aen. XII, 845 fg. die im engeren Sinne sogenannten Dirae, welche

Iovis ad solium, saevique in limine regis
Apparent, acuuntque metum mortalibus aegris,
Si quando letum horrificum morbosque deûm rex
Molitur, meritas aut bello territat urbes.

Außer dem Krieg als verdienter Strafe gehört besonders in den Bereich der Erinyen der blutige Streit zwischen Verwandten, vgl. die interessante Stelle bei Statius Theb. XI, 403 fg., wo sie als Wagenlenkerinnen der Streitenden erscheinen, und der Bürgerkrieg, als dessen Anstifterin die civilis Erinys bei Statius Silv. V, 3, 195 und Lucanus Phars. IV, 187 erwähnt wird.

Daß Enyo ebensowohl wie Eris einer Erinys ähnlich dargestellt werden konnte, unterliegt nach den Worten des Quintus Smyrn. XI, 8 fg. (s. oben S. 88) keinem Zweifel. Auf Münzen der Lucaner und Bruttier findet man sie allerdings in langem Chiton mit Helm, Schild und Speer dargestellt (Poole Catal. of Gr. coins in the Brit. Mus., Italy, p. 224 u. p. 323 fg.). Claudian giebt ihr de quart. cons. Honor. 12 fg. parmam et galeam. Bei Nonnos Dionys. XXI, 259 heißt sie *χαλκοχίτων*. Nach diesem Beiworte zu schließen, dachte der Dichter sie sich außer dem ehernen Harnisch gewiß auch mit dem Helm

und zudem vermuthlich mit Schild und Lanze bewehrt. Das schließt aber eine andere Darstellungsweise nicht aus. Römische Schriftsteller erwähnen sie als mit dem Wurfspieß oder der Lanze und mit einer oder zwei Fackeln ausgerüstet, vgl. den Exc. II, S. 117, Statius Theb. IV, 6 fg., VII, 73 fg.[1]). Eine wahrscheinlich aus Etrurien stammende Schale zeigt die Büste der Bellona ohne Helm mit Schlangen im Haare. S. Jordan zu Preller's Röm. Mythol. Bd. II, S. 248, Anm., d. dritt. Auflage, welcher vermuthet, daß die Darstellung von den Bildern der Griechischen Enyo entlehnt sei.

Excurs IV, zu S. 102.

Die Annahme, daß die Deutung der unbeflügelten Figur mit der Fackel in der Rechten und zwei Speeren in der Linken auf der jetzt in Petersburg befindlichen Vase (C 5), deren bildliche Darstellung von Rosenberg Erinyen S. 71, A. 52, von Körte a. a. O. S. 75 fg. und von Heydemann Gigantomachie auf einer Vase von Altamura, S. 13 fg. überzeugend besprochen ist, auf Eris die allerwahrscheinlichste sei, beruht nicht etwa auf dem Grunde, daß die betreffende Figur die Mitte zwischen den beiden Kämpfern einnimmt und, während sie nach links vom Beschauer hinschreitet, den Kopf etwas nach rechts wendet, was der Haltung der Eris auf den älteren Vasen entspricht (s. oben S. 109), sondern darauf, daß sie, genauer betrachtet, zu dem Kämpfer rechts gehört und diesen gegen den Kämpfer links, den Zeus, führt. Durch diese Erkenntniß verschwindet auch der Anstoß, den man daran nehmen kann, daß der Gegenkämpfer des Zeus gar keinen Begleiter hat, während neben Zeus Hermes erscheint. Da man nun in dem Feinde des Zeus jedenfalls einen Giganten vorauszusetzen hat, so bietet sich für den Dämon, welcher ihn in den Kampf führt, auch nach Maßgabe der in dem folgenden Excurse anzuführenden Stelle des Nonnos keine so wahrscheinliche Deutung als die auf Eris, wenn auch der Gigant des Vasenbildes keinesweges Typhon ist, sondern ein anderer Führer. Daß auch für Eris die Fackel ausdrücklich bezeugt ist, haben wir oben in Exc. II S. 117 bemerkt.

Excurs V, zu S. 102 u. 108.

Hinsichtlich der früher als Amazone gefaßten weiblichen Figur in gegürtetem Chiton und der Chlamys, hohen Stiefeln, mit carrirter Pelta in der Linken, Speer in der Rechten auf der Pariser Vase aus Milo (C 8) trifft ohne Zweifel Heydemann a. a. O. S. 15 fg. das

1) Im Bellonacultus wird auch die bipennis erwähnt (Tibull. El. I, 6, 47), die man gewiß auch der Göttin als Waffe zutheilte.

Richtige, wenn er Eris erkennt, welche die Giganten zum Kampf angetrieben und aufgestachelt hat und von Zeus zuerst überwältigt wird. Die gut begründete Ansicht Heydemann's erhält eine starke Stütze durch die von ihm nicht veranschlagte Stelle des Nonnos Dionys. II, 357 fg., wo es bezüglich des Kampfes zwischen Typhon und Zeus heißt:

καὶ μόθος ἀμφοτέροισιν ἐπέβρεμεν· ἦν δὲ κυδοιμοῦ
πόμπος Ἔρις Τυφῶνι, Διὸς δ' ἡγήσατο Νίκη
εἰς μόθον [1]).

Auch die Pelta der betreffenden Figur auf dem Vasenbilde, welche zunächst zu der Annahme einer Amazone verleitete, paßt zu der Eris vollkommen. Diese gilt ja als Thrakische Göttin (s. oben S. 108). Daß Eris von Zeus nicht getödtet, sondern nur niedergeschmettert und für diesen Kampf unschädlich gemacht wird, versteht sich von selbst. Auch zeigt die Darstellung durchaus nicht, daß es sich um eine Getödtete handele [2]). — Wir wollen schließlich noch bemerken,

---

1) Eris betheiligt sich bei Nonnos XXII, 177 und XXXIX, 384 fg. auch an dem Kampfe eines anderen Feindes des Zeus, des Deriades, gegen den Dionysos und hat auch hier nach XXXIX, 385 fg. die Nike als Gegenpart.

2) Gelegentlich mag hier auch die andere von Heydemann a. a. O. besprochene auf pl. II abgebildete Figur berücksichtigt werden, die des gegen die Giganten mit dem Bogen kämpfenden »zarten Phrygischen Jünglings« in langem Chiton, mit großer flatternder Chlamys, langem in den Rücken fallenden Haare, welchen Ravaisson auf Adonis bezog, was Heydemann Zeus im Gigantenkampf, Halle 1876, S. 8, Anm. 13 als ganz unwahrscheinlich betrachtete, während er nachher zugab, daß Ravaisson der richtigen Deutung wohl am nächsten gekommen sei, wenn man nicht etwa Ganymedes zu erkennen habe. Daß ein Asiat dargestellt sei, wird aus der Kopfbedeckung geschlossen, einer getüpfelten helmartigen Haube mit getüpfelten Schleifenbändern hinten, über welche Heydemann an der zuletzt angeführten Stelle bemerkt: »die nur ein wenig schärfer als sonst gezackte phrygische Mütze hat zur Seite eine emporstehende Verzierung, etwa zu vergleichen den hohen Federn an den Helmen auf unteritalischen Vasenmalereien; oder es ist, wie Ravaisson wohl richtiger annimmt, das eine Kinnband, das sich gelöst hat und emporfliegt«. Aber beide Annahmen entbehren aller Wahrscheinlichkeit. Die vermeintlichen bedeutungslosen »Zacken« sind offenbar Sonnenstrahlen und ebenso der längere Gegenstand zur Seite. Man vergleiche namentlich die Darstellung des Sonnengottes auf dem Relief in Lajard's Rech. sur le culte de Mithra pl. XCVII, 2. Sonst läßt sich allerdings die Aehnlichkeit der Kopfbedeckung mit der sogenannten Phrygischen Mütze nicht in Abrede stellen. Aber diese steht der Annahme eines Helios keinesweges entgegen. Schon die alten Iranier dachten sich ihren Mithras als Krieger mit goldenem Helm und silbernem Panzer. Auch nach Nonnos Dion. XXXVIII, 291 fg. hat Helios *χρυσείην τρυφάλειαν*, die er *Φαέθοντος ἐπεστήριξε καρήνῳ*. Sie kann ebensowohl wie die *βριαρὴ τρυφάλεια* des Thrakischen Lykurgos bei demselben Nonnos XXI, 7 als mützenähnlicher Helm betrachtet

daß das Haar der Eris auf der in Rede stehenden Vase ähnlich gebildet ist wie auf der im vorhergehenden Excurs besprochenen, und zwar künstlerisch bezeichnender als auf anderen Darstellungen der kriegerischen Eris, indem es fast schlangenartig erscheint.

Daß auf dem Berliner Intaglio F Eris gemeint sei, habe ich in der nächstens erscheinenden dritten Abtheilung der akademischen Abhandlung über einige beachtenswerthe geschnittene Steine des vierten Jahrhunderts n. Chr. II, 2 darzuthun versucht.

Excurs VI, zu S. 107.

Hätte G. Körte Recht, wenn er a. a. O. S. 78 fg. auf der Vase von Altamura im Mus. naz. zu Neapel (Heydemann n. 3222) die vor dem das Felsstück emporwälzenden Sisyphos stehende Frau in hohen Stiefeln und kurzem gegürteten Chiton, welche in der vorgestreckten Linken einen Zweig und in der gesenkten Rechten eine Geißel hält, auf Ananke bezieht, so würde man wohl nicht umhin können auch die Figur in ähnlicher Tracht, welche mit einem Speer in der linken Hand und mit einem, wie es bei Jägern und Kriegern in Betreff der Chlamys vorkommt, von dem linken Arm herabfallenden Felle auf der Münchener Canosavase Denkm. d. a. Kst. I, 56, 275 a den Sisyphos mit der Geißel antreibend dargestellt ist, ebenso zu fassen. Aber die Figur auf der Vase von Altamura ist, wie diese, ohne Zweifel eine Erinys. So faßten sie auch U. Köhler Ann. d. Inst. XXXVI, 1864, p. 283 fg. und Heydemann a. a. O. Jener wollte die über dem Kopf der Figur erhaltene Inschrift *NAN*, von welcher Körte annimmt, daß

---

werden. Daß Mithras auf den Römischen Monumenten regelmäßig mit einer sogen. Phrygischen Mütze erscheint, ist bekannt. Schon in der Hellenistischen Culturperiode läßt sich sein Name von Syrien bis nach Athen und der Insel Thera nachweisen (Preller Oropos, Ber. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 1852, S. 186). Es ist durchaus nicht unwahrscheinlich, daß zu dieser Zeit die helmartige Asiatische Kopfbedeckung von ihm auf Helios übergegangen ist. Dazu kommt die immer mehr hervortretende Identificirung des Perseus mit Helios, von denen jener auch mit der Phrygischen Mütze oder einem dieser nachgebildeten Helm dargestellt wird. Ja man kann vielleicht vermuthen, daß dann diese auch auf den mit Helios identificirten Apollon übertragen wurde, wie wir es auf dem Relief finden, welches E. Curtius in den Mon. ed Ann. d. Inst. arch. 1856, tav. 5 herausgegeben hat. Chiton und Chlamys sind bei Helios zur Genüge bekannt. Daß das Bogenschießen vortrefflich für ihn paßt, liegt auf der Hand. vgl. den bogenschießenden Helios auf der Münze von Philadelphia bei Combe Num. Brit. pl. XI, n. 7, die Pfeile hinter den Schultern des reitenden Helios auf den Münzen von Eriza in Karien, welche in Sallet's Ztschr. für Numismatik Bd. X, S. 56, n. 2 u. XII, S. 323 beschrieben sind, die erste mit beigefügter Abbildung. Auch Mithras hat auf dem Relief bei Lajard a. a. O. pl. CIII Bogen, Pfeile und Köcher neben sich.

sie *αNANιη* zu lesen sei, in *MANία* ergänzen, indem er auf die bei Megalopolis in Arkadien nach Pausanias VIII, 34, 1 als *Μανίαι* verehrten Erinyen hinwies. Hier stand der Name in Beziehung zu dem Wahnsinn des von ihnen verfolgten Orestes. Heydemann meint S. 516, A. 8, daß die Erinyen unter dem Namen *Μανίαι* auch erwähnt werden in der Stelle des Euripideischen Orestes Vs 390 fg. Kirchhoff, Vs 398 fg. Nauck:

OP. λύπη μάλιστά γ' ἡ διαφθείρουσά με,
ΜΕ. δεινὴ γὰρ ἡ θεός, ἀλλ' ὅμως ἰάσιμος.
OP. μανίαι τε, μητρὸς θ' αἵματος τιμωρίαι.

Aber mit Unrecht. Allerdings würde *λύπη* in Vs 390 = 398 mit großem Anfangsbuchstaben zu schreiben sein, wenn es wahrscheinlich wäre, daß *θεὸς* in Vs 391 = 399 von dem Dichter herrühre, und dann würde man auch geneigt sein können in Vs 392 = 400 (wo *θ'* sicherlich falsch ist) *Μανίαι* zu schreiben, aber nicht ohne Veränderung des *τιμωρίαι* in *τιμωρίᾳ*. Allein gewiß ist für *θεός* zu lesen: *νόσος*. Von einer *Λύπη* als *θεὸς* ist uns sonst nichts bekannt. Außerdem kommt der Name *Μανίη* mit Sicherheit bei Quintus Smyrn. V, 451 von einer Erinys vor in Beziehung auf den rasenden Aias:

καὶ τότε οἱ Τριτωνὶς ἀπὸ φρενὸς ἠδὲ καὶ ὄσσων
ἐσκέδασεν Μανίην βλοσυρήν, πνείουσαν ὄλεθρον·
ἡ δὲ θοῶς ἵκανε ποτὶ Σιγὸς αἰπὰ ῥέεθρα,
ἦχι θοαὶ ναίουσιν Ἐρινύες, αἵτε βροτοῖσιν
αἰὲν ὑπερφιάλοισι κακὰς ἐφιᾶσιν ἀνίας.

Daß dennoch Körte's Zurückweisung des Verbesserungsversuches Köhler's berechtigt ist, erhellt ganz besonders aus dem Umstande, daß in dem Vasenbilde noch zwei Erinyen vorkommen und diese inschriftlich als *nOINAI* bezeichnet werden. Darnach ist aber vorauszusetzen, daß auch in der Inschrift über der Erinys bei Sisyphos diese als *ποιNA* bezeichnet war; ob durch den Accusativ *ποιNAN*, scheint mir mehr als zweifelhaft, wenn es auch an Beispielen auf Bildwerken nicht fehlt, in denen die Namensinschrift in diesem Casus abgefaßt ist; vielmehr würde ich eher eine Dittographie *ποιNANα* anzunehmen geneigt sein. Die Dorische Form des Namens befremdet durchaus nicht. Diese auf keiner anderen Vase als auf der in Rede stehenden *ΠOINAI* genannten Unterweltswesen[1]) sind nicht verschieden von den strafenden Erinyen, während sie bei den Schriftstellern auch mehrfach als verwandte Wesen neben diesen erwähnt werden. Daß die Figur bei Sisyphos auf der Vase von Altamura nicht Ananke,

1) Wenn bei Welcker sowohl in den A. Denkm. III, S. 323 als auch in der Griech. Götterlehre III, S. 84, A. 16 angegeben wird, daß die Inschrift *ΠOINAI* auch auf der Carlsruher Unterweltsvase vorkomme, so ist das ein Irrthum.

sondern nur eine Erinys sein kann, geht namentlich auch aus dem Attribute in der linken Hand hervor. Wie paßt der Zweig zu der Ananke? Unter der Voraussetzung einer Erinys bieten sich zwei Erklärungsweisen. Man könnte etwa daran denken, daß durch den Zweig die ἐνέρων ἱερία (Eurip. Orest. 261) bezeichnet werden solle. Viel wahrscheinlicher ist aber, daß dieser dem Thyrsoszweige der Bacchantinnen entspreche. Die Zusammenstellung der Erinyen mit diesen ist eine durch zahlreiche Beispiele bekannte. Heydemann spricht von einem Lorbeerzweige. Ist das richtig, so paßt es besonders gut. Den Bacchantinnen des Unterweltsgottes, der auf den Vasen dieser Art mit Dionysos verschmolzen wird, steht der Lorbeer sehr wohl zu.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

(Fortsetzung.)

Von der ungarischen Akademie der Wissenschaften.

Almanach der Ungar. Academie der Wiss. für das Jahr 1884. Budapest 1884. 8.

Gedächtnisreden auf verstorbene Mitglieder der Ungar. Academie der Wissenschaften. Jahrg. 1882/83. Bd. I. Heft. 6—10. Bd. II. 1884. Heft. 1. 2. Budapest 1882—1884. 8.

Nachrichten von der ungarischen Akademie der Wissenschaften. Jahrg. XVII. Heft 1—7. Budapest 1883. Jahrg. XVIII. Heft. 1. 2. ib. 1884. 8.

Archaeologischer Anzeiger. Organ der archaeolog. Commission der Ungar. Acad. d. Wissensch. redig. von Karl Pulszky. Neue Folge. Band II. Heft 3. Budapest. 1883. Bd. III. Heft 1. 2. ib. 1884. 8.

Mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger redig. von Julius Koenig. Bd. I. Heft 1—9. Budapest 1882—1883. Bd. II Heft 1—9. ib. 1883—84.

Jahrbücher der Ungarischen Akademie der Wissenschaften. Band XVII. Hft. 1. Budapest 1883. 4.

Sprachwissenschaftliche Mittheilungen redig. von Joseph Budenz. Bd. XVII. Heft 3. Budapest 1883. 8. Bd. XVIII. Heft. 1. ib. 1883.

Abhandlungen aus dem Gebiete der Sprach- und schönen Wissenschaften redig. von Paul Gyulai. Bd. X Titel u. Inhalt. Budapest 1883. Bd. XI. Hft. 1—10. ib. 1884. 8.

Abhandlungen auf dem Gebiete der Staatswissenschaften redig. von Fr. Pesty. Bd. VII. Heft 7. Budapest 1884. 8.

Abhandlungen auf dem Gebiete der historischen Wissenschaften redig. von Fr. Pesty. Bd. X Titel. Bd. XI. Heft 1—6. ib. 1883—1884.

Abhandlungen aus dem Gebiete der Nationalökonomie und Statistik redig. von Béla Földes. Bd. I. Heft 6—10 u. Titel. Budapest 1883. Bd. II. Heft 1—5. ib. 1884. 8.

Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik redig. von Joseph Szabó. Bd. IX. Heft 11—13. ib. 1882. 8.

Abhandlungen aus dem Gebiete d. Naturwissenschaften redig. von Joseph Szabó. Bd. XI Titel. Bd. XII. Heft 8—10. ib. 1882.

Monumenta Hungariae historica. Abth. I. Diplomataria: Codex diplomaticus Hungaricus Andegavensis hrsg. von Emmerich Nagy. Bd. III. 1333—1339. Budapest 1883. 8.

Archivum Rakoczianum. I. Abth. Bd. IX. Johann Bottyán's Briefwechsel und anderweitige ihn betreffende Akten und Urkunden 1685—1716 hrsg. von Koloman Thaly. Budapest 1883.

Monumenta Hungariae historica. 3. Abth. Monumenta comitialia: Monumenta comitialia regni Transsylvaniae hrsg. von Alexander Szilágyi. Bd. IX. 1629 —1637. ib. 1883.

Károlyi, Arpad, der Hochverrathsprozess Stephan Illésházys. Budapest 1883. 8.

Finaly, Heinr., über antike Maasse und Gewichte. Budapest. 1883. 8.

Nationalökonomisches und statistisches Jahrbuch red. von Béla Földes. Jahrg. I. 1883. Budapest 1883. 8.

Ludw. Reissenberger und Emerich Henszlmann, die alten Kirchen von Herrmannstadt und Stuhlweißenburg. Budapest 1883. 4.

Ipólyi, Arnold, Erinnerung an Graf Stephan Károlyi. Budapest 1883. 8.

Kallay, Benjamin, Ungarn als Grenze des Morgen- und Abendlandes. Budapest 1883.

Wenzel, Gustav, Die Bedeutung der Fugger für die Geschichte Ungarn's. Budapest 1883. 8.

Deák, Wolfgang, Archiv der Rakóczy'schen Flüchtlinge. Aus dem Archiv der gräflich Telekischen Familie in Marosvásárhely. Budapest 1883. 8.

Ugrische Hefte. Beiträge zur Kenntniß und Vergleichung der Ugrischen Sprachen. Heft 2. Syrjänische Sprachproben mitgeth. von Joseph Budenz und Ignaz Halász. Budapest 1883. 8.

Kuun, Geza, Additamentorum ad codicem lumanum nov. series. Budapest 1883. 8.

Briefe und Urkunden zur Geschichte der orientalischen Besprechungen Georg Rakóczy I. hrsg. von Alexander Szilágyi. Budapest 1883. 8.

Pulszky, Franz, das Kupferzeitalter in Ungarn. Mit 21 Illustr. Budapest 1883. 4.

Szinnyei, Franz, Finnisch-Ungarisches Woerterbuch. Budapest 1884. 8.

Simonyi, Sigmund, die Ungarischen Bindewörter zugleich als Theorie des zusammengesetzten Satzes. Bd. III. Die unterordnenden Bindewörter. II. Budapest. 1883. 8.

Ungarische Revue hrsg. von Paul Hunfalvy v. Gust. Heinrich. Jahrg. 1883. Heft 4—10. Jahrg. 1884. Heft 1. 2. 3. 4. 5. 7.

November 1884.

Nature. Nr. 784. 785. 786.

Zeitschrift der österreich. Gesellschaft für Meteorologie. Bd. XIX. Novbr.

Transactions of the roy. society of Edinburgh. Vol. XXX. P. 2. 3. Vol. XXXII. P. 1.

Proceedings of the roy. society of Edinburgh. Session 1881—82. 1882 - 83.

Resultados del observatorio nacional Argentino en Cordoba. Vol. III. IV.

6ter Jahresbericht der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur.

Monthly notices of the roy. astronomical society. Vol. XLIV. Nr. 9.

Leopoldina. Heft XX. Nr. 19. 20.

Oversigt over det kongelige danske Videnskabernes Selskabs forhandlingar, 1884. Nr. 2.

Mémoires de l'academie roy. de Kopenhague. 6. sér. Classe des sciences. Vol. I. Nr. 9. 10. Vol. II. Nr. 6.

Anales de la sociedad cientifica argentina. T. XVIII. Entr. 3.

Proceedings of the scientific meetings of the zoological society of London. 1884. P. 3.

L. Kronecker, Bemerkungen über die Multiplication der ellipt. Fnnctionen. Berliner Sitzungsberichte. 1883. XXX.

Ders., Weitere Bemerkungen über die Multiplication der ellipt. Functionen. Ebendas. XXXVII.

Ders., Beweis des Reciprocitätsgesetzes für die quadrat. Reste etc. Ebendas. 1884. XXIII. XXIV.

Ders., Ueber lineare Formen mit vier Variabeln. Abhandl. der preuß. Acad. 1883.

(Fortsetzung folgt.)

Für die Redaction verantwortlich: Dr. *Heule*, Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner)

Specifische moleculare Leitungsvermögen $\frac{k}{m}$.

Fig. 1. Neutrale Salzlösungen.

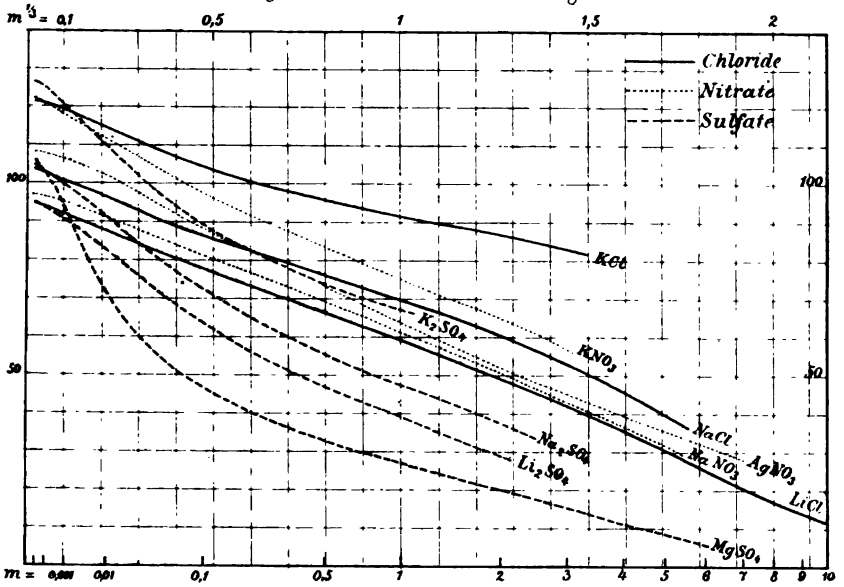
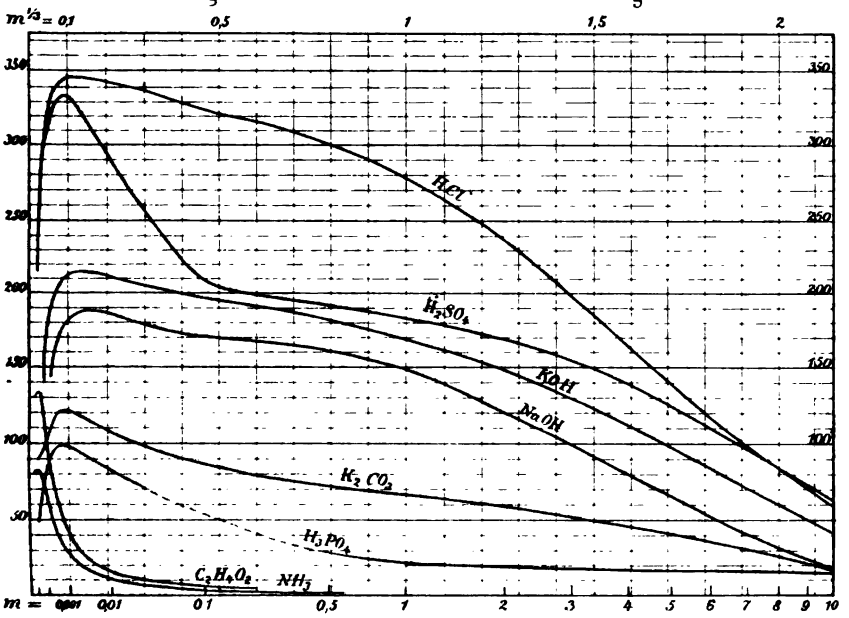


Fig. 2. Saure und alkalische Lösungen.



Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

18. März. **№ 3.** 1885.

Universität.

Verzeichniß der Vorlesungen auf der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen während des Sommerhalbjahrs 1885.

Die Vorlesungen beginnen den 15. April und enden den 15. August.

Theologie.

Encyklopädie der theologischen Wissenschaften zur Einführung in das Studium der Theologie: Prof. *Knoke* vierstündig um 3 Uhr.

Alttestamentliche Theologie: Prof. *Schultz* fünfmal um 12 Uhr.

Geschichte des Volkes Israel: Prof. *Duhm* Montag, Dienstag, Donnerstag um 4 Uhr.

Erklärung der Genesis: Prof. *Bertheau* fünfstündig um 10 Uhr.

Erklärung der chaldäischen Abschnitte des Buches Daniel: *Derselbe* Dienstag und Freitag von 2—3 Uhr, öffentlich.

Erklärung des Buches Jesaia: Prof. *Duhm* fünfstündig um 10 Uhr.

Hebräische Gesellschaft s. *Orientalische Sprachen* S. 137.

Neutestamentliche Zeitgeschichte: Prof. *Knoke* Montag und Donnerstag um 4 Uhr.

Paulinische Eschatologie: Prof. *Duhm* Freitag 4 Uhr öffentlich.

Erklärung des Briefs Pauli an die Römer: Prof. *Lünemann* fünfstündig um 9 Uhr.

Erklärung der paulinischen Briefe (mit Ausnahme des Römerbriefs und der Pastoralbriefe): Prof. *Wiesinger* fünfmal um 9 Uhr.

Erklärung der Apostelgeschichte: Lic. *Bornemann* dreistündig Montag, Dienstag, Donnerstag um 9 Uhr.

Erklärung der katholischen Briefe des N. T.: Prof. *Ritschl* fünfmal um 11 Uhr.

Kirchengeschichte der sechs ersten Jahrhunderte: Prof. *Reuter* sechsmal um 8 Uhr.

Kirchengeschichte des achtzehnten und neunzehnten Jahrhunderts: Prof. *Wagenmann* fünfstündig um 8 Uhr.

Dogmengeschichte: Prof. *Wagenmann* fünfstündig um 7 Uhr.

Dogmengeschichte des Mittelalters seit der Zeit Anselms von Canterbury: Prof. *Reuter* zweimal, Dienstag und Freitag um 11 Uhr, öffentlich.

Patrologie oder altchristliche Literaturgeschichte: Lic. *Bornemann* dreistündig, Mittwoch, Freitag, Sonnabend um 8 Uhr.

Apologie des Christenthums: Prof. *Schultz* fünfmal um 10 Uhr.

Dogmatik II. Theil: Prof. *Ritschl* fünfmal um 12 Uhr.

Praktische Theologie: Prof. *Wiesinger* fünfstündig um 11 Uhr.

Kirchenrecht s. unter *Rechtswissenschaft.*

Die alttestamentlichen Uebungen der wissenschaftlichen Abtheilung des theologischen Seminars leitet Prof. *Bertheau* Montags um 6; die neutestamentlichen Prof. *Wiesinger* Dienstags um 6; die kirchen- und dogmenhistorischen Prof. *Reuter* Donnerstags um 5; die dogmatischen Prof. *Ritschl* Freitags um 6 Uhr.

Die homiletischen Uebungen der praktischen Abtheilung des theologischen Seminars leiten abwechslungsweise Prof. *Schultz* und Prof. *Knoke* Sonnabends 9—11 Uhr öffentlich; die katechetischen Uebungen Prof. *Wiesinger* am Mittwoch von 2—3 Uhr und Prof. *Knoke* Sonnabends 2—3 Uhr öffentlich; die liturgischen Uebungen *Derselbe* Sonnabends 9—10 und 11—12 Uhr öffentlich.

Rechtswissenschaft.

Encyklopädie der Rechtswissenschaft: Prof. *John* Montag, Mittwoch und Freitag von 11—12 Uhr.

Geschichte des römischen Rechts: Prof. *Regelsberger* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 10—11 Uhr.

Institutionen des Römischen Rechts: Prof. *Regelsberger* sechsmal wöchentlich; Montag bis Freitag von 9—10 Uhr und Mittwoch von 10—11 Uhr.

Pandekten II. Theil (Familien- und Erbrecht): Prof. *Regelsberger* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 4—5 Uhr.

Pandekten- Prakticum: Prof. *v. Ihering* Montag, Mittwoch und Freitag von 12—1 Uhr.

Vergleichendes Erbrecht: Prof. *Ziebarth* Mittwoch von 11—12 Uhr, öffentlich.

Deutsche Rechtsgeschichte: Prof. *Frensdorff* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Deutsches Privatrecht: Prof. *Schröder* täglich von 10—11 Uhr.

Deutsches Privatrecht nebst Lehnrecht: Prof: *Wolff* täglich von 8—9 Uhr.

Handels- Wechsel- und Seerecht: Prof. *Schröder* fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr.

Das Recht der Werthpapiere: Prof. *Schröder* einmal wöchentlich zu einer noch zu bestimmenden Stunde öffentlich.

Hauptlehren des preussischen Privatrechts: Prof. *Ziebarth* Dienstag und Freitag von 11—12 Uhr.

Grundbuchrecht: Prof. *Ziebarth* Sonnabend von 7—9 Uhr.

Strafrecht: Prof. *v. Bar* viermal wöchentlich von 11—12 Uhr.

Deutsches Reichs- und Landesstaatsrecht: Prof. *Frensdorff* fünfmal wöchentlich von 7—8 Uhr.

Evangelisches und katholisches Kirchenrecht: Prof. *Mejer* fünfmal wöchentlich von 10—11 Uhr.

Canonistische und kirchenrechtliche (exegetische und praktische) Uebungen: Prof. *Dove* Freitag von 6—8 Uhr Abends privatissime und unentgeltlich.

Civilprocess einschliesslich des Konkurs- und der summarischen Processe: Prof. *John* täglich von 9—10 Uhr.

Strafprocess: Prof. *John* viermal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Civilprocess-Prakticum: Prof. *v. Bar* Dienstag von 4—6 Uhr.

Criminalistische Uebungen: Prof. *Ziebarth* Donnerst. von 4—6 Uhr.

In Folge einer Neuberufung werden voraussichtlich die Vorlesungen über römisches Recht, namentlich bezüglich der Pandekten, noch vervollständigt werden.

Medicin.

Zoologie, Botanik, Chemie s. unter Naturwissenschaften.

Knochen- und Bänderlehre: Dr. *Schiefferdecker* am Dienstag, Donnerstag und Sonnabend von 11—12 Uhr priv.

Die Mechanik der Gelenke: Prof. *Krause* Donnerstag von 2—3 Uhr öffentlich.

Der systematischen Anatomie II. Theil, Gefäss- u. Nervenlehre, Prof. *Henle* täglich von 12—1 Uhr.

Allgemeine Anatomie, Prof. *Henle* Montag, Mittwoch, Freitag, von 11—12 Uhr.

Specielle Gewebelehre trägt Prof. *Krause* Dienstag und Donnerstag von 11—12 Uhr vor.

Mikroskopische Uebungen hält Dr. *Schiefferdecker* für Anfänger (normale Histologie) vierstündlich und für Geübtere (specielle mikroskopische Anatomie) gleichfalls vierstündlich priv.

Mikroskopische Curse in normaler Histologie hält Prof. *Krause* viermal wöchentlich um 2 Uhr oder zu andern passenden Stunden.

Allgemeine und besondere Physiologie mit Erläuterungen durch Versuche und mikroskopische Demonstrationen: Prof. *Herbst* 6 Stunden wöchentlich um 10 Uhr.

Experimentalphysiologie I. Theil: Prof. *Meissner* täglich um 10 Uhr.

Physiologie der Zeugung und Embryologie: Prof. *Meissner* Freitag von 5—7 Uhr.

Arbeiten im physiol. Institut leitet Prof. *Meissner*.

Ein Medicinisch-chemisches Praktikum hält Prof. *Flügge* sechsstündig.

Arbeiten im Institut für medicinische Chemie und Hygiene leitet Prof. *Flügge*.

Patholog. Anatomie der Knochen und Muskeln lehrt Prof. *Orth* Mittwoch 2—3 Uhr öffentlich.

Specielle patholog. Anatomie lehrt Prof. *Orth* täglich ausser Sonnabend 12—1 Uhr.

Praktische Uebungen in der patholog. Histologie hält Prof. *Orth* privatissime Dienstag und Freitag 2—4 Uhr.

Sections- und diagnostischen Cursus leitet Prof. *Orth* in passenden Stunden privatissime.

Einen Cursus der bakteriologischen Methoden hält Prof. *Flügge* in zu verabredenden Stunden.

Physikalische Diagnostik verbunden mit Uebungen lehrt Prof. *Damsch* Montag, Mittwoch und Donnerstag von 4—5 Uhr. Dasselbe trägt Dr. *Wiese* viermal wöchentlich in später zu bestimmenden Stunden vor.

Ueber physikalische Heilmethoden mit besonderer Berücksichtigung der Elektrotherapie, mit Uebungen am Krankenbett trägt Prof. *Damsch* dreimal wöchentlich vor.

Laryngoskopische Uebungen hält Prof. *Damsch* Sonnabend von 12—1 Uhr.

Diagnostik des Harns lehrt Prof. *Ebstein* in Verbindung mit Dr. *Deichmüller* Mittwoch von 3—4 Uhr.

Arzneimittellehre und Receptirkunde verbunden mit Experimenten und Demonstrationen sowie mit practischen Uebungen im Receptiren und Dispensiren lehrt Prof. *Marmé* dreimal wöchentlich Montag, Dienstag und Donnerstag von 5—6 Uhr.

Die gesammte Arzneimittellehre trägt Prof. *Husemann* fünfstündlich von 3—4 Uhr vor.

Specielle Toxicologie, I. Th., für ältere Mediciner lehrt in Verbindung mit Experimenten zweimal wöchentlich von 2—3 Uhr Prof. *Marmé.*

Die giftigen Verfälschungen unserer Genussmittel demonstrirt einmal wöchentlich von 6—7 Uhr Prof. *Marmé* öffentlich.

Ueber essbare und giftige Pilze trägt Prof. *Husemann* öffentlich Montags von 4—5 Uhr vor.

Ein pharmacognostisches Practicum mit mikroskopischen Uebungen hält für vorgeschrittenere Pharmaceuten Prof. *Marmé* Sonnabend von 9—11 und von 11—1 Uhr.

Arbeiten im pharmacologischen Institut leitet Prof. *Marmé* täglich.

Specielle Pathologie und Therapie I. Hälfte: Prof. *Ebstein* täglich, ausser Montag, von 7—8 Uhr.

Ueber Kinderkrankheiten Prof. *Damsch*, Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr.

Die medicinische Klinik und Poliklinik hält Prof. *Ebstein* täglich, und zwar fünfmal von $10^1/_2$—12 Uhr, Sonnabend von $9^1/_4$—$10^3/_4$ Uhr.

Poliklinische Referatstunde, hält Prof. *Damsch* einmal wöchentlich publice.

Allgemeine Chirurgie lehrt Prof. *Rosenbach* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Specielle Chirurgie: Prof. *Lohmeyer* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Chirurgische Klinik hält Prof. *König* täglich mit Ausnahme des Sonnabends von $9^1/_2$—$10^3/_4$ Uhr.

Chirurgische Poliklinik hält Prof. *König* gemeinsam mit Prof. *Rosenbach* Sonnabend $10^3/_4$ Uhr, öffentlich.

Einen chirurgisch-diagnostischen Cursus hält Prof. *Rosenbach* zweimal wöchentlich, Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr.

Operationscursus an Leichen hält Prof. *König* täglich mit Ausnahme des Sonnabends von 5—7 Uhr Abends.

Ueber Hernien trägt Dr. *W. Müller* einmal wöchentlich vor in später zu bestimmender Stunde öffentlich.

Functionsprüfungen des Auges lehrt Prof. *Deutschmann* einmal wöchentlich, Sonnabend von 8—9 Uhr.

Augenspiegelcursus hält Prof. *Deutschmann* zweimal wöchentlich, Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Die Klinik der Augenkrankheiten hält Prof. *Leber* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 12—1 Uhr.

Augenoperationskursus hält Prof. *Leber* Mittwoch von 8—9 Uhr Sonnabend von 7—8 Uhr.

Ueber die practisch wichtigen Abschnitte der Ohrenheilkunde mit Einschluss der Anatomie des Ohrs und mit Uebungen im Ohrenspiegeln trägt Prof. *Bürkner* Dienstag und Freitag von 2—3 Uhr oder zu besser passender Zeit vor.

Poliklinik für Ohrenkranke hält Prof. *Bürkner* (für Geübtere) an zwei noch zu bestimmenden Tagen von 12—1 Uhr.

Ueber die Fehler des Beckens, Prof. *Schwartz*, öffentlich und einmal wöchentlich zu gelegener Zeit.

Geburtshülflichen Operationscursus am Phantom hält Dr. *Droysen* Mittwoch und Sonnabend von 8—9 Uhr.

Ueber Frauenkrankheiten liesst Dr. *Droysen* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freytag von 3—4 Uhr.

Gynäkologische Klinik leitet Prof. *Schwartz* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 8—9 Uhr.

Psychiatrische Klinik mit systematischen Vorlesungen über Geisteskrankheiten hält Prof. *Meyer* wöchentlich in vier Stunden, Montag und Donnerstag von 3—5 Uhr.

Gerichtliche Psychiatrie mit casuistischen Demonstrationen hält Prof. *Meyer* wöchentlich in zwei nach Verabredung festzusetzenden Stunden.

Die äusseren Krankheiten der Hausthiere und Beurtheilungslehre des Pferdes und Rindes trägt Prof. *Esser* wöchentlich fünfmal von 8—9 Uhr vor.

Klinische Demonstrationen im Thierhospitale wird *Derselbe* öffentlich in zu verabredenden Stunden halten.

Philosophie.

Geschichte der Philosophie: Prof. *Rehnisch*, 6 Stunden, 12 Uhr.

Geschichte der Naturphilosophie: Prof. *G. E. Müller*, Mittwoch 10 Uhr, öffentlich.

Ueber Kants kritische Philosophie: Prof. *Peipers*, Mittwoch 12 Uhr, öffentlich.

Logik: Prof. *G. E. Müller* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 10 Uhr.

Erkenntnisstheorie und Metaphysik: Prof. *Baumann*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 4 Uhr.

Psychologie: Prof. *Peipers*, Mont. Dienst. Donnerst. Freit. 8 Uhr.

Geschichte und System der Paedagogik: Prof. *Baumann*, Mont. Dienst. Donnerst. Freit. 5 Uhr.

Die Uebungen des K. paedagogischen Seminars leitet Prof. *Sauppe*, Dienstag und Freitag, 11 Uhr, öffentlich.

Mathematik und Astronomie.

Differentialrechnung mit Uebungen: Prof. *Schwarz*, 5 St., 8 Uhr.

Theorie und Anwendung der Determinanten: Prof. *Enneper*, Dienstag und Donnerstag, 12 Uhr, öffentlich.

Reihentheorie: Dr. *Hölder*, 1 Stunde, unentg.

Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen: Dr. *Hölder*, Mont. Dienst. Freit. 12 Uhr.

Analytische Geometrie der Oberflächen 2. Ordnung: Dr. *Schönflies*, Mittw. 10 Uhr, unentg.

Einleitung in die allgemeine Theorie der algebraischen Curven: Dr. *Schönflies*, Mont. Dienst. Donnerst. 10 Uhr.

Ueber krumme Flächen und Curven doppelter Krümmung: Prof. *Schwarz*, Mont. Dienst. Donnerst. Freitag, 11 Uhr.

Einleitung in die Theorie der analytischen Functionen: Prof. *Schering*, Mont. Dienst. Donnerst. Freit. 4 Uhr.

Theorie der elliptischen Functionen: Prof. *Schwarz*, Montag bis Freitag, 9 Uhr.

Theorie der elliptischen Functionen: Prof. *Enneper*, Mont. bis Freit.

Potential-Functionen und deren Anwendungen: Prof. *Schering*, Mont. Dienst. Donnerst. Freit. 6 Uhr Nachmittag.

Mechanische Wärmetheorie: Prof. *Voigt*, Dienstag bis Freitag, 8 Uhr.

Hydrodynamik: Prof. *Voigt*, Donnerst. und Freit. 10 Uhr.

Mathematische Geographie: Dr. *H. Meyer*, Dienst. und Freitag, 12 Uhr.

Erdmagnetische Beobachtungen in Gauss' Observatorium leitet Prof. *Schering* privatissime, unentg., Mittwoch Nachmittag.

Berechnungen der Reductionen von Beobachtungen: Prof. *Schering* Sonnabend Nachmittag, unentg.

Mathematische Colloquien wird Prof. *Schwarz* wie bisher privatissime, unentgeltlich, einmal zweiwöchentlich leiten.

In dem K. mathematisch-physikalischen Seminar leitet Prof. *Schering* mathematische Uebungen, zu geeigneter Stunde; leitet Prof. *Schwarz* mathematische Uebungen, Mittwoch 12 Uhr. Vgl. *Naturwissenschaften* S. 133.

Naturwissenschaften.

Zoologie, Uebersicht des Gesammtgebietes: Prof. *Ehlers*, tägl., 8 Uhr.

Zootomischer Kurs: Prof. *Ehlers*, Mittw. und Donnerst. 11—1 Uhr.

Naturgeschichte der Protozoen: Dr. *Hamann*, Donnerst. 4 Uhr.

Geschichte der Keimblätterlehre: Dr. *Hamann*, Freit. 5 Uhr, öffentl.

Vergleichend-histologisches Practicum: Dr. *Hamann*, Mont. und Dienst. 4 Uhr.

Zoologische Uebungen: Prof. *Ehlers*, wie bisher, täglich (mit Ausnahme des Sonnabends) von 9—1 Uhr.

Grundzüge der gesammten Botanik: Prof. *Graf zu Solms*, 5 Stunden, früh 7 Uhr.

Experimentalphysiologie: Prof. *Berthold*, Dien st. Donn. Freit. 4 Uhr.

Uebungen im Untersuchen und Bestimmen der Pflanzen: Prof. *Falkenberg*, Dienstag und Freitag 6 Uhr.

Demonstrationen im botanischen Garten: Prof. *Graf zu Solms*, Mittwoch 3 Uhr, öffentlich.

Anleitung zu täglichen Arbeiten im Laboratorium des botanischen Gartens, wesentlich für Vorgeschrittenere: *Derselbe*, privatissime, in zu bestimmenden Stunden.

Mikroskopisch botanischer Kursus, Sonnabend von 9—1 Uhr (für Pharmaceuten 2stündig): Prof. *Berthold*.

Tägliche Arbeiten im pflanzenphysiologischen Institut: *Derselbe*.

Botanische Societät: Prof. *Falkenberg*, Donnerstag 6 Uhr.

Uebungen im Bestimmen der Kryptogamen in zwei zu bestimmenden Stunden: Prof. *Berthold*, öffentlich.

Mineralogie: Prof. *Klein*, Mont. bis Freit. 11 Uhr.

Petrographie: Prof. *Klein*, Mont. Dienst. Donn. Freit., 9 Uhr.

Palaeontologie: Prof. *von Koenen*, 5 Stunden, Mont. bis Freit., 7 Uhr.

Ueber die geologischen Verhältnisse des nördlichen Deutschlands: Prof. *von Koenen*, 1 Stunde, öffentlich, verbunden mit Excursionen und Uebungen.

Mineralogische Uebungen: Prof. *Klein*, Sonnabend 10—12 Uhr, öffentlich.

Krystallographische Uebungen: Prof. *Klein*, privatissime, aber unentgeltlich, in zu bestimmenden Stunden.

Palaeontologische Uebungen: Prof. *von Koenen*, täglich, privatissime, aber unentgeltlich.

Experimentalphysik, erster Theil (Mechanik, Akustik, Optik): Prof. *Riecke*, Mont. Dienst. Donnerst. Freit. 5—6 Uhr.

Einleitung in die praktische Physik für Pharmaceuten: Prof. *Riecke*, Sonnabend, 11—1 Uhr.

Die praktischen Uebungen im physikalischen Institute leiten die Proff. *Riecke* und *Voigt*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Dr. *Meyer* und Dr. *Krüger*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 2—4 Uhr, Sonnabend 9—1 Uhr.

Mechanische Wärmetheorie u. Hydrodynamik: s. *Mathematik* S. 8.

In dem mathematisch-physikalischen Seminar behandelt Prof. *Riecke* ausgewählte Kapitel der mathematischen und Experimentalphysik, Montag 2 Uhr, behandelt ausgewählte Probleme der Elasticitätslehre Prof. *Voigt*, Mittw. 10 Uhr — Vgl. *Mathematik* S. 132.

Allgemeine Chemie (s. g. unorganische Chemie): Prof. *V. Meyer*, 6 Stunden, 9 Uhr.

Organische Chemie, für Mediciner: Prof. *von Uslar*, 4 St., 9 Uhr.

Analytische Chemie: Dr. *Buchka*, Mittw. u. Sonnab. 8 Uhr.

Pharmaceutische Chemie (anorgan. Theil): Prof. *Polstorff*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 5 Uhr.

Chemie der aromatischen Verbindungen, II. Theil, mit besonderer Berücksichtigung der Theerfarbenindustrie: Dr. *Leuckart*, Dienst. und Freit. 12 Uhr.

Chemie der seltneren Metalle: Dr. *Jannasch*, Mont. Dienst. Mittw. 9 Uhr.

Ueber die Verunreinigungen und Verfälschungen der Nahrungs- und Genussmittel und deren Erkennung: Prof. *Polstorff*, Dienstag und Freitag, 8 Uhr.

Pflanzenernährungslehre (Agriculturchemie): Prof. *Tollens*, Montag, Dienstag, Mittwoch, 10 Uhr.

Pharmacie: Prof. *von Uslar*, 4 Stunden, 3 Uhr. — S. unter *Medicin* S. 129.

Titrirmethoden: Dr. *Pfeiffer*, einmal, unentgeltlich.

Die chemischen Uebungen und wissenschaftlichen Arbeiten im akademischen Laboratorium leitet Prof. *V. Meyer*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Prof. *Polstorff*, Dr. *Jannasch*, Dr. *Buchka* und Dr. *Leuckart*, täglich (mit Ausschluss des Sonnabends) von 8 bis 12 und von 2½ bis 5 Uhr.

Prof. *Boedeker* leitet die praktisch-chemischen Uebungen im physiologisch-chemischen Laboratorium (Stumpfebiel II), täglich (ausser Sonnabend), 8—12 und 2—4 Uhr.

Praktisch-chemische Uebungen im agriculturchemischen Laboratorium leitet Prof. *Tollens*, in Gemeinschaft mit dem Assistenten des agr. chem. Lab., Montag—Freitag, 8—12 und 2—4 Uhr.

Repetitorische Besprechungen ausgewählter Capitel aus dem Gesammtgebiete der Chemie: Dr. *Leuckart*, privatissime, in zu verabredenden Stunden.

Uebungen in der Maassanalyse: Dr. *Pfeiffer*, Sonnabend 8—12 Uhr.

Medicinisch-chemisches Practicum s. S. 128.

Historische Wissenschaften.

Urkundenwesen der älteren deutschen Herrscher: Prof. *Steindorff*, Mont. Dienst. Mittw. Donnerst. 10 Uhr.

Palaeographische Uebungen: Prof. *Steindorff*, Sonnabend, 9—11 Uhr, privatissime, unentgeltlich.

Geschichte der römischen Kaiserzeit (von Cäsar an): Prof. *Volquardsen*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 8 Uhr.

Epochen der Geschichte des Papstthums bis zur Gegenwart: Prof. *Weiland*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 9 Uhr.

Geschichte des preussischen Staats: Prof. *von Kluckhohn*, Mont. Dienst. Donnerst. Freit. 5 Uhr.

Geschichte des Welthandels von der Entdeckung Amerikas bis auf unsere Zeit: Prof. *von Kluckhohn*, Mont. Dienst. Freit. 4 Uhr.

Geschichte Italiens seit dem Anfang des Mittelalters: Dr. *Th. Wüstenfeld*, Mont. Dienst. Donnerst. u. Freit., 11 Uhr, unentgeltlich.

Historische Uebungen leitet Prof. *Weiland*, Freitag 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Historische Uebungen leitet Prof. *Volquardsen*, Dienst. 6 Uhr, öffentl.

Historiche Uebungen leitet Prof. *von Kluckhohn*, Donnerstag, 6 Uhr, öffentlich.

Historische Uebungen für Anfänger: Dr. *v. Kap-herr*, 2 Stunden unentgeltlich.

Kirchengeschichte: s. unter *Theologie* S. 126.

Erd- und Völkerkunde.

Geographie von Asien mit besonderer Berücksichtigung der Entdeckungsgeschichte: Prof. *Wagner*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 11 Uhr.

Geographische Uebungen für Vorgeschrittenere: Prof. *Wagner*, privatissime, unentgeltlich, Sonnabend, von 9 oder 10 Uhr an.

Mathematische Geographie: s. *Mathematik* S. 131.

Staatswissenschaft und Landwirthschaft.

Politik: Dr. *Sartorius von Waltershausen*, 4 Stunden, 12 Uhr.

Praktische Nationalökonomie und Verwaltungslehre: Prof. *Cohn*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 5 Uhr.

Volkswirthschaftslehre (theoretische Nationalökonomie nebst Geschichte derselben): Dr. *Eggert*, 4 Stunden, 3—4 Uhr.

Finanzwissenschaft, insbesondere die Lehre von den Steuern: Prof. *Hanssen*, 4 Stunden, 4 Uhr.

Finanzwissenschaft: Dr. *Sartorius v. Waltershausen*, 4 St. 4 Uhr.

Sozialpolitik: Prof. *Cohn*, Dienstag und Donnerstag, 4 Uhr.

Staatswissenschaftliches Seminar: Prof. *Cohn*, einmal wöchentlich, privatissime, unentgeltlich.

Volkswirthschaftliche Uebungen: Prof. *Soetbeer*, privatissime, unentgeltlich, in später zu bestimmenden Stunden.

Einleitung in das landwirthschaftliche Studium: Prof. *Drechsler*, 1 St., öffentlich.

Ackerbaulehre, specieller Theil: *Derselbe*, 4 Stunden, 12 Uhr.

Die allgemeine und specielle landwirthschaftliche Thierproductionslehre (Lehre von den Nutzungen, der Züchtung, Ernährung und Pflege des Pferdes, Rindes, Schafes und Schweines): Prof. *Griepenkerl*, Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag, 5 Uhr.

Die landwirthschaftliche Rassenkunde: Prof. *Griepenkerl*, Donnerstag und Freitag, 11 Uhr, öffentlich.

Die Ackerbausysteme (Felderwirthschaft, Feldgraswirthschaft, Fruchtwechselwirthschaft u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, in zwei später zu bestimmenden Stunden.

Im Anschluss an diese Vorlesungen werden Excursionen nach benachbarten Landgütern und Fabriken veranstaltet werden.

Die Lehre von der Futterverwerthung (II. Theil der landw. Fütterungslehre): Prof. *Henneberg*, Montag und Dienstag, 11 Uhr.

Uebungen in Futterberechnungen: Prof. *Henneberg*, Mittwoch, 11 Uhr, öffentlich.

Kraftfutterstoffe und künstliche Düngemittel, ihre Herkunft, Zusammensetzung und Beurtheilung: Dr. *E. Kern*, 2 Stunden.

Landwirthschaftliches Practicum, 1. Uebungen im landwirthschaftlichen Laboratorium, Freitag 2—6 Uhr, Sonnabend 9—1 Uhr, unter Leitung des Prof. *Drechsler* und Dr. *Edler*; 2. Uebungen in landwirthschaftlichen Berechnungen, Mont. u. Donn. 6 Uhr: Prof. *Drechsler*.

Landwirthschaftliche Excursionen und Demonstrationen im Versuchsfelde: Prof. *Drechsler*, Mittwoch Nachmittag.

Krankheiten der Hausthiere: s. *Medicin* S. 130.

Agriculturchemie, Agriculturchemisches Practicum: s. *Naturwissenschaften* S. 134.

Literatur- und Kunstgeschichte.

Geschichte der epischen Dichtung bei den Griechen: Prof. *Fick*, Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag, 8 Uhr.

Sophokles Leben und Dichtungen, s. *Griech. u. Lat. Sprache* S. 14.

Griechische Literaturgeschichte von Alexander ab: Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, Montag bis Freitag, 10 Uhr.

Geschichte der deutschen Literatur von Opitz bis Lessing: Prof. *Heyne*, Dienstag, Donnerstag und Freitag, 5 Uhr.

Ueber Schillers Leben und Schriften: Prof. *Goedeke*, Donnerstag 4 Uhr, öffentlich.

Geschichte der französischen und provenzalischen Literatur bis zum 12. Jahrhundert: Prof. *Vollmöller*, Mittwoch, 10—12 Uhr.

Ueber Chaucers Leben und Werke: vgl. *Neuere Sprachen* S. 14.

Allgemeine Kunstgeschichte des Mittelalters und der Neuzeit (als zweiter Theil der Einleitung): Prof. *Schmarsow*, 3 Stunden, 11 Uhr.

Geschichte des Kirchenbaues in Deutschland, mit Uebungen für Anfänger (ev. Excursionen mit einer Gesellschaft): Prof. *Schmarsow*, 2 Stunden öffentlich.

Kunsthistorische Uebungen, mit Interpretation italienischer Quellenschriften: Prof. *Schmarsow*, privatissime, unentg.

Geschichte der Philosophie: vgl. *Philosophie* S. 130.

Alterthumskunde.

Alte Länder-, Völker-, und Denkmälerkunde von Griechenland: Prof. *Gilbert*, 3 Stunden, Mittw. 7 Uhr, Sonnabend 7 und 12 Uhr.

Archäologie der griechischen und römischen Kunst: Prof. *Wieseler*, 4 Stunden, 12 Uhr.

Ausgewählte Kunstwerke lässt im K. archäolog. Seminar erklären Prof. *Wieseler*, Sonnabend, 12 Uhr, öffentlich.

Die Abhandlungen der Mitglieder des K. archäol. Seminars wird Prof. *Wieseler* privatissime beurtheilen, wie bisher.

Ausgewählte Kapitel der deutschen Alterthumskunde: Prof. *Heyne*, Mittwoch 12 Uhr, öffentlich.

Vergleichende Sprachlehre.

Vergleichende Lautlehre mit besonderer Rücksicht auf das Griechische: Prof. *Fick*, Mittwoch und Sonnabend, 8 Uhr, öffentlich.

Einleitung in das Studium der vergleichenden Sprachwissenschaft Prof. *Bechtel*, Mittwoch und Sonnabend, 9 Uhr, öffentlich.

Oskische und umbrische Sprachdenkmäler: Prof. *Bechtel*, zweimal wöchentlich.

Orientalische Sprachen.

Die Vorlesungen über das A. Testament s. u. *Theologie* S. 125.

In einer hebräischen Gesellschaft lässt Prof. *de Lagarde* die Makamen des Harizi nach seiner Ausgabe erklären, zweimal, 3 Uhr.

Ausgewählte Stücke aus arabischen Schriftstellern erklärt Prof. *Wüstenfeld*, privatissime.

Syrisch lehrt Prof. *de Lagarde*, dreimal, 10 Uhr.

Anfangsgründe der Geezsprache und Erklärung der äthiopischen Chrestomathie von Dillmann: Prof. *Haupt*, Montag und Donnerstag, 5 Uhr.

Assyrische Grammatik (für Anfänger) und Erklärung leichter Keilschrifttexte: Prof. *Haupt*, Mont. und Donnerst., 6 Uhr, öffentlich.

Assyriologische Uebungen (Cursorische Lektüre bilinguer Texte im IV. Racol.): Prof. *Haupt*, Freitag, 5 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Grammatik der Sanskritsprache für Anfänger: Prof. *Kielhorn*, Montag, Mittwoch, Sonnabend, 10 Uhr.

Erklärung ausgewählter Hymnen des Rigveda mit dem Kommentare des Sâyaṇâchârya: Prof. *Kielhorn*, Montag, Mittwoch, Sonnabend, 11 Uhr, öffentlich.

Uebungen in der Erklärung indischer Inschriften: Prof. *Kielhorn*, 2 Stunden, privatissime, unentgeltlich.

Griechische und lateinische Sprache.

Geschichte der griechischen Literatur von Alexander ab, s. *Literaturgeschichte* S. 136.

Geschichte der epischen Dichtung bei den Griechen: s. *Literaturgeschichte* S. 136.

Erklärung von Sophokles König Oedipus, mit Einleitung über Sophokles Leben und Dichtungen: Prof. *Dilthey*, 4 Stunden, 12 Uhr.

Demosthenes Rede vom Kranze: Prof. *Sauppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 9 Uhr.

Gedichte des Catullus: Prof. *von Leutsch*, 2 St., 12 Uhr, öffentl.

Lateinischer Stil, mit praktischen Uebungen: Prof. *Sauppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 7 Uhr Morgens.

Im K. philologischen Seminar leiten die schriftlichen Arbeiten und Disputationen Prof. *Sauppe* und Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, Mittwoch 11 Uhr, lässt Lysias Rede 13 erklären Prof. *Sauppe*, Montag und Donnerstag, 11 Uhr, lässt Horaz Brief an Augustus erklären Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, Dienstag und Freitag, 11 Uhr, alles öffentlich.

Im philologischen Proseminar lässt den Prometheus des Aeschylos erklären und leitet die Disputationen über die eingereichten schriftlichen Arbeiten Prof. *Dilthey*, Mittw. u. Sonnab., 10 Uhr, alles öffentl.

Deutsche Sprache.

Alt- und Mittelhochdeutsche Grammatik mit besonderer Berücksichtigung der Dialecte: Dr. *Schröder*, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 4 Uhr.

Alt- und Mittelhochdeutsche Dichtungen nach W. Wackernagels kleinerem altdeutschem Lesebuche erklärt Prof. *Wilh. Müller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 3 Uhr.

Die Uebungen der deutschen Gesellschaft leitet Prof. *Wilh. Müller*, Dienstag, 6 Uhr.

Altdeutsche Uebungen: Prof. *Heyne*, 1 St., privatissime, unentg.

Neuhochdeutsche Uebungen: Dr. *Schröder*, 1 Stunde.

Geschichte der deutschen Literatur: s. *Literaturgeschichte* S. 136.

Neuere Sprachen.

Geschichte der französischen Literatur: s. *Literaturgesch.* S. 136.

Historische Grammatik der französischen Sprache II: Prof. *Vollmöller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 12 Uhr.

Erklärung provenzalischer Sprachdenkmäler nach Bartschs Chrestomathie: Dr. *Andresen*, Dienstag, Mittwoch, Freitag, 8 Uhr.

Chaucers Leben und Werke, nebst Erklärung der Canterbury Tales: Prof. *Napier*, Mont. Dienst. Donnerst. Freit., 7 Uhr Morgens.

Im Seminar für neuere Sprachen leiten Uebungen Prof. *Vollmöller* (Erklärung von Robert Garniers Bradamante), Mittwoch 12 Uhr, und Prof. *Napier*, Mont. u. Donnerst. 8 Uhr; Dr. *Andresen* erklärt (Montag 6 Uhr) die altfranzösische Uebersetzung der Predigten des h. Bernhard.

L. Kœune: Histoire de la littérature française au XVIIIe S. Dienstag—Freitag 8 Uhr; Cours de littérature, Dienstag 5 Uhr; — Schillers Geschichte des dreissigjährigen Kriegs, Montag 8 Uhr, öffentlich; — Exercices de style et de composition, Montag und Freitag 9 Uhr; Lecture, récitation, conversation, Donnerstag 10 Uhr.

Schöne Künste. — Fertigkeiten.

Unterricht im Zeichnen ertheilt Zeichenlehrer *Peters*, Sonnabend 2–4 Uhr, unentgeltich.

Unterricht im Malen *Derselbe* in zu verabredenden Stunden.

Harmonie- und Kompositionslehre, verbunden mit praktischen Uebungen: Musikdirector *Hille*, in passenden Stunden.

Zur Theilnahme an den Uebungen der Singakademie und des Orchesterspielvereins ladet *Derselbe* ein.

Reitunterricht ertheilt in der K. Universitäts-Reitbahn der Univ.-Stallmeister, Rittmeister a. D. *Schweppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, Sonnabend, Morgens von 7—11 und Nachm. (ausser Sonnabend) von 4—5 Uhr.

Fechtkunst lehrt der Universitätsfechtmeister *Grüneklee*, Tanzkunst der Universitätstanzmeister *Höltzke* (Mont. und Donnerst 8 bis 10 Uhr Abends).

Oeffentliche Sammlungen.

In der *Universitätsbibliothek* ist das Ausleihezimmer an den Wochentagen von 12—1 und von 2—3 Uhr geöffnet. Verliehen werden Bücher nach Abgabe einer Semesterkarte mit der Bürgschaft eines Professors.

Die *Gemäldesammlung* ist Dienstag von 2—4 Uhr geöffnet.

Der *botanische Garten* ist dem Publikum täglich von 7—12 und von 2—6 Uhr geöffnet.

Die *mineralogische* und die *geologisch-paläontologische Schausammlung* sind während des Sommerhalbjahrs Sonnabends v. 1—2 Uhr dem Publikum geöffnet.

Die Sammlungen des *landwirthschaftlichen Instituts* sind dem Publikum Mittwoch Nachmittag von 2—4 Uhr zugänglich. Anmeldung im Institutsgebäude.

Besuchszeit des *agriculturchemischen Laboratoriums* Donnerstag von 10—12 Uhr.

Ueber den Besuch und die Benutzung der *theologischen Seminarbibliothek*, des *Theatrum anatomicum*, des *physiologischen Instituts*, der *pathologischen Sammlung*, der *Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle*, des *zoologischen* und *ethnographischen Museums*, des *botanischen Gartens* und des *pflanzenphysiologischen Instituts*, der *Sternwarte*, des *physikalischen Kabinets* und *Laboratoriums*, der *mineralogischen* und der *geognostisch-paläontologischen Sammlung*, der *chemischen Laboratorien*, des *archäologischen Museums*, der *Gemäldesammlung*, der *Bibliothek des k. philologischen Seminars*, der *Bibliothek des k. mathematisch-physikalischen Seminars*, des *diplomatischen Apparats*, der *Sammlungen des landwirthschaftlichen Instituts* bestimmen besondere Reglements das Nähere.

Bei dem Logiscommissär, Pedell *Bartels* (Kleperweg 2), können die, welche Wohnungen suchen, sowohl über die Preise, als andere Umstände Auskunft erhalten und auch im voraus Bestellungen machen.

Für die Redaction verantwortlich: Dr. *Henle*, Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

23. März. **№ 4.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 7. März 1885.

Frensdorff, Bemerkungen über die Stellung des Deutschenspiegels in der Geschichte der Rechtsbücher.

Dedekind, ausw. Mitglied, zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Größen.

Bezzenberger, Corresp., die indogermanische Endung des Locativs Sing der u-Declination.

Enneper, über ein Euler'sches Integral. Ueber einige bestimmte Integrale. Ueber das Maximum eines Vierecks von gegebenen Seiten.

M. Falk, Beweis des Multiplications-Theorems für die Determinanten (vorgelegt von E. Schering).

F. Huth, Beitrag zur Kenntniß der sympathischen Nerven (vorgelegt von F. Merkel, Corresp.).

Zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Größen.

Von

R. Dedekind, ausw. Mitgl.

Der unter der gleichen Ueberschrift in No. 10 des Jahrgangs 1884 dieser Nachrichten veröffentlichte Brief des Herrn Weierstrass an Herrn Schwarz behandelt einen Gegenstand, mit welchem ich mich ebenfalls vorübergehend beschäftigt habe. Die Untersuchung derjenigen Zahlgebiete, die ich Körper nenne, gab mir hierzu die unmittelbare Veranlassung, weil die analytische Behandlung, wel-

che die Theorie der endlichen Körper verlangt, sich fast wörtlich auf die Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten übercomplexen Größen anwenden läßt; man braucht nur den Körper der rationalen Zahlen, auf welchen bei jener Untersuchung die Coordinaten beschränkt waren, zu ersetzen durch den Körper aller reellen oder lieber durch den Körper aller complexen Zahlen, unter welchem Namen ich im Folgenden immer die gewöhnlichen, jetzt allgemein eingeführten complexen Zahlen verstehe. Die betreffenden analytischen Untersuchungen sind im § 159 der zweiten, im Jahre 1871 erschienenen Auflage der Dirichlet'schen Vorlesungen über Zahlentheorie veröffentlicht; in die dritte Auflage sind sie nicht wieder aufgenommen, weil sie für die Theorie der algebraischen Zahlen entbehrlich sind, und weil ich diese Theorie mit den geringsten Hülfsmitteln zu begründen wünschte. Bei der genannten Uebertragung ergab sich nun, daß wahrhaft neue Zahlindividuen auf diesem Wege nicht zu gewinnen sind; in der That, jedes System von n Haupteinheiten $e_1, e_2 \dots e_n$ kann immer aufgefaßt werden als ein System von n gewöhnlichen complexen Zahlen oder vielmehr als Collectiv-Repräsentant von n solchen Systemen; derartige mehrwerthige Größen-Systeme sind aber in unserer höheren Algebra längst eingebürgert. Mit diesem Resultate begnügte ich mich, weil ich in ihm die Bedeutung und die volle Bestätigung der bekannten Bemerkung von Gauss gefunden zu haben glaubte. Da nun diese Auffassung der Haupteinheiten in dem Briefe des Herrn Weierstrass[1]) zwar gestreift, aber doch nicht so, wie sie es mir zu verdienen scheint, als der eigentliche Kern der ganzen Frage deutlich hervorgehoben ist, da ferner z. B. die Erscheinung, daß ein Product von zwei nicht verschwindenden übercomplexen Größen verschwinden kann, bei dieser Auffassung wohl ihre natürlichste Erklärung findet, so erlaube ich mir, im Folgenden eine Darstellung derselben mitzutheilen, wobei sich zugleich eine kleine Vereinfachung der von Herrn Weierstrass aufgestellten Zulässigkeits-Bedingungen ergeben wird.

Ich mache zunächst darauf aufmerksam, daß alle Beziehungen zwischen den übercomplexen Größen, soweit es sich nicht bloß um Addition und Subtraction handelt, vollständig bestimmt werden durch die von Herrn Weierstrass mit $s_{t,r,s}$, von mir im Folgenden mit $\eta_{t,rs}$ bezeichneten Coefficienten, welche in der Gleichung (5) seiner Abhandlung als Coordinaten des Productes

$$e_r e_s = \sum e_t \eta_{t,rs}$$

1) S. 410—411. Der daselbst ausgesprochenen, auf die Meinung von Gauss bezüglichen Vermuthung kann ich mich nicht anschließen.

auftreten. (Ich bezeichne in der Folge mit $\iota, \iota', \iota'' \ldots$ stets Summationsbuchstaben, welche die n Werthe $1, 2 \ldots n$ durchlaufen sollen, und ein einfaches Summenzeichen Σ bezieht sich immer auf alle, hinter demselben auftretenden $\iota, \iota', \iota'' \ldots$, während $r, s \ldots$ constante Indices aus derselben Reihe bedeuten). Da das System der Haupteinheiten von vornherein als irreductibel vorausgesetzt wird, oder mit anderen Worten, da jede übercomplexe Zahl

$$x = \sum e_\iota \xi_\iota$$

nur ein einziges, völlig bestimmtes System von n Coordinaten ξ_ι besitzt, so ergiebt sich, wie Herr Weierstrass erwähnt, aus den Forderungen

$$e_r e_s = e_s e_r, \quad (e_r e_s) e_t = (e_r e_t) e_s$$

eine Anzahl von Bedingungen, denen die Zahlen $\eta_{\iota t, rs}$ genügen müssen. Dieselben lauten offenbar folgendermaßen

$$\eta_{\iota t, rs} = \eta_{\iota t, sr} \tag{1}$$

$$\sum \eta_{u, \iota t} \eta_{\iota, rs} = \sum \eta_{u, s\iota} \eta_{\iota, rt}, \tag{2}$$

wo r, s, t, u irgend welche Indices aus der Reihe $1, 2 \ldots n$ bedeuten. Diese Bedingungen, zu welchen Herr Weierstrass im Verlaufe seiner Untersuchung noch einige, später zu erwähnende hinzufügt, stimmen, wie es in der Natur der Sache liegt, vollständig mit denjenigen überein, welche in der Theorie der endlichen Körper bei der Forderung auftreten, daß die Zahlen sich durch Multiplication reproduciren sollen.

Ich will nun im ersten Theile meiner Darstellung einen Weg angeben, auf welchem man nach Belieben unendlich viele solche Systeme von Zahlen $\eta_{\iota t, rs}$ erzeugen kann, und im zweiten Theile beweisen, daß umgekehrt auf diese Weise auch alle solche Systeme erzeugt werden. Hierbei bemerke ich, daß von jetzt ab ausschließlich von den bis jetzt allgemein eingeführten complexen Zahlen die Rede sein wird.

Es sei ein System E von n^2 Zahlen $e_r^{(s)}$ nach Belieben angenommen, welche nur der einzigen Bedingung unterworfen sind, daß ihre Determinante

$$e = \sum \pm e_1' e_2'' \ldots e_n^{(n)} \tag{3}$$

von Null verschieden ist. Ich betrachte nun ein System von n Größen

$$e_1, e_2 \ldots e_n \tag{4}$$

welches insofern als mehrwerthig anzusehen ist, als es fähig sein soll,

durch n verschiedene Substitutionen in die n bestimmten Special-Systeme

$$e_1^{(s)},\ e_2^{(s)} \ldots e_n^{(s)} \tag{5}$$

überzugehen, welche den n verschiedenen Werthen des Index s entsprechen; diese Substitutionen sind natürlich so zu verstehen, daß gleichzeitig jede der n Größen e_r den mit gleichem Index r behafteten Werth $e_r^{(s)}$ annimmt. Andere Specialisirungen der Größen e_r sollen gänzlich ausgeschlossen sein. Wir stellen uns die Aufgabe, alle rationalen Beziehungen zwischen diesen mehrwerthigen Größen e_r und den völlig bestimmten, einwerthigen Zahlen aufzufinden, nämlich alle solche Beziehungen, welche für jedes einzelne der n Special-Systeme (5) gültig sind; nur von diesen Beziehungen wird im Folgenden gesprochen werden.

Zu diesem Zweck betrachten wir das Gebiet G aller mit bestimmten Zahlcoefficienten behafteten ganzen rationalen Functionen der n Größen e_r. Jede solche Function x wird durch die Substitution (5) einen entsprechenden Werth annehmen, den wir mit $x^{(s)}$ bezeichnen wollen. Sind diese n Werthe $x', x'' \ldots x^{(n)}$ bekannt oder auch willkürlich angenommen, so läßt sich die mehrwerthige Größe x immer und nur auf eine einzige Weise als homogene lineare Function der Größen e_r, also in der Form

$$x = \sum e_\iota \xi_\iota \tag{6}$$

darstellen, wo die n Zahlen ξ_ι einwerthig bestimmt sind; sie sollen die Coordinaten der Größe x in Bezug auf die Basis (4) heißen. In der That, die vorstehende Gleichung soll nach dem Obigen nichts Anderes bedeuten, als daß die, den n verschiedenen Indices s entsprechenden n Gleichungen

$$x^{(s)} = \sum e_\iota^{(s)} \xi_\iota \tag{7}$$

bestehen; da nun die Determinante (3) von Null verschieden ist, so ergeben sich hieraus durch Umkehrung für die n Coordinaten Ausdrücke von der Form

$$\xi_r = \sum f_r^{(\iota)} x^{(\iota)}; \tag{8}$$

das System F der hier auftretenden n^2 Zahlen $f_r^{(s)}$ ist das Complement des gegebenen Systems E. Wir setzen im Folgenden stets

$$(r, s) = 1 \text{ oder } = 0, \tag{9}$$

je nachdem die Indices r, s gleich oder ungleich sind; dann bestehen zwischen den beiden complementären Systemen E, F bekanntlich die Relationen

$$\sum e_r^{(t)} f_s^{(t)} = \sum e_t^{(r)} f_t^{(s)} = (r, s). \tag{10}$$

In der eben bewiesenen völligen Bestimmtheit der zu einer Größe x gehörenden Coordinaten ξ_r liegt auch die Irreductibilität der Basis (4), insofern die Gleichung

$$\sum e_t \xi_t = 0$$

durch n bestimmte Zahlen ξ_t nicht anders befriedigt werden kann, als wenn diese sämmtlich verschwinden. Jedes einzelne Special-System (5), für sich allein betrachtet, besitzt natürlich, sobald $n > 1$ ist, diese Irreductibilität niemals [1]).

Nach dem Vorhergehenden ist es nun auch erlaubt, die n Zahlen $f_r, f_r' \dots f_r^{(n)}$ als die Specialwerthe einer demselben Gebiet G angehörenden Größe f_r anzusehen, und man erhält so eine zu der Basis (4) complementäre, ebenfalls n-werthige Basis

$$f_1, f_2 \cdots f_n. \tag{11}$$

Bezeichnen wir ferner mit dem Symbol $S(x)$ die aus allen Specialwerthen von x gebildete Summe

$$S(x) = \sum x^{(t)}, \tag{12}$$

so kann die Beziehung (10) zwischen den beiden Basen auch durch

$$S(e_r f_s) = (r, s) \tag{13}$$

dargestellt werden, und da die Coordinaten ξ_r der Größe x zufolge (8) die Form

$$\xi_r = S(x f_r) \tag{14}$$

besitzen, so ist allgemein

$$x = \sum e_t S(x f_t). \tag{15}$$

Man erhält endlich, wenn man nach den Specialwerthen $x^{(s)}$ ordnet und die n Größen

$$c_r = \sum e_t f_t^{(r)} \tag{16}$$

einführt, die folgende Darstellung

$$x = \sum c_t x^{(t)}. \tag{17}$$

Die demselben Gebiete G angehörenden n Größen c_r bilden gewissermaßen eine Normal-Basis desselben und sind durch

---

1) Der Fall $s = 0$, und allgemeiner die Untersuchung solcher mehrwerthiger Systeme $e_1, e_2 \dots e_n$, für welche die Anzahl der erlaubten Substitutionen (5) kleiner oder größer als n ist, läßt sich leicht auf den hier behandelten Fall zurückführen.

$$c_r^{(s)} = (r, s) \tag{18}$$

definirt. Die einzelnen n Bestandtheile $c_s x^{(s)}$, welche den einzelnen Substitutionen entsprechen, kann man mit Herrn Weierstrass die Componenten der Größe x nennen. Versteht man ferner unter einem Theiler der Null jede Größe x, von deren Specialwerthen $x^{(s)}$ mindestens einer verschwindet, so sind, falls $n > 1$ ist, die Größen c_r solche Theiler der Null.

Da nach dem Obigen alle Größen x des Gebietes G, d. h. alle ganzen rationalen Functionen der n Größen e_r sich als homogene lineare Functionen derselben darstellen lassen, so kann man jedes Product

$$e_r e_s = \sum e_t \gamma_{tt,rs} \tag{19}$$

setzen, wo die Coordinaten $\gamma_{tt,rs}$ nothwendig den sämmtlichen Bedingungen (1) und (2) genügen müssen, welche aus den Gleichungen $e_r e_s = e_s e_r$ und $(e_r e_s) e_t = (e_r e_t) e_s$ entspringen. In der That ergibt sich aus dem obigen allgemeinen Ausdruck (14) für die Coordinaten einer Größe x, daß

$$\gamma_{tt,rs} = S(e_r e_s f_t) \tag{20}$$

ist, und aus dieser Darstellung der Zahlen $\gamma_{tt,rs}$ durch das gegebene System E der Zahlen $e_r^{(s)}$ folgt sofort, daß alle jene Bedingungen identisch erfüllt sind, weil die Summe

$$\begin{aligned}\sum \gamma_{uu,tt}\gamma_{tt,rs} &= \sum e_t^{(t')} e_t^{(t')} f_u^{(t')} e_r^{(t'')} e_s^{(t'')} f_t^{(t'')} \\ &= \sum e_t^{(t')} f_u^{(t')} e_r^{(t'')} e_s^{(t'')} (t', t'') = \sum e_r^{(t')} e_s^{(t')} e_t^{(t')} f_u^{(t')} \\ &= S(e_r e_s e_t f_u),\end{aligned} \tag{21}$$

also symmetrisch in Bezug auf die drei Indices r, s, t ist.

Am einfachsten gestaltet sich natürlich die Multiplication, wenn man alle Größen x des Gebietes G in der Form (17) durch die Normalbasis darstellt. Die Größen c_r haben nämlich, wie aus ihrer Definition (16) oder auch unmittelbar aus (18) hervorgeht, die Eigenschaften

$$c_r c_s = (r, s) c_r, \tag{22}$$

und hieraus folgt, wenn y ebenfalls eine beliebige Größe des Gebietes G bedeutet,

$$xy = \sum c_t x^{(t)} y^{(t)}, \tag{23}$$

was ohnehin wegen

$$(xy)^{(s)} = x^{(s)} y^{(s)} \tag{24}$$

selbstverständlich ist. Ebenso leuchtet ein, daß, falls $n > 1$, ein Product xy von zwei von Null verschiedenen Größen x, y sehr wohl verschwinden kann; in der That bedeutet die Gleichung $xy = 0$ nichts Anderes, als das gleichzeitige Bestehen der den n Substitutionen entsprechenden Gleichungen $x^{(s)}y^{(s)} = 0$, und diesen kann immer so genügt werden, daß einige Specialwerthe von jeder der Größen x, y verschwinden, aber mindestens einer derselben von Null verschieden ist. Ist x eine gegebene Größe, so ist die Mannichfaltigkeit der Wurzeln y der Gleichung $xy = 0$ hiernach sofort zu überblicken. Auf die Folgerungen, welche sich hieraus für die Division der Größen des Gebietes G und hinsichtlich der Mannichfaltigkeit der Wurzeln von Gleichungen höheren Grades ergeben, will ich hier nicht mehr eingehen, weil sie von Herrn Weierstrass ausführlich besprochen sind. —

Ich gehe nun im zweiten Theile zu meiner Hauptaufgabe über, welche darin besteht, zu zeigen, daß umgekehrt jedes gegebene System von Zahlen $\eta_{it,rs}$, welches die Bedingungen (1) und (2) und eine sogleich aufzustellende Zusatz-Bedingung erfüllt, immer auf die im Vorhergehenden beschriebene Weise (20) aus einem und nur einem System E von n^2 Zahlen $e_r^{(s)}$ mit nicht verschwindender Determinante e entspringt. Die erwähnte Zusatz-Bedingung besteht darin, daß, wenn man zur Abkürzung

$$\sigma_r = \sum \eta_{it,ri} \tag{25}$$

und

$$\tau_{rs} = \tau_{sr} = \sum \sigma_i \eta_{it,rs} \tag{26}$$

setzt, die Determinante

$$\Delta = \sum \pm \tau_{11}\tau_{22}\dots\tau_{nn} \tag{27}$$

einen von Null verschiedenen Werth besitzt; es wird sich später, ohne daß ich besonders darauf zurückzukommen brauche, von selbst ergeben, daß diese einzige Bedingung vollständig aequivalent mit den drei Forderungen ist, auf welche Herr Weierstrass durch seine Untersuchung über die Zulässigkeit der übercomplexen Größen geführt wird (S. 403). Ihre Bedeutung für unsere Aufgabe ist leicht zu erkennen; ist nämlich das System der Zahlen $\eta_{it,rs}$ in der oben angegebenen Weise (20) wirklich aus einem System E entsprungen, so ist

$$\sigma_r = \sum S(e_r e_i f_i) = \sum e_r^{(i')} e_i^{(i')} f_i^{(i')} = S(e_r) \tag{28}$$

und

$$\tau_{rs} = \sum S(e_\iota) S(e_r e_s f_\iota) = \sum e_\iota^{(\iota')} e_r^{(\iota'')} e_s^{(\iota'')} f_\iota^{(\iota'')} = S(e_r e_s) \quad (29)$$

und folglich

$$\Delta = e^2, \quad (30)$$

woraus die Nothwendigkeit unserer Bedingung unmittelbar einleuchtet. Des leichteren Verständnisses wegen empfehle ich dem Leser, auch im Folgenden immer die Bedeutung anzumerken, welche die einzuführenden Größen besitzen würden, falls die Abstammung der Zahlen $\eta_{\iota,rs}$ aus einem System E schon bewiesen wäre.

Die Bedingungen (1) und (2) lassen sich am einfachsten und mit dem besten Erfolge zusammenfassen, wenn man n unabhängige Variabele $\xi_1, \xi_2 \ldots \xi_n$ und n homogene ganze Functionen zweiten Grades $\eta_1, \eta_2 \ldots \eta_n$ durch die Definition

$$2\eta_\iota = \sum \gamma_{\iota,\iota\iota'} \xi_\iota \xi_{\iota'} \quad (31)$$

einführt. Die Bedingungen (1) sind dann durch

$$\gamma_{\iota,rs} = \frac{\partial^2 \eta_\iota}{\partial \xi_r \partial \xi_s} \quad (32)$$

ausgedrückt. Setzt man ferner

$$\gamma_{\iota r,s} = \frac{\partial \gamma_{\iota r}}{\partial \xi_s} = \sum \gamma_{\iota r,s\iota} \xi_\iota, \quad (33)$$

so ist

$$2\gamma_{\iota r} = \sum \eta_{r,\iota} \xi_\iota \quad (34)$$

und, wenn d das Zeichen für eine Variation (d. h. eine totale Differentiation) bedeutet,

$$d\eta_r = \sum \eta_{r,\iota} d\xi_\iota = \sum \xi_\iota d\eta_{r,\iota}. \quad (35)$$

Die Bedingungen (2) werden ferner, wenn d' ebenfalls eine willkürliche Variation ist, zusammengefaßt in

$$\sum d\eta_{r,\iota} d'\eta_{\iota,s} = \sum d'\eta_{r,\iota} d\eta_{\iota,s}. \quad (36)$$

Alles Folgende beruht auf diesen Bedingungen und der freiesten Ausnutzung des Begriffes einer Variation. Man kann diesen Bedingungen noch verschiedene andere Formen geben, in denen sie ebenfalls zur Anwendung kommen werden. Multiplicirt man mit ξ_s und summirt nach s, so folgt nach (35)

$$\sum d\eta_{r,\iota} d'\eta_\iota = \sum d'\eta_{r,\iota} d\eta_\iota. \quad (37)$$

Setzt man ferner $d'\xi_\iota = \xi_\iota$, so folgt aus (36)

$$\sum \eta_{\iota,s} d\eta_{r,\iota} = \sum \eta_{r,\iota} d\eta_{\iota,s}. \quad (38)$$

Wir führen noch folgende Functionen ein, die lineare

$$\sigma = \sum \eta_{\iota,\iota} = \sum \sigma_\iota \xi_\iota, \tag{39}$$

die quadratische

$$2\tau = 2 \sum \sigma_\iota \eta_\iota = \sum \tau_{\iota\iota'} \xi_\iota \xi_{\iota'}, \tag{40}$$

die linearen

$$\tau_r = \frac{\partial \tau}{\partial \xi_r} = \sum \sigma_\iota \eta_{\iota,r} = \sum \tau_{r\iota} \xi_\iota \tag{41}$$

und beginnen nun unsere Untersuchung.

Da die aus den Zahlen τ_{rs} gebildete Determinante (27) nach unserer Annahme nicht verschwindet, so kann man eine specielle Variation δ vollständig definiren durch die für alle n Indices r geltende Forderung

$$\delta\tau_r = \sigma_r, \tag{42}$$

und zwar sind die hieraus folgenden Werthe der Differentiale $\delta\xi_1$, $\delta\xi_2 \ldots \delta\xi_n$ bestimmte constante Zahlen. Multiplicirt man nun (36) mit σ_r und summirt nach r, so folgt mit Rücksicht auf (41)

$$\sum d\tau_\iota d'\eta_{\iota,s} = \sum d'\tau_\iota d\eta_{\iota,s}, \tag{43}$$

und wenn man hierin $d' = \delta$ setzt und (42) beachtet,

$$\sum d\tau_\iota \delta\eta_{\iota,s} = \sum \sigma_\iota d\eta_{\iota,s} = d\tau_s;$$

da nun, weil Δ nicht verschwindet, die n Differentiale $d\tau_1$, $d\tau_2 \ldots d\tau_n$ gänzlich unabhängig von einander sind, so folgt hieraus offenbar

$$\delta\eta_{r,s} = (r,s), \quad \delta\eta_r = \xi_r, \quad \delta\tau = \sigma. \tag{44}$$

Hieraus ergiebt sich die wichtige Folgerung, daß die Functional-Determinante

$$\varphi = \frac{d(\eta_1 \ldots \eta_n)}{d(\xi_1 \ldots \xi_n)} = \sum \pm \eta_{1,1} \eta_{2,2} \ldots \eta_{n,n} \tag{45}$$

nicht identisch verschwinden kann; legt man nämlich jeder Variabelen ξ_r den entsprechenden Werth $\delta\xi_r$ bei, so geht $\eta_{r,s}$ in $\delta\eta_{r,s} = (r,s)$ über, und folglich nimmt die homogene ganze Function $n$ten Grades φ den Werth

$$\frac{\delta^n \varphi}{\Pi(n)} = 1 \tag{46}$$

an (diese Determinante φ geht in die von Herrn Weierstrass auf S. 397 mit ε bezeichnete Größe über, wenn die $\xi_r = \beta_r$ gesetzt werden).

Hieraus folgt wieder, daß nicht bloß für jede positive, sondern auch für jede negative ganze Zahl p eine entsprechende Variation δ_p

vollständig definirt werden kann durch die für alle n Indices r geltende Recursion

$$\delta_{p+1}\xi_r = \delta_p\eta_r, \tag{47}$$

mit der Anfangsbedingung $\delta_0 = \delta$. Die merkwürdigen Eigenschaften der hierdurch definirten Functionen $\delta_p\xi_r$ (welche von Herrn Weierstrass mit $\xi_r^{(p)}$ bezeichnet sind) ergeben sich leicht aus unseren Grundbedingungen (37); setzt man $d' = \delta_p$, so erhält man zufolge (47)

$$\sum \delta_p\eta_{r,t}\, d\eta_t = \sum d\eta_{r,t}\,\delta_{p+1}\xi_t = \sum \delta_{p+1}\eta_{r,t}\, d\xi_t$$

und hieraus, wegen der Willkürlichkeit von d,

$$\delta_{p+1}\eta_{r,s} = \sum \eta_{t,s}\,\delta_p\eta_{r,t} = \sum \eta_{r,t}\,\delta_p\eta_{t,s}. \tag{48}$$

Setzt man hierin $p = -1$, so folgt nach (44), daß

$$\sum \eta_{t,s}\,\delta_{-1}\eta_{r,t} = \sum \eta_{r,t}\,\delta_{-1}\eta_{t,s} = (r,s), \tag{49}$$

mithin das Product

$$\varphi\,\delta_{-1}\eta_{r,s} \tag{50}$$

der Coefficient des Elementes $\eta_{s,r}$ in der Determinante φ ist.

Allgemeiner folgt aus (48) leicht durch den Schluß von q auf $q+1$, daß für je zwei ganze Zahlen p, q der Satz

$$\delta_{p+q}\eta_{r,s} = \sum \delta_p\eta_{r,t}\,\delta_q\eta_{t,s} \tag{51}$$

gilt, woraus man beiläufig schließt, daß

$$\begin{vmatrix} \delta_p\eta_{1,1} \dots \delta_p\eta_{1,n} \\ \dots\dots\dots \\ \delta_p\eta_{n,1} \dots \delta_p\eta_{n,n} \end{vmatrix} = \varphi^p \tag{52}$$

ist, was aber auch schon aus (48) folgt.

Multiplicirt man (51) mit ξ_s und summirt nach s, so folgt nach (35)

$$\delta_{p+q}\eta_r = \sum \delta_p\eta_{r,t}\,\delta_q\eta_t, \tag{53}$$

also zufolge (47) auch

$$\delta_{p+q}\xi_r = \sum \delta_p\eta_{r,t}\,\delta_q\xi_t. \tag{54}$$

Ebenso findet man aus (47) und (48) durch den Schluß von p auf $p \pm 1$ die Allgemeingültigkeit des für $p = 0$ evidenten Satzes

$$d\,\delta_p\xi_r = p\Sigma\,\delta_{p-1}\eta_{r,t}\,d\xi_t = p\Sigma\, d\eta_{r,t}\,\delta_{p-1}\xi_t \tag{55}$$

und hieraus die Functional-Determinante

$$\frac{d(\delta_p\xi_1 \dots \delta_p\xi_n)}{d(\xi_1 \dots \xi_n)} = p^n\varphi^{p-1}. \tag{56}$$

Setzt man $d = \delta_q$, so folgt aus (55), (54)

$$\delta_q \delta_p \xi_r = p\, \delta_{p+q-1} \xi_r, \tag{57}$$

also auch

$$\delta_q \delta_p \lambda = p \delta_{p+q-1} \lambda, \tag{58}$$

wenn λ eine willkürliche homogene lineare Function bedeutet. Setzt man $q = 0$, so folgt

$$\delta \delta_p \lambda = p \delta_{p-1} \lambda \tag{59}$$

und durch Wiederholung der Variation δ

$$\delta^m \delta_p \lambda = p(p-1) \ldots (p-m+1)\, \delta_{p-m} \lambda, \tag{60}$$

speciell

$$\delta^m \delta_{-1} \lambda = (-1)^m \Pi(m)\, \delta_{-1-m} \lambda. \tag{61}$$

Ich wende mich jetzt zur näheren Betrachtung der Determinante φ. Zufolge der oben gefundenen Bedeutung des Productes (50) ist nach einem bekannten Satze

$$d\varphi = \varphi \Sigma \delta_{-1} \eta_{\iota,\iota'} d\tau_{\iota\iota',\iota} = \varphi \Sigma \delta_{-1} \tau_{\iota\iota,\iota'} \tau_{\iota\iota',\iota''} d\xi_{\iota''};$$

aus den Grundbedingungen (36) folgt aber

$$\sum \delta_{-1} \eta_{r,\iota'} \eta_{\iota',rs} = \sum \eta_{r,r\iota'} \delta_{-1} \eta_{\iota',s},$$

und hierdurch vereinfacht sich mit Rücksicht auf (39), (41) das vorstehende Differential in folgender Weise

$$d\varphi = \varphi \sum \eta_{\iota,\iota\iota'} \delta_{-1} \eta_{\iota\iota',\iota''} d\xi_{\iota''} = \varphi \sum \sigma_{\iota'} \delta_{-1} \eta_{\iota\iota',\iota''} d\xi_{\iota''} = \varphi \sum \delta_{-1} \tau_{\iota''} d\xi_{\iota''}$$

oder also

$$d\varphi = \varphi \sum \delta_{-1} \tau_\iota d\xi_\iota = \varphi \sum d\tau_\iota \delta_{-1} \xi_\iota, \tag{62}$$

oder, wenn die n Differentiale $d\xi_r$ constant sind, noch kürzer

$$d\varphi = \varphi\, \delta_{-1} d\tau, \tag{63}$$

wo nun $d\tau$ jede beliebige homogene lineare Function bedeutet, weil Δ von Null verschieden ist. Hieraus geht hervor, daß die n Functionen $\delta_{-1} \xi_r$ sich durch die Derivirten von $\log \varphi$ ausdrücken lassen, und umgekehrt diese durch jene. Ferner ergiebt sich, wenn man zur Abkürzung

$$\varphi_\mu = \frac{(-1)^\mu}{\Pi(\mu)} \delta^\mu \varphi \tag{64}$$

setzt, durch wiederholte Anwendung der Operation δ, unter Berücksichtigung von (61), der Satz

$$d\varphi_m = \sum_{\mu=0}^{\mu=m} \varphi_\mu \delta_{\mu-m-1} d\tau. \tag{65}$$

Bedenkt man, daß zufolge (46)

$$\varphi_n = (-1)^n, \tag{66}$$

und daß alle folgenden φ_{n+1}, φ_{n+2} ... verschwinden, so ergiebt sich

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n} \varphi_\mu \delta_{\mu-m-1} d\tau = 0, \text{ wenn } m \geqq n,$$

und da $d\tau$, wie schon bemerkt, jede der n Variabelen ξ_r bedeuten kann, so ergiebt sich, wenn ψ eine willkürliche Function ist, immer

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n} \varphi_\mu \delta_{\mu-m-1} \psi = 0, \text{ wenn } m \geqq n;$$

nimmt man hierin, wenn p eine willkürliche ganze Zahl ist,

$$\psi = \delta_{p+m+2} \xi_r,$$

so folgt mit Rücksicht auf (57)

$$(p+m+2) \sum_{\mu=0}^{\mu=n} \varphi_\mu \delta_{\mu+p} \xi_r = 0, \text{ wenn } m \geqq n;$$

da nun für jede gegebene ganze Zahl p eine ganze Zahl $m \geqq n$ stets so gewählt werden kann, daß $(p+m+2)$ nicht verschwindet, so folgt, daß immer

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n} \varphi_\mu \delta_{\mu+p} \xi_r = 0, \tag{67}$$

also auch immer die Recursion

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n} \varphi_\mu \delta_{\mu+p} \psi = 0 \tag{68}$$

gilt, wo ψ eine willkürliche Function.

Nehmen wir jetzt in (65) an, es sei $m < n$, so folgt mit Rücksicht auf (68)

$$d\varphi_m = -\sum_{\mu=m+1}^{\mu=n} \varphi_\mu \delta_{\mu-m-1} d\tau$$

oder auch

$$d\varphi_m = -\sum_{\mu=0}^{\mu=n-m-1} \varphi_{\mu+m+1} \delta_\mu d\tau.$$

Setzt man hierin $d = \delta$, und bedenkt, daß $\delta\tau = \sigma$ und $\delta\varphi_m = -(m+1)\varphi_{m+1}$ ist, so erhält man, wenn man noch m durch $m-1$ ersetzt,

$$m\varphi_m = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-m} \varphi_{\mu+m} \delta_\mu \sigma. \tag{69}$$

Dieser Satz gilt für die Zahlen $m = 1, 2 \ldots n$ und offenbar auch für $m = 0$ zufolge (68); seine Bedeutung wird sich sogleich ergeben.

Wir führen jetzt eine Charakteristik ε ein, welche folgenden Sinn hat. Ist ψ eine beliebige Function der n Variabelen ξ_r, so soll $\varepsilon(\psi)$ diejenige Function von den ξ_r und von einer neuen Variabelen ξ bedeuten, welche aus ψ dadurch hervorgeht, daß jede Variabele ξ_r durch die entsprechende Größe $(\xi_r - \xi\delta\xi_r)$ ersetzt wird. Da die $\delta\xi_r$ constant sind, so ist nach dem Taylor'schen Satze, wenigstens für ganze Functionen ψ,

$$\varepsilon(\psi) = \psi - \xi\frac{\delta\psi}{1} + \xi^2\frac{\delta^2\psi}{1.2} - \xi^3\frac{\delta^3\psi}{1.2.3} + \ldots \tag{70}$$

und allgemein, wenn die Differentiale $d\xi_r$ constant sind,

$$d\varepsilon(\psi) = \varepsilon(d\psi) - \varepsilon(\delta\psi)\,d\xi. \tag{71}$$

Da φ eine ganze Function $n$ten Grades ist, so ist mit Rücksicht auf (64)

$$\varepsilon(\varphi) = \varphi + \varphi_1\xi + \varphi_2\xi^2 + \ldots + \varphi_n\xi^n; \tag{72}$$

da ferner φ die Determinante der linearen Functionen $\eta_{r,s}$, und zufolge (44)

$$\varepsilon(\eta_{r,s}) = \eta_{r,s} - (r,s)\xi \tag{73}$$

ist, so ergiebt sich auch

$$\varepsilon(\varphi) = \begin{vmatrix} \eta_{1,1} - (1,1)\xi & \ldots & \eta_{1,n} - (1,n)\xi \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \eta_{n,1} - (n,1)\xi & \ldots & \eta_{n,n} - (n,n)\xi \end{vmatrix} \tag{74}$$

Wir denken uns nun $\varepsilon(\varphi)$ als ganze Function $n$ten Grades der Variabeln ξ in n Factoren ersten Grades zerlegt und setzen demgemäß, weil $\varphi_n = (-1)^n$ ist,

$$\varepsilon(\varphi) = \prod(x - \xi), \tag{75}$$

wo das Productzeichen sich auf die nWurzeln

$$x = x', x'' \ldots x^{(n)} \tag{76}$$

bezieht, welche Functionen von den n Variabelen ξ_r sind und nach dem Fundamentalsatze von Gauss im Körper der complexen Zahlen stets existiren. Dann ergiebt sich durch Vergleich von (68), (69), (72) mit den Newton'schen Formeln der Algebra, daß für jede ganze Zahl p

$$\delta_p\sigma = \delta_{p-1}\tau = S(x^p) \tag{77}$$

ist, wo die Summation S sich auf alle n Werthe von x bezieht. Be-

zeichnet man ferner mit D die Discriminante von $\varepsilon(\varphi)$, d. h. das Quadrat des Productes aus allen Differenzen der n Größen x, so ist nach einem ebenfalls bekannten Satze

$$D = \begin{vmatrix} \delta\sigma, & \delta_1\sigma \ldots \delta_{n-1}\sigma \\ \delta_1\sigma, & \delta_2\sigma \ldots \delta_n\sigma \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \delta_{n-1}\sigma, & \delta_n\sigma \ldots \delta_{2n-2}\sigma \end{vmatrix}, \tag{78}$$

welcher Ausdruck sich noch umformen läßt. Multiplicirt man die Determinante

$$\rho = \begin{vmatrix} \delta\xi_1 & \ldots \delta\xi_n \\ \delta_1\xi_1 & \ldots \delta_1\xi_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \delta_{n-1}\xi_1 \ldots & \delta_{n-1}\xi_n \end{vmatrix} \tag{79}$$

mit der aus den Zahlen τ_{rs} gebildeten Determinante Δ, und bedenkt, daß

$$\sum \tau_{rt}\,\delta_p\xi_t = \delta_p\tau_r$$

ist, so erhält man das Product

$$\Delta\rho = \begin{vmatrix} \delta\tau_1 & \ldots \delta\tau_n \\ \delta_1\tau_1 & \ldots \delta_1\tau_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \delta_{n-1}\tau_1 \ldots & \delta_{n-1}\tau_n \end{vmatrix};$$

multiplicirt man abermals mit ρ, und bedenkt, daß mit Rücksicht auf (41) und (54)

$$\sum \delta_p\xi_t\,\delta_q\tau_t = \sum \delta_p\xi_t\,\sigma_{t'}\,\delta_q\eta_{t',t} = \sum \sigma_{t'}\,\delta_{p+q}\xi_{t'} = \delta_{p+q}\sigma$$

ist, so ergiebt sich offenbar der Satz

$$D = \Delta\rho^2. \tag{80}$$

Auf ähnliche Weise findet man leicht aus (74)

$$\rho\varepsilon(\varphi) = \begin{vmatrix} 1, & \delta\xi_1 \ldots \delta\xi_n \\ \xi, & \delta_1\xi_1 \ldots \delta_1\xi_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \xi^n, & \delta_n\xi_1 \ldots \delta_n\xi_n \end{vmatrix}. \tag{81}$$

Aus unserer Annahme, daß die Determinante Δ von Null verschieden ist, läßt sich nun — worauf ich unten zurückkommen werde — in aller Strenge beweisen, daß die Determinante ρ und folglich auch die Discriminante D nicht identisch verschwindet. Man kann daher den n Variabelen ξ_r solche bestimmte Zahlwerthe

beilegen, daß die n Wurzeln x sämmtlich von einander verschieden ausfallen. Nachdem dies geschehen, definiren wir für jede dieser n Wurzeln x ein entsprechendes System von n Zahlen $e_1, e_2 \ldots e_n$ durch diejenigen n Gleichungen

$$x^p = \sum e_\iota \delta_p \xi_\iota, \tag{82}$$

welche den n Werthen $p = 0, 1, 2 \ldots (n-1)$ entsprechen; die n Größen e_r sind hierdurch in ihrer Abhängigkeit von der Wurzel x vollständig bestimmt, weil die Determinante ρ einen von Null verschiedenen Werth hat. Es ergiebt sich zunächst, daß die Gleichung (82) nun für jede positive ganze Zahl p besteht (auch für jede negative, wenn φ von Null verschieden ist); in der That, da $\varepsilon(\varphi)$ für $\xi = x$ verschwindet, so genügt x^p zufolge (72) derselben Recursion

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n} \varphi_\mu x^{\mu+p} = 0,$$

welche zufolge (67) für die Größen $\delta_p \xi_r$ gilt; nimmt man daher an, unser Satz (82) sei für n auf einander folgende Werthe

$$p = m, m+1 \ldots m+n-1$$

bewiesen, so ergiebt sich aus dieser Uebereinstimmung, und weil φ_n von Null verschieden ist, daß er auch für $p = m+n$ gilt, wodurch er offenbar allgemein bewiesen ist.

Hierauf führen wir für je zwei Indices r, s aus der Reihe $1, 2 \ldots n$ eine entsprechende, ebenfalls von der Wahl der Wurzel x abhängende Zahl

$$e_{rs} = e_{sr} = \sum e_\iota \eta_{\iota, rs} \tag{83}$$

ein; multiplicirt man mit $\delta_p \xi_r \delta_q \xi_s$ und summirt über alle Werthe r, s, so folgt mit Rücksicht auf (54) und (82)

$$\sum e_{\iota\iota'} \delta_p \xi_\iota \delta_q \xi_{\iota'} = \sum e_\iota \eta_{\iota, \iota'\iota''} \delta_p \xi_{\iota'} \delta_q \xi_{\iota''} = \sum e_\iota \delta_p \xi_{\iota'} \delta_q \eta_{\iota, \iota'}$$
$$= \sum e_\iota \delta_{p+q} \xi_\iota = x^{p+q} = x^p x^q = \sum e_\iota \delta_p \xi_\iota e_{\iota'} \delta_q \xi_{\iota'},$$

also

$$\sum (e_{\iota\iota'} - e_\iota e_{\iota'}) \delta_p \xi_\iota \delta_q \xi_{\iota'} = 0;$$

setzt man hierin für p und q alle Werthe aus der Reihe

$$0, 1, 2 \ldots (n-1),$$

und bedenkt, daß die Determinante ρ von Null verschieden ist, so folgt leicht, daß immer $e_{rs} = e_r e_s$, also zufolge (83)

$$e_r e_s = \sum e_\iota \eta_{\iota, rs} \tag{84}$$

ist, wodurch wir zu der Gleichung (19) unseres ersten Theiles zurückgekehrt sind.

Substituirt man endlich für x alle n verschiedenen Wurzeln und bezeichnet mit $e_r^{(s)}$ denjenigen Werth von e_r, welcher durch die Wurzel $x = x^{(s)}$ erzeugt wird, so erhält man, wenn man die Determinante der n^2 Zahlen (82) bildet, die den Werthen

$$p = 0, 1, 2 \ldots (n-1)$$

entsprechen, das Resultat

$$\sqrt{D} = \rho \sum \pm e_1' e_2'' \ldots e_n^{(n)} = \rho e$$

und hieraus mit Rücksicht auf (80)

$$\Delta = e^2; \tag{85}$$

das auf diese Weise aus dem System der Zahlen $\eta_{t,rs}$ berechnete System E der Zahlen $e_r^{(s)}$ besitzt daher eine von Null verschiedene Determinante e.

Da die Gleichungen (84) für jede der n Substitutionen $x = x^{(s)}$ gelten, so ist hiermit aus den gegebenen Zahlen $\eta_{t,rs}$ ein n-werthiges System von n Größen $e_1, e_2 \ldots e_n$ construirt, aus welchem umgekehrt auf die im ersten Theile angegebene Art unser jetzt gegebenes System von Zahlen $\eta_{t,rs}$ erzeugt wird. Hiermit ist der Beweis geliefert, daß jedes System von n Haupteinheiten, wie es in der Untersuchung des Herrn Weierstrass auftritt, stets aufgefaßt werden darf als ein n-werthiges System von n gewöhnlichen Zahlen, in der Weise, daß jede rationale Gleichung zwischen den n Haupteinheiten dann und nur dann wahr ist, wenn sie für jedes der von uns hergeleiteten Special-Systeme $e_1^{(s)}, e_2^{(s)} \ldots e_n^{(s)}$ gilt. Will man daher überhaupt noch von solchen übercomplexen Größen als von neuen Zahlen sprechen, (was ich für unzweckmäßig halte, weil in unserer höheren Algebra beständig mehrwerthige Größensysteme genau in der hier beschriebenen Weise auftreten), so kann dies doch nur in einem ganz anderen und zwar unendlich viel schwächeren Sinne geschehen, als bei der gewaltigen Bereicherung des Körpers der reellen Zahlen durch die Hinzufügung der imaginären Zahlen, oder auch bei der Einführung der Hamilton'schen Quaternionen, die, wenn ihr Nutzen auch auf ein sehr kleines Feld beschränkt zu sein scheint, doch auf den Character der Neuheit gegenüber den anderen Zahlen unbedingten Anspruch erheben dürfen.

Es ist nun auch leicht zu zeigen, daß das gefundene System E der Zahlen $e_r^{(s)}$ — abgesehen von der Freiheit, die den einzelnen Substitutionen entsprechenden oberen Indices nach Belieben mit ein-

ander zu vertauschen — ein einziges, vollständig bestimmtes, d. h. immer dasselbe ist, wie auch die numerischen Werthe der Variabeln ξ_ι, denen ein von Null verschiedener Werth ρ entspricht, sonst gewählt sein mögen. Denn wenn wir, nachdem wir ein bestimmtes solches System gefunden und uns dadurch auf die im ersten Theile unserer Untersuchung angenommene Grundlage gestellt haben, den Größen ξ_τ ihre volle Variabilität wiedergeben und, ohne Rücksicht auf die bisherige Bedeutung von x, diese Größe jetzt, wie im ersten Theile (6), als n-werthige lineare Function

$$x = \sum e_\iota \xi_\iota \tag{86}$$

definiren, so folgt aus (19) oder (84)

$$xe_\tau = \sum e_{\iota'} \eta_{\iota' \tau \iota} \xi_\iota = \sum e_\iota \eta_{\iota, \tau}, \tag{87}$$

und wenn ξ eine willkürliche einwerthige Größe bedeutet,

$$(x - \xi) e_\tau = \sum e_\iota (\eta_{\iota, \tau} - (\iota, \tau) \xi); \tag{88}$$

wendet man hierauf alle n Substitutionen an, setzt für τ alle n Indices und bildet die Determinante, so erhält man nach Division durch die von Null verschiedene Determinante e und mit Rücksicht auf (74) das Resultat

$$\prod (x - \xi) = \varepsilon(\varphi); \tag{89}$$

da nun die Function $\varepsilon(\varphi)$ schon durch das System der Zahlen $\eta_{\iota, \tau\iota}$ vollständig bestimmt ist, so gilt dasselbe von der Gesammtheit der der n linearen Functionen x in (86), also auch von dem System E ihrer Coefficienten $e_\tau^{(s)}$. Zugleich ergiebt sich hierbei das Resultat, in welchem rückwärts alles Uebrige enthalten ist, daß $\varepsilon(\varphi)$ und also auch

$$\varphi = \prod x \tag{90}$$

ein Product von n linearen Factoren ist. —

Bei dem vorstehenden Beweise der Existenz des erzeugenden Systems E und der Zerlegbarkeit der Function φ in lineare Factoren habe ich denjenigen Weg gewählt, welcher die meisten Berührungspuncte mit den Entwickelungen des Herrn Weierstrass darbietet. Hierbei habe ich die besondere Voraussetzung machen müssen, daß die in (79) definirte Determinante ρ nicht identisch verschwindet; in Wahrheit ist dies, wie ich schon oben bemerkt habe, eine nothwendige Folge unserer Grundannahme, daß die Determinante Δ einen von Null verschiedenen Werth besitzt, aber es hat mir trotz mancher zeitraubenden Versuche nicht gelingen wollen, diesen nicht unwichti-

gen Satz kurz und zwar lediglich mit denjenigen Hülfsmitteln zu beweisen, welche in der obigen Darstellung vor seiner Benutzung, also bis (81), entwickelt sind. Da die analoge Frage für die Function φ oben in (46) auf die leichteste Weise erledigt ist, nämlich durch die wirkliche Angabe eines aus den Zahlen $\eta_{t,rs}$ rational abgeleiteten Werthsystems $\xi_r = \delta\xi_r$, für welches φ nicht verschwindet, so befremdet mich diese Schwierigkeit, und ich würde mich sehr freuen, wenn es einem anderen Mathematiker gelänge, sie zu überwinden.

Daß wirklich ρ nicht identisch verschwindet, wenn Δ von Null verschieden ist, kann man nun — freilich post festum — auf einem ganz anderen Wege beweisen, nämlich so, daß man vorher die Zerlegbarkeit der Function φ in lineare Factoren darthut. Der Kürze halber will ich mich aber hier darauf beschränken, nur die Hauptpuncte dieses Beweises anzugeben (vergl. den oben citirten § 159 der zweiten Auflage von Dirichlet's Zahlentheorie). Unter der im Folgenden immer geltenden Annahme constanter Differentiale $d\xi_r$, $d'\xi_r$ findet man aus (62) durch abermalige Differentiation unter Berücksichtigung von (55) und der aus (36) oder (43) leicht abzuleitenden Gleichung

$$\sum d\tau_t d'\eta_t = \sum \tau_t dd'\eta_t$$

das Resultat

$$dd' \log\varphi = -\delta_{-2}\sum \tau_t dd'\eta_t; \tag{91}$$

definirt man die von d und d' abhängige Variation d'' durch die ebenfalls constanten Differentiale

$$d''\xi_r = dd'\eta_r, \tag{92}$$

so nimmt dasselbe die einfachere Form

$$dd' \log\varphi = -\delta_{-2} d''\tau \tag{93}$$

an, woraus leicht der Satz

$$dd' \log\varphi = d''\delta \log\varphi \tag{94}$$

folgt, welcher die Grundlage des Beweises bildet (beiläufig bemerkt, folgt hieraus schon, daß aus der Function φ und der Variation δ sich das ganze System der Zahlen $\eta_{t,rs}$ rückwärts ableiten läßt). Man zeigt zunächst leicht, daß jeder ganze rationale Factor ψ der Function φ dieselbe Eigenschaft

$$dd' \log\psi = d''\delta \log\psi \tag{95}$$

besitzt. Da ferner

$$\delta\left(\frac{\psi^2 d''\delta\log\psi}{\delta\psi}\right) = \psi\,\delta\left(\frac{d''\delta\psi}{\delta\psi}\right) \tag{96}$$

ist, so ergiebt sich, daß die ganze Function

$$\delta\psi^2 d^2\psi - 2\delta\psi d\psi\,\delta d\psi + d\psi^2\delta^2\psi \tag{97}$$

durch ψ theilbar ist, und hieraus läßt sich, wenn man für ψ ein Product von lauter von einander verschiedenen irreductibelen oder Primfunctionen nimmt, auf verschiedene Art beweisen, daß $\varepsilon(\psi)$ und also auch ψ ein Product von lauter linearen Factoren ist. Dasselbe gilt daher auch von $\varepsilon(\varphi)$ und φ. Ist endlich

$$x = \sum e_\iota \xi_\iota \tag{98}$$

irgend einer dieser linearen Factoren von φ, so kann man ihn immer so wählen, daß $\delta x = 1$ wird, und dann giebt der auch für ihn gültige obige Satz

$$dd'\log x = d''\delta\log x \tag{99}$$

unmittelbar das Resultat $dx\,d'x = d''x$, d. h.

$$e_r e_s = \sum e_\iota \eta_{\iota,rs}, \tag{100}$$

womit das erstrebte Ziel erreicht ist. Daß aber die Function ρ nicht identisch verschwindet, daß also die n linearen Functionen x von einander verschieden sind, ergiebt sich jetzt sofort daraus, daß, wie aus (77) oder auch auf andere Weise leicht folgt, $2\tau = S(x^2)$ ist, und daß die Discriminante Δ dieser Function einen von Null verschiedenen Werth hat. —

Zum Schluß noch folgende Bemerkung. Ich habe der Untersuchung von vornherein den Körper der complexen Zahlen zu Grunde gelegt, weil hierdurch die Darstellung sehr erleichtert wird. Will man, wie es in der Abhandlung des Herrn Weierstrass geschieht, nur reelle Zahlen $\eta_{\iota,rs}$ und ξ_r zulassen, so hat dies auf das mehrwerthige System $e_1, e_2 \ldots e_n$ lediglich den Einfluß, daß, wenn ein Specialsystem (5) imaginäre Zahlen enthält, immer ein zweites Specialsystem vorhanden ist, welches aus den mit ihnen conjugirten imaginären Zahlen besteht.

Braunschweig, 13. Februar 1885.

Die indogermanische Endung des Locativs Sing. der *u*-Declination.

Von

A. Bezzenberger in Königsberg i. Pr.

Durch J. Schmidt's Abhandlung »Der Locativus Singularis und die griechische *i*-Declination« (Kuhns Zeitschrift XXVII. 287) scheint mir erwiesen zu sein, »daß der Locativ von *i*-Stämmen in der indog. Ursprache auf *ē* gebildet ist«, und daß die indogermanische Endung des Locativs Sing. der *u*-Declination *ēu* oder *ōu* war. Die Entscheidung über dies entweder — oder bietet, wie ich glaube, das Litauische, welches ja auch jene Endung *ē* sehr treu bewahrt hat.

Die grundsprachliche Endung des Dativs Sing. der *o*-Declination, *ōi*, ist in dieser Sprache zunächst zu *ûi* geworden (vgl. meine Beiträge zur Geschichte der lit. Sprache S. 127 f.). Hieraus entstand, indem das *i* *ἀνεκφώνητον* wurde, in einem Theile des litauischen Sprachgebietes *û*. Diese Endung ist auf das bestimmteste zu erkennen in *didesniuojuj (prisakimuj)*, welches ich in dem żemaitischen Giwenimas żmogaus krikszczionies (Wilniuje 1861) S. 53 finde[1]), sowie in preußisch-nordlitauischen Dativen Sing. wie *gēro-jū*[2]), *výrū* (Prökuls; vgl. Beitr. z. Kunde d. indog. Sprachen VIII. 120[1]), 122[1])) und in den żemaitischen auf *ou* (*ôu*), welche in dem von Geitler Lit. Studien S. 21 ff. veröffentlichten Märchen aus Andrjewo (*neužkęntamôujôu súnôu, neteisingam wyrėsniôujôu, teisingôujôu jaunikáitsiôu*) und in Dowkontschen oder Dowkont zugeschriebenen (Geitler a. a. O. S. 74, Karłowicz O języku litewskim S. 336) Büchern begegegnen (z. B. *tretioujou bernuželuj* Dajnes Żiamajtiû S. 92 No. 69, *óż kżjmou* Budą senowęs Lëtuwiû etc. S. 30, *óż raktou* das. S. 171[3]), *iżodiou* das. S. 18, *kakaliou* das. S. 25, *żmôgou* das. S. 27, *wiskupou* das.,

1) Aus diesem Text hebe ich beiläufig heraus *baźnincze* »Kirche« (sehr häufig), *petnincze* »Freitag« S. 172 f. (*petnicziomis* S. 173) und *pertnincze* dass. S. 73 (vgl. *pertniczio* Dowkont Dajnes S. 112 No. 85), *kozonincze* »Kanzel« S. 31, *munka* »Leiden« S. 15, 66, 172 (neben *muczelninkaj* S. 38), *tunsi* »in den« S. 69 (neben *dajktusi liuosusi* das.). Für *trys* »drei« erscheint in ihm nicht *trins*, sondern *tris* S. 27. Vgl. Beitr. z. Kunde d. indog. Sprachen IX. 333. Auch die von Smith Beitr. z. vergl. Sprachforschung III. 107 erwähnten Formen *baltynjey, wiresnynjey* zeigen *yn* für *y*.

2) *Gâdrâju, pèlkâju*, wie ich Beitr. z. Kunde d. indog. Sprachen VIII. 110[1]), 132[2]) geschrieben habe, sind zweifellos in *gâdroju, pèlkoju* zu ändern.

3) Vgl. *óż darżams* das. S. 30, *óż baltam stałui* Dowkont Dajnes S. 87, *óż undīneleme* das. S. 100 f.

wetiou das., *melagiou* das. S. 35, *gywenĩmou* das. S. 167, *dĩdiouiou kunegaikszetiou* das. S. 168, *skolĩnikou* das. S. 169, *Wilelmou wiskupou* das., *siuntĩniou* das. S. 170, »*wirou* arba *wirui*« Prasmą Lotinû kalbôs etc. S. 14, »puero, *wakou, ui*« das. S. 25, »tecto, *stogou, ui*« das. S. 26, »patri, *tiewou, ui*« das. S. 27 u. s. w.) und mir bei einem Manne aus Salanty entgegengetreten sind (z. B. *svẽeto*^{u}); endlich auch in den an die letzteren sich anschließenden Dativen *vẽinàkio, vàkaro, kàlvio, dàktaro, pó^{u}no, výro*, welche ich von Żemaiten aus Kule und Plunge und von dem erwähnten Mann aus Salanty gehört habe. Das für *û* eintretende żemaitische *o*^{u} klingt, namentlich wenn es unbetont ist, oft wie *o* (immer aber anders als der für *o* eintretende Laut).

Setzt man nun *ou* als den grundsprachlichen Ausgang des Locativs Sing. der *u*-Declination voraus, so ist nach dem vorstehenden zu erwarten, daß dasselbe im Litauischen zunächst zu *ûu* geworden, und daß dies da, wo *-ûi* in *-û* verwandelt ist, in *û* übergegangen sei. Dieser Erwartung entspricht der Thatbestand insofern nicht, als sich ein *ûu* nirgends im Litauischen findet. Trotzdem trifft sie zu, da *û* als Endung des Locativs Sing. der *u*-Declination — und zwar nur dieses Locativs — im Żemaitischen und Preußisch-nordlitauischen mit Sicherheit zu erkennen ist und da es als solche doch nur aus *ûu* hervorgegangen sein kann. Zur Begründung der ersten Hälfte dieses Satzes verzeichne ich — indem ich daran erinnere, daß im Preußisch-nordlitauischen *û* durch *o*, *o* durch *â* vertreten wird — die folgenden Locative:

Wilnuo »in Wilna«, das sich nicht selten in Wołonczewski's Wiskupiste findet, z. B. II. 69 (die Schreibung der Form ist polnisch);

danguoje Dawatku kninga (Wilniuje 1864) S. 203 (das. S. 67 *dąnguj*);

qmżiouie Dowkont Dajnes S. X (neben dem Genit. *qmżiaus* das. S. IX), *Kuralaucziouie* das., *Wĩlniouie* (neben dem Genit. *Wĩlniaus*) das. S. XI, *paskou* (neben *paskuj*) das. S. 155 (vgl. Beitr. z. Kunde d. indog. Sprachen II. 109, 116, Baranowski und Weber Ostlit. Texte I. 16 v. 227);

qmżiouie Budą senowęs Lëtuwiû S. 6, 8, 166, *paskou* das. S. 31, 35, 168 u. ö., *klosztoriouie* das. S. 27, *pakajou* das. S. 159[1]);

»*dongou, je*« Prasmą Lotinû kalbôs S. 15, »*skaisteme dongou je*« das. S. 17;

pakàjo^{o} »im Frieden«, *dąngo*^{u} »im Himmel«, *pàsko*^{u} »nach«, *vèrszo*

1) Nicht ganz sicher bin ich, ob ich *ũlgajniou* das. S. 8, 167 u. ö., *apsókou* das. S. 20 = *apsukou* das. S. 167, *aplinkou* das. S. 29 hierher, oder zum Dativ ziehen soll; vgl. Beitr. z. Geschichte d. lit. Sprache S. 110, »*apsukaĩ* od. *apsu kuĩ*« Kurschat Wörterb. S. 19.

»oben«, welche ich von dem oben erwähnten Mann aus Saĩanty gehört habe;

dǫ́ngo, *pàsko* (daneben *pàskun* und *pàskūn*), *vidó* »drinnen« in Erzählungen, welche mir einer der oben erwähnten Żemaiten aus Kule dictiert hat (in ihnen auch z. B. *ùgnë* = *ùgnė* »im Feuer« und *nùmėin* = *namẽ-n*[*a*] »nach Haus«);

vèrszo und *verszó*[1]) Beitr. z. Kunde d. indog. Sprachen VIII. 120[1]), 128;

dengó und *dèngoje* »im Himmel«, *paskó*, *vedó* »drinnen«, welche mir in und um Prökuls[2]) wiederholt begegnet sind (ebenda *skyriù* »besonders« und *vẽltu* »umsonst«[3]), die also Instrumentale sind).

Ist hiernach *û* als ehemalige Endung des Locativs Sing. im Preußisch-nordlitauischen und Żemaitischen anzusetzen, so ist damit die Richtigkeit der Voraussetzung, daß der indogermanische Ausgang dieses Casus *ōu* gewesen sei, erwiesen; denn nur hierauf, nicht auf *ēu*, kann nach dem gegenwärtigen Stand der litauischen und der indogermanischen Lautlehre jenes *û* zurückgeführt werden.

In den litauischen Grammatiken endigt der besprochene Locativ auf *-ŭje*, *-ūje* oder *-ui* (vgl. Kurschat Laut- und Tonlehre S. 104, Grammatik §§ 111, 688, 705, Leskien und Brugman Lit. Volkslieder u. s. w. S. 300). Ich habe diese Endungen im vorstehenden bei Seite gelassen, weil sie nach keiner Seite hin von Belang sind. Sollte sich einmal herausstellen, daß *-ūje* ursprünglicher als *-ŭje* ist, so würde es sich leicht auf *-ōu* zurückführen lassen (als *-uu* + *je*). — Das Lettische kommt für die hier behandelte Frage nicht in Betracht, und das Altpreußische fördert sie nicht. Wenn altpreuß. *pansdau*, *pirsdau*, *sirsdau* überhaupt hier zu erwägende Formen sind, so fügen sie sich dem gewonnenen Resultate ohne weiteres.

Gegen die Sprache Dowkonts, aus der ich oben mehreres citiert habe, ist man im allgemeinen mißtrauisch, und dies Mißtrauen ist nicht ohne Berechtigung. Es sollte aber nicht so weit getrieben werden, daß man seine Schriften überhaupt nicht liest, oder daß man Formen, die man nur in ihnen findet, einfach ignoriert. Die Rechtfertigung, welche die von ihm schon vor fast fünfzig Jahren gebrauchten, trotzdem aber bisher völlig unbeachteten Locative auf *-ou(je)*, hier gefunden haben, werden davon in Zukunft hoffentlich abhalten.

1) Diese Form habe ich auch von einem Mann aus Petrellen (Kr. Heydekrug, Kirchsp. Saugen) gehört (daneben *paskù*).

2) Der Locativ ist dort im allgemeinen ungebräuchlich; *dengó* wird im Vater-Unser, *dèngoje* wohl nur in religiösen Vorträgen gebraucht.

3) Budą senowęs Lẽtuwiû S. 169 steht *weltiou*.

Ueber ein Euler'sches Integral.

Von

A. Enneper.

Die »Mémoires présentés par divers savans à l'Académie des Sciences de l'Institut de France« enthalten im Tome I (Paris 1827, p. 599—799) die Abhandlung: Cauchy: »Mémoire sur les intégrales définies«, welche für die Theorie der bestimmten Integrale von hervorragender Bedeutung ist. Namentlich zeichnet sich der erste Theil, welcher den Titel führt »Des équations qui autorisent le passage du réell à l'imaginaire« durch eine Reihe sehr allgemeiner Theoreme aus. Von diesen Theoremen möge das folgende in Erinnerung gebracht werden.

Bedeutet y eine Function von x und z, so ist:

$$d\frac{f(y)\frac{dy}{dx}}{dz} = d\frac{f(y)\frac{dy}{dz}}{dx}.$$

mittelst dieser Gleichung folgt:

$$\int_{x_0}^{x_1} dx \int_{z_0}^{z_1} d\frac{f(y)\frac{dy}{dx}}{dz}\, dz = \int_{z_0}^{z_1} dz \int_{x_0}^{x_1} d\frac{f(y)\frac{dy}{dz}}{dx}\, dx.$$

Durch Ausführung der Integrationen erhält man:

$$\text{I.}\qquad \begin{aligned} &\int_{x_0}^{x_1}\left[\left\{f(y)\frac{dy}{dx}\right\}_{z=z_1} - \left\{f(y)\frac{dy}{dx}\right\}_{z=z_0}\right]dx = \\ &\int_{z_0}^{z_1}\left[\left\{f(y)\frac{dy}{dz}\right\}_{x=x_1} - \left\{f(y)\frac{dy}{dz}\right\}_{x=x_0}\right]dz. \end{aligned}$$

Es ist selbstverständlich, daß bei den verschiedenen Integrationsordnungen, die zu integrirende Function innerhalb der Grenzen der Integrationsvariabeln als endlich und stetig angenommen wird.

Es sei $y = x(a+zi)$, wo $i = \sqrt{-1}$ und a eine positive, von Null verschiedene, Constante bedeutet. Man nehme in I. $x_0 = a$, $z_0 = 0$ und $z_1 = b$. Macht man weiter die Annahme, daß

$$\text{(1)}\qquad xf[x(a+zi)] = 0, \text{ für } x = 0,$$

welchen Werth auch z haben möge, so nimmt die Gleichung I. folgende einfachere Form an:

II.
$$\int_0^{x_1}(a+bi)f[x(a+bi)]\,dx-\int_0^{x_1}af(ax)\,dx = i\int_0^b x_1 f[x_1(a+zi)]\,dz$$

Man nehme weiter $x_1=\infty$ und mache die Annahme:

(2) $$xf[x(a+zi)] = 0, \text{ für } x=\infty,$$

welchen Werth auch z haben möge. Die Gleichung II. vereinfacht sich in:

$$(a+bi)\int_0^\infty f[x(a+b)]\,dx = a\int_0^\infty f(ax)\,dx,$$

oder rechts x statt ax gesetzt:

III. $$(a+bi)\int_0^\infty f[x(a+bi)]\,dx = \int_0^\infty f(x)\,dx.$$

Wegen der Ableitung dieser Gleichung muß a wesentlich positiv und von Null verschieden sein. Es sei

(3) $$f(x) = \frac{x^{p-1}}{1+x},$$

dann ist:

(4) $$xf[x(a+bi)] = (a+bi)^{p-1}\frac{x^p}{1+x(a+bi)}.$$

Für die Annahme (3) ist die Gleichung (1) nach (4) offenbar erfüllt, wenn $p>0$ ist. Da ferner:

$$\frac{x^p}{1+x(a+bi)} = \frac{1}{x^{1-p}}\frac{1}{\frac{1}{x}+a+bi},$$

so ist auch die Bedingung (2) erfüllt, wenn $1-p$ positiv, also $1>p$ ist. Es werde in der Gleichung (3) $0<p<1$ angenommen. Für den Werth von $f(x)$ aus (3) gibt die Gleichung III:

(5) $$(a+bi)^p\int_0^\infty \frac{x^{p-1}}{1+x(a+bi)}\,dx = \int_0^\infty \frac{x^{p-1}}{1+x}\,dx.$$

Man setze hierin $a=\cos\alpha$ $b=\sin\alpha$ und zur Abkürzung:

(6) $$\int_0^\infty \frac{x^{p-1}}{1+x}\,dx = P.$$

Die Gleichung (5) läßt sich dann auf folgende Form bringen:

$$(7) \qquad \int_0^\infty \frac{x^{p-1}}{1+xe^{\alpha i}}\,dx = Pe^{-p\alpha i}.$$

Durch Trennung der reellen und imaginären Theile folgt:

$$(8) \qquad \int_0^\infty \frac{x^{p-1}(1+x\cos\alpha)}{1+2x\cos\alpha+x^2}\,dx = P.\cos p\alpha,$$

$$(9) \qquad \int_0^\infty \frac{x^p \sin\alpha}{1+2x\cos\alpha+x^2}\,dx = P.\sin p\alpha.$$

Es sei:

$$(10) \qquad S = \int_0^\infty\int_0^\infty \frac{x^{p-1}(1+x\cos\alpha)}{1+2x\cos\alpha+x^2}\,\frac{t^p\sin\alpha}{1+2t.\cos\alpha+t^2}\,dxdt.$$

Es ist S gleich dem Product zweier Integrale. Mittels der Gleichungen (8) und (9) findet man:

$$(11) \qquad S = P^2\cos p\alpha\sin p\alpha = P^2\frac{\sin 2p\alpha}{2}.$$

Sieht man S als Doppelintegral an, so läßt sich t durch eine Variabele z mittels der Gleichung

$$t = \frac{z}{x}$$

ersetzen. Hierdurch nimmt S folgende Form an:

$$(12) \qquad S = \int_0^\infty\int_0^\infty \frac{(1+2x\cos\alpha)z^p\sin\alpha}{(1+2x\cos\alpha+x^2)(z^2+2xz\cos\alpha+x^2)}\,dx\,dz.$$

Nun ist:

$$\frac{(1+x\cos\alpha)\sin\alpha}{(1+2x\cos\alpha+x^2)(z^2+2xz\cos\alpha+x^2)} =$$

$$\frac{(x+\cos\alpha)\cos\alpha+\dfrac{z+1}{z-1}\sin^2\alpha}{1-2z\cos 2\alpha+z^2}\,\frac{\sin\alpha}{1+2x\cos\alpha+x^2}$$

$$+\frac{-(x+z\cos\alpha)\cos\alpha+\dfrac{\cos^2\alpha(-z^2+3z)-(z+1)}{z-1}}{1-2z\cos 2\alpha+z^2}\,\frac{\sin\alpha}{z^2+2xz\cos\alpha+x^2}.$$

Wird in der Gleichung (12) die Integration nach x ausgeführt, so folgt:

$$(13)\quad S = \int_0^\infty \frac{\sin\alpha\cos\alpha\, z_p \log z}{1-2z\cos 2\alpha+z^2}\,dz + \int_0^\infty \frac{\alpha(1-z\cos 2\alpha)\,z^{p-1}}{1-2z\cos 2\alpha+z^2}\,dz.$$

Die Gleichungen (8) und (9) geben $\pi-2\alpha$ statt α und z statt x gesetzt:

$$(14)\quad \int_0^\infty \frac{z^{p-1}(1-z\cos 2\alpha)}{1-2z\cos 2\alpha+z^2}\,dz = P.\cos p(\pi-2\alpha).$$

$$(15)\quad \int_0^\infty \frac{z^p \sin 2\alpha}{1-2z\cos 2\alpha+z^2}\,dz = P.\sin p(\pi-2\alpha).$$

Die Gleichung (15) nach p differentiirt gibt:

$$\int_0^\infty \frac{z^p \log z.\sin 2\alpha}{1-2z\cos 2\alpha+z^2}\,dz = d\frac{P.\sin p(\pi-2\alpha)}{dp}.$$

Mittels dieser Gleichung und der Gleichung (14) läßt sich die Gleichung (13) auf folgende Form bringen:

$$S = \frac{1}{2}d\frac{P\sin p(\pi-2\alpha)}{dp} + \alpha.P\cos p(\pi-2\alpha),$$

d. i.:

$$S = \frac{\sin p(\pi-2\alpha)}{2}\frac{dP}{dp} + \frac{\pi\cos p(\pi-2\alpha)}{2}P.$$

Setzt man hierin für S seinen Werth aus (11) ein, so folgt:

$$\sin 2p\alpha.P^2 = \sin p(\pi-2\alpha)\frac{dP}{dp} + \pi\cos p(\pi-2\alpha).P$$

oder auch:

$$(16)\quad \begin{aligned}&\cos 2p\alpha.\left[\sin p\pi\frac{dP}{dp}+\pi\cos p\pi.P\right]\\ &+\sin 2p\alpha\left[-\cos p\pi\frac{dP}{dp}+\pi\sin p\pi.P-P^2\right] = 0.\end{aligned}$$

Da nun α innerhalb bestimmter Grenzen ein beliebiger Winkel ist, ferner P von α unabhängig, so zerfällt die Gleichung (16) in die beiden folgenden:

$$(17)\quad \begin{aligned}\sin p\pi\frac{dP}{dp}+\pi\cos p\pi.P &= 0,\\ -\cos p\pi\frac{dP}{dp}+\pi\sin p\pi P-P^2 &= 0.\end{aligned}$$

Die Elimination von $\frac{dP}{dp}$ gibt:

$$\pi P - \sin p\pi \,.\, P^2 = 0$$

oder:

$$\pi - \sin p\pi \,.\, P = 0,$$

also:

$$P = \frac{\pi}{\sin p\pi}.$$

Für diesen Werth von P werden die Gleichungen (17) erfüllt.

Man kann nach Cauchy eine ähnliche Gleichung wie die Gleichung III. aufstellen, für welche $\alpha = 0$ ist, nur hat dann $f(x)$ anderen Bedingungen, wie den in (2) und (3) enthaltenen, zu genügen. Man nehme in I. $y = x + \varepsilon i$, ferner: $x_0 = 0$, $\varepsilon_0 = 0$. Es folgt dann:

IV. $$\int_0^{x_1} [f(x+\varepsilon_1 i) - f(x)]\,dx = i\int_0^{\varepsilon_1} [f(x_1+\varepsilon i) - f(\varepsilon i)]\,d\varepsilon.$$

Ist nun $f(x+\varepsilon i) = 0$ für $x = \infty$, welchen Werth ε haben möge und $f(x+\varepsilon i) = 0$, wenn $\varepsilon = \infty$ für alle Werthe von x, so reducirt sich die Gleichung IV. für $x_1 = \infty$ und $\varepsilon_1 = \infty$ auf:

$$\int_0^{\infty} f(x)\,dx = i\int_0^{\infty} f(\varepsilon i)\,d\varepsilon$$

oder umgekehrt:

V. $$i\int_0^{\infty} f(\varepsilon i)\,d\varepsilon = \int_0^{\infty} f(x)\,dx.$$

Den an die Function $f(t)$ gestellten Bedingungen genügt für $0 < p < 1$

$$f(t) = \frac{t^{p-1}}{1+t}.$$

Die Gleichung V gibt dann:

$$i^p \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{p-1}}{1+\varepsilon i}\,d\varepsilon = \int_0^{\infty} \frac{x^{p-1}}{1+x}\,dx,$$

oder $i = e^{\frac{\pi i}{2}}$ gesetzt:

(18) $$\int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{p-1}}{1+\varepsilon i}\,d\varepsilon = P.e^{-\frac{p\pi i}{2}},$$

wo wieder P durch die Gleichung (6) definirt ist. Die Trennung der reellen und imaginären Theile in der Gleichung (18) gibt:

$$\int_0^\infty \frac{z^{p-1}}{1+z^2}\,dz = P.\cos\frac{p\pi}{2}, \quad \int_0^\infty \frac{z^p}{1+z^2}\,dz = P.\sin\frac{p\pi}{2}.$$

Es ist dann:

$$S = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{z^{p-1}}{1+z^2}\,\frac{t^p}{1+t^2}\,dz\,dt \tag{19}$$

gesetzt,

$$S = P^2\cos\frac{p\pi}{2}\sin\frac{p\pi}{2} = P^2\frac{\sin p\pi}{2}. \tag{20}$$

Führt man in S x statt t mittels der Gleichung

$$t = \frac{x}{z}$$

ein, so nimmt die Gleichung (19) folgende Form an:

$$S = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{x^p}{(1+z^2)(x^2+z^2)}\,dz.$$

Durch Ausführung der Integration nach z folgt:

$$S = \frac{\pi}{2}\int_0^\infty \frac{x^{p-1}}{1+x}\,dx$$

d. i.:

$$S = \frac{\pi}{2}P.$$

Diese Gleichung in Verbindung mit der Gleichung (20) gibt:

$$\pi P = P^2\sin p\pi$$

und hieraus:

$$P = \frac{\pi}{\sin p\pi}.$$

Diese Herleitung des Werthes von P ist etwas kürzer wie die erste, führt aber auch nicht auf die allgemeine Gleichung (5) oder (7).

Ueber einige bestimmte Integrale.

Von

A. Enneper.

In dem Aufsatz »Ueber einige elliptische Integrale« (Nachrichten v. d. K. G. d. Wissenschaften 1884 p. 175—194) sind zwei Methoden angegeben zur Herstellung einiger Relationen zwischen elliptischen Integralen. Eine genauere Untersuchung des Gegenstandes, namentlich mit Beziehung auf Verification erhaltener Resultate, hat den Verfasser noch zu weiteren Gleichungen geführt, die vielleicht der Beachtung nicht unwerth sind, mit Rücksicht auf die Einfachheit der angewandten Deductionen.

Es sei:

(1) $$P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+k\sin^2\varphi}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} \log\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\,d\varphi - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+k\sin^2\varphi}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} \log\frac{1+k\sin\varphi}{1-k\sin\varphi}\,d\varphi$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+k\sin^2\varphi}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} \log\frac{(1+\sin\varphi)(1-k\sin\varphi)}{(1-\sin\varphi)(1+k\sin\varphi)}\,d\varphi.$$

Es läßt sich auf folgende Art nachweisen, daß P von k, wo $0 \leqq k \leqq 1$, unabhängig ist. Zu diesem Zweck gehe man von der Gleichung aus:

$$d\frac{\frac{1+k\sin^2\varphi}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}}{dk} = \frac{(1+k)\sin\varphi}{(1-k^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{1-k}\,d\frac{\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}}{d\varphi}.$$

Man differentiire die Gleichung (1) nach k, multiplicire mit $1-k$. Wegen der vorstehenden Gleichung folgt dann:

$$(1-k)\frac{dP}{dk} = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\frac{\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}}{d\varphi}\cdot\log\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\,d\varphi$$

$$+\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\frac{\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}}{d\varphi}\log\frac{1+k\sin\varphi}{1-k\sin\varphi}\,d\varphi - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-k)(1+k\sin^2\varphi)}{(1-k^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\,d\varphi.$$

Im ersten und zweiten Integrale rechts wende man die integratio per partes an. Man erhält dann:

$$(1-k)\frac{dP}{dk} = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k\cos^2\varphi}{(1-k^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\,d\varphi$$

$$-2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-k)(1+k\sin^2\varphi)}{(1-k\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\,d\varphi.$$

Durch Vereinigung der rechts stehenden Integrale folgt:

$$(1-k)\frac{dP}{dk} = 0, \text{ d. i. } \frac{dP}{dk} = 0.$$

Es ist also P von k unabhängig. Für $k = 0$ gibt die Gleichung (1):

$$P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin\varphi} \log\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\,d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos\varphi} \log\frac{1+\cos\varphi}{1-\cos\varphi}\,d\varphi,$$

oder $\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2} = z$ gesetzt:

$$P = 2\int_0^1 \frac{1}{z} \log\frac{1-z}{1+z}\,dz,$$

d. i.:

$$P = \frac{\pi^2}{2}. \tag{2}$$

Mittels der Gleichungen (1) und (2) läßt sich die Gleichheit der beiden folgenden Integrale nachweisen. Es sei:

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos\theta} \log\frac{1+k\sin^2\theta+\cos\theta\,.\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}}{1+k\sin^2\theta-\cos\theta\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}}\,d\theta - \frac{\pi^2}{2}. \tag{3}$$

$$B = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin\theta} \log\frac{\sqrt{(1+k)^2-4k\sin^2\theta}+(1-k)\sin\theta}{\sqrt{(1+k)^2-4k\sin^2\theta}-(1-k)\sin\theta}\,d\theta - \frac{\pi^2}{4}. \tag{4}$$

Man setze in A:

$$\sin\theta = \frac{\cos\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}.$$

Die Gleichung (3) nimmt dann folgende Form an:

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} \log\frac{(1+\sin\varphi)(1-k\sin\varphi)}{(1-\sin\varphi)(1+k\sin\varphi)}\,d\varphi - \frac{\pi^2}{2}. \tag{5}$$

Mittels der Substitution:

$$\sin\theta = \frac{(1+k)\sin\varphi}{1+k\sin^2\varphi},$$

geht die Gleichung (4) in folgende über:

$$(6)\quad B = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-k\sin^2\varphi}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} \log\frac{(1+\sin\varphi)(1-k\sin\varphi)}{(1-\sin\varphi)(1+k\sin\varphi)}\,d\varphi - \frac{\pi^2}{4}$$

Die Gleichungen (5) und (6) geben:

$$2(A-B) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+k\sin^2\varphi}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} \log\frac{(1+\sin\varphi)(1-k\sin\varphi)}{(1-\sin\varphi)(1+k\sin\varphi)}\,d\varphi - \frac{\pi^2}{2}.$$

Wegen der Gleichungen (1) und (2) verschwindet die rechte Seite der vorstehenden Gleichung. Es ist also $2(A-B)=0$ oder

$$A = B.$$

Man kann diese Gleichung auch auf folgende einfache Art beweisen. Durch Differentiation nach k geben die Gleichungen (3) und (4):

$$(7)\quad \frac{dA}{dk} = -\frac{2}{1+k}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}}.$$

$$(8)\quad \frac{dB}{dk} = -\frac{2}{1+k}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{(1+k)^2-4k\sin^2\theta}}.$$

Mittels der Substitution:

$$\sin\theta = \frac{(1+k)\sin\varphi}{1+k\sin^2\varphi},$$

läßt sich die Gleichung (8) auf die Form bringen:

$$\frac{dB}{dk} = -\frac{2}{1+k}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}.$$

Diese Gleichung in Verbindung mit der Gleichung (7) gibt:

$$(9)\quad \frac{dA}{dk} = \frac{dB}{dk}.$$

Da nun aus (3) und (4) für $k=0$ sowohl $A=0$ wie $B=0$ ist, so folgt durch Integration der Gleichung (9) wieder

$$A = B.$$

Auf ähnliche Art läßt sich die Gleichheit der beiden folgenden Integrale M und N nachweisen, wo

$$(10)\qquad M=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\log\frac{\sqrt{1-k'^2\sin^2\varphi}+[1-(1+k)\sin^2\varphi]}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\varphi}-[1-(1+k)\sin^2\varphi]}\,d\varphi.$$

$$(11)\qquad N=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\arcsin\left(\frac{1-k}{1+k}\sin\varphi\right)}{\sin\varphi}\,d\varphi.$$

Es sind k und k' durch die Gleichung $k^2+k'^2=1$ verbunden. Die Gleichung (11) läßt sich auch schreiben

$$N=-\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\frac{\log\frac{1+\cos\varphi}{1-\cos\varphi}}{d\varphi}\cdot\arcsin\left(\frac{1-k}{1+k}\sin\varphi\right)d\varphi.$$

Durch Anwendung der integratio per partes läßt sich N auf folgende Form bringen:

$$(12)\qquad N=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\frac{1-k}{1+k}\cos\varphi}{\sqrt{1-\left(\frac{1-k}{1+k}\right)^2\sin^2\varphi}}\log\frac{1+\cos\varphi}{1-\cos\varphi}\cdot d\varphi.$$

Da nun allgemein:

$$\int_0^{\pi}F(\cos\varphi)\,d\varphi=\int_0^{\frac{\pi}{2}}[F(\cos\varphi)+F(-\cos\varphi)]\,d\varphi,$$

so läßt sich die Gleichung (12) auch auf folgende Art schreiben:

$$(13)\qquad N=\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\frac{(1-k)\cos\varphi}{\sqrt{(1+k)^2-(1-k)^2\sin^2\varphi}}\log\frac{1+\cos\varphi}{1-\cos\varphi}\cdot d\varphi.$$

Die Gleichungen (10) und (11) nach k differentiirt geben:

$$(14)\qquad \begin{cases}\dfrac{dM}{dk}=-\dfrac{2}{1+k}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\varphi}},\\[2ex] \dfrac{dN}{dk}=-\dfrac{4}{1+k}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\varphi}{\sqrt{(1+k)^2-(1-k)^2\sin^2\varphi}},\end{cases}$$

oder auch

$$(15)\qquad \frac{dN}{dk}=-\frac{2}{1+k}\int_0^{\pi}\frac{d\varphi}{\sqrt{(1+k)^2-(1-k)^2\sin^2\varphi}}.$$

Mittels der bekannten Substitution:

$$\sin\varphi = \frac{(1+k)\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\theta}} \tag{16}$$

nimmt die Gleichung (15) die Form an:

$$\frac{dN}{dk} = -\frac{2}{1+k}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\theta}}.$$

Nach (14) ist also:

$$\frac{dM}{dk} = \frac{dN}{dk}.$$

Hieraus folgt:

$$M = N,$$

da für $k = 0$ sich M und N auf

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log\frac{1+\cos\varphi}{1-\cos\varphi}\, d\varphi$$

reduciren.

Mittelst der Substitution (16) läßt sich der Werth von N aus (13) wie folgt darstellen:

$$N = \frac{1-k}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-(1+k)\sin^2\theta}{1-k'^2\sin^2\theta} \log\frac{\sqrt{1-k'^2\sin^2\theta}+[1-(1+k)\sin^2\theta]}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\theta}-[1+(1+k)\sin^2\theta]}\, d\theta.$$

Es werde wieder rechts φ statt θ gesetzt und dann mittels der so erhaltenen Gleichung und der Gleichung (10) $M-N=0$ gebildet. Durch Division mit $\frac{1+k}{2}$ folgt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-(1-k)\sin^2\varphi}{1-k'^2\sin^2\varphi} \log\frac{\sqrt{1-k'^2\sin^2\varphi}+[1-(1+k)\sin^2\varphi]}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\varphi}-[1-(1+k)\sin^2\varphi]}\, d\varphi = 0.$$

Man kann diese Gleichung auch direct beweisen, sie folgt aus dem evidenten Resultate:

$$\int_0^{\pi} \log\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}\, d\theta = 0,$$

mit Hülfe der Substitution:

$$\sin\theta = \frac{(1+k)\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\varphi}}.$$

Setzt man:

$$\sin\theta\,\frac{(1+k)\sin\varphi}{1+k\sin^2\varphi},$$

so geht die Gleichung:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin\theta}\log\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}\,d\theta = \frac{\pi^2}{2}$$

über in:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-k\sin^2\varphi}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}\log\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\,d\varphi$$
$$+\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-k\sin^2\varphi}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}\log\frac{1+k\sin\varphi}{1-k\sin\varphi}\,d\varphi = \frac{\pi^2}{2}.$$

Diese Gleichung mit den Gleichungen (1) und (2) durch Addition und Subtraction combinirt gibt die beiden folgenden Relationen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}\log\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\,d\varphi$$
$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k\sin\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}\log\frac{1+k\sin\varphi}{1-k\sin\varphi}\,d\varphi = \frac{\pi^2}{2}.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k\sin\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}\log\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\,d\varphi$$
$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}\log\frac{1+k\sin\varphi}{1-k\sin\varphi}\,d\varphi = 0.$$

Ueber das Maximum eines Vierecks von gegebenen Seiten.

Von

A. Enneper.

Die Seiten eines Vierecks mögen bestimmte Längen haben, um ihre Endpuncte aber drehbar sein, so daß das Viereck verschiedene Formen annehmen kann. Es bieten sich hierbei einige geometrische Fragen dar, die nicht ohne Interesse sind. So bildet z. B. der Ort der Schnittpuncte der Diagonalen des Vierecks eine algebraische Curve; die Verbindungslinie der Mitten beider Diagonalen hat zur Enveloppe eine algebraische Curve u. s. w. Von diesen Fragen soll nur die dem Inhalt des Vierecks in Beziehung auf den Maximalwerth behandelt werden, da sich eine sehr einfache Lösung ergiebt, welche in dem folgenden Satz enthalten ist:

> Sind die Seiten von bestimmter Länge eines Vierecks um ihre Endpuncte drehbar, so ist der Inhalt des Vierecks ein Maximum, wenn sich dasselbe einem Kreise einbeschreiben läßt.

Eine möglichst einfache Herleitung dieses Satzes bildet den Gegenstand der folgenden Zeilen. In Beziehung auf ein orthogonales Coordinatensystem kann immer angenommen werden, daß eine Seite des Vierecks auf der Axe der x liege. Die Coordinaten der Endpuncte der Seite seien a, o und a_1, o, wo der Einfachheit halber $a_1 > a$ sei. Die Coordinaten der beiden anderen Eckpuncte seien x, y und x_1, y_1. Die Länge der Verbindungslinie der Puncte (a, o) und (x, y) sei gleich b, die Distanz der Puncte (x, y) (x_1, y_1) sei gleich c, die Distanz der Puncte (x_1, y_1) und (a_1, o) sei gleich b_1 Endlich setze man $a_1 - a = c_1$. Es sind dann b, b_1, c und c_1 die Seiten des Vierecks. In Folge der getroffenen Bezeichnungen finden nun folgende Gleichungen statt.

$$(x-a)^2+y^2 = b^2. \tag{1}$$

$$(x_1-a_1)^2+y_1^2 = b_1^2. \tag{2}$$

$$(x-x_1)^2+(y-y_1)^2 = c^2. \tag{3}$$

$$a_1-a = c_1. \tag{4}$$

Wird der Inhalt des Vierecks durch S bezeichnet, so ist:

$$2S = \pm \begin{vmatrix} y & x-a_1 \\ y_1 & x_1-a \end{vmatrix}, \tag{5}$$

wo rechts das obere oder untere Zeichen zu nehmen ist, je nachdem der Werth der Determinante positiv oder negativ ist.

Die Gleichungen (1) und (2) von der Gleichung (3) subtrahirt geben:

$$(6) \qquad b^2+b_1^2 = (a^2+a_1^2)-c^2 = 2yy_1+2xx_1-2ax-2a_1x_1.$$

Setzt man zur Abkürzung nach (4) $a_1-a=c_1$ und:

$$(7) \qquad \frac{b^2+b_1^2-c_1^2-c^2}{2} = \rho,$$

so läßt sich die Gleichung (6) auf folgende Form bringen:

$$(8) \qquad yy_1+(x-a_1)(x_1-a) = \rho.$$

Die Gleichungen (1) bis (5) enthalten die Variabeln x, y, x_1, y_1, von denen aber nur eine arbiträr bleibt. Man bilde das Quadrat der Gleichung (5), setze für y^2, y_1^2, yy_1 ihre Werthe aus (1), (2) und (8) ein. Es folgt dann:

$$(9) \qquad 4S^2 = \begin{vmatrix} b^2+a_1^2-a^2-2(a_1-a)x, & \rho \\ \rho & , \; b_1^2-a_1^2+a^2+2(a_1-a)x \end{vmatrix}.$$

Führt man die abkürzenden Bezeichnungen ein:

$$(10) \qquad \begin{aligned} b^2+a_1^2-a^2-2(a_1-a)x &= p, \\ b_1^2-a_1^2+a^2+2(a_1-a)x_1 &= p_1, \end{aligned}$$

so läßt sich die Gleichung (9) auf die einfache Form:

$$(11) \qquad 4S^2 = pp_1-\rho^2.$$

bringen. Mittels der Gleichungen (1) und (2) findet man leicht, daß die in (10) definirten Quantitäten die Quadrate der Verbindungslinien der Puncte (x, y), (a_1, o) und (x_1, y_1), (a, o) sind, oder kürzer, es sind p und p_1 die Quadrate der Diagonale des Vierecks. Zwischen p und p_1 erhält man auf folgende Art eine Relation. Die Gleichung (8) gibt:

$$yy_1 = \rho-(x-a_1)(x_1-a).$$

Man bilde das Quadrat dieser Gleichung, substituire die Werthe von y^2 und y_1^2 aus (1) und (2). Es folgt dann:

$$[b^2-(x-a)^2][b_1^2-(x_1-a_1)^2] = [\rho-(x-a_1)(x_1-a)]^2,$$

oder entwickelt:

$$(12) \qquad \begin{aligned} b^2b_1^2-b^2(x_1-a_1)^2-b_1^2(x-a)^2+(x_1-x)(a_1-a)[2xx_1-(a_1+a)(x+x_1)+2aa_1] \\ = \rho^2-2\rho(x-a_1)(x_1-a). \end{aligned}$$

Die Gleichungen (10) geben, $a_1 - a = c_1$ gesetzt:

$$(13)\quad 2c_1(x-a) = b^2 + c_1^2 - p, \quad -2c_1(x_1 - a_2) = b_1^2 + c_1^2 - p_1.$$

Hieraus durch Addition:

$$(14)\quad 2c_1(x_1 - x) = p + p_1 - (b^2 + b_1^2).$$

Es ist ferner, mit Rücksicht auf (13):

$$(15)\quad \begin{aligned} &2xx_1 - (a+a_1)(x+x_1) + 2aa_1 = 2(x-a)(x_1-a_1) - c_1(x_1 - x) = \\ &-\frac{1}{2c_1^2}[pp_1 - pb_1^2 - p_1 b^2 + b^2 b_1^2 + c_1^4]. \end{aligned}$$

Mittels der Gleichungen (13), (14) und (15) nimmt die Gleichung (12) folgende Form an:

$$(16)\quad \begin{aligned} &-pp_1(p+p_1) + 2pp_1(b^2 + b_1^2 - \rho) - p(b_1^2 - c_1^2)^2 - p_1(b^2 - c_1^2)^2 \\ &= 4\rho^2 c_1^2 + 2\rho(b^2 - c_1^2)(b_1^2 - c_1^2) - 2\rho p_1(b^2 - c_1^2) - 2\rho p(b_1^2 - c_1^2). \end{aligned}$$

Nun ist nach (7):

$$(17)\quad \left\{\begin{array}{c} 2(b^2 + b_1^2) - 2\rho = b^2 + b_1^2 + c^2 + c_1^2, \\ b_1^2 - c_1^2 - 2\rho = c^2 - b^2, \quad b^2 - c_1^2 - 2\rho = c^2 - b_1^2, \\ 2\rho c_1^2 + (b^2 - c_1^2)(b_1^2 - c_1^2) = b^2 b_1^2 - c^2 c_1^2. \end{array}\right.$$

Man setze zur Vereinfachung:

$$(18)\quad \begin{aligned} b^2 + b_1^2 - \rho &= A, \\ (b_1^2 - c_1^2)(c^2 - b^2) &= B, \quad (b^2 - c_1^2)(c - b_1^2) = B_1. \end{aligned}$$

Mittels der Gleichungen (17) und (18) läßt sich die Gleichung (16) einfacher auf folgende Art schreiben:

$$(19)\quad pp_1(p+p_1) - 2pp_1 A + p_1 B_1 + pB + 2\rho(b^2 b_1^2 - c^2 c_1^2) = 0.$$

In Folge dieser Gleichung kann man eine der Quantitäten p und p_1 als Function der anderen ansehn, so daß der in (11) aufgestellte Ausdruck für S^2 nur noch eine Variabele enthält. Man sehe p und p_1 beide als Functionen einer dritten Variabel w an. Die Gleichung (19) giebt dann nach w differentiirt:

$$\frac{dp}{dw}(p_1^2 + 2pp_1 - 2p_1 A + B) + \frac{dp_1}{dw}(p^2 + 2pp_1 - 2pA + B_1) = 0.$$

Bedeutet λ eine Unbestimmte, so läßt sich diese Gleichung durch die beiden folgenden ersetzen:

$$(20)\quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{dp}{dw} = \lambda(p^2 + 2pp_1 - 2pA + B_1), \\ \dfrac{dp_1}{dw} = -\lambda(p_1^2 + 2pp_1 - 2p_1 A + B). \end{array}\right.$$

Nimmt man $w = p$, so gibt die erste Gleichung:

$$1 = \lambda(p^2 + 2pp_1 - 2pA + B_1).$$

Die Gleichung (11) nach w differentiirt gibt:

$$4\frac{dS^2}{dw} = p_1\frac{dp}{dw} + p\frac{dp_1}{dw},$$

d. i. nach (20):

$$4\frac{dS^2}{dw} = \lambda[-p(pp_1 + B) + p_1(pp_1 + B_1)]. \tag{21}$$

Für ein Maximum oder Minimum ist:

$$p(pp_1 + B) = p_1(pp_1 + B_1). \tag{22}$$

Diese Gleichung mit der Gleichung (19) combinirt giebt:

$$\begin{aligned} p(pp_1 + B) &= pp_1 A - \rho(b^2 b_1^2 - c^2 c_1^2), \\ p_1(pp_1 + B_1) &= pp_1 A - \rho(b^2 b_1^2 - c^2 c_1^2). \end{aligned} \tag{23}$$

Aus diesen Gleichungen sind die Werthe von p und p_1 zu bestimmen. Man bilde das Product der Gleichungen (23), substituire aus (18) die Werthe von A, B und B_1. Es ist dann:

$$\begin{aligned} pp_1[pp_1 - (b_1^2 - c_1^2)(b^2 - c^2)][pp_1 - (b^2 - c_1^2)(b_1^2 - c^2)] \\ = [pp_1(b^2 + b_1^2 - \rho) - \rho(b^2 b_1^2 - c^2 c_1^2)]^2. \end{aligned} \tag{24}$$

Setzt man weiter:

$$pp_1 = (bb_1 + cc_1)^2 + t, \tag{25}$$

so ergiebt sich aus (24) für t folgende cubische Gleichung:

$$\begin{aligned} [t + (bb_1 + cc_1)^2][t + (b_1 c + b c_1)^2][t + (bc + b_1 c_1)^2] \\ = [t(b^2 + b_1^2 - \rho) + (bb_1 + cc_1)(b_1 c + b c_1)(bc + b_1 c_1)]^2. \end{aligned}$$

Eine Wurzel dieser Gleichung ist $t = 0$. Die beiden andern folgen aus:

$$\left[t + \frac{(bb_1 + cc_1)^2 + (b_1 c + b c_1)^2 + (bc + b_1 c_1)^2 - (b^2 + b_1^2 - \rho)^2}{2}\right]^2 =$$

$$\begin{aligned} &\tfrac{1}{4}[(bb_1 + cc_1)^2 + (b_1 c + b c_1)^2 - (bc + b_1 c_1)^2 - (b^2 + b_1^2 - \rho)^2)]^2 \\ &\quad - [(bb_1 + cc_1)(b_1 c + b c_1) - (bc + b_1 c_1)(b^2 + b_1^2 - \rho)]^2. \end{aligned}$$

Wird der Werth von ρ aus (7) eingesetzt, so nimmt die vorstehende Gleichung folgende Form an:

$$\left[t+\frac{-(b^2-b_1^2)^2-(c^2-c_1^2)^2+2(b^2+b_1^2)(c^2+c_1^2)+24bb_1cc_1}{8}\right]^2=$$

$$\tfrac{1}{64}(b+b_1+c+c_1)^2(b-b_1+c-c_1)^2(b-b_1-c+c_1)^2(b+b_1-c-c_1)^2=$$
$$\tfrac{1}{64}[(b^2-b_1^2)^2+(c^2-c_1^2)^2-2(b^2+b_1^2)(c^2+c_1^2)+8bb_1cc_1]^2.$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind:

$$t=-4bb_1cc_1,$$
$$t=\frac{(b^2+b_1^2-c^2-c_1^2)^2}{4}-(bb_1+cc_1)^2.$$

Fügt man noch die Wurzel $t=0$ hinzu, so entsprechen nach (25) der Gleichung (24) folgende drei Werthe von pp_1:

(26) $$pp_1=(bb_1+cc_1)^2.$$

(27) $$pp_1=(bb_1-cc_1)^2.$$

(28) $$pp_1=\frac{(b^2+b_1^2-c^2-c_1^2)^2}{4}.$$

Da b und b_1, sowie c und c_1 gegenüberliegende Seiten des Vierecks, p und p_1 die Quadrate der Diagonalen sind, so drückt die Gleichung (26) aus, daß die Eckpuncte des Vierecks auf dem Umfang eines Kreises liegen. Die Gleichung (27) folgt aus (26) durch Vertauschung von c_1 mit $-c_1$, oder von a mit a_1. Nach (7) läßt sich die Gleichung (28) schreiben $pp_1=\rho^2$, dann ist aber nach (11) $S^2=0$, also auch $S=0$.

In die Gleichungen (23) setze man den Werth von pp_1 aus (26), ferner die Werthe von ρ, A, B und B_1 aus (7) und (18). Es ergeben sich dann für p und p_1 die folgenden Werthe:

(29)
$$p(b_1c+bc_1)=(bb_1+cc_1)(bc+b_1c_1),$$
$$p_1(bc+b_1c_1)=(bb_1+cc_1)(b_1c+bc_1).$$

Mittels der Gleichungen (7), (11) und (26) folgt für das Quadrat des Inhalts S der Ausdruck:

(30) $$16S^2=4(bb_1+cc_1)^2-(b^2+b_1^2-c^2-c_1^2)^2.$$

Daß den Werthen von p und p_1 aus (29) nach (30) ein Maximum von S entspricht ergiebt sich auf folgende Art. Man bilde aus (26) $\frac{d^2S^2}{dw^2}$ und lasse die Terme weg, welche nach (22) verschwinden. Es ist dann:

$$4\frac{d^2S^2}{dw^2}=\lambda\left[(p_1^2-2pp_1-B)\frac{dp}{dw}-(p^2-2pp_1-B_1)\frac{dp_1}{dw}\right].$$

Wegen der Gleichungen (20) wird die vorstehende Gleichung:

$$2\frac{d^2S^2}{dw^2} = \lambda^2 Z, \tag{31}$$

wo zur Abkürzung gesetzt ist:

$$Z = -3p^2p_1^2 - 2pp_1(B+B_1) - BB_1 + Ap(pp_1+B) + Ap_1(pp_1+B_1).$$

Nach (23) läßt sich dieser Ausdruck auch schreiben:

$$Z = -(pp_1+B)(pp_1+B_1) - pp_1(pp_1+B) - pp_1(pp_1+B_1) + 2pp_1A^2 - 2\rho(b^2b_1^2 - c^2c_1^2)A. \tag{32}$$

Man setze hierin nach (26) $pp_1 = (bb_1+cc_1)^2$, substituire die Werthe von A, B und B_1 aus (18). Es ist dann wegen des Werthes von ρ aus (7):

$$2pp_1A - 2\rho(b^2b_1^2 - c^2c_1^2) = 2pp_1(b^2+b_1^2) - 4\rho bb_1(bb_1+cc_1) = 2(bb_1+cc_1)[(b^2+b_1^2)cc_1 + (c^2+c_1^2)bb_1].$$

Da ferner

$$2A = b^2+b_1^2+c^2+c_1^2,$$

so läßt sich der in (32) für Z aufgestellte Ausdruck wie folgt schreiben:

$$Z = -(b_1c+bc_1)^2(bc+b_1c_1)^2 - (bb_1+cc_1)^2(b_1c+bc_1)^2 - (bb_1+cc_1)^2(bc+b_1c_1)^2 + (b^2+b_1^2+c^2+c_1^2)(bb_1+cc_1)[(b^2+b_1^2)cc_1 + (c^2+c_1^2)bb_1],$$

oder einfacher:

$$Z = bb_1cc_1[(b^2+b_1^2-c^2-c_1^2)^2 - 4(bb_1+cc_1)^2]$$

d. i. nach (30):

$$Z = -16bb_1cc_1S^2.$$

Die Gleichung (31) wird hierdurch:

$$\frac{d^2S^2}{dw^2} = -8bb_1cc_1\lambda^2S^2.$$

Diese Gleichung zeigt, daß die Werthe von p und p_1 aus (29) ein Maximum von S bestimmen.

Beweis des Multiplications-Theorems für die Determinanten.

Von

M. Falk aus Upsala.

Vorgelegt von E. Schering.

Führt man folgende Bezeichnungen ein:

$$(uv) = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \ldots + u_n v_n,$$

$$A = \begin{vmatrix} (a\alpha), & (a\beta), & \ldots, & (ax) \\ (b\alpha), & (b\beta), & \ldots, & (bx) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ (k\alpha), & (k\beta), & \ldots, & (kx) \end{vmatrix},$$

$$D = \begin{vmatrix} a_1, & b_1, & c_1, & \ldots, & k_1 \\ a_2, & b_2, & c_2, & \ldots, & k_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_n, & b_n, & c_n, & \ldots, & k_n \end{vmatrix}, \quad \Delta = \begin{vmatrix} \alpha_1, & \beta_1, & \gamma_1, & \ldots, & x_1 \\ \alpha_2, & \beta_2, & \gamma_2, & \ldots, & x_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_n, & \beta_n, & \gamma_n, & \ldots, & x_n \end{vmatrix},$$

so handelt es sich darum zu beweisen, daß

$$A = D.\Delta$$

ist.

Wenn man nicht von Determinanten erster Ordnung reden will, für welche das Gesetz unmittelbar klar ist, kann man durch eine außerordentlich kurze und einfache Rechnung die Gültigkeit des fraglichen Gesetzes für Determinanten zweiter Ordnung darlegen, wonach man nur zu beweisen braucht, daß das Gesetz für Determinanten $n$ter Ordnung gültig bleibt, wenn es für Determinanten $(n-1)$ter Ordnung gilt. Dies kann folgendermaßen ausgeführt werden.

Setzt man

$$A_r = \begin{vmatrix} a_r, & (a\beta), & \ldots, & (ax) \\ b_r, & (b\beta), & \ldots, & (bx) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ k_r, & (k\beta), & \ldots, & (kx) \end{vmatrix}$$

und wendet auf die erste Colonne von A, deren Elemente n-gliedrige Summen sind, das bekannte distributive Gesetz der Determinanten an, so bekommt man

$$A = \sum_{r=1}^{n} a_r . A_r.$$

Werden ferner in A_r die Elemente der ersten Colonne successive mit $\beta_r, \gamma_r, \ldots \varkappa_r$ multiplicirt und von den entsprechenden Elementen beziehungsweise der zweiten, dritten, . . ., $n$ten Colonne subtrahirt, so erhält man, wenn man

$$(uv)_r = (uv) - u_r v_r$$

setzt, für A_r den Ausdruck:

$$A_r = \begin{vmatrix} a_r, & (a\beta)_r, & (a\gamma)_r, & \ldots, & (a\varkappa)_r \\ b_r, & (b\beta)_r, & (b\gamma)_r, & \ldots, & (b\varkappa)_r \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ k_r, & (k\beta)_r, & (k\gamma)_r, & \ldots, & (k\varkappa)_r \end{vmatrix}.$$

Da jetzt $a_r, b_r, \ldots, k_r$ nur in der ersten Colonne von A_r vorkommen, hat man nach einem bekannten elementaren Satze:

$$A_r = a_r \cdot \frac{\partial A_r}{\partial a_r} + b_r \frac{\partial A_r}{\partial b_r} + \ldots + k_r \cdot \frac{\partial A_r}{\partial k_r},$$

wo die Ableitungen von A_r-Determinanten $(n-1)$ter Ordnung sind, welche in bekannter Weise zu bilden sind. Da das Multiplicationsgesetz für Determinanten $(n-1)$ter Ordnung hier als bewiesen vorauszusetzen ist, wende man dasselbe auf jede einzelne dieser Ableitungen von A_r an und bekommt dann, wenn man die Entwickelungen

$$D = a_r \frac{\partial D}{\partial a_r} + b_r \frac{\partial D}{\partial b_r} + \ldots + k_r \frac{\partial D}{\partial k_r},$$

$$\Delta = \sum_{r=1}^{n} \alpha_r \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha_r}$$

benutzt, die Gleichungen

$$\frac{\partial A_r}{\partial a_r} = \frac{\partial D}{\partial a_r} \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha_r}, \quad \frac{\partial A_r}{\partial b_r} = \frac{\partial D}{\partial b_r} \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha_r}, \ldots, \frac{\partial A_r}{\partial k_r} = \frac{\partial D}{\partial k_r} \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha_r},$$

welche, in die Entwickelung von A_r eingesetzt,

$$A_r = \left(a_r \frac{\partial D}{\partial a_r} + b_r \frac{\partial D}{\partial b_r} + \ldots + k_r \frac{\partial D}{\partial k_r}\right) \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha_r}$$

ergeben, oder

$$A_r = D \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha_r}.$$

Wird endlich dieser Ausdruck für A_r in die Entwickelung von A eingeführt, so erhält man

$$A = D.\sum_{r=1}^{n} a_r \frac{\partial \Delta}{\partial a_r} \quad \text{d. h.} \quad A = D.\Delta,$$

w. z. b. w.

Göttingen, den 30. December 1884.

Beitrag zur Kenntniß der sympathischen Nerven.

Von

Cand. med. **Fr. Huth.**

Aus dem anatomischen Institut in Königsberg.

Vorgelegt von F. Merkel.

Die Untersuchung der sympathischen Nervenstämme, welche von den großen Ganglien des Bauches zu Leber, Milz und Niere hingehen, ergab die Existenz von Hohlräumen in denselben, welche bis jetzt vollkommen unbekannt sind. Sie wurden beim Menschen, Pferd, Schwein, Rind, Schaf, Hund, im Grenzstrang des Frosches und beim Zander (Lucioperca sandra) gefunden.

Die Nerven zeigen auf dem Querschnitt ein Aussehen, welches auf den ersten Blick an dasjenige schlecht conservirter markhaltiger Fasern erinnert. Ringartige Figuren sind von nicht ganz regelmäßigen Conturen begrenzt und bilden den gesammten Querschnitt, wenn man von den äußerst spärlichen Bindegewebsseptis absieht. Genauere Betrachtung zeigt, daß die Ringe leer sind und daß ihre Wand von den sympathischen Nervenfasern gebildet wird, welche theils dicht aneinander gereiht, theils durch eine geringe Menge von Zwischensubstanz gegenseitig getrennt sind. Die Vergleichung mit Längsansichten ergibt, daß die runden, leeren Figuren langgestreckten Röhren entsprechen, welche durch den Nerven hinziehen. Dieselben können kaum anders, wie als Lymphräume gedeutet werden, obgleich eine Injection bis jetzt allerdings nicht hat gelingen wollen.

Die Räume existiren nur an den größeren Nerven, die kleinen Aestchen im Innern der Organe lassen sie vollständig vermissen.

Entwickelungsgeschichtlich konnten diese Lymphräume bis herunter zu Rindsembryonen von 20 cm und Schweinsembryonen von 23 cm Länge nachgewiesen werden.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

(Fortsetzung.)

L. Kronecker, Beweis, daß für jede Primzahl p die Gleichung $1+x+x^2+\ldots x^{p-1}=0$ irreductibel ist. S. A. aus dem Journal für reine u. angewandte Mathematik.
Ders., über die Bernoulli'schen Zahlen. S. A. aus dems.
Ders., Beweis des Reciprocitätsgesetzes für die quadratischen Reste etc. S. A. aus dems.
Ders., Bemerkungen über ein System von Differentialgleichungen etc. S. A. aus dems.
Boletin de la academia nacional de ciencias en Cordoba. T. VI. Entr. 2. 3.
Bijdragen tot de taal- land- en volkenkunde van nederlandsch Indie. D. VIII. St. 3.
Sitzungsberichte der mathematisch-physical. Classe der k. k. Academie der Wissenschaften zu München. 1884. Heft 2. 3.
Memorie della regia accademia in Modena. Ser. II. Vol. II.
Anales de la sociedad cientifica argentina. T. XVIII. Entr. 4.
E. L. Holmberg, la sierra de Cura. Malal. Buenos Ayres 1884.
Berichte über die Verhandlungen der k. sächsischen Gesellsch. der Wissensch. zu Leipzig. Mathematisch-physical. Cl. 1883. Philologisch-histor. Cl. 1883. I. II.
Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der k. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. Bd. XIII. Nr. 1.
Abhandlungen der philologisch-historischen Classe der k. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. Bd. IX. Nr. 2—6.
Annales de l'observatoire royal de Bruxelles. T. V. fasc. 2.
Jahrbücher der königl. Academie gemeinnütziger Wissenschaften zu Erfurt. N. F. Heft XII.
Memoirs of the museum of comparative zoology at Haward College. Vol. IX. Nr. 3.
Mittheilungen des Vereins der Aerzte in Steiermark. 1883.
Festschrift der königl. technischen Hochschule zu Berlin. Berlin 1884. 4.
Bulletin de l'academie roy. des. sciences etc. de Belgique. 3e sér. T. VIII. Nr. 9. 10.
Mittag-Leffler, Acta mathematica. 5, 1 (in duplo)
Bulletin de la société mathematique de France. T. XII. Nr. 4.
Verhandlungen der 7. Conferenz der europäischen Gradmessungen. Berlin 1884. Annex II. Rapport sur les triangulations par A. Ferrero.
C. F. W. Peters, die gegenseitige Lage der Sternwarte zu Altona u. Kiel 1884.
Bulletin de la société impériale des naturalistes de Moscou. Année 1884. Nr. 1.
Anuario del observatorio astronomico nacional de Tacubaya. Año V.
Boncompagni, Lettre de Ch. F. Gauss al Dr. G. M. Olbers. Berlin 1883.
— Lettera di C. F. Gauss al Dr. E. G. M. Olbers. Roma 1883.
— intorno ad una lettera di C. F. Gauss al Dr. E. G. M. Olbers. Roma 1884.
— Lettre etc. Extrait de la revue des questions scientif. Octobre 1884.
A. Williams, mineral resources of the united states (U. S. geological survey.)
The transactions of the academy of science of St. Louis. Vol. IV. Nr. 3.
Struckmann, Die Einhornhöhle bei Scharzfeld am Harz. S. A. aus d. Archiv f. Anthropol. XV. 4.

December 1884.

Ztschr. für Naturwissenschaften, herausgegeben im Auftrage des naturwissenschaftl. Vereins für Sachsen und Thüringen. Bd. LVII. Heft 4.
L. von Beckh-Widmanstetter, ein Kampf ums Recht. Graz 1884.

(Fortsetzung folgt.)

Für die Redaction verantwortlich: Dr. *Henle*, Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

1. Juli. **№ 5.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 2. Mai 1885.

H. A. Schwarz, über ein auf künstlichem Wege hergestelltes Relief, dessen Gestalt mit einem Theile der Mondoberfläche große Aehnlichkeit hat.

P. de Lagarde, Asadis persisches Glossar (erscheint in den Abhandlungen).

Sitzung vom 6. Juni 1885.

F. Kielhorn, der Grammatiker Pâṇini.

C. Wachsmuth, Corresp., einige antiquarische Bemerkungen zu dem Codex des Privatrechts von Gortyn.

L. Kiepert, Corresp., über eine Resolvente derjenigen algebraischen Gleichung, von welcher in der Theorie der elliptischen Functionen die Theilung der Perioden abhängt.

Der Grammatiker Pâṇini.

Von

F. Kielhorn.

Prof. Pischel hat in der Zeitschr. d. D. Morg. Ges. XXXIX S. 95—98 zwei Verse eines Dichters *Pâṇini* aus *Nami's* Rudraṭakâvyâlaṃkâraṭippanaka mitgetheilt und wahrscheinlich zu machen gesucht daß der Dichter und der Grammatiker Pâṇini eine Person seien. Dieser Pâṇini würde in das 6te, frühestens 5te Jahrhundert nach Chr. zu setzen sein, und es würde dann keine so große Lücke zwischen der *Ashṭâdhyâyî* und der *Kâśikâ* bestehen 'wie man jetzt annehmen muß, und wie es ganz unwahrscheinlich ist'.

Ich will versuchen mit wenigen Worten darzulegen was uns über das gegenseitige Verhältniß der erhaltenen grammatischen Werke

der Inder von Pâṇini bis etwa zur Mitte des 7ten Jahrhunderts nach Chr. bekannt ist. Vorher jedoch bemerke ich daß Nami's Worte ebensowenig wie eine anonyme Strophe ein Beweis für die Identität des Dichters und des Grammatikers Pâṇini sein können und daß die von Nami citirten Stellen eher gegen als für solche Identität sprechen.

'Obgleich', so übersetze ich abweichend von Pischel, 'der Gebrauch falscher Formen schon indirect dadurch verboten ist daß vom Dichter umfassende gelehrte Bildung (und deshalb natürlich auch eine Kenntniß der Grammatik[1])) verlangt worden ist, so tadelt der Verfasser doch noch ausdrücklich den Gebrauch solcher Formen um zu zeigen daß man besondere Aufmerksamkeit auf ihre Vermeidung verwenden müsse, weil er findet daß sogar große (und mit der Grammatik vertraute) Dichter (aus Unachtsamkeit) falsche Formen gebraucht haben'. Als Beweise für den Schluß des Satzes citirt Nami zwei Stellen Pâṇini's in denen गृह्य fälschlich für गृहीत्वा[2]) und पश्यती fälschlich für पश्यन्ती gebraucht worden sind. Ist es aber wahrscheinlich, daß der Grammatiker Pâṇini seine eigenen Regeln VII, 1, 37 समासेऽनञ्पूर्वे क्त्वो ल्यप् und VII, 1, 81 ल्यपि लघुपूर्वात् vergessen haben sollte?

Wichtiger ist die Frage nach dem Zeitalter dieses Pâṇini. Wenn ich hier zunächst meine eigene Ansicht aussprechen darf, so ist es die daß Pâṇini der vedischen Litteratur weit näher steht als der sogenannten classischen; daß er einer Zeit angehört in der das Sanskṛit mehr war als eine Sprache der Gelehrten.

Ich gebe zu, daß das Bestreben die Zeit eines Grammatikers aus den von ihm gegebenen Beispielen bestimmen zu wollen, zu einem sichern Resultate deshalb nicht immer führen kann, weil wir nicht wissen ob solche Beispiele von ihm selbst gebildet oder seinen Vorgängern entnommen sind. Dieselben Beispiele finden sich in den Werken der jüngeren wie in denen der älteren Grammatiker. Wäre das Mahâbhâshya verloren gegangen, so würden wir aus den Beispielen der Kâśikâ für den Gebrauch des Imperfectums (Kâś. III, 2, 111) und aus der Erwähnung des Pushyamitra für das Alter dieses Werkes vielleicht dieselben Schlüsse ziehn die jetzt für das Mahâbhâshya gezogen werden trotz der Thatsache daß Patañjali ältere Werke ebenso benutzt hat wie es die Verfasser der Kâśikâ gethan haben. Wenn aber Pâṇini z. B. in Uebereinstimmung mit dem vorherrschenden Gebrauche der ältern Sprache das Periphr. Perfectum nur mit dem Verbum kṛi bildet, während die Schriftsteller des 6ten Jahrhunderts kṛi, bhû und as ohne Unterschied gebrauchen;

---

[1]) Siehe Kâvyaprakâśa pag. 3.

[2]) Für क्त्वोऽपवादे ग्रः ist क्त्वो ल्यबादेशः zu lesen.

wenn seine Lehre über die Verwendung des Aorists durch die Praxis der Brâhmaṇas bestätigt wird, während die spätere Zeit das Verständniß für die Unterschiede der Tempora der Vergangenheit verloren hat; wenn seine Regeln für den Gebrauch der Casus in einem Brâhmaṇa bis in die geringfügigsten Details beobachtet werden, Abweichungen von denselben dagegen bei classischen Schriftstellern nicht selten sind, so fühlen wir daß wir auf festerem Boden stehn, und werden Pâṇini eher Jahrhunderte vor Chr. als zusammen mit *Kâlidâsa*, *Bhâravi* u. a. etwa in das 5te oder 6te Jahrhundert nach Chr. setzen.

Wie aber verhält es sich dann mit der Lücke welche in diesem Falle zwischen Pâṇini und der Kâśikâ bestehen würde und deren Vorhandensein Prof. Pischel als unwahrscheinlich bezeichnet hat? A priori ist es vollständig gleichgültig, ob wir die Kâśikâ 200 oder 1200 Jahre nach Pâṇini verfaßt sein lassen, denn wir haben nicht den geringsten Grund anzunehmen daß sie einer der frühesten oder überhaupt einer der alten Commentare zu Pâṇini's Grammatik gewesen sei. Die uns bekannten Thatsachen erhärten vielmehr das Gegentheil. Von mehr als funfzig Regeln können wir beweisen daß sie in der Kâśikâ anders lauten als sie Pâṇini gegeben hat. Nicht nur werden in jedem Kapitel die Lesarten und Erklärungen Anderer mit Kechit, Kaśchit, Anye, Apare, Aparaḥ, Eke, Pâṭhântara, Smṛityantara, Śâstrântara, Granthântara u. s. w. eingeführt, sondern einer der Verfasser berichtet im Eingange seines Werkes ausdrücklich, er fasse kurz das Beste von dem zusammen was sich in den Commentaren (zu Pâṇini) und andern Werken zerstreut finde. Einige Namen der Verfasser solcher Commentare sind uns erhalten worden[1]).

Außer älteren Commentaren haben die Compilatoren der Kâśikâ auch das *Mahâbhâshya* benutzt. Das Mahâbhâshya ist von *Bhartṛi-*

[1]) Die Kâśikâ Vṛitti fängt an:

वृत्तौ भाष्ये तथा धातुनामपारायणादिषु ।
विप्रकीर्णस्य तन्त्रस्य क्रियते सारसंग्रहः ॥

Dazu Haradatta: तत्र सूत्रार्थप्रधानो ग्रन्थो वृत्तिः सा चेह पाणिनिप्रणीतानां सूत्राणां कुणिप्रभृतिभिराचार्यैर्विरचितं विवरणम् । शब्देपसमाधानपरो ग्रन्थो भाष्यं तदिह कात्यायनप्रणीतानां वार्त्तिकानां पतञ्जलिप्रणीतं विवरणम् । तथाशब्दः समुच्चये । पारायणशब्दः प्रत्येकमभिसंबध्यते । धातुपारायणं नामपारायणमिति । यत्र धातुप्रक्रिया तठातुपारायणम् । यत्र गणशब्दानां निर्वचनं तन्नामपारायणम् । आदिशब्देन शिक्षोणादिकिबादेर्ग्रहणम् ।

Jinendrabuddhi: तत्र वृत्तिः पाणिनिप्रणीतानां सूत्राणां विवरणं चु(?)ल्लिभट्टिनल्लूरादिविरचितम् । भाष्यं कात्यायनप्रणीतानां वार्त्तिकानां पतञ्जलिप्रणीतम् ।

hari commentirt worden, und da wir durch M. Müller's für die Geschichte der Grammatik epochemachende Entdeckung wissen daß dieser Bhartṛihari vor den Verfassern der Kâśikâ gelebt hat, so verdienen sein Verhältniß zum Mahâbhâshya und seine Mittheilungen über die Geschichte dieses Werkes unsere besondere Aufmerksamkeit. In der Vorrede zum 2ten Bande meiner Ausgabe habe ich gezeigt, daß Bhartṛihari oft verschiedene Lesarten des Textes des Mahâbhâshya mitgetheilt und daß er noch häufiger die abweichenden Erklärungen anderer Commentatoren erwähnt hat, deren Werke verloren gegangen sind. Würden wir schon hieraus schließen daß Patanjali und Bhartṛihari durch einen vielleicht nach Jahrhunderten zu bemessenden Zeitraum von einander getrennt sind, so wird diese Ansicht in vollem Maße bestätigt durch die bekannten Verse am Schlusse des 2ten Buches des Vâkyapadîya[1]). Dort nennt Bhartṛihari das Mahâbhâshya

*) Siehe Indian Antiquary Vol. III, pag. 285 und V, pag. 244. Da Handschriften von Puṇyarâja's Commentare zum Vâkyakâṇḍa in Europa nicht vorhanden sind, so gebe ich hier noch den Wortlaut seiner Version der von Bhartṛihari erwähnten Begebenheiten. Wenn ich seine Worte recht verstehe, nennt Puṇyarâja sich den Schüler des Schülers des *S'aśânka* (*Chandra?*).

अवतारोऽपि भाष्यस्य संग्रहेऽस्तमुपागते ।
निबन्धहेतौ शास्त्रस्य टीकाकारेण कीर्तितः ॥
संग्रहार्थाद्यनुगुणरूपत्वं चोपपादितम् ।
विप्लावनमथैतस्य संग्रहप्रतिपक्षतः ॥
कृतमाचार्यदेवज्ञैरावेशविवशैस्ततः ।
भ्रष्टस्याम्नायसारस्य वैयाकरणगामिनः ॥
मूलभूतमवाप्याथ पर्वतादागमं स्वयम् ।
आचार्यवसुरातेन न्यायमार्गान्विचिन्त्य च ॥
प्रणीतो विधिवच्चायं मम व्याकरणागमः ।
मयापि गुरुनिर्दिष्टाद्भाष्याम्नायाविलुप्तये ॥
काण्डत्रयक्रमेणायं निबन्धः परिकीर्तितः ।
ग्रन्थकारेण ग्रन्थेऽस्मिन्स्वस्मिन्गुर्वागमः स्फुटम् ॥
इत्येवं वाक्यकाण्डस्य प्रमेयविषयः स्मृतः ।
संगतिः कीर्तिता लघ्वी समासेन निराकुला ॥
विद्वज्जनानां यः खलु सर्वत्र गीयते जगति । (?]
तत उपसृत्य विरचिता राजानकशूरवर्मनाम्ना वै ॥
शशाङ्कशिष्याच्छ्रुत्वैतद्वाक्यकाण्डं समासतः
पुण्यराजेन तस्योक्ता संगतिः कारिकाश्रिता ॥
गुरवे भर्तृहरये शब्दब्रह्मविदे नमः ।
सर्वसिद्धान्तसंदोहसारामृतमयाय च ॥

das Buch des *Ṛishi*; er berichtet daß es eine Zeit gab in der das Werk nicht verstanden wurde, und fügt hinzu daß wir seine Wiedereinführung in den Kreis der grammatischen Studien dem *Âchârya Chandra* und andern Gelehrten verdanken. Absichtlich übergehe ich die Nachricht nach der Chandrâchârya unter *Abhimanyu* von *Kaśmîr* gelebt haben soll, und ebensowenig will ich den Stil und den eigenthümlichen Sprachgebrauch des Mahâbhâshya als Argumente für das Alter dieses Werkes benutzen. Soviel denke ich erwiesen zu haben daß es im höchsten Grade gewagt sein würde auch nur Patanjali in eine so späte Zeit wie das 5te Jahrhundert nach Chr. setzen zu wollen. Und welcher Zeitraum liegt zwischen Patanjali und Pâṇini!

Das Mahâbhâshya ist zunächst ein Commentar zu *Kâtyâyana's Vârttikas*, aber es ist ebensowenig der älteste Commentar zu jenem Werke wie Bhartṛihari's der älteste Commentar zum Mahâbhâshya oder die *Kâśikâ* der älteste Commentar zur Ashṭâdhyâyî gewesen sind. Denn wir erfahren von Patanjali, daß Andre nicht nur eine ganze Anzahl von Vârttikas anders als er selbst erklärt (vgl. z. B. meine Ausgabe Vol. I, pag. 10, 64, 237, 247, 357, 366, 450, 465, 473 u. s. w.), sondern daß sie auch den Text gewisser Vârttikas anders abgetheilt (z. B. I, pag. 193, 422), oder überhaupt anders gelesen hatten (z. B. I, pag. 179, 314). Auch hatte es in der Zeit zwischen Kâtyâyana und Patanjali Gelehrte gegeben welche die Lehren des Vârttikakâra zu vereinfachen, zu erweitern, oder ihnen durch die Hinzufügung näherer Bestimmungen eine exactere Fassung zu geben sich bemüht hatten (vgl. z. B. I, pag. 367; 230, 281, 443; II, pag. 103, 273, 304, 397; I, pag. 468, 489; II, pag. 136 u. s. w.). In dieselbe Periode fallen, um von vereinzelt genannten Persönlichkeiten nicht zu reden, zwei Schulen von Grammatikern, welche beide auf der von Kâtyâyana eingeschlagenen Bahn weiter gegangen waren, und von denen die einen, die *Bhâradvâjîyâs*, in engerem Anschlusse an Kâtyâyana hauptsächlich dessen Werk zu verbessern oder zu vervollständigen bestrebt gewesen waren (vgl. I, pag. 73, 136, 201; II, pag. 46, 70, 233; III, pag. 199, 230), während die andern, die *Saunâgâs*, in mehr selbständiger Weise ihre kritischen Bemerkungen gegen Pâṇini selbst gerichtet hatten (vgl. I, pag. 416; II, pag. 105, 228, 238, 325; III, pag. 76, 159; vgl. auch Kâśikâ zu P. VII, 2, 17). Was wird aus den Generationen von Gelehrten von denen wir aus dem Mahâbhâshya allein Kunde haben, wenn Pâṇini selbst frühestens im 5ten Jahrhundert nach Chr. gelebt haben soll?

Und dies ist nicht Alles. Die Tradition berichtet daß Patanjali sein eigenes Werk verfaßte als ein älteres grammatisches Werk, dessen Titel er uns selbst überliefert hat, unverständlich geworden

war und daß seine Lehren auf die in jenem Werke enthaltenen Lehren basirt sind. Wie dem auch sei, soviel läßt sich aus dem Mahâbhâshya selbst ersehen daß Patanjali ein oder mehrere in Versen geschriebene Werke vor sich hatte, die nach der Zeit des Kâtyâyana verfaßt waren und die Patanjali in so ausgedehntem Maße benutzt hat daß manche Stellen seines Werkes kaum anders denn als Prosaversionen metrischer Originale bezeichnet werden können. Wenn nun die Verfasser jener von Patanjali benutzten Schriften Kâtyâyana (II, pag. 121) den Vârttikakâra (II, pag. 176) den *Bhagavân Kâtyaḥ* (II, pag. 97) 'den heiligen Kâtya' nennen, gerade wie Bhartṛihari den Verfasser des Mahâbhâshya den *Ṛishi* Patanjali genannt hat, so reden sie offenbar nicht von einem Zeitgenossen, sondern von einem Gelehrten der schon für sie — und wieviel mehr für Patanjali — ein Weiser der Vorzeit war.

Und was für das Verhältniß des Patanjali zu Kâtyâyana gilt, gilt in gleichem Maße für das Verhältniß des Kâtyâyana zu *Pâṇini*. Auch für ihn ist Pâṇini schon der *Bhagavân Pâṇiniḥ* (vergl. III, pag. 467), auch er hatte seine Vorgänger in der kritischen Behandlung der Ashṭâdhyâyî (vgl. z. B. I, pag. 211, 365; II, pag. 19, 133, 216; III, pag. 265, 377), auch er kannte ebenso wie Patanjali Commentare zu Pâṇini, denn seine Bemerkungen beziehn sich in vielen Fällen nicht sowohl auf den Text der Sûtras als auf die Erklärungen, von denen sie begleitet gewesen sind. Daß das Sanskṛit in der Zeit zwischen Pâṇini und Kâtyâyana in grammatischer wie lexicalischer Hinsicht manchen Veränderungen unterworfen gewesen war, daß in derselben Zeit eine neue Litteratur entstanden war, daß während derselben Periode die Sanskṛitsprechenden Hindus weite Landstrecken Indiens in Besitz genommen hatten, ist von andern Gelehrten erwiesen worden, und ich glaube nicht daß die hierfür wie überhaupt für das Alter der Ashṭâdhyâyî vorgebrachten Beweise einfach durch die Identification eines Dichters und des Grammatikers Pâṇini zunichte gemacht werden können [1]).

Ich habe oben bemerkt, daß der Text der Pâṇineischen Regeln uns in der Kâśikâ Vṛitti nicht überall in seiner ursprünglichen Gestalt vorliegt. Die Beweise hierfür finden sich im Mahâbhâshya, und die einheimischen Gelehrten haben nicht verfehlt auf den Gegenstand aufmerksam zu machen. Im Folgenden stelle ich aus der Kâśikâ alle mir bekannt gewordenen Fälle zusammen, in denen (1) eine Regel Pâṇini's in zwei oder drei Regeln zerlegt worden ist

[1]) Das Verhältniß der Grammatiken des *Chandra* und des sogenannten *Śâkaṭâyana* zu *Pâṇini* und zur *Kâśikâ* hoffe ich später zu behandeln.

(Yogavibhâga); (2) einer Regel ein oder mehrere Worte hinzugefügt sind; (3) der Wortlaut einer Regel anderweitig verändert worden ist; und (4) ganze Regeln dem ursprünglichen Texte der Sûtras hinzugefügt worden sind. Die Gründe für meine Vermuthung, daß in sehr vereinzelten Fällen an der Reihenfolge der Regeln geändert worden ist, halte ich zurück; doch möchte ich (5) einige Belege dafür beibringen daß die Verfasser des Kâśikâ hie und da verschiedene Lesarten eines Sûtra mitgetheilt haben, die sie nicht dem Mahâbhâshya entnommen haben, und endlich (6) darauf aufmerksam machen daß sowohl für den in der Ausgabe der Kâśikâ Vṛitti wie den in den Ausgaben der Ashṭâdhyâyî gedruckten Text der Sûtras von einer Vergleichung der Handschriften der Kâśikâ und der Ashṭâdhyâyî manche Verbesserung zu erwarten sein wird. Die Handschriften des Mahâbhâshya sind, was den letzten Punkt betrifft, im Allgemeinen von geringerer Bedeutung, weil in ihnen von den im Mahâbhâshya behandelten Regeln gewöhnlich nur die ersten Worte oder Sylben angeführt werden.

1. Yogavibhâga:

P. I, 1, 17 उञः und 18 ऊँ bildeten ursprünglich ein Sûtra उञ ऊँ; getheilt wurde dasselbe von Kâtyâyana (I, pag. 72). Es ist merkwürdig daß das Kaśmîr MS. der Kâśikâ nur die eine Regel उञ ऊं hat und daß dem entsprechend der Commentar daselbst ganz anders lautet als in der gedruckten Ausgabe und in den Devanâgarî MSS; Haradatta liest wie letztere.

P. I, 4, 58 प्राद्य: und 59 उपसर्गा: क्रियायोगे bildeten ein Sûtra प्राद्य उपसर्गा: क्रियायोगे, getheilt von Kâtyâyana (I, pag. 341). Kaiyaṭa bemerkt: यदा प्रागेव प्राद्य इति योगो विभज्यते तदा प्रयोजनकथनाय वार्त्तिकम्। यदा तु प्राद्य उपसर्गा: क्रियायोग इत्येको योग: पठ्यते तदा योगविभाग: कर्तव्यत्वेन चोद्यते ।.

P. II, 1, 11 विभाषा und 12 अपपरिबहिरञ्चव: पञ्चम्या bildeten ein Sûtra विभाषापपरिबहिरञ्चव: पञ्चम्या; Patanjali theilte dasselbe (I, pag. 380), weil, wie Kaiyaṭa bemerkt, अन्यथेहैवास्य (nämlich विभाषाग्रहणस्य) उपयोग आग्रहणीयेत योगविभागे त्वधिकारो गम्यते.

P. IV, 3, 117 संज्ञायाम् und 118 कुलालादिभ्यो वुञ् bildeten ein Sûtra संज्ञायां कुलालादिभ्यो वुञ्. Die Theilung wurde von Kâtyâyana vorgeschlagen (II, pag. 317). Kaiyaṭa erklärt: संज्ञायां कुलालादिभ्यो वुञिति सूत्रं विभक्तमित्यर्थ:.

P. V, 1, 57 तदस्य परिमाणम् und 58 संख्याया: संज्ञासंघसूत्राध्ययनेषु bildeten ein Sûtra तदस्य परिमाणं संख्याया: संज्ञासंघसूत्राध्ययनेषु, so citirt II, pag. 343. Die Theilung in zwei Regeln ist weder von Kâtyâyana noch von Patanjali ausdrücklich verlangt worden, aber Kaiyaṭa be-

merkt zu Vârt. 6 auf pag. 353 तदस्य परिमाणमिति योगविभागः कर्तव्य इत्युक्तं भवति, und Nâgojîbhaṭṭa im Laghuśabdenduśekhara उत्तरेण योगविभागो ऽत्र भाष्ये ध्वनितः.

P. VI, 1, 32 ह्वः संप्रसारणम् und 33 अभ्यस्तस्य च bildeten ein Sûtra ह्वः संप्रसारणमभ्यस्तस्य च, getheilt von Kâtyâyana (III, pag. 29).

P. VI, 1, 164 तद्धितस्य und 165 कितः bildeten ein Sûtra तद्धितस्य कितः, das III, pag. 116 so citirt wird. Die Theilung wurde (II, pag. 253) von Patanjali vorgeschlagen.

P. VI, 2, 107 उदराश्वेषुषु und 108 क्षेपे bildeten ein Sûtra उदराश्वेषुषु क्षेपे, das III, pag. 121 so citirt wird. Die Theilung ist weder auf Kâtyâyana noch auf Patanjali zurückzuführen. Nâgojîbhaṭṭa bemerkt: अत्र वृत्तौ क्षेप इति योगविभागः पूर्वत्र च संज्ञायामित्यनुवर्तत इत्युक्तम्। तदेकसूत्रत्वप्रतिपादकैतद्भाष्यविरुद्धम्।.

P. VII, 3, 117 इदुद्भ्याम्, 118 औत् und 119 अच्च घेः bildeten ein Sûtra इदुद्भ्यामौदच्च घेः, das I, pag. 116 und II, pag. 404 so citirt wird. Kâtyâyana zerlegt dies Sûtra (III, pag. 342) zunächst in इदुद्भ्याम् und औदच्च घेः, und verlangt später die Theilung in औत् und अच्च घेः (vgl. auch Kâś. zu P. VII, 3, 119). Pâṇini's eine Regel würde nur पद्धतौ, धेनौ, aber nicht पद्धत्याम्, धेन्वाम् u. s. w. gestatten.

2. Ein oder mehrere Worte sind einer Regel zugefügt worden:

P. I, 3, 29 समो गम्यृच्छिप्रच्छिस्वरत्यर्तिश्रुविदिभ्यः lautete ursprünglich समो गम्यृच्छिभ्याम्. विदिप्रच्छिस्वरति und अर्तिश्रु sind aus Kâtyâyana's Vârttikas (I, pag. 282) in die Regel aufgenommen und es fällt nur auf daß dasselbe nicht auch mit dem von Kâty. erwähnten दृश् geschehen ist; letzteres wird im Commentare der Kâśikâ besonders erwähnt. Kaiyaṭa bemerkt zu den Vârttikas: समो गम्यृच्छिभ्यामित्येतावत्सूत्रमिति वार्त्तिकमारब्धम्.

P. III, 1, 95 कृत्याः प्राङ् ण्वुलः, ursprünglich कृत्याः. Der Zusatz प्राङ् ण्वुलः ist von Kâtyâyana in Vorschlag gebracht, aber schon von ihm selbst für überflüssig erklärt worden (II, pag. 81). Kaiyaṭa bemerkt zu Vârt. 1: कृत्या इत्येतावत्सूत्रमित्याह कृत्यसंज्ञायामिति.

P. III, 1, 118 प्रत्यपिभ्यां ग्रहेश्छन्दसि, ursprünglich प्रत्यपिभ्यां ग्रहेः. Der Zusatz छन्दसि ist Kâtyâyana's (II, pag. 87).

P. III, 3, 122 अध्यायन्यायोद्यावसंहाराधारावायाश्च, ursprünglich अध्यायन्यायोद्यावसंहाराश्च. आधार und आवाय sind aus dem Vârt. zu P. III, 3, 121 hinzugefügt; das in demselben Vârt. genannte अवहार wird, ähnlich wie oben P. I, 3, 29 दृश्, in der Kâśikâ nur im Commentare erwähnt. Schon Patanjali citirt die Regel (II, pag. 146) in

der ihr in der Kâśikâ gegebenen Fassung. Kaiyaṭa bemerkt zu P. III, 3, 121: अध्यायसूत्र आधारावाय्यशब्दौ वार्त्तिके दर्शनाद्भियुक्तैः प्रक्षिप्तौ.

P. IV, 1, 15 टिड्ढाणञ्द्वयसज्दघ्नञ्मात्रच्तयप्ठकठञ्कञ्क्वरप्च्युनाम्, ursprünglich टिड्ढाणञ्द्वयसज्दघ्नञ्मात्रच्तयप्ठकठञ्कञ्क्वरप्:. च्युन् ist von Kâtyâyana (II, pag. 209) hinzugefügt und erscheint auch in einem Vârttika der Saunâgas (नञ्स्नञीकक्व्युंस्तदुपातलुनानामुपसंख्यानम्, II, pag. 105, 209, und 238), das ohne च्युन् in der Kâśikâ am Ende des Commentares gegeben wird. Die ursprüngliche Form des Sûtra ergiebt sich aus Patanjali's Bemerkung zu P. IV, 1, 16. Kaiyaṭa bemerkt zu P. IV, 1, 15: सूत्रे च्युनः पाठो ऽनार्षः.

P. IV, 2, 2 लाक्षारोचनाशकलकर्दमाट्ठक्, ursprünglich लाक्षारोचनाट्ठक्. शकल und कर्दम sind von Kâtyâyana hinzugefügt (II, pag. 271). Auch hier bemerkt Kaiyaṭa: शकलकर्दमयोः सूत्रे पाठो ऽनार्षः.

P. IV, 2, 21 सास्मिन्पौर्णमासीति संज्ञायाम्, ursprünglich सास्मिन्पौर्णमासीति. संज्ञायाम् ist von Kâtyâyana hinzugefügt, aber von Patanjali für überflüssig erklärt worden (II, pag. 275). Kaiyaṭa bemerkt wieder: संज्ञाग्रहणं सूत्रे ऽनार्षमिति वार्त्तिकमारब्धम्.

P. IV, 2, 43 ग्रामजनबन्धुसहायेभ्यस्तल्, ursprünglich ग्रामजनबन्धुभ्यस्तल्. सहाय ist von Patanjali hinzugefügt (II, pag. 279); das von Pat. ebenfalls verlangte गज steht in der Kâśikâ im Commentare.

P. IV, 4, 17 विभाषा विवधवीवधात्, ursprünglich विभाषा विवधात्. वीवध ist von Patanjali hinzugefügt (II, pag. 329). Haradatta bemerkt: वीवधशब्दो वार्त्तिके दर्शनात्सूत्रे प्रक्षिप्तः.

P. V, 2, 101 प्रज्ञाश्रद्धार्चावृत्निभ्यो णाः, ursprünglich प्रज्ञाश्रद्धार्चाभ्यो णाः. वृत्नि ist von Patanjali hinzugefügt (II, pag. 396, wo ich jetzt das Vârttika वृत्नेश्च streichen würde). Auch hier bemerkt Haradatta: सूत्रे वृत्निशब्दो वार्त्तिके दर्शनात्प्रक्षिप्तः.

P. V, 4, 50 अभूततद्भावे कृभ्वस्तियोगे संपद्यकर्तरि च्विः, ursprünglich कृभ्वस्तियोगे संपद्यकर्तरि च्विः. Der Zusatz अभूततद्भावे ist Kâtyâyana's. Kaiyaṭa bemerkt: अभूततद्भावग्रहणं वार्त्तिके दृष्ट्वान्यैः सूत्रे प्रक्षिप्तम्.

P. VI, 3, 40 स्वाङ्गाच्चेतो ऽमानिनि, ursprünglich स्वाङ्गाच्चेतः. Der Zusatz अमानिनि ist Kâtyâyana's (III, pag. 156; vgl. auch II, pag. 193). Kaiyaṭa bemerkt: स्वाङ्गाच्चेत इत्येतावत्सूत्रमिति मत्वा वार्त्तिकारम्भः.

P. VI, 3, 83 प्रकृत्याग्निष्यगोवत्सहलेषु, ursprünglich प्रकृत्याग्निषि Kâtyâyana macht den Zusatz अगवादिषु, und Patanjali giebt die Beispiele सगवे सवत्साय सहलाय. (III, pag. 171). Kaiyaṭa bemerkt: अगोवत्सहलेष्विति भाष्यवार्त्तिकदर्शनात्सूत्रे केनचित्प्रक्षिप्तम्.

P. VIII, 1, 67 पूरणात्पूरितमनुदात्तं काण्डादिभ्यः, ursprünglich पूरणात्पूरितमनुदात्तम्. Der Zusatz काण्डादिभ्यः ist von Kâtyâyana verlangt worden (III, pag. 379). Kaiyaṭa bemerkt: काण्डादिभ्य इति सूत्रे वार्त्तिकदर्शनात्कैश्चित्प्रक्षिप्तम्.

P. VIII, 3, 118 सदिस्वञ्जो:[1]) परस्य लिटि, ursprünglich सदे: परस्य लिटि. स्वञ्जि ist von Kâtyâyana hinzugefügt worden (III, pag. 451).

P. VIII, 1, 73 und 74 नामन्त्रिते समानाधिकरणे सामान्यवचनम् und विभाषितं विशेषवचने बहुवचनम्. Ursprünglich lautete 73 नामन्त्रिते समानाधिकरणे und 74 सामान्यवचनं विभाषितं विशेषवचने. Die verschiedene Abtheilung und die Hinzufügung von बहुवचनम् sind von Patanjali vorgeschlagen worden (III, pag. 383 und 384), doch bemerkt derselbe daß entweder सामान्यवचनं oder, nach Andern, विशेषवचने gestrichen werden könne. Kaiyaṭa bemerkt zu 73 नामन्त्रिते समानाधिकरणे इति सूत्रं पठितं ततः सामान्यवचनं विभाषितं विशेषवचन इति द्वितीयम्, und zu 74 बहुवचनग्रहणमपाणिनीयमिति.

Zweifelhaft erscheint ob P. VIII, 2, 12 ursprünglich das Wort कक्षीवत् enthalten hat. Kaiyaṭa bemerkt zu P. VI, 1, 37, Vârt. 7, श्वासन्दीवदष्ठीवदित्यत्र कक्षीवच्छब्दस्य निपातनाद्वार्त्तिकं नारब्धव्यम्, Nâgojîbhaṭṭa dagegen एतद्भाष्यप्रामाण्यान्नात्र (i. e. in VIII, 2, 12) कक्षीवच्छब्दपाठोऽार्ष इत्यन्ये.

3. Die Regeln Pâṇini's sind anderweitig geändert worden:

P. V, 3, 5 एतदोऽश्; ursprünglich lautete die Regel एतदो ऽन्. Vgl. Patañjali (II, pag. 403), der das न् für überflüssig erklärt. Kaiyaṭa bemerkt: इह केचिदशं पठन्ति केचिदनम्.

P. VI, 1, 115 प्रकृत्यान्तःपादमव्यपरे; Kâtyâyana hat नान्तःपादमव्यपरे gelesen (III, pag. 86), aber die Lesart प्रकृत्या ist schon Patanjali bekannt gewesen (siehe zu P. VI, 1, 127 und 129). Die Kâśikâ selbst bemerkt: केचिदिदं सूत्रं नान्तःपादमव्यपर इति पठन्ति.

P. VI, 1, 124 इन्द्रे च नित्यम् und 125 प्लुतप्रगृह्या अचि; Patanjali hat इन्द्रे च und प्लुतप्रगृह्या अचि नित्यम् gelesen (III, pag. 87), aber er bemerkt zu P. VI, 1, 127 daß das Wort नित्यम् überhaupt überflüssig sei und citirt das zweite Sûtra ohne नित्यम् z. B. I, pag. 66. Kaiyaṭa bemerkt: इन्द्रे चेति ये सूत्रं पठन्ति प्लुतप्रगृह्या अचि नित्यमिति तु द्वितीयं तन्मतेनैष प्रश्न:

P. VI, 1, 137 संपर्युपेभ्यः करोतौ भूषणे und 138 समवाये च. Patañjali hat statt संपर्युपेभ्यः संपरिभ्यां und überhaupt an Stelle der beiden Regeln nur die eine Regel संपरिभ्यां भूषणसमवाययोः करोतौ gelesen (III, pag. 93, Z. 13, und pag. 216, Z. 1).

P. VI, 1, 150 विष्किरः शकुनिर्विकिरो वा lautete ursprünglich विष्किरः शकुनौ वा, eine Fassung der Regel welche Kâtyâyana nicht befriedigte (III, pag. 95); denn dies würde bedeuten 'कृ nach

[1]) So lesen drei MSS. der Kâśikâ.

वि erhalte das Augment सुट्, — nach Belieben wenn man einen Vogel bezeichnen wolle', während die Regel lehren soll daß 'कृ nach वि nach Belieben das Augment सुट् erhält, wenn man einen Vogel bezeichnen will'. (Anders Goldstücker, Pâṇini pag. 125). Kaiyaṭa bemerkt: विष्किरः शकुनौ वेति सूत्रपाठमाश्रित्य वार्त्तिकारम्भः; Haradatta: यथा तु भाष्यं तथा विष्किरः शकुनौ वेत्येतावत्सूत्रम्; Nâgojîbhaṭṭa: विष्किरः शकुनिर्विकिरो वेत्यनार्षः पाठ इति भावः.

P. VI, 4, 56 ल्यपि लघुपूर्वात् lautete ursprünglich ल्यपि लघुपूर्वस्य. Die veränderte Form der Regel ist auf Kâtyâyana zurückzuführen (III, pag. 204); Patanjali citirt sie in beiden Fassungen (vgl. III, pag. 191; 212; und 288, Z. 4 und 11). Kaiyaṭa bemerkt: केचिदाचार्येण ल्यपि लघुपूर्वस्येति षष्ठ्यन्तमध्यापिता अन्ये तु लघुपूर्वादिति पञ्चम्यन्तम्.

P. VI, 4, 100 घसिभसोर्हलि च. Kâtyâyana's Bemerkung zu dieser Regel macht es wahrscheinlich, daß च ein späterer Zusatz ist (III, pag. 213). Kaiyaṭa bemerkt: अन्यत्रापीति वचनाद्वार्त्तिककारश्चकारं न पपाठेति लक्ष्यते.

P. VII, 1, 25 अद्ड् उतरादिभ्यः पञ्चभ्यः lautete ursprünglich अद् उतरादिभ्यः पञ्चभ्यः; die Hinzufügung des Anubandha ड् ist von Kâtyâyana in Vorschlag gebracht worden (III, pag. 250).

P. VII, 3, 75 ष्ठिवुक्लम्वाचमां [1]) शिति lautete ursprünglich ष्ठिवुक्लमुचमां शिति. Die veränderte Fassung der Regel ist auch hier auf Kâtyâyana zurückzuführen (III, pag. 334); und sie erscheint schon in den besten MSS. des Mahâbhâshya zu P. VII, 3, 71 (III, pag. 333, Z. 15). Kaiyaṭa bemerkt: ष्ठिवुक्लमुचमां शितीति सूत्रपाठादाह . . . अथवा सूत्रे तन्त्रमाङ् न तु यथोपेयिवानित्यत्रोपशब्दो ऽतन्त्रमिति प्रदर्शनाय वार्त्तिकारम्भः.

P. VII, 3, 77 इषुगमियमां छः lautete ursprünglich इषगमियमां छः, wie aus Kâtyâyana's Bemerkung zu der Regel hervorgeht (III, pag. 334). Die Kâśikâ selbst bemerkt: य इषिमुदितं नाधीयते ते ऽचीत्यनुवर्तयन्ति; Kaiyaṭa: इषुगमीति पाठो ऽनार्ष इत्याहेषेश्छत्वमहलीति.

P. VIII, 4, 28 उपसर्गाद्बहुलम् lautete ursprünglich उपसर्गादनोत्परः. Die veränderte Fassung der Regel ist auf Patanjali zurückzuführen (III, pag. 460).

4. Ganze Regeln sind hinzugefügt worden:

P. IV, 2, 8 कलेर्ढक् ist ursprünglich ein Vârt. zu P. IV, 2, 7 (II, pag. 273).

P. IV, 3, 132 कौपिञ्जलहास्तिपदादण् ist ursprünglich ein Vârt. zu P. IV,

[1]) ष्ठिवुक्लम्याचमां ist eine falsche Lesart.

3, 131 (II, pag. 320); Kaiyaṭa bemerkt: अपाणिनीयः सूत्रेषु पाठः. Ob auch die folgende Regel 133 आथर्वणिकस्येकलोपश्च ursprünglich nur ein Vârt. gewesen sei, darüber sind die Meinungen getheilt. Kaiyaṭa betrachtet es als Sûtra; Haradatta dagegen bemerkt पूर्वं च सूत्रमिदं च (i. e. 132 und 133) वार्त्तिके दर्शनात्सूत्रेषु प्रक्षिप्तम्; ebenso eine Randbemerkung in MS. a des Mahâbhâshya इदमपि वार्त्तिके दृष्ट्वा सूत्रेषु प्रक्षिप्तम्.

P. V, 1, 36 द्वित्रिपूर्वादण्च ist ursprünglich ein Vârt. zu P. V, 1, 35 (II, pag. 350). Kaiyaṭa bemerkt: द्वित्रिपूर्वादण्चेति सूत्रेष्वनार्षः पाठ इति वार्त्तिकारम्भः.

P. VI, 1, 62 अचि शीर्षः ist ursprünglich ein Vârt. zu P. VI, 1, 61 (III, pag. 41). Kaiyaṭa bemerkt: वार्त्तिकं दृष्ट्वा कैश्चित्सूत्रेषु प्रक्षिप्तम्.

P. VI, 1, 100 नित्यमामेडिते डाचि ist ursprünglich ein Vârt. zu P. VI, 1, 99 (III, pag. 77). Kaiyaṭa bemerkt वार्त्तिकदर्शनात्सूत्रे कैश्चित्प्रक्षिप्तम्.

P. VI, 1, 136 अडभ्यासव्यवायेऽपि faßt das in Vârt. 5 und 6 zu P. VI, 1, 135 gelehrte zusammen (III, pag. 92). Kaiyaṭa bemerkt: अडभ्यासव्यवाये ऽपीति सूत्रस्यापाठे वार्त्तिकप्रवृत्तिः, und Nâgojîbhaṭṭa fügt hinzu अनार्षः सूत्रे पाठः.

P. VI, 1, 156 कारस्करो वृक्षः ist Patanjali's Bemerkungen zu P. VI, 1, 157 entnommen (III, pag. 96). Die Kâśikâ selbt bemerkt: केचिदिदं सूत्रं नाधीयते पारस्करप्रभृतिष्वेव कारस्करो वृक्ष इति पठन्ति.

Ob P. VI, 3, 6 आत्मनश्च पूरणे ursprünglich ein Vârttika gewesen sei (Vârt. 1 zu P. VI, 3, 5; III, pag. 143), ist mir zweifelhaft, denn आत्मनः scheint für die folgenden Regeln nothwendig. Haradatta jedoch bemerkt: वार्त्तिकमेवेदं सूत्ररूपेण पठितम्; Nâgojîbhaṭṭa erwähnt dieselbe Ansicht und zeigt wie man ohne आत्मनः erklären muß (अत्रात्मनश्च पूरण इति विशिष्टं वार्त्तिकमित्यत्रत्यभाष्यस्वरसादायाति वैयाकरणाख्यायामित्यत्र परस्य चेति चेन परशब्दप्रतिद्वन्द्वितयात्मशब्दस्यैव ग्रहणं तदुभयं चैकसूत्रमित्याहुः).

Endlich ist P. IV, 1, 166 वृद्धस्य च पूजायाम् dem Wortlaut nach identisch mit Vârt. 3 zu P. IV, 1, 163, und P. IV, 1, 167 यूनश्च कुत्सायाम् equivalent dem Vârt. 2 zu P. IV, 1, 162 जीवद्वंश्यं च कुत्सितम् (II, pag. 265), doch ist zu bemerken daß die Erklärung des Patanjali von der in der Kâśikâ gegebenen insofern abweicht als in letzterer वा aus P. IV, 1, 165 fortgilt. Kaiyaṭa hält beide Regeln für unächt (सूत्रेषु तु कैश्चिद्वृद्धस्य च पूजायामिति वार्त्तिकदर्शनात्प्रक्षिप्तम्, यूनश्च कुत्सायामिति सूत्रमनार्षमिति वचनम्) und ich glaube daß diese Ansicht durch den Gebrauch der Genitive वृद्धस्य und यूनः statt der zu erwartenden Nominative bestätigt wird.

5. Die Verfasser der Kâśikâ erwähnen Lesarten, die sie nicht dem Mahâbhâshya entnommen haben. Beispiele hierfür sind:

P. III, 3, 78 अन्तर्धनो देशे; अन्ये णकारं पठन्ति । अन्तर्धणो देश इति ।.

P. IV, 1, 117 विकर्णशुङ्ग°; शुङ्गाशब्दं स्त्रीलिङ्गमन्ये पठन्ति . . . । द्वयमपि चैतत्प्रमाणमुभयथा सूत्रप्रणयनात् ।.

P. IV, 4, 135 सहस्रेण संमितौ घः; केचित्तु समिताविति पठन्ति ।.

P. V, 1, 125 स्तेनाद्यन्नलोपश्च; einige zerlegen die Regel in zwei, स्तेनात् und अन्नलोपश्च.

P. V, 4, 57 °द्वयतवरार्धादनितौ डाच्; केचिद्द्वयतवरार्ध्यादिति यकारं पठन्ति ।.

P. V, 4, 121 °हलिसक्थ्योरन्यतरस्याम्; हलिशब्दयोरिति केचित्पठन्ति ।.

P. VI, 1, 117 यतुष्युर; अपरे यतुष्युरो इति सूत्रं पठन्ति ।.

P. VI, 2, 134 चूर्णादीन्यप्राणिषष्ठ्याः; चूर्णादीन्यप्राण्युपयज्ञादिति सूत्रस्य पाठान्तरम् ।.

P. VII, 2, 48 तीषसह°; . . . तीषसहेति सूत्रे केचिदुदितमिषं पठन्ति ।.

P. VII, 2, 49 °भरज्ञपिसनाम्; केचिदत्र भरज्ञपिसनिननिपतिदरिद्राणामिति पठन्ति ।.

P. VII, 3, 17 परिमाणान्तस्यासंज्ञाशाणयोः; असंज्ञाशाणाकुलिज्ञानामिति केचित्पठन्ति ।.

P. VIII, 3, 109 सहेः पृतनर्ताभ्यां च; einige zerlegen die Regel in zwei, सहेः und पृतनर्ताभ्यां च.

6. Der in den Ausgaben der Kâśikâ Vṛitti und der Ashṭâdhyâyî gedruckte Text einiger Sûtras verglichen mit dem Texte von Handschriften, die mir zugänglich sind oder gewesen sind.

(Ich bezeichne hier die Ausgabe der Kâśikâ mit Kâś., und Böhtlingk's Ausgabe der Ashṭâdhyâyî mit Bö. Für die Kâśikâ habe ich verglichen das Kaśmîr MS. des Deccan College (K), ein unvollständiges Devanâgarî MS. des Deccan College von Saṃvat 1543 und 1535 (D), und mein Devanâgarî MS. von Saṃvat 1464 (G); für die Ashṭâdhyâyî ein unvollständiges Devanâgarî MS. Professor Bhâṇḍârkar's von Saṃvat 1550 (P), und mein S'ake 1729 geschriebenes Devanâgarî MS. (p)).

P. III, 1, 109 Kâś. u. Bö. एतिस्तुशास्वृ°; KDG und P एतिस्तुशास्वृ°.

P. III, 2, 21 Kâś. u. Bö. दिवाविभानिशा°; KDG *om.* निशा, P hat es *sec. man. in marg.*

P. III, 3, 99 Bö. °सुञ्योऽभृञिणाः; Pp °सुञ्यो°; vgl. auch Mhbh. II, pag. 85, Z. 16.

P. IV, 1, 62 Kâś. u. Bö. सख्यशिश्वीति भाषायाम्; KDG u. P सख्यशिश्वी भा°.

P. IV, 1, 126 Bö. कल्याण्यादीनामिनङ् च; Pp *om.* च; vgl. auch Mhbh. I, pag. 260, Z. 24.

P. IV, 2, 68 Kâś. u. Bö. तेन निर्वृत्तम्; KD und P तेन निर्वृत्तः; (G ist hier lückenhaft).

P. IV, 2, 130 Kâś. u. Bö. विभाषा कुरुयुगंधराभ्याम्; DG und ursprünglich KP °युगंधरेभ्यः; so hat Kâtyâyana gelesen (II, pag. 299, Z. 21).

P. IV, 3, 119 Kâś. u. Bö. °पादपादञ्; KDG und P °वातपादञ्.

P. IV, 4, 64 Bö. बहुच्पूर्वपदाट्ठञ्; Pp °पदाट्ठच्; vgl. auch Mhbh. III, pag. 60, Z. 10.

P. IV, 4, 82 Bö. संज्ञायां ज्ञन्या; Pp संज्ञायां ज्ञन्याः; so hat Kâtyâyana gelesen (II, pag. 334, Z. 3). Vgl. Böhtlingks Anm.

P. IV, 4, 117 Bö. छहौ च; P छच्छौ च; dies ist richtig, denn das erste Suffix ist छच्; (Mhbh. III, pag. 241, Z. 3).

P. V, 1, 69 Kâś. u. Bö. कउंकर°; KDG und P कउंगर°. Vgl. Böhtlingks Anm.

P. V, 1, 79 Kâś. u. Bö. तेन निर्वृत्तम्; DG, ursprünglich K, und P, तेन निर्वृत्तः.

P. V, 1, 95 Kâś. तस्य च दक्षिणा°; KDG *om.* च.

P. V, 2, 82 Bö. तद्स्मिन्नूनं प्रायेण°; Pp तद्स्मिन्नूनं प्राये°; so hat Kâtyâyana gelesen (II, pag. 388, Z. 19).

P. V, 2, 129 Kâś. वातातिसारा°; KDG वातातीसारा°.

P. V, 3, 49 Kâś. u. Bö. प्रागेकाद्शा°; KDG und P प्राक्चैकाद्शा°.

P. V, 3, 92 Bö. किंयत्तदोर्निर्धारणे; Pp किंयत्तदो निर्धारणे.

P. V, 3, 117 Kâś. °यौधेयादिभ्यामणञौ; KDG °यौधेयादिभ्यो ऽणञौ.

P. V, 4, 68 Kâś. u. Bö. समासान्ताः; KDG und P (ebenso wie die besten MSS. des Mhbh.) समासान्तः.

P. VI, 1, 36 Kâś. °प्रोक्ताः; KDG °प्रोक्तः.

P. VI, 1, 173 Kâś. u. Bö. प्रातुरनुमो नयज्ञादौ; KDG und *sec. manu* P °नयज्ञादिः; vgl. Mhbh. I, 141, Z. 2, und III, 390, Z. 17.

P. VI, 4, 15 Bö. °क्लिक्कलोः°; Pp क्लिकलोः; vgl. auch Mhbh. III, 186 Z. 11, und 289, Z. 23.

P. VI, 4, 126 Kâś. u. Bö. °गुणानाम्; KD und ursprünglich G °गुणिनाम्.

P. VII, 1, 29 Kâś. u. Bö. ग्रसो न; KDG und P ग्रसो नः; aber Patanjali hat ग्रसो न (Mhbh. III, pag. 252, Z. 1).

P. VII, 2, 2 Kâś. u. Bö. घतो लान्तस्य; G und P (ebenso wie MSS. des Mhbh.) घतो र्लान्तस्य, und so hat der Verf. der Kâś. gelesen. (KD hier nicht verglichen).

P. VII, 2, 23 Kâś. u. Bö. घुषिर्°; G und P (ebenso wie MSS. des Mhbh.) घुषेर्°. (KD hier nicht verglichen).

P. VII, 2, 34 Kâś. °चरितचमिति°; KDG *om.* चमिति im Text und Commentar.

P. VII, 2, 112 Bö. अनाप्यकः; Pp अनाप्यकः. (Ich erwähne dies nur um darauf aufmerksam zu machen, daß Patanjali, wie seine Bemerkungen zu P. VII, 1, 12 zeigen, nur ein न् in der Regel gehabt hat. Wir erhalten dadurch einen neuen Beweis dafür, daß die Regel über die Verdopplung eines finalen न्, ङ्, oder ण् vor folgendem Vocal von den Grammatikern selbst bei den Finalen technischer Ausdrücke nicht angewendet worden ist. Siehe meine Vorrede zu Vol. I des Mhbh. pag. 10. Zu den dort aus Kârikâs gegebenen Beispielen sind hinzuzufügen Vol. II, pag. 65, Z. 5 सुप्तिङुपग्रह°, und pag. 97, Z. 26 यपास्तु ते).

P. VII, 4, 4 Kâś. u. Bö. °पिबतेरीत्वाभ्यासस्य; G °पिबतेरी चाभ्या°, P °पिबतेरा चाभ्या°, (KD nicht verglichen); vgl. Mhbh. III, pag. 344, Z. 20.

P. VII, 4, 40 Bö. °स्थामि ति किति; P °स्थामित्ति किति; vgl. Kâtyâyana III, pag. 350, Z. 7; und siehe Böhtlingks Anm.

P. VIII, 2, 18 Kâś. u. Bö. कृपो रो लः; KGD und P कृपे रो लः; vgl. aber Patanjali I, pag. 21, Z. 19 und pag. 25, Z. 26.

P. VIII, 3, 66 Kâś. u. Bö. सदिरप्रतेः; KG und P सदेरप्रतेः.

P. VIII, 3, 97 Kâś. u. Bö. °परमेर्बर्हि°; KDG und P °परमर्बर्हि°.

P. VIII, 4, 34 Bö. °व्यावो°; P °व्यावि°; vgl. auch Mhbh. III, pag. 416, Z. 18.

P. VIII, 4, 68 Bö. श्र श्र; Pp श्र श्र इति.

Einige antiquarische Bemerkungen zu dem „Codex des Privatrechts“ von Gortyn.

Von

C. Wachsmuth in Heidelberg.

Die einzige kretische Urkunde, durch deren Abschrift und rasche Veröffentlichung (Mitth. d. athen. Inst. IX S. 363 ff.) sich Fabricius um unsere Wissenschaft ein so großes Verdienst erworben hat, wird auf lange hin philologische und juristische Kreise beschäftigen. Als erste zusammenhängende Urkunde eines hellenischen Privatrechts an sich von höchster Bedeutung wird sie in ihrem Werth noch wesentlich dadurch gesteigert, daß sie uns — wenn auch nur in zeitgemäßer Reform eines älteren Codex (vgl. namentlich XII, Z. 15—20) — die Rechtsordnungen eines kretischen Staates kennen lehrt, von denen angenommen werden darf daß sie dem uns bisher fast allein genauer bekannten attischen Recht mit am fernsten in Hellas stehen. Doch

auch ganz abgesehen vom Privatrecht bietet dieses Zwölf-Columnengesetz dem Antiquarier nicht unbeträchtliche Ausbeute: und da ich über diese Bereicherung unsres antiquarischen Wissens eine Verständigung für leicht erreichbar halte — während es länger dauern wird, bis der sprachliche und juristische Gewinn sicher eingebracht ist —, da ich aber zugleich aus bereits an die Oeffentlichkeit getretenen Aeusserungen von hervorragender Seite ersehe, daß doch einige erläuternde Bemerkungen in dieser Beziehung nicht überflüssig sind, stelle ich die wichtigsten Punkte kurz zusammen.

I. ἀπόδρομος — δρομεύς.

Einander gegenübergestellt werden ἀπόδρομος und δρομεύς in unserer Urkunde einmal, nämlich VII 35 ff. in den Bestimmungen über die Verheirathung der Erbtöchter. αἰ δέ κ' ἀπόδρομος ἰὼν ὁ ἐπιβάλλων ὀπυίεν, ἠβίων ἠβίονσαν μὴ λῇ ὀπυίεν, ἐπὶ τᾷ πατρωώχῳ ἦμεν τὰ χρήματα πάντα καὶ τὸν καρπὸν πρεῖν κ' ὀπυίῃ· αἰ δέ κα δρομεὺς ἰὼν ὁ ἐπιβάλλων ἠβίονσαν λειονσαν ὀπυίεσθαι μὴ λῇ ὀπυίεν, μολῆν τὼς καδεστὰνς τὼς τᾶς πατρωώχω, ὁ δὲ [δ]ικα[σ]τ[ὰς] δικ[αδδέ]τω ὀπυίεν ἐν τοῖ[ς] δ[υ]οῖς μηνσί. Vorausgeht hier eine Bestimmung wie es gehalten werden solle, wenn der zur Heirath verpflichtete Verwandte oder die Erbtochter noch *impubes* (ἄνωρος Z. 29 f.) ist. Aus diesem Zusammenhang und dem Wortlaut der Bestimmungen, welche den ἀπόδρομος und δρομεύς selbst angehen, erhellt sofort, daß der ἀπόδρομος nicht mehr *impubes* sein kann, und daß der δρομεύς noch älter sein muß als der ἀπόδρομος.

Die genauere Fixirung der Bedeutung von ἀπόδρομος giebt aber unmittelbar die uns glücklich erhaltene, sogar in doppelter Ueberlieferung vorliegende Partie des an werthvollsten Aufschlüssen so reichen Glossenwerkes von Aristophanes aus Byzanz, insbesondere des Abschnitts περὶ ὀνομασίας ἡλικιῶν. Es lautet der betreffende Passus in dem ausführlichen Excerpt, das von Eustathios zu Homer [1]) p. 1592, 58 und in dem Miller'schen Codex (*Mélanges de litt. Gr.*) p. 429, 3 benutzt ist, ebenso wie in der von Alexion angefertigten Epitome der σύμμικτα des Didymos, welche Ammonios p. 35 u. d. W. γέρων und Erennios Philon bei Eustathios p. 1788, 53 und das Etym. Gudian. und Angel. u. d. W. γέρων abgeschrieben haben [2]), gleichmäßig: ἐν Κρήτῃ ἀποδρόμους (καλοῦσι τοὺς ἐφήβους) διὰ τὸ μηδέπω τῶν κοινῶν

1) Nur in etwas anderer Fassung wiederholt den betr. Passus dera. p. 727, 18 (ausgeschrieben auch in den Homerscholien bei Cramer, An. Par. III, p. 233, 10) und ein Stück der Begründung des eigenthümlichen Gebrauchs von ἀπό p. 1720, 25 (vgl. Fresenius, *de λέξεων Aristoph. et Sueton. exc. Byz.* p. 84 f.).

2) Vgl. Cohn, *de Aristoph. Byz. et Sueton. Eustathii auct.* p. 298 f.

δρόμων μετέχειν; wozu nur in dem ausführlicheren Excerpt noch eine genauere Begründung der eigenthümlichen Verwendung von ἀπό tritt, durch das hier nicht bezeichnet werde ὁ πεπαυμένος ἀπὸ τῶν δρόμων καὶ οὐκέτι μετέχων. Hier ist es möglich bestimmt das betreffende Lebensjahr zu fixiren; denn die von Aristophanes eingehaltene Reihenfolge παῖς, μελλέφηβος (= πάλλαξ, βούπαις, ἀντίπαις), ἔφηβος (= τριχάτιος, ἀπόδρομοι, κοῦροι, ἄγουροι), kehrt wieder bei Censorin, *de die nat.* 14, 8, wo dem παῖς 14 vollendete Jahre, dem μελλέφηβος deren 15, dem ἔφηβος aber 16 Jahre zugewiesen werden. Somit wäre ἀπόδρομος in Kreta der sechzehnjährige Jüngling.

Dasselbe Resultat gewinnen wir noch durch eine andere Betrachtung. Wie schon Nauck (Aristoph. Byz. p. 95) richtig erkannte, gehen auf dieselbe gewichtige Autorität des Aristophanes zwei andere kretische Glossen bei Hesychios zurück:

ἀπάγελος· ὁ μηδέπω συναγελαζόμενος παῖς· ὁ μέχρι ἐτῶν ἑπταικαίδεκα.

ἀγελά<τα>ς· τοὺς ἐφήβους· Κρῆτες (denn so ist mit Cohn a. a. O. p. 300 für das überlieferte ἀγελάστους ἐφήβους zu schreiben).

Nach diesen Glossen fällt in Kreta die Aufnahme in die ἀγέλαι in das siebzehnte Lebensjahr; bis dahin hießen die Knaben ἀπάγελοι; mithin standen die Epheben, welche ἀγελάται oder ἀπόδρομοι hießen, im siebzehnten Jahr.

Der Ausdruck ἀπόδρομος weist auf die Uebungen in den Gymnasien hin, die in Kreta δρόμοι hießen (vgl. Suid. u. d. W. δρόμους, womit auch die von Hesychios u. d. W. überlieferte kretische Bezeichnung δεκάδρομοι stimmt, wie diejenigen hießen, die 10 Jahre lang die Uebungen in den Gymnasien mitgemacht hatten).

Im Gegensatz dazu kann mit dem hier zum ersten Mal erscheinenden Namen δρομεύς nur genannt worden sein, wer an den Uebungen in den Gymnasien Theil nahm, so daß hier von einer gymnastischen Beschäftigung die Bezeichnung des Lebensalters ebenso herrührt, wie in Sparta die bekannte der höheren Altersklasse der σφαιρεῖς.

Ein Zweifel kann nur darüber bestehen, in welches Lebensjahr diese Zulassung zu den Gymnasien fällt, d. h. von welchem Lebensjahre an die Altersklasse der δρομεῖς anzusetzen ist.

Auch darüber klärt jedoch der Gebrauch des Wortes an anderen Stellen unserer Urkunde selbst auf. Wiederholt kehrt der Ausdruck ἀνὰ μαιτύρων δρομέων ἐλευθέρων (I 40, III 21 und öfters) oder auch μαιτύρανς παρῆμεν δρομέανς ἐλευθέρονς (V 52) wieder. An allen diesen Stellen kann kein Zweifel sein, daß δρομεύς den Zeugen als einen mündigen bezeichnen soll. Ganz unzweideutig zeigt sich end-

lich der Begriff der Mündigkeit in der Bestimmung, daß der Vater von dem Vermögen der verstorbenen Mutter seiner Kinder nichts verkaufen oder verpfänden darf, *αἵ κα μὴ τὰ τέκνα ἐπαινέσῃ δρομέες ἐόντες* (VI 35 f.). Nun tritt die Mündigkeit im attischen Recht nach dem *ἡβᾶν ἐπὶ δυεῖς* ein, das heißt, wenn die obigen Auseinandersetzungen richtig sind, mit vollendetem 18ten Lebensjahr. Damit stimmt auch die auf Aristoteles (bei Rose N. 420 p. 455) zurückgehende Ueberlieferung; und Censorinus, oder vielmehr die griechische Quelle, deren Angaben er a. a. O. wiedergiebt, muß ebenso gerechnet haben, da hier das 18. Lebensjahr, für das auch noch eine specielle Benennung (*ἐξέφηβος*) angeführt wird, als letztes der *aetas adulescentulorum* erscheint. Auch für Sparta hat Kirchhoff (Monatsber. d. Berl. Ak. 1870 S. 64) denselben Termin der Mündigkeit wahrscheinlich gemacht.

So wird auch nach kretischem Recht die Mündigkeit mit dem zurückgelegten achtzehnten Lebensjahr eingetreten sein; und wie anderwärts mit diesem Termin das Recht zur Eheschließung beginnt, so ist in dem Fall, der in der zuerst angeführten Bestimmung unserer Urkunde vorliegt, die Pflicht zu derselben zu schreiten von diesem Jahre ab unaufschiebbar.

II. *ἀπέταιρος.*

Dies Wort, das auf unserer Urkunde II 5. 25 und 41 erscheint, war bisher nur durch Pollux bekannt, der III 58 in einer Auseinandersetzung über die verschiedenen Arten der *ξενία* sagt: *παμπόνηροι δὲ οἱ Θεοπόμπου τοῦ συγγραφέως* (fr. 332 bei Müller, *frg. hist. Gr.* I p. 331) *ἀπολῖται καὶ ἀφέταιροι καὶ ἀπάθηναῖοι.* Wie man sieht, handelt es sich hier durchweg um solche, welche die Civität des Staates, in dem sie leben — unter welchen näheren Umständen immer — nicht besitzen; wie also die *ἀπολῖται* nicht zu einer (bestimmten) *πόλις*, die *ἀπαθηναῖοι* nicht zu dem athenischen Gemeinwesen gehören, so müssen die *ἀφέταιροι* solche Leute sein, die nicht zu der Gemeinschaft einer *ἑταιρία* gehören. An welche *ἑταιρία* allein in Gortyn gedacht werden kann, darüber läßt die Urkunde selbst keinen Zweifel, indem sie X 37 die Verpflichtung eines Adoptirten festsetzt, seiner Hetairie (*τᾶ ἑταιρείᾳ τᾷ Γαυντῶ*) einen Festschmaus zu geben. Und zwar wissen wir durch die Schilderung, die in des Dosiades' *Κρητικά* von den kretischen *ἀνδρεῖα* gegeben ist (bei Athenaeus IV p. 143[a]), daß alle Bürger (*πολῖται πάντες*) nach Hetairien

1) Es ist bekanntlich bis auf den heutigen Tag strittig, ob in Athen der Mündigkeitstermin in das laufende 18. Jahr oder erst nach dessen Ende fällt; s. die Litteratur bei Thalheim, gr. Rechtsalt. S. 11 Anm. 2 und 5.

gegliedert und insbesondere die öffentlichen Syssitien hetairienweise geordnet waren. Nun wäre es ja an sich denkbar, daß als ἀφέταιροι solche aus den Hetairien ausgeschlossene Bürger bezeichnet wurden, die sich bestimmter schwerer Vergehungen schuldig gemacht hatten oder auch (wie ähnliches für die analogen spartanischen Zustände aus späterer Zeit bezeugt ist) solche, die zu verarmt waren um den gesetzlich vorgeschriebenen Beitrag zu den öffentlichen Männermahlen zu liefern. Allein schon der Zusammenhang bei Pollux legt die Auffassung nahe, daß es sich hier vielmehr um eine bestimmte Klasse der ξένοι handelt. Und diese Auffassung wird bestätigt durch die direkte Meldung desselben Dosiades (a. a. O. p. 242[e]), daß es bei den kretischen Syssitien auch zwei τράπεζαι ξενικαί gab, αἷς προσκαθίζουσιν (so Meineke für προσκαθίζουσιν) τῶν ξένων οἱ παρόντες, sowie durch den analogen Bericht von Pyrgion, der (bei Athenaeus IV p. 148[e]) in seiner Schrift über die Κρητικὰ νόμιμα auch ξενικοὶ θᾶκοι bei den Syssitien erwähnt. Als Nichtbürger konnten diese ξένοι natürlich nicht in die Hetairien aufgenommen sein und so ist der Ausdruck ἀφέταιροι für sie ganz passend.

Auch in unserer aus dem fünften Jahrhundert stammenden Urkunde wird man nicht sowohl an eine besondere Klasse wegen Armuth oder infolge von Atimie ausgestoßener Bürger zu denken haben, als an ξένοι die sich in Gortyn mehr oder minder dauernd aufhielten; und dem entspricht auch die Stellung in der sie auftreten. Denn sie sind einerseits wesentlich schlechter als die Bürger gestellt, andererseits nicht bloß besser als die eigentlichen δῶλοι, sondern auch als die halbfreien ϝοικῆς[1]), die zwar einen Herren, πασιάς haben aber doch nicht sich in eigentlicher Sklaverei befinden.

III. Eine Eigenthümlichkeit kretischer Ehen.

Als hervorstechendste Eigenthümlichkeiten kretischer Sitte hebt Strabon X 20, p. 482 C. aus der Schilderung des Ephoros zwei die ehelichen Verhältnisse betreffende Singularitäten hervor: γαμεῖν μὲν ἅμα πάντας ἀναγκάζοντας παρ' αὐτοῖς οἱ κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ἐκ τῆς τῶν παίδων ἀγέλης ἐκπηδήσαντες, οὐκ εὐθὺς δ' ἄγονται παρ' ἑαυτοὺς τὰς γαμηθεῖσας παῖδας, ἀλλ' ἐπὰν ἤδη διοικεῖν ἱκαναὶ ὦσι τὰ περὶ τοὺς οἴκους· φερνὴ δ' ἐστίν, ἂν ἀδελφοὶ ὦσι, τὸ ἥμισυ τῆς τοῦ ἀδελφοῦ μερίδος. Beide Eigenthümlichkeiten sind durch die Gortynische Urkunde bestätigt und genauer illustrirt.

1) Wichtig für die Erkenntniß der eigenthümlichen Stellung der ϝοικῆς, auf die ich heute nicht näher eingehe, ist namentlich der Passus der Urkunde IV 34—37.

IV 40 ff. wird bestimmt, daß wenn der Vater stirbt, die Söhne δύο μοίρανς Fέκαστον bekommen sollen, die Töchter aber μίαν μοίραν Fεκά[σ]τα[ν]. Dann wird hinzugefügt (48 ff.) αἰ δέ κα λῇ ὁ πατὴρ δωὸς ἰὼν (so liest Comparetti unzweifelhaft richtig; δωείσιον Fabricius) δόμεν τᾷ ὀπνιομένᾳ, δότω κατὰ τὰ ἐγραμμένα, πλίονα δὲ μή; der Vater kann also der sich verheirathenden Tochter das ihr bei seinem Tode zufallende Erbtheil (κατὰ τὰ ἐγραμμένα, nämlich eben Z. 40 ff.), das heißt je die Hälfte eines Sohnestheiles schon bei seinen Lebzeiten als Mitgift zukommen lassen. Das ist eben das, was Strabon als kretische Sitte schildert; nur wäre aus unserer Urkunde noch hinzuzufügen, daß ein bedeutendes Praecipuum, welches Z. 31 ff. genauer angegeben wird, unter allen Umständen den Söhnen reservirt war.

Sehr viel auffallender und von sonstigem griechischen Gebrauch abweichender ist die andere von Strabon an erster Stelle angeführte Bestimmung, daß bei der Verheirathung sehr jugendlicher Töchter es üblich war, sie obwohl der eheliche Umgang mit dem Manne schon begonnen hatte doch noch im elterlichen Hause zu behalten und erst nach längerer Zeit, wenn sie soweit herangewachsen daß sie eine Hauswirthschaft selbständig führen konnten, mit ihrem Mann einen eigenen Hausstand begründen zu lassen. Und da die kretischen Mädchen schon mit 12 Jahren sich verehelichen konnten (s. die Urkunde XII 31 f.), wird diese Praxis gar nicht selten gewesen sein. Dadurch erklärt sich zweierlei, was in unserer Urkunde auf den ersten Blick sehr auffällt: Einmal daß II 20 ff. es als etwas ganz im gewöhnlichen Laufe der Dinge Liegendes vorausgesetzt wird, daß ein Ehebruch in dem Hause des Vaters oder des Bruders der Frau vorkommen kann, erst an dritter Stelle das Haus ihres Mannes angeführt wird (αἴ κα τὰν ἁλευθέραν μοιχίων αἱλεθῇ ἐν πατρὸς ἢ ἐν ἀδελφιῶ ἢ ἐν τῶ ἀνδρός); was sich nun einfach durch die Unterstellung des Verweilens der jugendlichen Frau im elterlichen Hause erklärt, (wobei natürlich der Bruder als Vorstand des Hauses im Fall des Ablebens des Vaters gedacht wird). Und zum andern die merkwürdigen Bestimmungen die hinsichtlich der Verheirathung einer Erbtochter VIII 20 ff. getroffen werden. αἰ δέ κα πατρὸς δόντος (so zu schreiben, wie schon das folgende ἔδωκαν zeigt, nicht δῶντος, da bei Lebzeiten des Vaters oder Bruders keine Erbtochter werden kann) ἢ ἀδελφιῶ πατρῳῶχος γένηται, αἰ λείοντος ὀπυίεν ᾧ ἔδωκαν, μὴ λείοι ὀπυίεθαι, αἴ κ' ἐστεστέκνωται, διαλαχόνσαν τῶν χρημάτων, ᾗ ἔγραπται, κτλ. αἰ δὲ τέκνα μὴ εἴη, πάντ' ἔ[χ]ον[σ]αν τῷ ἐπιβάλλον[τ]ι ὀπυίεθαι κτλ. Es wird also der Fall vorausgesetzt, daß eine Erbtochter wird, die ihr Vater oder Bruder bereits verheirathet haben, selbsverständlich infolge des Todes ihres Vaters oder ihrer

Brüder wird, und sie ihrerseits keine Lust hat bei ihrem bisherigen Manne zu bleiben. Und zwar wird hier betreffs der vermögensrechtlichen Behandlung eine bestimmte Distinction gemacht, je nachdem schon Kinder aus dem ehelichen Verkehr hervorgegangen sind (*ἐστετέκνωται* natürlich = mediales *ἐκτετέκνωται*) oder nicht. Aber trotzdem so längerer ehelicher Umgang ganz unzweifelhaft ist, wird doch das Zusammenbleiben der Gatten als ein *ὀπυίεν* und *ὀπυίεθαι* bezeichnet. Da der Ausdruck *δόντος*, *ἔδωκαν* aber an sich an ein bloßes Verlöbniß zu denken verbietet und das eventuelle Vorhandensein von Kindern diesen Gedanken ganz ausschließt, finde ich die Erklärung für diesen scheinbaren Widerspruch nur darin, daß der geschlechtliche Verkehr zwar nach kretischer Sitte bereits während des Verweilens der jugendlichen Frau im Hause ihres Vaters oder Bruders begonnen hat, aber noch nicht der Uebertritt in den Hausstand des Mannes erfolgt ist, und daß dieser erst eine volle Ehe, ein *ὀπυίεν* und *ὀπυίεθαι* begründet.

IV. Familie, Verwandtschaft und Geschlecht.

Auf der Tafel V werden Z. 9 ff. die allgemeinen Normen der Intestaterbfolge festgesetzt. Nach dem Ableben eines der Ehegatten[1]) sollen in erster Linie erbberechtigt sein die Kinder oder Enkel oder Großenkel des Erblassers, also die direkten Descendenten. Giebt es solche nicht, so fällt das Erbe den Geschwistern des Erblassers und deren Kindern oder Enkeln zu, und zwar zunächst den Brüdern und deren Nachkommen; erst wenn solche nicht vorhanden sind, den Schwestern mit ihrer Nachkommenschaft. Giebt es überhaupt keine Geschwister des Erblassers und ebensowenig Nachkommen von diesen, so treten als Erben die (ferneren) *ἐπιβάλλοντες* ein; wenn es aber auch an *ἐπιβάλλοντες* ganz fehlt, dann sollen alle die welche zur *οἰκία* gehören zu gleichen Theilen erben. Denn die letzten Worte (Z. 25 ff.), bei denen mir die bisherige Schreibung unverständlich bleibt, lese ich folgendermaßen: *αἰ δὲ μὴ εἶεν ἐπιβάλλοντες, τᾶς ϝοικίας οἵτινες κ' ἴωντι, ὀκλάρως τούτονς ἔχεν τὰ χρήματα*, indem ich *ὄκλαρος* als dialektische Nebenform von *ὁμόκληρος* auffasse, gebildet nach der Analogie von *ὄζυξ*, *ὄπατρος* u. ä.

Hier fragt es sich: welcher Unterschied besteht zwischen den

---

1) *ἢ κ' ἀποθάνῃ ἀνὴρ ἢ γύνα* heißt es: dabei ist zu bemerken, daß von dem Verhältniß des überlebenden Ehegatten zu der Erbschaftsmasse bereits III 17—37 eingehend gehandelt ist; noch erfahren wir nachträglich (VI 31 ff.), daß das Vermögen der Frau zur Nutznießung bei dem Manne blieb, wenn Kinder aus der Ehe hervorgegangen waren, aber im Fall seiner Wiederverheirathung sofort an die erbberechtigten Kinder fällt.

ἐπιβάλλοντες und den Angehörigen der οἰκία? Der Begriff von ἐπιβάλλοντες kann im Allgemeinen nicht zweifelhaft sein. An sich bedeutet es nichts als »die Zuständigen«; aber in den erbrechtlichen Verhältnissen, in denen es allein in der Inschrift gebraucht ist, sind »die Zuständigen« keine andern als die Blutsverwandten. An Stellen wie III 28 oder III 33 und namentlich XII 24 f. werden diese unzweifelhaft mit dem Worte bezeichnet. Sehr oft erscheint der Ausdruck auf Columne VII und VIII in den Auseinandersetzungen betreffs der Verheirathung der Erbtöchter (zuweilen auch in der Fassung ὁ ἐπιβάλλων ὀπυίειν oder ὁ ἐπιβάλλων τὰν πατρῳῶχον ὀπυίειν): doch ist er dort bloß von Vatersbrüdern oder deren Söhnen gebraucht; und XII 41 f. scheinen sogar auch die direkten Descendenten mit unter diesem Begriff befaßt zu sein. Hier muß ja dem Zusammenhange nach an weitere Grade der Agnaten gedacht werden: leider ist es aber nicht möglich schärfer zu bestimmen, bis zu welchem Grade die Erbbefähigung gelten soll.

Wenn nun nach den Agnaten an letzter Stelle noch die Angehörigen der οἰκία als erbberechtigt genannt werden, so mag es einem an römische Rechtsanschauungen Gewöhnten am nächsten liegend erscheinen, daß damit die Gentilen gemeint seien nach Analogie der bekannten Bestimmung des Zwölftafelgesetzes SI INTESTATO MORITVR, CVI SVVS HERES NEC ESCIT, ADGNATVS PROXIMVS FAMILIAM HABETO. SI ADGNATVS NEC ESCIT, GENTILES FAMILIAM HABENTO. Allein es dürfte nicht wohl möglich sein, dem in οἶκος und in οἰκία doch immer nothwendig vorauszusetzenden Begriff von »Familie« in einer juristischen Bestimmung zu dem allmeinen einer *gens* zu verflüchtigen. Auch scheint der der lateinischen *gens* etwa entsprechende Ausdruck in Gortyn vielmehr φυλά gewesen zu sein, da die Erbtochter unter gewissen Verhältnissen berechtigt ist, statt einen aus dem Kreis der ἐπιβάλλοντες vielmehr einen Beliebigen aus der gesammten φυλά zu heirathen (VIII 5. 11 und 26).

Demnach wird nichts übrig bleiben als in dem Ausdruck τᾶς ϝοικίας οἰκεῦντες κ' ἔωντι eine Umschreibung von dem zu sehen, was in gewöhnlicher Gräcität unter οἰκεῖοι verstanden wird. Was aber der technische Begriff von οἰκεῖοι war, darüber klärt mit aller wünschenswerthen Bestimmtheit wiederum Aristophanes von Byzanz in einem andern Abschnitt seines Glossenwerkes auf. Denn auf dessen συγγενικὰ ὀνόματα gehen die Grammatikererklärungen von οἰκεῖος zurück, welche Nauck a. a. O. p. 129 f. zusammenstellt[1]). Hier mag na-

1) Man kann auch noch Ammonius u. d. W. ἀγχιστεῖς p. 8 zu den hierher gehörigen Stellen hinzufügen.

mentlich noch hervorgehoben werden, daß auch der Lakone Kallikratides (bei Stobaeus, Floril. LXXXV 16) diese Definition von *οἰκεῖος* sanctionirt. Wir haben also an letzter Stelle die Verschwägerten oder noch schärfer die durch Ehe (nicht durch Geburt) verwandt Gewordenen oder nach der gebräuchlichen Terminologie des römischen Rechts im Gegensatz zu den Agnaten die Affinen. Und bei ihnen soll kein weiterer Unterschied betreffs der Gradnähe gemacht werden (analog dem römischen Rechtsgrundsatz *gradus affinitati nulli sunt*), sondern die Affinen erben alle zu gleichen Theilen.

V. Der Gerichtsbeamte *μνάμων*.

In der Urkunde ist zwei Mal sicher (IX 32 und XI 16), einmal nach höchst wahrscheinlicher Ergänzung (XI 53) der *μνάμων* als Beamter in Gortyn bezeugt und zwar erscheint er immer in Verbindung mit Acten der Gerichtsbarkeit und in einer Stellung, die nicht besser illustrirt werden kann als durch die bekannten Worte des Aristoteles in der Politik VI 8, p. 1321 b, 34 ff. *ἑτέρα δ' ἀρχὴ πρὸς ἣν ἀναγράφεσθαι δεῖ τά τε ἴδια συμβόλαια καὶ τὰς κρίσεις ἐκ τῶν δικαστηρίων· παρὰ δὲ τοῖς αὐτοῖς τούτοις καὶ τὰς γραφὰς τῶν δικῶν γίνεσθαι δεῖ καὶ τὰς εἰσαγωγάς· ἐνιαχοῦ μὲν οὖν μερίζουσι καὶ ταύτην εἰς πλείους, ἔστι δὲ μία κυρία τούτων πάντων· καλοῦνται δὲ ἱερομνήμονες καὶ ἐπισκάται καὶ μνήμονες καὶ τούτοις ἄλλα ὀνόματα σύνεγγυς.*

So tritt der Gortynsche *μνάμων* neben die *μνήμονες* von Iasos, die in der Inschrift des Bull. de corr. Hell. V (1881) p. 493 ff. wiederholt als Zeugen abgeschlossener Kaufcontracte citirt werden: und auch die *μνήμονες* von Halikarnaß und Salmakis in der zuerst durch Newton bekannt gewordenen, zuletzt von Ruehl genauer behandelten Inschrift (bei Roehl I. G. A. n. 500) gehören in diese Reihe.

Dagegen hat dieser *μνάμων* mit gottesdienstlichen Functionen nichts zu thun und nur den Namen gemein mit dem *μνάμων* der dorischen Sicilier (C. i. Gr. III N. 5432) und den zahlreichen Hieromnemones (über die die Litteratur Sauppe in seiner Abh. *de amphictionia delphica* 1873 p. 10 zusammengestellt). Zu bemerken aber ist, daß die von den Schol. zur Odyss. $\Im$ 163 und zu Aristoph. Wolk. 623 bezeugte weitere Bedeutung von *μνήμων* als *γραμματεύς* in einem andern Gortynischen Beamten hervortritt, der in einer soeben von Haussoullier im Bullet. de corr. Hell. IX (1885) S. 18 f. publicirten Inschrift als *κόσμων μνάμων* bezeichnet wird. [Vgl. jetzt auch Latischew im Bull. de corr. Hell. IX S. 296 ff.].

Universität.

Benekesche Preis-Stiftung.

Die Aufgabe der Benekeschen Preis-Stiftung für das Jahr 1888 ist folgende:

»In den apologetischen Schriften der Kirchenväter beider Sprachen wird die Kritik des Heidenthumes wesentlich mit demselben gelehrten Apparate vollzogen, und es steht außer Frage, daß die mythologische Doctrin, welche bei den Apologeten vorliegt, aus denselben Quellen stammt, mögen auch die Kanäle verschieden sein, welche dieselbe ihnen zugeführt haben. Diese mythologischen Excerpte also sollen ausgesondert, geordnet und auf ihre Herkunft, Verwandtschaft und Glaubwürdigkeit untersucht werden«.

Bewerbungsschriften sind in deutscher, lateinischer, französischer oder englischer Sprache mit einem versiegelten Briefe, der den Namen des Verfassers enthält und durch den gleichen Spruch wie die Bewerbungsschrift bezeichnet ist,

bis zum 31. August 1887

an uns einzusenden.

Die Zuerkennung der Preise erfolgt am 11. März 1888, dem Geburtstage des Stifters, in öffentlicher Sitzung der philosophischen Fakultät in Göttingen.

Der erste Preis beträgt 1700 Mark, der zweite 680 Mark.

Die gekrönten Arbeiten bleiben unbeschränktes Eigenthum der Verfasser.

Die Preisaufgaben, für welche die Bewerbungsschriften bis zum 31. August 1885 und bis zum 31. August 1886 einzusenden sind, finden sich bezw. in den »Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften und der G.-A.-Universität zu Göttingen« im Jahrgange 1883 S. 67 und im Jahrgange 1884 S. 240.

Göttingen den 7. April 1885.

Die philosophische Fakultät

Der Dekan

W. Müller.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stuppe*, Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

22. Juli. **№ 6.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 4. Juli 1885.

Schering, Mittheilung über einen Briefwechsel zwischen Dirichlet und Kronecker, der in den Nachrichten zum Abdruck kommen soll.

Wagner, Patrokles am Kara Bugas?

Voigt, Ueber die Erwärmung eines Gases durch Compression nach der kinetischen Gastheorie.

Bechtel, Ueber die urgermanische Verschärfung von *j* und *w*.

Patrokles am Kara Bugas?

Methodische Bedenken

von

Hermann Wagner.

Robert Rösler hatte in seiner vortrefflichen Schrift »Die Aralsee-Frage 1873« die Ueberlieferungen des Alterthums von neuem einer Analyse unterzogen und dabei die Fahrt des Patrokles auf dem Kaspischen Meer, welche K. J. Neumann (s. u.) in die Zeit zwischen 285 und 282 v. Chr. legt, als einen fundamentalen Beweis für die Existenz einer Oxusmündung in das Kaspische Meer während jener Zeit wiederum zu verwerthen gesucht. Dabei war ihm das für einen so tüchtigen Alterthumsforscher seltsame Versehen begegnet, daß er sich bei der betreffenden Stelle im Strabo (Lib. XI, 507 Cas.), in welcher nach Eratosthenes von jener Umfahrt des Patrokles die Rede ist, verlesen und die Entfernung von der Mündung des Mardus bis

zu der des Oxus auf 3800 Stadien statt, wie unzweideutig überall beglaubigt ist, zu 4800 angegeben hatte.

Das Verdienst diesen Irrthum Röslers aufgedeckt zu haben gebührt Herrn Karl Johannes Neumann in Straßburg, der denselben in seinem interessanten Aufsatz »Patrokles und der Oxus« (Hermes XIX 1884, S. 165—85) sozusagen zum Ausgangspunkt macht. Dieser gipfelt in dem Nachweis, daß, wenn man von der Balkan-Bucht am Ostufer des Kaspischen Meeres (in welche das vermeintliche trockne »Bett des Oxus«, Usboy von den Anwohnern genannt, einmündet) 1000 Stadien weiter an der Küste nordwärts gehe, man genau an den Eingang »Kara Bugas« der großen Seitenbucht genannten Meeres gelange. Diese schmale Gasse habe Patrokles für den hier vermutheten Oxus gehalten. Fortan stehe Patrokles also denen nicht mehr im Wege, welche eine vorhistorische Austrocknung des ganzen unteren Amulaufes annehmen, resp. einen wirklichen Zufluß zum Kaspischen Meere in historischen Zeiten für unerwiesen hielten. Dieser Folgerung schließt sich Alfred Kirchhoff in Halle nicht nur rückhaltlos an, sondern sucht dem Beweise auch noch durch eine Vermuthung über die geographischen Vorstellungen des Patrokles eine neue Stütze zu geben, indem er das geographische Publicum durch einen kurzen Aufsatz »Die Nichtexistenz einer Oxusmündung ins Kapische Meer während des Alterthums« (Zeitschr. f. wissensch. Geogr. V. 1884, S. 270—272) in dankenswerther Weise erst auf die Neumann'sche Arbeit aufmerksam macht.

Die Zahl der kleinen geographischen Detailfragen, welche auf Grund erneuter Localuntersuchungen immer von neuem der Erörterung unterzogen werden müssen, ist so riesengroß, daß es für die Geographen von Fach etwas höchst Verlockendes hat, eine so complicirte Frage wie die vorliegende einfach mit der in die Collectaneen aufgenommenen Notiz »Patrokles hat nicht die Oxusmündung sondern den Kara Bugas entdeckt, s. Neumann-Kirchhoff a. a. O.« zum definitiven Abschluß bringen zu können. Sie findet dann ihren Weg in unsere noch so wenig gründliche geographische Literatur rasch weiter, und der Ursprung so wie die Begründung wird nicht ferner in Betracht gezogen.

Diese Erfahrung veranlaßt mich zeitig einige methodische Bedenken gegen die Beweisführung auszusprechen, welche keineswegs die viel umstrittene Frage des alten Oxuslaufes einer erneuten Prüfung unterziehen sondern nur zur Erwägung geben sollen, ob man wirklich dem Patrokles die Entdeckung des Kara Bugas zuschreiben dürfe. Nicht aber auf das Resultat, das einer neuaufgetauchten Hypothese doch nur in einer Nebenfrage den Boden entzieht, möchte ich das

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

22. Juli. **№ 6.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 4. Juli 1885.

Schering, Mittheilung über einen Briefwechsel zwischen Dirichlet und Kronecker, der in den Nachrichten zum Abdruck kommen soll.

Wagner, Patrokles am Kara Bugas?

Voigt, Ueber die Erwärmung eines Gases durch Compression nach der himlischen Gastheorie.

Bechtel, Ueber die urgermanische Verschärfung von *j* und *w*.

Patrokles am Kara Bugas?

Methodische Bedenken

von

Hermann Wagner.

Robert Rösler hatte in seiner vortrefflichen Schrift »Die Aralsee-Frage 1873« die Ueberlieferungen des Alterthums von neuem einer Analyse unterzogen und dabei die Fahrt des Patrokles auf dem Kaspischen Meer, welche K. J. Neumann (s. u.) in die Zeit zwischen 285 und 282 v. Chr. legt, als einen fundamentalen Beweis für die Existenz einer Oxusmündung in das Kaspische Meer während jener Zeit wiederum zu verwerthen gesucht. Dabei war ihm das für einen so tüchtigen Alterthumsforscher seltsame Versehen begegnet, daß er sich bei der betreffenden Stelle im Strabo (Lib. XI, 507 Cas.), in welcher nach Eratosthenes von jener Umfahrt des Patrokles die Rede ist, verlesen und die Entfernung von der Mündung des Mardus bis

zu der des Oxus auf 3800 Stadien statt, wie unzweideutig überall beglaubigt ist, zu 4800 angegeben hatte.

Das Verdienst diesen Irrthum Röslers aufgedeckt zu haben gebührt Herrn Karl Johannes Neumann in Straßburg, der denselben in seinem interessanten Aufsatz »Patrokles und der Oxus« (Hermes XIX 1884, S. 165—85) sozusagen zum Ausgangspunkt macht. Dieser gipfelt in dem Nachweis, daß, wenn man von der Balkan-Bucht am Ostufer des Kaspischen Meeres (in welche das vermeintliche trockne »Bett des Oxus«, Usboy von den Anwohnern genannt, einmündet) 1000 Stadien weiter an der Küste nordwärts gehe, man genau an den Eingang »Kara Bugas« der großen Seitenbucht genannten Meeres gelange. Diese schmale Gasse habe Patrokles für den hier vermutheten Oxus gehalten. Fortan stehe Patrokles also denen nicht mehr im Wege, welche eine vorhistorische Austrocknung des ganzen unteren Amulaufes annehmen, resp. einen wirklichen Zufluß zum Kaspischen Meere in historischen Zeiten für unerwiesen hielten. Dieser Folgerung schließt sich Alfred Kirchhoff in Halle nicht nur rückhaltlos an, sondern sucht dem Beweise auch noch durch eine Vermuthung über die geographischen Vorstellungen des Patrokles eine neue Stütze zu geben, indem er das geographische Publicum durch einen kurzen Aufsatz »Die Nichtexistenz einer Oxusmündung ins Kaspische Meer während des Alterthums« (Zeitschr. f. wissensch. Geogr. V. 1884, S. 270—272) in dankenswerther Weise erst auf die Neumann'sche Arbeit aufmerksam macht.

Die Zahl der kleinen geographischen Detailfragen, welche auf Grund erneuter Localuntersuchungen immer von neuem der Erörterung unterzogen werden müssen, ist so riesengroß, daß es für die Geographen von Fach etwas höchst Verlockendes hat, eine so complicirte Frage wie die vorliegende einfach mit der in die Collectaneen aufgenommenen Notiz »Patrokles hat nicht die Oxusmündung sondern den Kara Bugas entdeckt, s. Neumann-Kirchhoff a. a. O.« zum definitiven Abschluß bringen zu können. Sie findet dann ihren Weg in unsere noch so wenig gründliche geographische Literatur rasch weiter, und der Ursprung so wie die Begründung wird nicht ferner in Betracht gezogen.

Diese Erfahrung veranlaßt mich zeitig einige methodische Bedenken gegen die Beweisführung auszusprechen, welche keineswegs die viel umstrittene Frage des alten Oxuslaufes einer erneuten Prüfung unterziehen sondern nur zur Erwägung geben sollen, ob man wirklich dem Patrokles die Entdeckung des Kara Bugas zuschreiben dürfe. Nicht aber auf das Resultat, das einer neuaufgetauchten Hypothese doch nur in einer Nebenfrage den Boden entzieht, möchte ich das

Hauptgewicht dieser kleinen Untersuchung legen, sondern, wie im Titel schon angedeutet ist, interessirt mich mehr die allgemeine methodische Seite; irre ich nicht, so ist dieses concrete Beispiel geeignet zu zeigen, wie man sich innerhalb der historischen Topographie weniger bekannter Gegenden die Beweisführung doch zuweilen etwas leicht macht.

Auf die werthvollen Erörterungen Neumanns über die Person des Patrokles, die Zeit seiner Fahrt etc. gehe ich bei der Untersuchung nicht ein, sondern halte mich ausschließlich an die bei den Vertretern dieser neuen Hypothese zu Tage tretenden geographischen Anschauungen und Argumentationen. Diesen gegenüber glaube ich nachweisen zu können, daß die Behauptung, Patrokles sei am Kara Bugas gewesen, nicht aufrecht zu erhalten ist, und alle dafür herbeigezogenen Beweise sich auf Mißverständnisse oder den Mangel einer wirklich geographischen Untersuchungsmethode zurückführen lassen.

Meine Einwürfe gründen sich

1) auf den Mangel der nähern Analyse der Distanzschätzungen bei Patrokles;

2) auf das Mißverständniß der Position der Insel Talka bei Ptolemaeus (Lib. VI. Cap. 9);

3) auf die bedeutende Ueberschätzung der geographischen Einsicht bei Patrokles (von Seiten Kirchhoffs);

4) ganz besonders auf den Mangel jeglicher Berücksichtigung der Natur des Kara Bugas (und damit auf die bedeutende Unterschätzung der Beobachtungsgabe des Patrokles).

1.

Da Neumann den Nachweis, daß der Abfahrtspunkt der Ost- und Westfahrt des Patrokles, die Mündung des Mardus, mit der des Sefid-Rûd (Kisil-Usen) am Südufer des Kaspischen Meeres identisch sei, von Rösler für erbracht anerkennt, so nehme auch ich diesen als Ausgangspunkt. Für geographische Leser sei beiläufig bemerkt, daß uns in dem eratosthenischen Fragment bei Strabo keineswegs, wie man nach Kirchhoffs Darlegung wohl vermuthen könnte, »der genaue Stadiasmus der Befahrung der West-, Süd- und Ostküste der Südhälfte des Kaspischen Meeres« durch Patrokles erhalten ist. Lägen uns Specialangaben nach Art des Periplus des Nearch, Scylax, Arrian, des unbekannten Verfassers der Segelanweisung des Erythräischen Meeres vor, so würden wir sicher die uns hier beschäftigende Frage viel leichter lösen können. Factisch findet sich aber nur die Notiz vor »die Umfahrt halte, wie Eratosthenes sagt, neben

den Anariaken und Amardern und Hyrcanern bis zur Mündung des Oxus 4800 und von dort bis zum Jaxartes 2400 Stadien«. Rösler hatte hinzugefügt: »Diese Ziffer von 3800 St. (wie er fäschlich gelesen) kommt der wahren Entfernung von der Mündung des Mardus (Sefid-Rûd), die man als westliche mardische Grenze annehmen darf, bis zum Balkan Busen oder des Achtam-Arms des alten Oxuslaufes außerordentlich nahe«. Indem er die 3800 Stadien der Strecke von 95 geogr. Meilen (15 = 1°) gleichsetzt, hat er sich auf die heikle Frage des etwa angewendeten Stadienmaßes gar nicht mehr eingelassen, sondern die olympischen (600 = 1°) zu Grunde gelegt.

Vier Einwendungen möchte ich nun gegen Neumann machen:

a) Neumann hat meines Erachtens keine genaue Nachmessung der Küstenstrecken ausgeführt; — b) der Kara Bugas ist ferner nicht 4800, sondern 5500 oder mindestens 5200 Stadien vom Sefid-Rûd entfernt, während die eratosthenische Zahl von 4800 ungleich mehr auf den innern Winkel des Balkanbusens weist; — c) allen sonstigen Erfahrungen widerspricht es, eine so wichtige Localisation überhaupt auf ein (vermeintliches oder wirkliches) »genaues« Zusammentreffen von Stadienzahl und Ort allein zu basiren; — d) die bekannten Ueberschätzungen der Alten hinsichtlich der Küstenstrecken sprechen gegen die Annahme, daß die 4800 Stadien auf den Kara Bugas hinweisen.

a) Hat K. J. Neumann, so lautet unsere erste Frage, ebenso, wie er durch Nachschlagen im Strabo Röslers Versehen in der Ziffer aufgedeckt hat, auch an der Hand der Nachmessung die Behauptung desselben, sie führe »sehr nahe« an den Balkan Busen, wirklich geprüft? Und war es nicht sicher die Pflicht desjenigen, welcher die fälschlicher Weise erreichte Localität zum Ausgangspunkt der neuen Hypothese für die Erreichung des Kara Bugas durch Patrokles macht sich von jenem »sehr nahe« noch genauer zu überzeugen? Meines Erachtens hat Neumann entweder überhaupt keine eigene Nachmessung ausgeführt — oder er hat falsch gemessen. Wir finden über diesen so wichtigen Punkt in der ganzen Beweisführung nur die Worte (S. 175): »Bei der Messung der Küstenfahrt können doch mehr als sehr geringfügige Differenzen nicht entstehen. In der That führen denn auch die 3800 Stadien »genau« auf die Mündung des Balkanbusens«.

Sollte ich mich irren, daß aus der Kürze der Darlegung auf eine eigene Nachmessung nicht geschlossen werden kann, so nehme ich den Einwurf gern zurück, aber zur weitern Begründung desselben will ich eine Beobachtung, die sich mir seit Jahren aufgedrängt hat,

nicht unterdrücken, daß nämlich auch unter Geographen eine merkwürdige Abneigung besteht sich durch (wenn auch nur oberflächliche) Nachmessung mit Zirkel, Curvimeter, Planimeter auf Karten verschiedenen Maßstabes bei widersprechenden Angaben wenigstens für die größere Wahrscheinlichkeit der einen oder andern Längen- (z. B. Routen, Flußlinien, Grenzen) oder Flächenangabe (z. B. Inseln, Halbinseln, Seen, Provinzen), zu entscheiden. Natürlich liegt dies Historikern und Philologen noch ferner; wenn man aber, wie in diesem Falle, seine ganze Argumentation auf eine einzige Entfernungsangabe aufbaut, so darf man unmöglich die öftere Nachmessung unterlassen und muß sich von dem Grad der zu erreichenden Genauigkeit dieser Operation durch Benutzung eines Kartenmaterials von verschiedenem Maßstab überzeugen. Ebenso muß man der wissenschaftlichen Anforderung gerecht werden, daß man einem Jedem die Nachprüfung durch Anführung der Karte, nach welcher gemessen ist, und ihres Maßstabes ermöglicht. Aber gerade dieses letztere vermißt man vollkommen und eben aus dem Umstande, daß bei Gelegenheit dieser Distanzmessungen gar keine Karte von Neumann angeführt ist, glaube ich schließen zu dürfen, daß die Nachmessung jedenfalls nicht in der geschilderten gründlichen Form geschehen ist.

b) Allerdings sind die hier in Betracht kommenden Küstenlinien im allgemeinen so einfacher Natur, daß man in diesem Fall bei Benutzung verschiedener Karten vom Maßstab 1:2000000 oder noch größerm kaum merklich andere Resultate erhalten wird, sei es, daß man dabei nach Art von Arrians Periplus des Pontus Euxinus von Station zu Station an der Küste herumtastet oder nach Art der Fahrt des Nearchus mit etwas seltenerer unmittelbarer Berührung der Küste dem südlichen Winkel des Kaspischen Meeres entlang geht. Aber allerdings einen solchen Maßstab braucht man und Karten eines Handatlas genügen hier nicht. Man versuche nur einmal, welche Differenzen (in Procenten) entstehen, wenn man auf den Tafeln zu C. Müllers Geographi graeci min. nach den Uebersichtsblättern oder den Specialkarten mißt, z. B. bei Arrians Periplus des Pontus Euxinus, da das erstere in dem (immerhin schon großen) Maßstab 1:3400000, die letzteren aber in 1:1 Mill. gezeichnet sind. Für die Südküste des Kaspischen Meeres im Ganzen ist eine geeignete Karte größern Maßstabes nicht so leicht zugänglich, man wird gut thun, die westliche Hälfte auf der neuen Kiepert'schen Nouv. Carte des prov. asiat. de l'Emp. Ott. 1884 1:1500000, die östliche etwa auf der Karte zu Lovetts Reise von Tehéran nach Scharud (Proc. Roy. Geogr. Soc. 1883) 1:500000 zu messen. Denn die Zimmermann'sche zu Ritters Erdkunde Buch 3, Iranische Welt. v. J. 1840—45, 1:1300000 ist natür-

lich gerade in der Kaspischen Küstenlinie total veraltet. Für die Ostküste genügt Petermanns »Karte eines Theils der Transkaspischen Länder«. Mitth. Taf. I. 1873 1:1200000, auf der freilich der Kara Bugas selbst nicht mehr zur Darstellung kommt. Sie entspricht im übrigen dem südwestlichen Blatt der russischen Karte des Transkaspischen Gebiets (1875), die natürlich bei 1:840000 noch mehr zu empfehlen ist. Dasselbe reicht von Astarabad bis über den Kara Bugas hinaus.

Rösler kam nun vom Sefid Rûd mit seinen 3800 Stadien dem Balkanbusen »außerordentlich nahe«, Neumann erreicht ganz genau die Mündung desselben, — also etwa 39° 45′ N. Br. — während ich kaum bis an die Südseite der Insel Tschaleken hingelange. Hierbei wird zunächst die Länge der Südküste des Kaspischen Meeres in Frage kommen. Die Entfernung der heutigen Hauptmündung des Sefid-Rûd von der Küstenbiegung am Busen von Astarabad beträgt kaum mehr als 2100 Stadien. Man wird aber wegen der Veränderlichkeit des Sefid-Rûd-Deltas und demnach der Schwierigkeit einer genauen Fixirung für die Ausmündung im Alterthum, ferner wegen des vielleicht niedrigern Standes des Seespiegels, der die Küstenlinie gegenüber dem Alterthum ein wenig verkürzt haben könnte, einigen Spielraum geben müssen. Von Enzeli am Eingang in die Bucht von Rescht bis zur Astarabad-Bai sind es etwa 2400 Stadien, wie auch die von Neumann angezogene Autorität, Melgunof, 240 Seemeilen oder 2400 Stadien rechnet. Wie aber unter dieser Voraussetzung die restirenden 1400 (3800—2400) resp. 1700 (3800—2100) Stadien von der Bucht von Astarabad (Insel Aschur) uns nordwärts zum Eingang des Balkan führen sollen, ist mir unerfindlich. Allein der Breitenunterschied von 2°50′ (36°55′—39°45′) ergiebt 1700 Stadien. Tastet man jedoch nach Art der Küstenfahrten entlang der Uferlinie, so trifft man nach 1400 Stadien auch ohne in die Atrek-Bucht (B. v. Hassan-Kuli) eingefahren zu sein, etwa auf die Insel Mugan (s. Petermanns Karte), nach 1600 Stadien an den südlichen Eingang des seichten und mit Sandbänken und flachen Inseln erfüllten Kanals, welcher Tschaleken vom Festland trennt (39°5′), woselbst man noch 3—500 Stadien von dem südlichen Eingang in die Balkanbucht entfernt bleibt, je nachdem man östlich oder westlich um die Insel Tschaleken herum fährt. Aber wenn man auch für die Südküste östlich vom Sefid-Rûd nur 2100 Stadien annimmt, gelangt man nach weitern 1700 noch nicht über die Südseite von Tschaleken hinaus. Das läßt sich allerdings nicht auf Uebersichtskarten kleineren Maßstabes erkennen und insofern ist der Fall typisch, wohl aber auf der angeführten Petermann'schen oder der russischen Karte. Dies

zugegeben, würde uns jene weitere Fahrt von 1000 Stadien, welche Rösler durch sein Versehen nicht in Betracht zog, auf dem directesten Wege zwischen der Insel Tschaleken und dem Festlande nach 700 Stadien zum innersten Winkel des Balkan-Busens führen, während dazu bei der Umfahrung der genannten Insel noch 1000 Stadien erforderlich wären. Mit andern Worten ergiebt die allerknappeste Berechnung von der Sefid-Rûd-Mündung zu der des Oxus 4400 (2100+1600+700), die andere 4700 Stadien (2400+1600+700); dagegen ist die Südseite von Tschaleken von dem Kara Bugas noch 13—1400 Stadien entfernt. Somit ist erwiesen 1) daß jene 3800 Stadien in keinem Fall bis zum »Eingang in den Balkanbusen« führen und demnach Neumann nicht recht that, erst von diesem aus seine 1000 Stadien weiter zu zählen und 2) daß der Kara Bugas mindestens 5200 (2100+1700+1400), wenn nicht 5500 Stadien entfernt ist. Uebrigens würde auch eine Küstenfahrt von der Mitte des Eingangs in den Balkanbusen nach 1000 Stadien Weges uns 100 Stad. über den Bugas hinaus führen, während das Ende des Usboy 5—600 Stadien von diesem Eingang entfernt ist. Diese Darlegung benimmt, wie ich meine, dem etwas apodiktischen Ausspruch, jene 4800 Stad., welche Patrokles bis zur Oxusmündung zurückgelegt haben will, führten »genau zum Kara Bugas« die Beweiskraft, die Zahl bleibt um mindestens 400 St. oder um ebensoviel hinter der wirklichen Entfernung zurück, als sie bei »knappester« Messung (4400 St.) hinter derjenigen von der Oxusmündung zurückbleiben würde.

c) Aber ganz abgesehen von diesem Einwand darf man sich wundern, daß dem Urheber der neuen Hypothese diese auffallende Genauigkeit — so weit er sie eben nachgewiesen zu haben glaubt — nicht stutzig machte und ihn nach Beispielen gleich zuverlässiger Angaben in den griechischen Stadiasmen suchen ließ. Meines Erachtens kann eine Durchmusterung der äußerst vagen Schätzungen der Alten bei ihren Routen zu Lande und ihren Seewegen nur das Resultat haben, daß man dem Ausdruck »man komme mit einer Ziffer einer gewissen Localität nahe«, eine viel größere Berechtigung zuschreibt, als daß man mit ihr »ganz genau« einen geographisch fixirten Punkt treffe. Letzteres muß im allgemeinen lediglich als ein glücklicher Zufall nicht als das Ergebniß einer genauen Distanzmessung bezeichnet werden. Im andern Fall würde man aber nicht nur den ganz richtigen Standpunkt eines Strabo verkennen, der im unmittelbaren Anschluß an die betreffende Stelle hinzugefügt (und sich ähnlich an andern Stellen so ausspricht) »Man müsse die Angaben in diesem Theile (des Kaspischen Meeres) und so weit entlegenen Ländern nicht zu genau nehmen und besonders die Entfernungen«, sondern es heißt

auch sich in Widerspruch mit weitaus den meisten uns aus dem Alterthum überlieferten Distanzangaben setzen. Die letztern haben in den seltensten Fällen eine regelmäßige Folge von annähernd richtigen Maßen geliefert. Vielmehr auch wenn man hoffen zu können glaubte, daß sich durch eine constante Ueberschätzung oder eine Unterschätzung ein Mittel gewinnen ließe, um das angewandte Stadienmaß daraus ableiten zu können, so traf man oft an verhältnißmäßig bekannten Küstenstrecken Schätzungen die genau im entgegengesetzten Sinne wirkten. Ich erinnere an den Periplus des Erythräischen Meeres von einem Unbekannten, wo man aus der Kleinheit der meisten Ziffern gezwungen ist auf das um $^1/_7$ größere ägyptische Stadium als Grundmaß zu schließen, während sich neben der sehr knappen Angabe von 300 Stadien für die Entfernung zwischen Muza und der Enge der Diodorinsel (Mocha und Bab el Mandeb) die viel zu große von 1200 Stadien zwischen dem letzten Punkt und Aden (Arabia Eudaemon) findet. Diese Beispiele ließen sich zu Dutzenden vermehren und die nemlichen Erfahrungen haben dazu geführt, allen Localisirungen an Küsten aus bloßen Entfernungsmaßen einen sehr problematischen Werth beizulegen, und diesen vielmehr nur den Charakter einer ersten Annäherung zuzugestehen, um dann die Naturverhältnisse jener Localität, auf welche wir gewiesen werden, erst näher ins Auge zu fassen. — Gegen diesen methodischen Gesichtspunkt hat meines Erachtens Neumann, überrascht von dem vermeintlichen genauen Zusammentreffen einer Lücke in der Küstenlinie mit der Entfernung von 4800 Stadien vom Sefid-Rûd, gefehlt.

d) Der Einwurf, daß die (fäschlich gelesenen) 3800 Stadien Rob. Rösler hätten auf den Gedanken bringen müssen, die Zahl nochmals nachzusehen, weil sie eine beträchtliche Unterschätzung der wahren Distanz involvirt hätte, wird von K. J. Neumann nicht erhoben, woraus man vielleicht ebenfalls schließen darf, daß Letzterer eine Nachmessung nicht ausgeführt hat. Man wird ihm in diesem Falle den gleichen Vorwurf nicht machen dürfen, da er sich nicht bewußt war, daß 4800 Stadien für die Entfernung des Kara Bugas nicht unbeträchtlich zu wenig sind. Aber um die methodischen Gesichtspunkte hier im Zusammenhang zu geben, möchte ich doch auch an die bekannte Thatsache erinnern, daß mindestens für die damalige Zeit Unterschätzungen zu den größten Seltenheiten gehören, Ueberschätzungen die Regel sind. Es können hierbei natürlich nur die in Stadien ausgedrückten Entfernungsangaben in Betracht kommen, nicht die in Tagen und Nächten, weil wir ein sicheres Reductionsverhältniß zur Uebertragung der Zeit in Wegmaß nicht kennen; auch darf man zum Vergleiche nur die Strecken zwischen unzweifelhaft fest localisir-

ten Küstenpunkten heranziehen. Einzelne Angaben zum Belege hier zu citiren, scheint mir in der That unnöthig, ich verweise nur auf die Fahrt des Nearch, der die durchfahrene Strecke zwischen dem Indus und der Straße von Ormus in Summa zu 13000 Stadien schätzt, während sie in Wahrheit nicht 8000 St. lang ist, oder an Arrians Periplus des Pontus Euxinus, wo jede Küstenstrecke zwischen Bosporus und Heraclea, Heraclea-Sinope, Sinope-Amisus, Amisus-Trapezus etc. etc. um $^1/_6$—$^1/_5$ zu groß angenommen ist, und selbst ein Verfolg jeder kleinsten Küstenbiegung nicht zu den angegebenen Zahlen führt. — Ist es danach nicht wahrscheinlicher, die 4800 Stadien auf den innern Theil des Balkanbusen, dessen Eingang 4000—4200 von Sefid-Rûd entfernt ist, als auf den 5500 Stadien entfernten Kara Bugas weisen zu lassen? Oder sollen wir aus den wenigen uns erhaltenen Zeilen schließen, daß Patrokles eine ungewöhnliche Geschicklichkeit in der Schiffsführung besessen habe? Er war ja doch Stratег und nicht Pilot.

2.

Neumann versucht aber auch die weitern Gründe, welche Rösler für die Identificirung der Oxusmündung heranzieht, abzuschwächen. Ich bedauere nun aufrichtig, auch in dieser Argumentation Herrn Neumann durchaus nicht beistimmen zu können. Auch dieser Punkt ist von allgemeinem methodischen Interesse.

Es handelt sich um eine Stelle des Ptolemaeus Lib. VI Cap. 9, wo in der Beschreibung Hyrcaniens auch die Insel Talka genannt wird. Ptolemaeus giebt ihr die Breite von 43°5′, der Oxusmündung eine solche von 43° (ed. Wilb. 416). Indem nun Rösler die vor dem Balkanbusen liegende Insel Tschaleken mit Talka identificirt — was Neumann billigt —, hatte er die annähernde Uebereinstimmung der Breitenlage für seine Annahme verwerthet, wobei er (nach Ptolemaeus) 44° für die Oxusmündung annahm. (Warum er diese Ziffer nennt, habe ich eben sowenig wie Neumann errathen können. Unser gelehrter Mitbürger Carl Müller, der bekanntlich seit Jahren ausschließlich mit einer neuen Ptolemaeusausgabe beschäftigt ist, bestätigt mir auch nach Einsicht der von ihm gesammelten Varianten 43° und $43^0{}^1/_{12}$). Nun ist sicher der Einwand Neumanns sehr richtig, daß diese Breitenangaben noch nicht genügen für die Behauptung, »dem Ptolemaeus hätte Talka nicht sehr fern von der Oxusmündung erschienen«, daß es dabei vielmehr auch auf die Längenbestimmung ankomme. Dieses »auch« füge ich freilich spontan hinzu, während hier meines Erachtens Neumann den nämlichen Fehler begeht wie Rösler, indem er seine Argumentation nur auf die Längendifferenz

basirt, nach der Talka die Länge von 95°, die Oxusmündung eine solche von 100° habe. Also eine beträchtliche Entfernung ist nach des Ptolemaeus Ansicht ohne Zweifel zwischen beiden Punkten. Sie wird freilich von Neumann nicht näher berechnet. Da Ptolemaeus 180000 Stadien für den Erdumfang annahm, oder 500 für 1° des Aeq., so ist ein Parallelgrad oder die Breite eines Längengrades unter 43° N. Br. = 500. cos 43° = 500. 0,731 = 366 Stadien, also 5° = 1830 Stadien. Halten wir diese Zahl für die folgenden Betrachtungen fest.

Denn nun kommen wir zu der Argumentation, die, meine ich, ein geographisches Gewissen aufrichtig bekümmert. Wenn sich schon viele Schriftsteller alter und neuer Zeit gefallen lassen müssen, daß man einzelne ihrer Aussprüche aus dem Zusammenhang herausnimmt, um sie als Zeugen für oder gegen eine beliebige Ansicht vorzuführen, so halte ich dies dem Tabellenwerke eines Ptolemaeus gegenüber, welches doch nichts anderes ist als ein Commentar zur Karte, für sehr bedenklich. Natürlich erscheinen diese Positionstabellen Manchem zusammenhangslos und doch stehen und fallen so viele unter den Zahlen mit einigen wenigen Grundziffern, die man nicht von vorn herein als solche erkennen kann, so wenig man einer modernen Landkarte anzusehen vermag, welche ihrer Punkte auf einer astronomischen Ortsbestimmung beruhen. Auch hier verwahre ich mich gegen den Vorwurf etwas Triviales, ganz Bekanntes zu sagen, ich bin allein durch das Verfahren des Herrn Neumann dazu veranlaßt worden, der durch das Herauslösen der Positionen für Talka und Oxusmündung aus der Tabelle der Ortsbestimmungen von Hyrcanien jene Ziffern zu absoluten Angaben stempelt, während sie allein im Zusammenhang mit den übrigen, von ihm gar nicht in Betracht gezogenen, also in ihrem relativen Verhältniß verstanden werden können.

Also trotzdem der Text des Capitels 9 im Lib. VI gar nicht berücksichtigt wird, versucht Neumann in folgender Weise eine Reconstruction der Ansichten des Ptolemaeus »in die Absichten seiner Quelle«. Wir müssen wörtlich citiren (S. 177): »Rösler hat aus der bekannten, auch von ihm erwähnten Thatsache, daß Ptolemaeus in beklagenswerther Verirrung die große Axe des Kaspischen Meeres von West nach Ost statt von Süd nach Norden gelegt habe, nicht die nothwendigen Schlüsse gezogen. Denn bei dieser Gestaltung des Beckens mußten natürlich große Stücke der sich in meridionaler Richtung hinziehenden Küsten in die der Parallelen gezogen werden. Entfernungsangaben die für die Breitenbestimmung gelten, wurden für die Ansetzung der Längen

benutzt. . . . . Uebersetzen wir nun die Ansetzung des Ptolemaeus (Länge von Talka 95°, Oxusmündung 100°) in die Absichten seiner Quelle, so ist nicht eine westöstliche, sondern eine nordsüdliche erhebliche Differenz gemeint, und damit jede Beziehung der Oxusmündung des Ptolemaeus zu dem Balkanbusen abgeschnitten. Sehr wohl aber vereinigt sich das gewonnene Resultat mit der Straße von Karabugas«. Hier lege ich mir wieder die Frage vor, ob unser Verfasser bei seiner Untersuchung die siebente Karte von Asien im Ptolemaeus überhaupt angesehen oder sich eine solche nach den Ortstabellen des Textes rasch selbst entworfen hat? Ist, wenn man die Darstellung des alten Meisters mit der heutigen Karte vergleicht, überhaupt denkbar, daß die falsche Längenachse des Kaspischen Meeres bei ihm durch eine ähnliche Verwechselung der Richtung der Küstenlinien aus nordsüdlicher in ostwestliche hervorgegangen ist, wie man sie z. B. bei der Küste Vorderindiens oder Schottlands zu beklagen hat? Ist nicht die meridionale Achse des Beckens von der Rha-Mündung bis zu der Nordküste Mediens nur verhältnißmäßig unbedeutend kleiner, als auf unsern heutigen Karten, nämlich 8° statt 10°? Und hat denn Ptolemaeus seine Contouren nach einem mißverstandenen Periplus, wie beim stark verzerrten Persischen Meerbusen oder beim Schwarzen Meer gezeichnet? Von einer solchen Quelle wird man höchstens in der Südhälfte sprechen dürfen und die beträchtliche westliche Ausbuchtung im S. des Kaukasus auf die stark vorspringende Halbinsel Abscheron zurückführen können. Aber sehr wesentlich ist die Vergrößerung der westöstlichen Erstreckung dadurch hervorgerufen, daß er vom Aralsee und Ust-Urt-Plateau nichts wissend beide mit in den Bereich des Kaspischen Meeres zog, weil er keinen Anlaß hatte dem Jaxartes und Polytimetus eine so weit im Westen liegende Mündung zu geben, wie es bei einer Einmündung an der richtigen Ostküste des Meeres nothwendig gewesen wäre. Das influirte natürlich auch auf die südöstliche Partie und demnach ward die Küstenlinie zwischen dem letzten ihm bekannten Küstenpunkt im Winkel, Socanaa (42°, 97°20′) und der Oxusmündung (43°, 100°) in etwa ONO. Richtung gezogen. Noch heute ist der Geograph genöthigt, rein hypothetische Küsten-, Fluß-, Grenzlinien in unbekannten Gebieten zu ziehen, man wird dabei aber immer den rein willkührlichen Theil (man vergl. die Zeichnung des Congolaufes vor Stanley's Fahrt) von dem zu unterscheiden haben, wo der freie Spielraum in gewisse Grenzen eingeschlossen ist, wie z. B. beim gesammten Küstenzug eines Periplus, der in bestimmter Länge gegeben am Ausgangspunkt oder an einem anderweitig fest bestimmten Punkte ankommen muß. Der letztere Fall liegt aber bei dem Kaspischen

Meere nicht oder höchstens nur bis zur Oxusmündung vor, und folglich darf das Princip einer Verwandlung von Längendifferenzen in Breitenunterschiede hier nicht ohne Weiteres allgemein angewandt werden. In der That würde man bei einer Consequenz des von Neumann angewandten Verfahrens hinsichtlich Talkas und der Oxusmündung sofort zu den größten Ungereimtheiten für die nahe benachbarten Gebiete kommen. Die letztere soll nach der »richtig in die Absicht der Quelle übersetzten« Ansicht des Ptolemaeus 5° nördlicher liegen, der Polytimetus (103° L.) muß sich dann weiter 3° nördlicher ergießen — und wohin kommt die Jaxartesmündung mit einer Länge von 97°?? Und hat man sich den Maxeraausfluß mit 97°20′ L. auch nördlich von Talka zu denken? Sollen ferner die relativen Lagenverhältnisse der Städte Hyrcaniens gar nicht durch diese Reconstruction beeinflußt werden? Jetzt liegen dieselben wie überhaupt das bewohnte Hyrcanien nach Ptolmaeus Tabellen ganz vernünftiger Weise südwestlich von der Oxusmündung, nach Neumanns Verfahren würden sie sämmtlich südöstlich rücken und dies müßte Ptolemaeus für Gegenden, die ihm so ganz unbekannt nicht sein konnten, um allen Credit bringen.

Es sollen diese Ausführungen nur darlegen, wie mißlich eine Verallgemeinerung jenes Verfahrens ist, das uns in die räumlichen Vorstellungen eines Autors einführen soll, ohne daß man die Gründe für das von ihm wirklich zur Darstellung gebrachte Bild von Fall zu Fall erörtert.

Auch ein solcher »Fall« hat in den uns hier interessirenden Fragen seine räumliche Begrenzung. Er erstreckt sich in der vorliegenden auf die Ostküste des Kaspischen Meeres. Soll aber das von Neumann angewandte Reconstructionsverfahren nur für ein Stück derselben, nur für die Gegend zwischen Talka und Oxusmündung gelten, so müßte man doch wohl von einem ad hoc zurecht gemachten Beispiel sprechen, das der Beweisführung neues Gewicht nicht zu geben vermag.

Aber es ist auch ein besonders unglücklich gewähltes, wenn es zur Bekräftigung der Erreichung des Kara Bugas durch Patrokles dienen soll, denn, wenn wir, wie Neumann noch gar nicht gethan, dem Ursprung der bedeutenden Längendistanz nachgehen, so liegt doch factisch die Insel Tschaleken nur $1^1/_2{}^0$ oder 900 Stadien südlicher als der Kara Bugas. Nach der neuen Auslegung hätte sich Ptolemaeus dieselbe 5° nördlich von Talka gedacht, also, wie oben dargelegt, mindestens 1830 Stadien entfernt, falls darunter Längengrade im 43. Parallel verstanden sind!! Sollte dies Facit wirklich eine weitere Be-

stätigung der neuen Hypothese sein? Das wollen wir dem Urtheil der Leser dieser Zeilen überlassen.

Aber mein Respect, welchen ich als Vertreter einer noch wenig durchgearbeiteten Disciplin wie die Geographie stets vor philologischer Akribie und Gründlichkeit gehegt habe, hat an dieser scheinbar so unbedeutenden Stelle einen Stoß erlitten. Nicht Rösler trifft ein Tadel, wenn er auf die Natur oder Lage Talkas nicht näher einging, da es ihm überhaupt nur auf annähernd gleiche Breitenlage mit der Oxusmündung ankommt, und eine Differenz von einigen hundert Stadien ihm die ganze Sachlage nicht erschüttern konnte, wohl aber Neumann, der den bedeutenden Längenunterschied von 5° voll und ganz zu verwerthen sucht, ohne nur im geringsten sich zu vergegenwärtigen, woher derselbe denn eigentlich stammt. Ein richtiger Ptolemaeuskenner, der ich nicht bin, würde zunächst an die Erfahrung denken müssen, daß der griechische Geograph sehr häufig die nahen Küsteninseln »weit ins Meer hinaus wirft«. Ich verdanke vielmehr diese Bemerkung in der hier gegebenen charakteristischen Form einer nachträglichen Mittheilung des Herrn Dr. Carl Müller hieselbst. Aber hinsichtlich Talka's bin ich allerdings auf die einfachste Weise selbständig auf die gleiche Vermuthung gekommen, weil ja am Schluß des 9. Capitels ganz deutlich von Talka gesagt ist »καὶ νῆσος κατ' ἀντὴν (sc. τὴν Ὑρκανίαν) πελαγία καλουμένη Τάλκα«, was Wilberg übersetzt »insula e regione ejus in alto sita«. Also der große Längenunterschied von 5 Graden erklärt sich dadurch, daß die Insel in das Meer hinausgeschoben ward von Ptolemaeus, sie rückt also weiter nach Westen, aber in keinem Falle verliert sie dadurch ihre Breitenbeziehung zur Oxusmündung oder läßt sich irgend wie für den Kara Bugas verwerthen.

3.

Eine ganz eigenartige Stütze sucht nun Alfred Kirchhoff der neuen Hypothese durch folgende Bemerkung zu geben: »Wir möchten hinzufügen, daß Patrokles' Annahme, der Kara Bugas sei das Ende des Oxus, wohl auch darauf mit fußte, daß die Linie des Oxos

1) Da K. J. Neumann die Wilberg'sche Ausgabe selbst citirt, so darf man annehmen, daß er nicht durch den Ausdruck in alten lateinischen Uebersetzungen beeinflußt war, welche allerdings gerade das Gegentheil besagen. Es steht nämlich dort übereinstimmend Insula juxta littus ipsum sita nomine Talca (oder Talcha ed. Vicenz 1475, Chalcâ ed. Col. 1540 etc.). Herr Dr. Carl Müller gab mir hiefür folgende Erklärung: es scheine, daß der erste Uebersetzer einen griech. Text vor Augen gehabt habe, in welchem das Wort πελαγία in πέλας γῆς verdorben war.

da, wo sie seit dem Uebergang Alexanders des Großen über den Strom (im J. 329) den Griechen bekannt war, gerade eine Richtung besitzt, welche weiter fortgesetzt gedacht das Kaspische Meer am Adschi Darja träfe«. (Adschi Darja ist, beiläufig gesagt, der richtigere Name für die von unsern Kartographen Kara Bugas genannte große Seitenbucht des Kaspischen Meeres; der letztere Name bezieht sich nur auf die Oeffnung selbst). Dieser Ansicht kann ich mich nun freilich in keinem Punkte anschließen; ja es dürfte eine solche Argumentation im Munde eines Geographen nicht ohne Gefahren sein, denn was soll dann diejenigen, die sich bei ganz feststehenden Flußlinien etc. nicht in die Richtungsänderungen in Folge der Kartenprojectionen (sog. Winkelverzerrung), hinein zu versetzen vermögen, kurz die geographischen Laien, noch von den gewagtesten Schlüssen abhalten, wenn sich so verwickelte Fragen durch Anlegung eines Lineals an eine beliebige Fluß- oder Küstenlinie lösen lassen? Aber nun gar in diesem Falle.

Zunächst gebe ich also zu erwägen, wie es denkbar sein soll, daß ein Mann, der mehr als vierhundert Jahre vor Ptolemaeus lebte, ja noch vor Eratosthenes, ein so klares und so richtiges Bild der gegenseitigen Lage von Baktrien mit dem mittlern Oxuslauf und dem durch Margiane davon geschiedenen mehr als 1200 Kil. entfernten (wie Venedig—Kopenhagen) Hyrcanien haben sollte, wie wir es heute — scheinbar — auf unsern Karten niederzulegen vermögen. Hat es auch gewiß vor Eratosthenes nicht an Karten ganz gefehlt, so hat wohl noch Niemand für die damalige Zeit an solche Bilder gedacht, wie sie unter Ptolemaeus entstanden. Wenn man aber gar bis auf den heutigen Tag im Unklaren ist, an welcher Stelle Alexander den Oxus überschritt, und nur von einem Punkte nördlich von Balkh spricht, wenn es feststeht, daß Patrokles, der seine Kaspische Fahrt zwischen 285—282 v. Chr. unternommen haben soll, wie Neumann so überzeugend nachweist, nicht bei diesem Zuge gewesen ist, jedenfalls nicht in irgend leitender Stellung, und vielleicht überhaupt durch eigene Anschauung Baktrien nicht kannte, sondern auf die Mittheilung der unter Alexander verfaßten Beschreibungen angewiesen war (Strabo II, 69), so ist es doch geradezu undenkbar, daß ihm irgend etwas anderes bekannt war, als daß der Oxus von O. nach W. flösse, wie er im Alterthum stets gezeichnet ist, ja nicht nur damals sondern bis in die zweite Hälfte des vorigen Jahrhunderts, oder bis in die Zeit, wo man durch die Russen zuerst etwas Näheres über den Aralsee erfuhr. Erinnern wir uns dabei, daß Ptolemaeus jene Stelle (Zariaspa) des Oxusübergangs unter 44°, also nördlicher als die Mündung legt! Aber versetzen wir uns selbst in die Zeit eines Ale-

xander Burnes und verfolgen wir an der Hand leicht zugänglicher Karten die Flußzeichnung des Amu gerade im Norden von Balkh, während dieser letzten funfzig Jahre oder bis zu den allerneuesten Aufnahmen der Russen, so würden wir durch Verfolgung der Richtung des Flußlaufes in der fraglichen Gegend nachdem von Kirchhoff vorgeschlagenen Verfahren jeden beliebigen Punkt von der Atrekmündung bis zu der des Uralflusses am Kaspischen Meere treffen können. So führt die betreffende Linie auf Humboldts Karte von Centralasien (1844) z. B. in den Merwyi Kultuk, und man hätte also damals mit gleichem Rechte behaupten können, Patrokles sei dorthin auf seiner Fahrt gekommen, umgekehrt giebt die neue Bestimmung des wichtigen Uebergangspunktes Kelif durch die Russen, wonach derselbe bis 37°24′ südwärts gerückt wird, dem Amu oberhalb Kelifs einen so rein westlichen Lauf, daß seine Fortsetzung nach Westen uns an die Atrekmündung führen würde. Wenn man nun aber gar noch bedenkt, daß Kara Bugas und Oxusmündung (Balkanbusen) kaum $1^1/_4{}^0$ in Breite von einander entfernt liegen, der Oxusübergang des Alexander davon gegen 1200 Kil. absteht (6500 Stadien), so handelt es sich für die Linien vom letztern zu den streitigen Küstenpunkten um einen so kleinen Winkel (von nur 7°), daß Niemand mit Sicherheit behaupten könnte, jene Richtung des Oxus führe wirklich gerade zum Kara Bugas ohne die Lage der Punkte, welche die Richtung längs dem Flusse fixiren, so genau zu kennen, daß man mit trigonometrischen Rechnungen controliren kann.

Dies alles setze ich wiederum nicht für Geographen, für die es selbstverständlich sein wird, auseinander, sondern verweile dabei nur, weil vielleicht diese Zeilen doch auch Philologen oder Historikern in die Hände fallen. Ich denke, sie müßten sich überzeugen, daß einem Patrokles die Abstraction über Lagenverhältnisse nicht möglich war, welcher keiner der besten Geographen des Alterthums fähig war, ja, welche wir heute gestützt durch unsere vorzüglichen Anschauungsmittel nicht auszuführen vermöchten. Unmöglich kann die Argumentation Kirchhoffs für den Kara Bugas eine Stütze bieten. Auf einem ganz andern Blatt steht natürlich jener ohne Zweifel richtige Nachweis Neumanns, daß Patrokles die Jaxartesmündung ohne erfahrungsmäßige Begründung deshalb 2400 Stadien nördlich von derjenigen des Oxus gelegt habe, weil beide Flüsse, die man in parallelem Laufe dachte, so weit zwischen dem Uebergangspunkt Alexanders und Alexandria ultima entfernt waren.

4.

Demselben Patrokles nun, dem man die Combinationsgabe, fast

möchte ich sagen, eines H. Kiepert oder Petermann vindicirt, trauen unsere Verfasser seltsamer Weise nicht die elementare Beobachtungsgabe eines Schiffers zu. Denn was an der ganzen Beweisführung am meisten auffallen muß, ist, daß ohne irgend eine Berücksichtigung der natürlichen Beschaffenheit des Kara Bugas eine Entscheidung getroffen wird. Nach 4800 Stadien zeigt sich, heißt es, in der Küste eine Oeffnung. »Es ist hier also wirklich geschehen, was in der Entdeckungsgeschichte keineswegs ohne Beispiel dasteht, einen engen Meeresarm hat Patrokles für die Einmündung des Oxus gehalten. Wir sehen also keine Spur einer wirklichen Kunde von dem Laufe des Flusses und von seiner Mündung« (S. 176).

Ich will hier auf die Untersuchung der Frage, ob nicht viel häufiger Flußmündungen für Meeresgassen gehalten sind, nicht eingehen, jedenfalls wäre die Analogie anderer Fälle noch kein Beweis für die Neumannsche Annahme. Leider besitzen wir ja allerdings nicht die leiseste Andeutung irgend einer von Patrokles gemachten Beobachtung über die von ihm besuchte Gegend, wir können also nur Wahrscheinlichkeitsgründe ins Feld führen. Nun hat der Balkanbusen die Eigenthümlichkeit sich trichterförmig zusammen zu ziehen und besitzt im letzten Dritttheil eine durchschnittliche Breite von nur 3—4 Kilometer, so daß beide Ufer leicht zu sehen sind, zumal sich im N. das Balkangebirge erhebt. Auch wenn die Fahrt nicht bis in den innersten Winkel ging, konnte durch dies Verhältniß doch sicher ungleich leichter die Vorstellung einer Flußausmündung in Patrokles erzeugt werden als bei der Durchfahrt durch oder selbst bei der Vorbeifahrt am Kara Bugas, wo hinter den Dünen der vorgelagerten Nehrungen der Spiegel des Adschi Darja wohl wieder hervorblinken wird.

Seit den Zeiten des Herodot war im Alterthum die Ansicht verbreitet, daß der Oxus ein sehr stattlicher, ja einer der größten Flüsse der bekannten Erde war (Strabo Lib. XI, 509); Aristobul giebt ihm nach seiner Vereinigung mit dem Ochus an vielen Stellen eine Strombreite von 6—7 Stadien (à 185 m = 1100—1300 m Strabo XI, 518), Arrian (III, 3) an der Stelle, wo Alexander ihn überschritt, 6 Stadien (1100 m). Und diese Ziffern werden annähernd bestätigt durch Alex. Burnes, der ihn auf dem Wege von Balkh nach Karschi überschreitend, seine Breite zu 800 Yards (731 m) (Travels I, p. 219, II, 6 steht 828 Yards), zwischen Bokhara und Merw zu 1950 F. (594 m II, 5) angiebt, dafür ist er hier tiefer. Jedenfalls dürfen wir für die Zeit des Patrokles eine Vorstellung von 1000 M. Breite für die den Griechen bekannt gewordenen Uebergangsstellen annehmen. Und wie steht es nun mit der Breite der vermeintlichen Ausmündung von Kara Bugas?

Der Eingang desselben ist nach Sherebzow 80 russ. Faden (v. Baer Kasp. Studien, Bull. phys. math. Acad. imp. de St. Petersb. XV. 1857. p. 77). Da hierunter wohl sicher sog. See-Saschehn (à 6 F. = 1 m, 829) zu verstehen sind, so beträgt die Weite der Oeffnung 146 Meter oder im andern Fall (à 7 F. = 2m.133) nicht mehr als 170 m. Wenn man für das Alterthum eine sehr viel breitere Oeffnung annehmen wollte, so begiebt man sich wieder ins Reich der Vermuthungen. Die Annahme einer Verschiebung derselben nach Art der in den Ostseehaffen ja mehrfach eingetretenen des sog. Tiefs würde zunächst den Ausgangspunkt der Hypothese Neumanns über den Haufen werfen. Aber es handelt sich hier auch nicht durchweg um so loses Erdreich wie bei unsern Nehrungen, sondern verschiedene Beobachter wie Eichwald, Karelin, Blaramberg und Sherebzow sprechen von Felsen vor dem Eingang: »Obgleich die Ufer des Kanals oder der Meerenge flach zu sein scheinen, sagt Baer (a. a. O. XIV. 1856. p. 15), so kann man doch nicht zweifeln, daß sie felsig sind und dem Druck widerstehen«. — Diese Oeffnung also von 150 m Breite sollte Patrokles für die Ausmündung des gewaltigen Oxus gehalten haben, den er sich wenigstens in 1000 m Breite vorstellte? Müßte dann nicht wenigstens die Mündung die Wassermasse zusammen pressend in mächtigem, tiefem Strom weit in das Meer hinausgelassen haben?

Doch kehren wir erst zum Balkanbusen zurück.

Wenn auch wirklich, wie ich gleichfalls glaube, die Hauptmasse des Amuwassers damals nicht mehr in den Balkanbusen floß, ja wenn auch jener schmale Arm brakischen Wassers, den man jetzt an die Stelle des Usboy zu setzen geneigt ist (Soc. de géogr. de Paris. C. Rendu 1885. Nr. 1, p. 6), weil man ein altes Flußbett im engern Sinn nicht überall constatiren zu können glaubt, selbst schon trocken gelegt gewesen sein sollte, so ist bei den vorherrschenden Nordostwinden, bei dem nahen Höhenzuge, von dem sich eine große Reihe periodischer Wasserrinnen herabziehen, doch anzunehmen, daß im Balkanbusen wenigstens zeitweise eine schwache Strömung nach außen stattfindet, die dem Schiffer nicht entgeht. Wie viel stärker muß sie gewesen sein, falls Theile des Amu, ferner des Murghab und Tedjend sich damals noch bis in die Usboy-Rinne ergossen und der Ueberschuß wenigstens theilweise dem Kaspischen Meer zuging. Jedenfalls möchte der Eindruck sich in einer Flußmündung zu befinden, durch diese Strömungsverhältnisse entschieden erhöht sein.

Genau das Gegentheil einer Ausströmung ins Kaspische Meer findet aber am Kara Bugas statt. Ueber die frühere Gestaltung des »schwarzen Schlundes« oder Kara Bugas wissen wir nichts. Aber heute? Ich meine ein geographisches Auge müßte auf der Karte bei

bloßer Betrachtung des rings abgeschlossenen, von weiten heißen Steppen umgebenen, unter 41—42° N. gelegenen Beckens, dem kein Fluß zugeführt wird, auf die Vermuthung kommen, daß hier ein Verdampfungsbecken vorliegt, das allein mittelst eines Einströmens kaspischen Wassers durch den schwarzen Schlund zum Ersatz des verdunsteten vor dem Vertrocknen bewahrt wird. Von einer solchen ausgehend konnte man dann vielleicht in der reichen Literatur des kaspischen Meeres — und wer würde da nicht gleich an Karl Ernst von Baers Kaspische Studien denken — Bestätigung oder Belehrung gefunden haben. Und in der That bei der ersten russischen Expedition unter Koshin 1716 hat man dieses Einströmen in den damals erst bekannt gewordenen Kara Bugas erkannt, wie Peter der Große dem französischen Kartographen Delisle dem älteren bei seinem Aufenthalt in Paris 1717 erzählte. Delisle berichtet darüber wie folgt (Hist. de l'acad. 1820. p. 382) »Le prince me fit l'honneur de me dire que c'étoit mal-à-propos que l'on avoit supposé un gouffre (Strudel) dans la Mer Caspienne; que s'il y en avoit en quelque part il ne pouvoit être que dans une autre petite Mer de 15 lieues d'étendue, dans la quelle la Mer Caspienne se déchargeoit à sa partie orientale et dont nous n'avions eu aucune connoissance jusqu'à présent. Que l'eau de cette petite Mer étoit d'une si grande saleure que les Poissons de la Mer Caspienne qui y entroient, perdoient la vûe d'abord et mouroient peu après«. Bekanntlich ist die Existenz des Kara Bugas-Beckens, eben jenes kleinen Seitenmeeres, in Westeuropa zuerst durch Peters Skizzirung gegenüber Delisle bekannt geworden.

Karl Ernst von Baer nun beschäftigt sich im dritten Aufsatze seiner so hochinteressanten Kaspischen Studien (Bull. physico-math. Acad. de St. Petersb. XIV. 1856), in dem er zu zeigen sucht, daß der Salzgehalt des Kaspischen Meeres im Abnehmen begriffen sei, ausführlich mit dem Adschi Darja (den auch er Kara Bugas nennt) und theilt die Resultate der hydrogr. Untersuchung Sherebzows v. J. 1847 mit (S. 14). Uns interessiren vor allem die Strömungsverhältnisse. Sherebzow sagt ausdrücklich die Strömung gehe immer durch diesen Kanal in den Busen hinein; bei Westwinden betrage sie $2^1/_2$ ($4^1/_2$ Kil.), bei Ostwinden $1^1/_2$ (2,8 Kil.) Knoten, beim Uebergang in den Busen (bei der Tiefe von 5 Fuß) sei sie $2^3/_4$—$3^1/_2$ (5,1—$6^1/_2$ Kil.) Knoten gewesen. Auch Karelin und Blaramberg hatten die Strömung ungeachtet des damals herrschenden Ostwindes nach Ost gehend gefunden. K. E. v. Baer ist sogar geneigt anzunehmen, daß der durch den Kara Bugas gehende Strom die Sage von dem Schlunde veranlaßt habe, in welchen das Kaspische Wasser sich stürzt (a. a. O.

XV. 1857, 75). Die oben angegebenen Zahlen stellen die Strömung etwa auf eine Linie mit derjenigen, welche die Gewässer des Schwarzen Meeres durch den Bosporus herausführt, über deren Ursprung die Alten sich schon völlig klar waren. Nach Sherebzow wird die Strömung im Kara Bugas erst 25 Seemeilen von der Einmündung unmerklich oder »ist $^1/_4$—$^1/_2$ Knoten und vom Einfluß des Windes nicht unterscheidbar«.

Gerade diese letzte Bemerkung zeigt uns, daß Patrokles als Küstenfahrer von dieser Strömung, die ihn aus dem Kaspischen Meere heraus geführt hätte, etwas hätte merken müssen, auch wenn er nur in Sicht der Lücke gekommen wäre, denn selbstverständlich muß vor (westlich) dem Eingang ein Aspirationsstrom aus weiterer Entfernung sich bilden, wenn er jenseits noch 25 Seemeilen spürbar ist. Und daß die gleichen Verhältnisse im Alterthum existirten, zeigt sich aus dem starken Salzgehalt des Wassers, ja man glaubte die Beobachtung gemacht zu haben, daß dasselbe am Boden bereits den Sättigungsgrad erreicht und sich als Salzkruste wieder niedergeschlagen habe, was vielleicht doch auf einem Versehen beruht. Jedenfalls läßt sich aber dieser durch den Kara Bugas abgeschlossene Golf als ein Salzsee ansehen, der durch fortwährenden Ueberschuß der Verdunstung dem Kaspischen Meere dauernd Salz entzieht.

Was ist nun wahrscheinlicher, daß Patrokles in dem schmalen Balkanbusen, eventuell keiner Strömung begegnend, diesen für die Ausmündung des Oxus gehalten hat, oder daß er, auf offener See von einer in den engen schwarzen Schlund *eindringenden* Strömung erfaßt, diesen damit verwechselte?

Nach allem diesem darf man behaupten, daß das Zeugniß dieser Fahrt für eine Oxusmündung ins Kaspische Meer während des Alterthums durch die neue Hypothese nicht hinweggeräumt ist. Wir stehen dieser Frage noch immer rathlos gegenüber und warten mit Spannung auf weitere Veröffentlichungen der einzelnen Untersuchungsexpeditionen sowie der genauen Erforschung der Ruinenstätten am Usboy. Die gelegentlichen Discussionen russischer Geographen, über die nur dürftige Notizen in unsere Zeitschriften gelangen, gestatten jedenfalls ein definitives Urtheil nicht.

Die Erwärmung eines Gases durch Compression nach der kinetischen Gastheorie.

Von

W. Voigt.

Die Ableitung des Gesetzes für den Druck, den ein Gas auf die Wände des Gasometers ausübt, aus der Grundvorstellung der kinetischen Gastheorie ist wiederholt in verschiedener Weise entwickelt worden; eine analoge Behandlung des zweiten Grundgesetzes der Gase, nach welchem eine Compression bei Abschluß gegen Wärmeaustausch die Temperatur steigert, ist meines Wissens aber noch nicht mitgetheilt, obgleich die beiden Gesetze — das von Mariotte-Gay Lussac und das von Poisson gegebene — als Grundpfeiler der Theorie der Gase völlig gleich wichtig sind.

Ich werde im Folgenden die sehr einfache Betrachtung mittheilen, welche direct zu dem Poisson'schen, sogenannten Gesetz »der adiabatischen Aenderung« führt.

Das Gas befinde sich in einem Cylinder, die Compression werde durch Verschiebung des den Cylinder verschließenden Kolbens hervorgebracht. Ihre Wirkung wird sich zunächst nur auf die dem Kolben unmittelbar benachbarten Moleküle äußern und erst durch ihre wechselseitige Einwirkung auf die ferneren übertragen. Man kann diese allmählige Fortpflanzung der Wirkung ignoriren, wenn man in derselben Weise, wie meist bei der Ableitung des Mariotte-Gay Lussacschen Gesetzes aus der kinetischen Grundhypothese geschieht, die Annahme macht, daß von den Zusammenstößen der Moleküle abzusehen sei, weil man stets die durch einen Stoß unterbrochene Bewegung *eines* Moleküles durch die in demselben Augenblick in Folge eines andern Stoßes neu eintretende eines *andern* Moleküles fortgesetzt denken, also die Betrachtung an ungehindert von Wand zu Wand fliegende Theilchen anknüpfen darf. Diese Annahme ist natürlich nur als angenähert richtig anzusehen.

Da tumultuarische Veränderungen in der mechanischen Wärmetheorie bei den adiabatischen Zustandsänderungen ausgeschlossen werden, so denken wir die Geschwindigkeit ω, mit welcher der Kolben verschoben wird, verschwindend klein neben derjenigen Ω der Gasmoleküle und betrachten einen so kurzen Zeitmoment τ, daß während desselben die Geschwindigkeit ω als constant gelten kann. Gleichwohl können, während τ die Moleküle mehrere Male von Wand zu Wand das Gefäß durchlaufen.

Wir betrachten ein Atom m_k eines Moleküles μ auf seiner Bewegung.

So lange sich dasselbe in merklicher Entfernung von dem bewegten Kolben befindet, steht es ausschließlich unter der Wirkung der übrigen Atome des Moleküles, dem es angehört, da die Wechselwirkung zwischen verschiedenen Molekülen oben ausgeschlossen ist. Ihre Componenten seien:

$$\sum^k X_{kk},\ \sum^k Y_{kk},\ \sum^k Z_{kk}.$$

In unmerklicher Entfernung von dem Kolben tritt dessen Molekularwirkung ein; sie findet normal zu seiner Ebene statt und ist ausschließlich Function der normalen Entfernung des Atomes vom Kolben.

Daher kann man schreiben, indem man zur X-Axe die Normale auf dem Kolben oder die Cylinderaxe wählt:

$$\begin{aligned} m_k x_k'' &= \sum^k X_{kk} + \Xi \\ m_k y_k'' &= \sum^k Y_{kk} \\ m_k z_k'' &= \sum^k Z_{kk}. \end{aligned} \qquad 1)$$

Ξ, die Molekularwirkung des Kolbens, ist Function von $(x_k - \xi)$ falls ξ die X-Coordinate der innern Fläche des Kolbens bezeichnet.

Multiplicirt man die erste Gleichung mit $d(x_k - \xi)$, die zweite mit dy_k, die dritte mit dz_k und integrirt, so erhält man, da

$$\begin{aligned} d(x_k - \zeta) &= (u_k - \omega)\,dt \\ dy_k &= v_k\,dt \\ dz_k &= w_k\,dt \end{aligned}$$ und ω während der Periode eines Stoßes constant ist:

$$\begin{aligned} m_k\left(\frac{u_k^2}{2} - \omega u_k\right) &= \int \sum^k X_{kk}\, d(x_k - \xi) + \int \Xi\, d(x_k - \xi) + C_1 \\ m_k \frac{v_k^2}{2} &= \int \sum^k Y_{kk}\, dy_k + C_2 \\ m_k \frac{w_k^2}{2} &= \int \sum^k Z_{kk}\, dz_k + C_3. \end{aligned} \qquad 2)$$

Nimmt man als Grenzen der Integration den Eintritt und Austritt des Atomes in die Wirkungssphäre des Kolbens, so ist:

$$\int_0^1 \Xi\, d(x - \xi) = 0,$$

da Ξ nur von $(x-\xi)$ abhängt, und man erhält, wenn $-u_k^0$, v_k^0, w_k^0 die Werthe vor dem Eintritt, u_k, v_k, w_k weiterhin die nach dem Austritt bezeichnen, durch Addition der Gleichungen (2)

$$m_k\left[\tfrac{1}{2}(u_k^2+v_k^2+w_k^2)-\tfrac{1}{2}(u_k^{02}+v_k^{02}+w_k^{02})-\omega(u_k+u_k^0)\right]$$

$$=\sum^k\int_0^1(X_{kk}d(x_k-\xi)+Y_{kk}dy_k+Z_{kk}dz_k)$$

Bildet man diese Formel für alle Atome eines Moleküles und summirt sie, d. h. versieht die letzte Gleichung mit $\sum^k$ so wird $\sum^k\sum^k X_{kk}d\xi=0$, $\sum m_k u_k=\mu U$ d. h. der Masse des Moleküles mal der Schwerpunktsgeschwindigkeit, und

$$\sum^k\left\{\frac{m_k}{2}((u_k^2+v_k^2+w_k^2)-(u_k^{02}+v_k^{02}+w_k^{02}))\right.$$

$$\left.-\sum^k\int_0^1(X_{kk}dx_k+Y_{kk}dy+Z_{kk}dz_k)\right\}=e_1-e_0$$

d. h. gleich der Vergrößerung der ganzen äußern und innern Energie des Moleküles durch den einen Stoß.

Es resultirt also:

$$e_1-e_0=\mu\omega(U_1+U_0) \qquad 3)$$

oder da bei gegen die fortschreitende Geschwindigkeit der Moleküle kleinem ω sich U_1 und U_0 wenig unterscheiden

$$e_1-e_0=2\mu\omega U. \qquad 4)$$

Während der Zeiteinheit würde dasselbe Molekül $U/2H$ mal in die Wirkungsphäre des Kolbens treten, wenn H die Höhe des Cylinders ist, man erhält also:

$$\frac{de}{dt}=\frac{\mu\omega U^2}{H}. \qquad 5)$$

Bezeichnet man die Gesammtgeschwindigkeit des Moleküles μ mit Ω, den Einfalls-Winkel gegen die Normale auf dem Kolben mit φ so ist:

$$U=\Omega\cos\varphi.$$

In allen Richtungen φ werden nahezu gleichviel Moleküle gegen den Kolben treffen, daher ist, wenn ν die gesammte Anzahl der Moleküle im Kolben bezeichnet, die Zunahme der ganzen Energie des eingeschlossenen Gases, bezogen auf die Zeiteinheit, während der Kolben mit der Geschwindigkeit ω bewegt wird, gegeben durch:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\nu\mu\omega}{2\pi H}\int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \Omega^2 \cos^2\varphi \sin\varphi \, d\varphi \, d\chi. \qquad 6)$$

Führt man nun ebenso, wie bei der Ableitung des Mariotte-Gay Lussacschen Gesetzes geschieht, als mittlere Geschwindigkeit Ω_m diejenige ein, welche allen Molekülen beigelegt, die in Wirklichkeit vorhandene lebendige Kraft ergiebt, so erhält man

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\nu\mu\omega\Omega_m^2}{3H}. \qquad 7)$$

Hierin ist

$$\frac{\nu\mu\Omega_m^2}{2} = E_a$$

d. h. gleich der Energie der fortschreitenden Bewegung der Moleküle,

$$QH = v, \quad \omega Q = -\frac{dv}{dt}$$

d. h. gleich dem vom Gas eingenommenen Volumen und seiner Aenderung während der Zeiteinheit. Also giebt sich:

$$\frac{dE}{E_a} = -\tfrac{2}{3}\frac{dv}{v}. \qquad 8)$$

Da die allgemeine Gleichung für die mechanische Aenderung der Energie eines unter allseitig gleichem Druck stehenden Mediums lautet:

$$dE = -pdv$$

so giebt die Vergleichung mit der vorstehenden Formel die Relation:

$$vp = \tfrac{2}{3}E_a \qquad 9)$$

oder unter Rücksicht auf das, gleichviel ob empirisch oder durch die kinetische Gastheorie gegebene Mariotte-Gay Lussac'sche Gesetz, nach welchem:

$$vp = RM\Theta \qquad 10)$$

ist, auch:

$$\tfrac{2}{3}E_a = MR\Theta. \qquad 11)$$

Hierin bezeichnet M die Masse des Gases, Θ seine absolute Temperatur, R eine der Gasart individuelle Constante.

Besitzt das Gas einatomige Moleküle, so ist seine gesammte Energie nur unmerklich von derjenigen der fortschreitenden Bewegung seiner Moleküle verschieden, also:

$$E = E_a$$

zu setzen erlaubt.

Man erhält dann sogleich aus (8) durch Integration

$$Ev^{\frac{2}{3}} = \text{Const.}$$

oder nach (11):

$$\Theta v^{\frac{2}{3}} = \text{Const.}$$

oder endlich nach (10):

$$pv^{\frac{5}{3}} = \text{Const.}$$

als die Bedingung der adiabatischen Zustandsänderung für einatomige Gase.

Im allgemeineren Falle ist für die Integration zunächst eine Relation zwischen E_a und E aufzusuchen.

Die gesammte Energie E der Gasmasse kann als durch eine Wärmezufuhr bei constantem Volumen hervorgebracht gedacht und demgemäß nach der Grunddefinition der Energie gesetzt werden:

$$E = AM\int_0^\Theta c_v d\Theta, \tag{12}$$

worin A das mechanische Wärmeäquivalent, c_v die specifische Wärme bei constantem Volumen bezeichnet. Nach der Voraussetzung, daß man von den Zusammenstößen der Moleküle absehen darf, muß dabei c von v unabhängig sein; die Abhängigkeit von Θ wird aber nicht ausgeschlossen.

Da sonach E nur eine Function von Θ ist, so ist es für verschiedene v und p das gleiche, wenn nur vp den gleichen Werth besitzt. Hieraus folgt, daß:

$$AM\int_{\Theta_0}^\Theta c_v d\Theta = AM\int_{\Theta_0}^\Theta c_p d\Theta - p\int_{v_0}^v dv$$

ist, wenn c_p die specifische Wärme bei constanten Volumen bezeichnet, und v_0, v die zu Θ_0 und Θ gehörigen Volumen sind, p der zu Θ gehörige Druck ist; denn beide Seiten der Gleichung geben die Aenderung der Energie zwischen denselben Temperaturcurven Θ_0 und Θ, nur die linke Seite längs einer Curve constanten Volumens, die rechte längs einer Curve constanten Druckes berechnet. Hieraus folgt in Rücksicht auf (10) auch für mit Θ variabeles c_p und c_v:

$$A = \frac{R}{c_p - c_v}.$$

Dies in (12) eingesetzt ergiebt:

$$E = MR\int_0^\Theta \frac{d\Theta}{\varkappa - 1} \tag{13}$$

und nach (11):

$$dE = \frac{2}{3(\varkappa - 1)} dE_a \ldots \qquad 14)$$

Die Constanz von $\varkappa$ brauchen wir dabei nicht vorauszusetzen.

Die Berücksichtigung dieser Relation und der Formel (11) giebt aus (8) sogleich:

$$\frac{dE_a}{E_a} = \frac{d\vartheta}{\vartheta} = -(\varkappa - 1)\frac{dv}{v} \qquad 15)$$

Dies ist die allgemeine Differentialgleichung für die adiabatische Zustandsänderung. Soweit man $\varkappa$ als constant ansehen kann, folgt daraus:

$$\vartheta v^{\varkappa - 1} = \text{Const.}$$

oder wegen (10) auch:

$$pv^{\varkappa} = KM^{\varkappa} \qquad 16)$$

d. h. die bekannte Poisson'sche Gleichung, in welcher K eine Größe bezeichnet, welche nur von der Natur des Gases und von der Wärme abhängig ist, welche nöthig ist, um seine Masseneinheit ohne Arbeitsleistung von 0° auf denjenigen Zustand zu bringen, der durch die Variabeln p und v definirt ist.

Von der im Eingang gemachten Annahme, daß von den Zusammenstößen der Moleküle abgesehen werden dürfe, kann man sich übrigens leicht frei machen, falls man darauf verzichtet, durch die Compression sogleich eine gleichförmige Erwärmung des Gasquantums zu erhalten. Ist die Dichtigkeit des Gases hinreichend groß, um annehmen zu können, daß die auf ein Element der Wandfläche auffallenden Theilchen aus unendlicher Nähe desselben kommen, so kann man auch die Gestalt des Gefäßes außer Betracht lassen und das Gas über dem betrachteten Wandelement unbegrenzt annehmen.

Der in Gleichung (4) gegebene Werth für die Aenderung der gesammten Energie eines Moleküles durch einen Stoß:

$$e_1 - e_0 = 2\mu\omega U$$

ist durch ausschließliche Untersuchung des Vorgangs in unmerklicher Entfernung von dem mit der Geschwindigkeit ω parallel seiner Normalen bewegten Wandelement erhalten, also auch für die neue Betrachtungsweise gültig. Eine Aenderung hat nur bei Berechnung der Anzahl der stoßenden Moleküle einzutreten.

Das Gas ist überall von gleicher Dichte; die Anzahl seiner Moleküle in der Volumeneinheit sei $= n$, davon mögen Geschwindigkeiten zwischen Ω und $\Omega + d\Omega$ besitzen $n' d\Omega$, ferner sei α' die Anzahl der Zusammenstöße, welche eines dieser Moleküle in der Zeiteinheit im Mittel erleidet.

Es beginnen dann in einem Volumenelement dV in der Zeiteinheit

$$\alpha' n' dV$$

Moleküle ihren Weg und erreichen nach der Definition von α' ungestoßen

$$\alpha' n' e^{-\frac{\alpha' r}{\Omega}} dV$$

die Entfernung r; also treffen auf ein gegen r um den Winkel φ geneigtes Flächenelement do

$$\frac{\alpha' n e^{-\frac{\alpha' r}{\Omega}} do\, dV \cos\varphi}{\varkappa \pi r^2}.$$

Aus allen übrigen Volumelementen gelangen Moleküle nach do deren Anzahl durch dasselbe Gesetz gegeben ist. Sie besitzen die Normalgeschwindigkeit gegen jenes Element

$$U = \Omega \cos\varphi.$$

Es wird demgemäß durch die Bewegung des Flächenelementes do mit der Geschwindigkeit ω in der Richtung der Normalen ein Energiezuwachs des Gases hervorgebracht von der Größe:

$$\frac{dE'}{dt} do = \frac{\mu \omega do}{2\pi} \int_0^\infty n' \Omega^2 d\Omega \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\varphi \sin\varphi\, d\varphi \int_0^{2\pi} d\chi \int_0^\infty \frac{\alpha' dr}{\Omega} e^{\frac{-\alpha' r}{\Omega}}.$$

Da nun:

$$\int_0^\infty n' \Omega^2 d\Omega = n \Omega_m^2$$

d. h. gleich der Anzahl aller Moleküle in der Volumeneinheit mal dem mittleren Werthe ihres Geschwindigkeitsquadrates ist, so giebt dies:

$$\frac{dE'}{dt} do = \frac{\mu \omega n \Omega_m^2 do}{3},$$

und summirt über alle Oberflächenelemente die gesammte Energieänderung, welche durch die Volumenänderung:

$$-\frac{dv}{dt} = \int \omega\, do$$

eintritt, nämlich:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\mu n \Omega_m^2}{3} \frac{dv}{dt},$$

oder auch, da $v.n$ die Anzahl ν der Moleküle in dem ganzen Gefäß

und

$$\frac{\nu\mu\Omega_m^2}{2} = E_a,$$

die Energie der fortschreitenden Molekularbewegung ist:

$$\frac{dE}{E_a} = -\tfrac{2}{3}\frac{dv}{v}.$$

Dies ist aber dieselbe Formel (8) von der oben ausgegangen ist, nachgewiesen für ein beliebig gestaltetes Gefäß und unter Rücksicht auf die Zusammenstöße der Gasmoleküle.

Ueber die urgermanische Verschärfung von *j* und *w*.

Von

F. Bechtel.

Daß die Lautverbindungen got. *ddj*, altn. *ggj*, als deren Vereinigungspunkt längst vor Braune (Paul-Braune IX. 545 f.) von JSchmidt (KZ. XXIII. 294 f.) *ǵǵj* erkannt worden war, sowie ostgermanisch *ggw* Fortsetzer einer urgermanischen Verschärfung von *j* und *w* sind, welche ihre Spuren auch im Westgermanischen hinterlassen hat, ist bekanntlich Holtzmann's Entdeckung (Isidor 129, Altd. Gramm. I. 43. 109. 225. 332). An Holtzmann hat Kluge angeknüpft, welcher, im Principe mit Recht, Eintreten oder Unterbleiben der Verschärfung von dem indogermanischen Accente hat abhängig sein lassen (QF. XXXII. 127 f.). Die Frage ist zuletzt von Kögel behandelt (Paul-Braune IX. 523 ff.); Kögel setzt zwei verschiedene *j* und *w* voraus, deren Herkunft er gar nicht untersucht.

Kluge hatte gemeint, Verschärfung träte ein hinter dem idg. Hochtone, unterbliebe vor dem Hochtone. Das war nun freilich nicht zu beweisen; weshalb denn Kluge auch von JSchmidt (Anz. f. d. Alt. VI. 125 f.) und Paul (Paul-Braune VII. 165 Note) Widerspruch erfahren hat. Aber Kluge's Ausgangspunct war ganz richtig gewählt: es scheint mir unzweifelhaft zu sein, daß das Eintreten der Verschärfung mit dem alten Accente im Zusammenhange steht, nur sind die Bedingungen des Eintritts oder Nichteintritts den von Kluge formulierten gerade entgegengesetzt. Ich hoffe nämlich zeigen zu können: daß die Verschärfung eintritt, wenn der alte indogermanische Accent unmittelbar folgt; unterbleibt, wenn der alte Accent unmittelbar vorausgeht.

I. Der alte Accent folgt unmittelbar nach.

1) got. *twaddjē*, altn. *tveggja*, ahd. *zuueiio* u. s. f.: sskr. *dvayá-*, gr. *δοιῶν* (vgl. JSchmidt aaO.).

2) altn. *þriggja*, ags. *þreó-ra*, ahd. *thriio* (Kögel aaO. S. 544): sskr. *triṇām*, gr. *τριῶν*. — Der abweichende got. Genetiv *þrije* hat sich nach *þreis* aus **þrijis* = sskr. *tráyas* gerichtet; wie got. *þrijē* zu altn. *þriggja* wird sich got. *bajōþs* zu altn. *beggja* verhalten.

3) Während die Formen der starken Verba zu keinem Beweise zu benutzen sind, da dieselben Ausgleichungen ausgesetzt waren, ist altn. *bjoggum* (vgl. ahd. *biruun* JSchmidt KZ. XXV. 598 f.) sicher eine lautgesetzliche Bildung, da der kurze Vocal, hinter dem die Verschärfung allein eintreten kann, bei dem Verbum *búa* nur in den schwachen Perfectformen zu finden ist. Letztere oxytonieren aber. Wir haben demnach anzunehmen, daß die ursprüngliche Conjugation von got. *bliggwan* die folgende war: **bliwan* (cf. *sniwan*), **blau* (cf. *snau*), *bluggwum*, *bluggwans*; in got. *bliggwan*, *blaggw* einer- und *sniwans*, *diwanō* andrerseits liegen von zwei verschiedenen Seiten her erfolgte Ausgleichungen vor. Zu beachten ist noch altn. *brugginn* (gebraut) als mit got. *bluggwans* conforme Bildung.

4) got. *iddja*, ags. *eóde* ist von Möller (KZ. XXIV. 432 Note) als alter Aorist (sskr. *áyām*) erkannt. Daß man, um got. *iddja* zu begreifen, nicht von der Augmentbetonung ausgehn darf, wie Kluge tut, lehrt Wackernagel (KZ. XXIII. 470), dessen Satz: „auf *agâm* geht aber *gâm* neben *ágām* eben so sicher zurück, als sskr. *smási* neben *ásmi* auf *asmási*“ gerade durch got. *iddja* glänzend bestätigt wird.

5) got. *daddjan*, altschwed. *dæggia*: sskr. *dháyati* saugt. Daß der Accent von *dhâyati* ursprünglich auf dem Suffixe *ya* gestanden hat, lehrt der Gegensatz von *dhâyati*, *dâyatē* zu *dhā*, *dā* einerseits und von *gâyati*, *trâyatē*, *sphâyatē*, *vâyati* zu *gā*, *trā*, *sphā*, *vā* andrerseits. got. *daddjan* ist von ahd. *tāan* wie sskr. *dhâyati* von *gâyati* geschieden. Die Verbalclasse, welche die Inder die vierte nennen, zerfällt in zwei Abteilungen, die sich wie die erste und die sechste Classe zu einander verhalten, d. h. ursprünglich ein einziges System gebildet haben: gr. *ἵζω*: *ἵζομαι* fällt Jedem ein, der nicht durch die längst unter die Mythen versetzte Etymologie *ὄζος*: got. *asts* und durch die problematische Herleitung von *Ἀθήναζε* aus **Ἀθήναςδε* verleitet das griechische *ἵζω* aus **sizdō* entstanden sein läßt.

6) Zu sskr. *priyás*, lieb, gehört nicht got. *freis*, frei, sondern der Name der Liebesgöttin altn. *Frigg*, ags. *Frīg*, ahd. *Friia*. Von sskr. *priyá-* ist *priyāya-* abgeleitet; der dritten Sg. *priyāyáte* würde

bis auf das Genus germ. **frijōjiþi* entsprechen: zu einem got. **friggjon* ist also kein Anlaß. — Die alte Etymologie got. *freis* : sskr. *priyás* steht mit den Lautgesetzen im Widerspruche. Warum soll in got. **frijis* Contraction eintreten, in *frijei* aber nicht? Alles wird erklärlich, wenn man *frīas* (entstanden aus *frī-ia-s*?) als urgermanischen Nominativ betrachtet: aus **frīas*, **frīanō* konnte nur got. *freis*, *frijana* werden. got. *freis*, frei, ist demnach in der Tat wurzelverwandt mit lat. *prīvus*, *prīvatus*, der Einzelne (Lange, die Tabula Bantina S. 46 ff.): Fröhde Beitr. IX. 109.

7) Als ursprachliche Betonung der adjectivischen *u*-Stämme hat Bezzenberger (Beitr. II. 123 ff.) Oxytonierung erwiesen. Für got. *hardus*, altn. *þurr* ergibt sich diese Betonung aus dem Stande der Lautverschiebung, für got. *filu*, *kaúrus*, *aggwus* ist sie aus dem Sanskrit, für *tulgus* gegenüber *ἐνθελεχής* (vgl. Beitr. VI. 238) aus der Gestalt des Wurzelvocals zu erschließen, neben got. *gaírrus* steht lit. *gurùs* locker (Fick[3] II. 548). Es ist daher die höchste Wahrscheinlichkeit vorhanden, daß die übrigen adjectischen *u*-Stämme ebenfalls Oxytona gewesen sind. Ganz der Regel gemäß also got. *glaggwu-ba*, altn. *glǫggr*, ags. *gleáw*; altn. *snǫggr*, altschw. *stiugger* (Noreen, Altisl. Gr. § 334 Anm. 1). — got. *waddjus*, altn. *veggr* etc. hat nichts Vergleichbares zur Seite.

In folgenden zwei Worten ist der Accent nur nach anderen Analogieen zu erschließen:

8) got. *triggws*, altn. *tryggr* u. s. f.; gr. *δρυόν · ἰσχυρόν*, eine Hesychische Glosse die JSchmidt Anz. VI. 126 hervorgezogen hat, stimmt im Vocale nicht genau.

9) got. *skuggwa*, altn. *skuggi*, ahd. *scuuuo* (Kögel S. 541 f.): der Accent ist nur aus der Gestalt des Wurzelvocals geraten.

Ausgeschlossen habe ich krimgot. *ada*, altn. *egg*, ags. *ēg* (so richtig Kluge S. 130), weil ich die Grundform **aja-* mit gr. *ᾠόν*, lat. *ōvum*, ksl. *jaje* (alte Etymologie Pott's E. F. I[1]. 122) nicht zu vereinigen weiß. Was aus **owia-* geworden wäre, lehrt got. *táui*, *tōjis*; was zu **ōwia-* ablautendes *ăwja-* ergeben hätte, lehrt got. *taujan*, *tawida*. Nach got. *jēr* : *ὥρα* ein **ēwia-* zu construieren und daraus **ēja-*, **ăja-* entstehn zu lassen, wie neuerdings wieder Kögel tut (a. a. O. 510), davon halten mich folgende Gründe ab: 1) die wenig wiegende Analogie von got. *jēr* : gr. *ὥρα*; 2) die Tatsache, daß got. *skēwjan*, altn. *skáva* die Erhaltung der Lautgruppe *ēwj* bis in die Dialekte hinein beweist. — Sollte sich übrigens trotzdem der Zusammenhang zwischen *ᾠόν*, *ōvum*, *jaje* und altn. *egg* sicher stellen lassen, so ist Oxytonierung auch dieses Wortes durch JSchmidt (aaO.) erwiesen.

Als der Regel widerstreitend weiß ich nur got. *qius* : sskr. *jīvás*

anzuführen. Aber widerspricht dies auch wirklich? Es ist nicht zu übersehen, daß sskr. *jīvás*, lat. *vīvus*, altir. *bíu*, lit. *gyvas*, ksl. *živŭ* in der Länge des *i* übereinstimmen, die genau entsprechende gotische Bildung demnach **qeiws* zu lauten hätte. Das kurze *i* von *qius*, welches die übrigen Dialekte reflectieren (cf. ahd. *quek*), kann nur aus den obliquen Casus stammen, welche, je nach Lage des Accentes, das *w* verdoppeln oder nicht. Alte Flexion war wol: **qeiws*, **qigwis*, **qiwammĕ*. Der Nominativ *qius* ist daher gar keine lautgesetzliche sondern eine Compromissbildung: die Kürze des Vocals stammt aus den obliquen Casus, das ungeschärfte *w* aus der echten Form **qeiws*.

got. *fijan* hat, wenn die Etymologie Aufrecht's, nach der got. *fijands* mit sskr. *pīyant-* übereinkommt (KZ. III. 203), das Richtige trifft, accentuiertes langes *i*.

II. Der Accut geht unmittelbar voraus.

1) got. *þreis* aus germ. **þrijiz* : sskr. *tráyas*, gr. τρῆς, τρεῖς aus **τρέϳες*.

2) got. *niun* aus **níwun* : sskr. *návan-*, gr. *ἐννέα*. Lediglich seiner Regel zu Liebe schreibt Kluge (S. 130 Note): „die germ. Betonung ist *nivún* gewesen".

3) got. *awi-str* (Bezzenberger KZ. XXII. 276 f.), altn. *ær* u. s. f.: sskr. *ávis*, gr. *ὄις*. — Kluge a. a. O. will die Betonung von lit. *avìs* oder einen Teil der obliquen Casus zu Hülfe rufen.

4) got. *awiliud*, altn. *ey-* in Eigennamen, ahd. *auui-* desgleichen: sskr. *ávis*, fördernd.

5) got. *usskawai sijaima* (*νήφωμεν*): gr. *θνοσκόος*.

6) Die deutschen Stämme *trewa-*, *knewa-* beruhen auf der idg. Flexion **déru-*, **drévos*, *g'énu-*, *g'névos* (Saussure Mémoire 221): daher das germanische *w* ohne Verschärfung geblieben ist.

7) Die Nominative Pluralis der nominalen *i-* und *u*-Stämme, got. *gasteis* = ahd. *gesti*, got. *sunjus* = altn. *synir*, gehn von den Grundformen *-ijiz* und *-iwiz* aus (Saussure Mémoire 205).

8) Die deutschen Causativa betonen wie die indischen (Verner, KZ. XXIII. 120) : daher urgerm. **satljiđi* ohne Verschärfung des *j*.

9) Nicht ganz sicher ist die Etymologie altn. *lé* (Sichel) : sskr. *láva-* (d. Schneiden, d. Abschnitt), vgl. Bugge KZ. XX. 10.

Eine sichere Ausnahme ist nur got. *þiwi*, da movierte Feminina die Endsilbe zu betonen pflegen (vgl. Sievers, Paul-Braune V. 149). Allein das Masculinum, runisch *þewaR*, ist doch wahrscheinlich Paroxytonon gewesen: vielleicht also, daß die Zusammengehörigkeit von *þíwaz* und *þiwī* die Wirkung des Lautgesetzes durchkreuzt hat.

Ich bin zu dem oben stehenden Versuche durch die jüngste Arbeit Ficks angeregt worden, welche zu erweisen bemüht ist, daß idg. *j* im Griechischen zwischen Vocalen ausfällt, wenn der alte Accent vorhergegangen, zu Iota wird, wenn der alte Accent gefolgt ist. Bewährt sich dies Gesetz, so liegt auf der Hand, daß die soeben betrachteten Erscheinungen mit den innerhalb des Griechischen wahrgenommenen in Verbindung stehn. Zugleich zeigt sich aber, daß Fick's Proportion: gr. **κνήϳεσν* (*κνῆν*) : *κναίω* wie ahd. *sāju* : got. *saia* nur scheinbar richtig ist: ist sskr. *dhāya* = got. *daddja-*, so wäre für got. *saian* vielmehr **saddjan* zu erwarten. Demnach wird es bei der alten LMeyer'schen Erklärung von got. *saian* als **sējan* (Got. Spr. S. 697) sein Bewenden haben müssen.

Abgeschlossen am 30. VI. 85.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

December 1884.

(Fortsetzung).

Notulen van de algemeene en bestuurs-vergaderingen van het bataviaasch genootschap van kunsten en wetenschappen. D. XXII. Afl. 1.
Tijdschrift vor indische taal- land- en volkenkunde. D. XXIX. Afl. 4. D. XXX. Afl. 1. 2.
Nature. Nr. 788. 789. 790. 791. 792.
Zeitschrift der österreich. Gesellschaft für Meteorologie. Bd. XIX. Decbr.
Report of the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger. Zoology Vol. X.
Astronomisch-geodätische Bestimmungen, ausgeführt an einigen Hauptpunkten des bairischen Dreiecksnetzes. X. Supplementbd. zu den Annalen der münchener Sternwarte.
Nachträge zu den Zonenbeobachtungen der Sternwarte bei München. XIV. Supplementbd. zu den Annalen der münchener Sternwarte.
Meteorologische u. magnetische Beobachtungen der k. Sternwarte bei München. Jahrg. 1882. 1883.
Jahrbücher der k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. N. F. Bd. XIX.
Archives néerlandaises des sciences exactes & naturelles. T. XIX. Livr. 3.
Natuurkundige Tijdschrift voor nederlandsch-Indië. D. XLIII.
Archives du musée Teyler. 2e sér. Vol. II. P. 1.
Nederlandsch tijdschrift voor de dierkunde. Jaarg. V. Afl. 1.
Bijdragen tot de dierkunde, uitg. door het Genootschap Natura artis magistra Afl. 10. D. 1.
10th annual report of the public library etc. committee. Borough of Swansea.
Leopoldina. Heft XX. Nr. 20. 22.
Aug. Nauck, Jamblichi de vita pythagorica liber. Petropoli 1884.
3ter Verwaltungsbericht der akademischen Lesehalle in Czernowitz.

Annales du Musée Gurmet. Revue de l'histoire des réligions. T. IX. Nr. 1. 2. 3.
Geologische Mittheilungen. Ztschr. der ungar. geologischen Gesellsch. K. XIV. F. 9—11.
Mémoires de l'academie des sciences, belles lettres & arts de Lyon. Cl. des sciences. Vol. XXVI.
Records of the geological survey of India. Vol. XVII. P. 4.
A. Kölliker, Kollmann's Acroblast. S. A.
Annual report of the curator of the museum of comparative zoology at Harvard's coll. 1883/4.
Transactions of the connecticut academy of arts and sciences. Vol. VI. P. 1.
Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften, herausg. vom naturwissenschaftl. Verein in Hamburg. Bd. VIII. Heft 1—3.
Monthly notice of the roy. astronomical society. Vol. XLV. Nr. 1.
Proceedings of the London mathematical Society. Nr. 229. 230.
The London mathematical society. Novbr. 1884.
Bulletin de l'acad. roy. des sciences etc. de Belgique. 3e sér. T. VIII. Nr. 11.
Journal of the roy. microscopical society. Ser. II. Vol. IV. P. 5.
Anales de la sociedad cientifica Argentina. T. XVIII. Entr. 5.
Heinrich Kiepert, Lykia. Wien 1884 (Geschenk von Hrn. Benndorf).
Sveriges geologiska undersökning. Ser. Aa. Nr. 88. 91. Ser. Ab. Nr. 10. Ser. Ba. Nr. 4. Ser. C. Nr. 61—64. 66.
C. G. J. Jacobi's gesammelte Werke, herausgg. v. d. k. preuß. Academie der Wissenschaften. Bd. III.
Politische Correspondenz Friedrichs des Großen. Bd. XII. Berl. 1884. (V. d. preuß. Academie).
Mémoires de l'académie imp. des sciences de Petersbourg. 7e sér. T. XXXII. Nr. 4—12.
Graf D. A. Tolstoi, ein Blick auf das Unterrichtswesen Rußlands im XVIII. Jahrh. A. d. Russ. von P. v. Kügelgen. St. Petersburg 1884.
Mittheilungen des Alterthumsvereins zu Plauen im Vogtlande. 1—3. Jahresschr.
Bijdragen tot de taal- land- en volkenkunde van Nederlandsch Indie. 4e Volgr. D. IX.
Proceedings of the academy of natural sciences of Philadelphia. 1884. P. 2 (in duplo).
L. Delisle, notice sur un manuscrit de l'abbaye de Luxeuil. S. A. aus Notices et extraits des manuscrits de la biblioth. nationale. T. XXXI.
Ders., le plus ancien manuscrit du miroir de St. Augustin. S. A. aus Bibliothèque de l'école des cartes. T. XLV.
Appendix to the memoir Nr. 5 of Tôkiô University. Tôkiô 1884.
Sitzungsberichte der philosophisch-philolog. u. histor. Classe der k. bair. Academie d. Wissensch. 1884. Heft 4.

Januar 1885.

Annales de l'école polytecnique de Delft. 1e Livraison.
Kongliga svenska vetenskaps-akademiens Handlingar. Bd. XVIII. XIX, 1. 2.
Observations météorologiques suédoises publiées par l'academie roy. des sciences de Suède. 1878. 1879.
Bihang till kongl. svenska vetenskaps-akademiens handlingar. Bd. VI—VIII.
Oefversigt af kongl. ventenskaps-academiens förhandlingar. Aarg. 1881—83.
Lefnadsteckningar öfver kongl. svenska vetenskaps-akademiens efer år 1854 afledna ledamöter. Bd. II. Heft 2.
Kongl. svenska vetenskaps akademien. (Mitgliederverzeichniss. 1880. 1882—84).
Nature Nr. 793. 794. 795. 796.
Atti della r. accademia dei lincei. 3e ser. Transunti. Vol. VIII. Fasc. 16.
Report of the superintendent of the united states naval observatory for 1884.

(Fortsetzung folgt).

Für die Redaction verantwortlich: *H. Soeppe*, Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

29. Juli. **№ 7.** 1885

Universität.

Verzeichniß der Vorlesungen auf der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen während des Winterhalbjahrs $18^{85}/_{86}$.

Die Vorlesungen beginnen den 15. October und enden den 15. März.

Theologie.

Einleitung in das Alte Testament: Prof. *Duhm* vierstündig um 4 Uhr.

Erklärung der Genesis: *Derselbe* fünfstündig um 10 Uhr.

Erklärung des Propheten Jesaia: Prof. *Schultz* fünfstündig um 11 Uhr.

Erklärung der Psalmen: Prof. *Bertheau* fünfstündig um 10 Uhr; Prof. *de Lagarde* fünfmal um 3 Uhr.

Leben, Schriften und Lehre des Apostels Paulus: Prof. *Knoke* Montag und Donnerstag um 3 Uhr.

Neutestamentliche Theologie: Prof. *Wiesinger* viermal um 11 Uhr.

Geschichte des neutestamentlichen Kanons: Lic. *Bornemann* Mittwochs 3 Uhr unentgeltlich.

Erklärung der synoptischen Evangelien: Prof. *Wiesinger* fünfmal um 9 Uhr.

Erklärung des Briefs des Paulus an die Römer: Prof. *Ritschl* fünfmal um 9 Uhr.

Erklärung der Briefe Pauli an die Korinther: Prof. *Lünemann* fünfstündig um 9 Uhr.

Kirchengeschichte I. Theil: Prof. *Wagenmann* sechsmal um 8 Uhr.

Kirchengeschichte des Mittelalters: Prof. *Reuter* fünfmal um 8 Uhr, Sonnabend um 9 Uhr.

Kirchengeschichte des XIX. Jahrhunderts: Prof. *Wagenmann* dreimal um 5 Uhr.

Christliche Dogmengeschichte: Lic. *Bornemann* sechsstündig, fünfmal um 12 Uhr, Sonnabends nach Verabredung.

Symbolik: Prof. *Reuter* fünfstündig um 11 Uhr.

Dogmatik Theil I: Prof. *Schultz* fünfstündig um 12 Uhr.

Theologische Ethik: Prof. *Ritschl* fünfstündig um 10 Uhr.

Praktische Theologie: Prof. *Knoke* fünfstündig um 12 Uhr.

Kirchenrecht siehe unter *Rechtswissenschaft* S. 243.

Die alttestamentlichen Uebungen der wissenschaftlichen Abtheilung des theologischen Seminars leitet Prof. *Bertheau* Montags um 6 Uhr; die neutestamentlichen Prof. *Wiesinger* Dienstags um 6 Uhr; die kirchen- und dogmenhistorischen Prof. *Reuter* Donnerstags um 6 Uhr; die dogmatischen Prof. *Ritschl* Freitags um 6 Uhr.

Die Uebungen des königl. homiletischen Seminars leiten Prof. *Schultz* und Prof. *Knoke* Sonnabends von 9—11 Uhr öffentlich; die Uebungen des liturgischen Seminars leitet Prof. *Knoke* Sonnabends um 9 und um 11 Uhr; die Uebungen des katechetischen Seminars Prof. *Wiesinger* Mittwoch von 2—3 Uhr, Prof. *Knoke* Sonnabends von 2—3 Uhr öffentlich.

Eine historisch-theologische Societät hält Prof. *Wagenmann;* eine patristische Societät Lic. *Bornemann* in zu verabredenden Stunden.

Rechtswissenschaft.

Geschichte des römischen Rechts: Prof. *Regelsberger*, Montag, Mittwoch und Freitag von 11—12 Uhr.

Institutionen des römischen Privatrechts: Prof. *Merkel* fünfmal wöchentlich von 10—11 Uhr.

Pandekten I. Theil mit Ausschluß des Sachenrechts: Prof. *Regelsberger* täglich von 10—11 Uhr und Dienstag, Donnerstag und Sonnabend von 11—12 Uhr.

Römisches Sachenrecht: Prof. *v. Jhering* viermal wöchentlich von 12—1 Uhr.

Pandekten II. Theil (Familien- und Erbrecht): Prof. *Merkel* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 9—10 Uhr.

Römisches Erbrecht: Prof. *Wolff* fünfmal wöchentlich von 3—4 Uhr.

Geschichte des Römischen Civilprocesses: Prof. *Merkel* Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Digesten-Exegeticum: Prof. *Merkel* Montag von 4—6 Uhr.

Deutsche Rechtsgeschichte: Prof. *Schröder* fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr.

Deutsches Privatrecht: Prof. *Frensdorff* fünfmal wöchentlich von 11—12 Uhr.

Handels-, See- und Wechselrecht: Prof. *Schröder* fünfmal wöchentlich von 3—4 Uhr.

Landwirthschaftsrecht: Prof. *Ziebarth* Dienstag, Donnerstag, Freitag von 3—4 Uhr.

Strafrecht: Prof. *John* fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr.

Deutsches Reichs- und Landesstaatsrecht: Prof. *Dove* fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr.

Deutsches Verwaltungsrecht: Prof. *Frensdorff* Dienstag, Donnerstag, Freitag von 12—1 Uhr.

Völkerrecht: Prof. *v. Bar* Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Kirchenrecht einschließlich des Eherechts: Prof. *Dove* täglich von 8—9 Uhr.

Civilproceß: Prof. *v. Bar* fünfmal wöchentlich von 10—11 Uhr.

Strafproceß: Prof. *Ziebarth* fünfmal wöchentlich von 11—12 Uhr.

Praktische Uebungen im Civilrecht: Prof. *Regelsberger* Donnerstag von 4—6 Uhr.

Handelsrechtliches Prakticum: Prof. *Schröder* Mittwoch von 4—6 Uhr.

Criminalistische Uebungen: Prof. *v. Bar* Freitag von 4—6 Uhr.

Civilproceß-Prakticum: Prof. *John* Dienstag von 4—6 Uhr.

Medicin.

Zoologie, vergleichende Anatomie, Botanik, Chemie, siehe unter *Naturwissenschaften*.

Knochen- und Bänderlehre: Prof. *Fr. Merkel* Montag, Mittwoch, Sonnabend von 11—12 Uhr.

Osteologie nebst Mechanik der Gelenke trägt Prof. *Krause* in zu verabredenden Stunden vor.

Systematische Anatomie I. Theil: Prof. *Fr. Merkel* tägl. von 12—1 Uhr.

Topographische Anatomie: Prof. *Fr. Merkel* Dienstag, Donnerstag, Freitag von 2—3 Uhr.

Präparirübungen: Prof. *Fr. Merkel* in Verbindung mit Prosector Dr. *Schiefferdecker* täglich von 9—4 Uhr.

Specielle Histologie trägt Prof. *Krause* in zu verabredenden Stunden vor.

Allgemeine Histologie trägt Prof. *Krause* Donnerstag um 2 Uhr oder zu anderer passender Stunde öffentlich vor.

Mikroskopische Uebungen in allgemeiner Anatomie für Anfänger: Dr. *Schiefferdecker* vier Mal wöchentlich.

Mikroskopische Anatomie der Organe: Dr. *Schiefferdecker* vier Mal wöchentlich für Geübtere.

Mikroskopische Uebungen in der normalen Histologie hält Prof. *Krause* dreimal wöchentlich um 2 Uhr.

Allgemeine und besondere Physiologie mit Erläuterungen durch Experimente und mikroskopische Demonstrationen: Prof. *Herbst* in sechs Stunden wöchentlich um 10 Uhr.

Experimentalphysiologie II. Theil (Physiologie des Nervensystems und der Sinnesorgane): Prof. *Meissner* täglich von 10—11 Uhr.

Medicinisch-chemisches Practicum leitet Prof. *Flügge* sechsstündig in 2 Abtheilungen für Anfänger und Geübtere.

Bacteriologische Curse und Arbeiten im Institut für medicinische Chemie und Hygiene leitet Prof. *Flügge* täglich in passenden Stunden.

Arbeiten im physiologischen Institute leitet Prof. *Meissner* täglich in passenden Stunden.

Allgemeine Aetiologie trägt Prof. *Orth* Donnerstag von 6—7 Uhr öffentlich vor.

Ueber allgemeine Pathologie trägt Prof. *Orth* Dienstag bis Freitag von 12—1 Uhr vor.

Demonstrativen Cursus der pathologischen Anatomie hält Prof. *Orth* privatissime Mittwoch und Sonnabend von 2—4 Uhr.

Mikroskopische Uebungen in der pathologischen Histologie finden Dienstag und Freitag von 6—8 Uhr statt.

Physikalische Diagnostik lehrt Prof. *Damsch* Montag, Mittwoch, Donnerstag von 5—6 Uhr. Dasselbe in Verbindung mit praktischen Uebungen trägt Dr. *Wiese* viermal wöchentlich in später näher zu bezeichnenden Stunden vor.

Laryngoskopische Uebungen hält Prof. *Damsch* Sonnabend von 12—1 Uhr.

Uebungen in der Untersuchung des Harns hält Prof. *Damsch* Mittwoch von 4—5 Uhr.

Elektrotherapie mit Demonstrationen u. Uebungen am Krankenbett lehrt Prof. *Damsch* Montag u. Donnerstag von 6—7 Uhr.

Arzneimittellehre und Receptirkunde verbunden mit Experimenten und praktischen Uebungen im Receptiren und Dispensiren lehrt Prof. *Marmé* dreimal wöchentlich Montag, Dienstag, Freitag von 6—7 Uhr.

Die gesammte Arzneimittellehre trägt Prof. *Husemann* fünfmal wöchentlich von 2—3 Uhr vor.

Specielle Toxikologie II. Theil verbunden mit Experimenten: Prof. *Marmé* für ältere Mediciner Montag und Donnerstag von 2—3 Uhr.

Ueber die thierischen und Fäulniß-Gifte trägt Prof. *Husemann* Mittwoch von 3—4 Uhr öffentlich vor.

Giftige Verfälschungen der Nahrungsmittel demonstrirt Prof. *Marmé* Donnerstag von 6—7 Uhr öffentlich.

Arbeiten im pharmakologischen Institut leitet Prof. *Marmé* täglich in passenden Stunden.

Pharmakognosie lehrt Prof. *Marmé* viermal wöchentlich Montag bis Donnerstag von 8—9 Uhr.

Pharmakognostisch-mikroskopische Uebungen für Vorgeschrittenere hält Prof. *Marmé* Sonnabend von 9—11 Uhr.

Specielle Pathologie und Therapie 2. Hälfte: Prof. *Ebstein* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 4—5 Uhr.

Die medicinische Klinik und Poliklinik leitet Prof. *Ebstein* fünfmal wöchentlich von $10^1/_2$—12 Uhr, Sonnabend von $9^1/_2$—$10^3/_4$ Uhr.

Poliklinische Referatsstunde hält Prof. *Damsch* einmal wöchentlich.

Specielle Chirurgie lehrt Prof. *König* viermal wöchentlich in noch zu verabredenden Stunden; Dasselbe Prof. *Lohmeyer* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Ein Examinatorium über Chirurgie hält Prof. *König* einmal in der Woche öffentlich.

Einen chirurgisch-diagnostischen Cursus hält Prof. *Rosenbach* Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr.

Sechswöchentliche Repetitorien der speciellen Chirurgie veranstaltet wöchentlich Abends von 7—8 Uhr Prof. *Rosenbach*.

Die Lehre von den chirurgischen Operationen trägt Prof. *Rosenbach* viermal wöchentlich in passenden Stunden vor.

Die chirurgische Klinik leitet Prof. *König* von $9^1/_2$—$10^3/_4$ Uhr täglich außer Sonnabend.

Chirurgische Poliklinik wird öffentlich Sonnabend von $10^3/_4$—12 Uhr von Prof. *König* und Prof. *Rosenbach* gemeinschaftlich gehalten.

Ueber Luxationen und Fracturen liest zweimal wöchentlich von 4—5 Uhr Dr. *W. Müller*.

Einen Verbandcursus hält Dr. *W. Müller* zweimal wöchentlich in passenden Stunden.

Instrumentenlehre behandelt einmal öffentlich Dr. *W. Müller*.

Klinik der Augenkrankheiten hält Prof. *Leber* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12—1 Uhr.

Augenspiegelcursus hält Prof. *Deutschmann* Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Ueber die praktisch wichtigen Abschnitte der Ohrenheilkunde mit Einschluß der Anatomie des Ohrs und mit Uebungen im Ohrenspiegeln trägt Prof. *Bürkner* Dienstag und Freitag von 2—3 Uhr oder zu besser passender Zeit vor.

Ueber Taubstummheit liest Prof. *Bürkner* einmal wöchentlich, öffentlich, zu gelegener Stunde.

Poliklinik für Ohrenkranke hält Prof. *Bürkner* (für Geübtere) an zwei noch zu bestimmenden Tagen von 12—1 Uhr.

Geburtskunde trägt Dr. *Droysen* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag um 3 Uhr vor.

Geburtshülflichen Operationscursus am Phantom hält Dr. *Droysen* Mittwoch und Sonnabend um 8 Uhr.

Pathologie des Wochenbetts lehrt Prof. *Schwartz* wöchentlich einmal zu gelegener Zeit.

Gynaekologische Klinik leitet Prof. *Schwartz* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag um 8 Uhr.

Psychiatrische Klinik in Verbindung mit systematischen Vorträgen über Pathologie und Therapie der Geisteskrankheiten hält Prof. *Meyer* Montag und Donnerstag von 4—6 Uhr.

Forensische Psychiatrie mit casuistischen Demonstrationen an Geisteskranken lehrt Prof. *Meyer* in wöchentlich zwei zu verabredenden Stunden.

Hygiene I. Theil mit Experimenten und Excursionen: Prof. *Flügge* Dienstag, Mittwoch und Freitag von 5—6 Uhr.

Anatomie und Physiologie der Hausthiere, so wie Seuchenlehre trägt Prof. *Esser* fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr vor.

Klinische Demonstrationen im Thierhospitale hält Prof. *Esser* in zu verabredenden Stunden.

Philosophie.

Allgemeine Geschichte der Philosophie: Prof. *Baumann*, Montag, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Geschichte der Philosophie von Cartesius bis zur Gegenwart: Prof. *Peipers*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit. 11 Uhr.

Ueber die Philosophie Platons: Prof. *Peipers*, Mittwoch 12 Uhr öffentlich.

Logik: Prof. *Baumann*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 10 Uhr.

Logik: Prof. *Rehnisch*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 10 Uhr.

Psychologie: Prof. *G. E. Müller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

In einer psycholog. Societät wird Prof. *G. E. Müller* ausgewählte Kapitel der Psychologie behandeln: Mittwoch 4 Uhr, öffentlich.

Philosophische Uebungen: Prof. *Rehnisch*, öffentlich.

Die Uebungen des K. pädagogischen Seminars leitet Prof. *Sauppe*, Montag und Donnerstag 11 Uhr, öffentlich.

Mathematik und Astronomie.

Algebraische Analysis: Dr. *Hölder*, Mont., Dienst., Donnerst. 12 Uhr.

Analytische Geometrie: Dr. *Schönflies*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 9 Uhr.

Anwendungen der Differentialrechnung auf die Geometrie: Dr. *Schönflies*, Mittw. u. Sonnabend 9 Uhr.

Integralrechnung mit Uebungen: Prof. *Schwarz*, fünfmal, 11 Uhr.

Einleitung in die analytische Mechanik: Prof. *Schering*, Montag, Dienstag, Mittwoch, Freitag, 4 Uhr.

Partielle Differentialgleichungen mit Anwendungen auf physikalische Probleme: Dr. *Hugo Meyer*, Dienst. und Donnerst. 12 Uhr.

Anwendungen der elliptischen Functionen: Prof. *Schwarz*, Montag bis Freitag 9 Uhr.

Theorie der elliptischen Funktionen und Einleitung in die Theorie der Abelschen Funktionen: Prof. *Schering*, Montag, Dienstag, Mittwoch, Freitag, 5 Uhr.

In dem mathematisch-physikalischen Seminar leiten mathematische Uebungen Prof. *Schering*, Montag 3 Uhr, und Prof. *Schwarz*, Mittwoch 12 Uhr. Vgl. *Naturwissenschaften* S. 249.

Magnetische Beobachtungen im Gauss-Observatorium leitet Prof. *Schering* Donnerstag Nachm., privatissime, unentgeltlich.

Mathematische Colloquien wird Prof. *Schwarz* wie bisher privatissime, unentgeltlich, einmal zweiwöchentlich leiten.

Naturwissenschaften.

Embryologie und vergleichende Anatomie: Prof. *Ehlers*, Montag bis Freitag 10 Uhr.

Ueber Kunstfertigkeiten und Lebensgewohnheiten der Thiere: Prof. *Ehlers*, Montag und Dienstag 6 Uhr.

Die Parasiten des Menschen, mit Demonstrationen am Skioptikon: Dr. *Hamann*, Donnerstag und Freitag 6 Uhr.

Das Wandern der Thiere in Vergangenheit und Gegenwart: Dr. *Hamann*, Mittwoch 5 Uhr, unentgeltlich.

Zoologischer Kurs: Prof. *Ehlers*, Dienst. und Mittw. 11—1 Uhr.

Zoologische Uebungen wird Prof. *Ehlers* täglich mit Ausnahme des Sonnabend von 10—1 Uhr anstellen.

Zoologische Societät: Prof. *Ehlers*.

Anatomie der Pflanzen: Prof. *Berthold*, Dienst. u. Freit. 12 Uhr.

Ueber Thallophyten (Algen und Pilze): Prof. *Graf zu Solms*, Dienstag und Donnerstag 4 Uhr.

Ueber Archegoniaten und Gymnospermen (Moose, Farne und Nadelhölzer): Prof. *Falkenberg*, Dienstag und Donnerstag 6 Uhr.

Paläophytologie: Prof. *Graf zu Solms*, Sonnabends 10—12 Uhr, öffentl.

Die Vegetation des Meeres: Prof. *Falkenberg*, Mittw. 6 Uhr, öffentl.

Mikroskopisch-botanischer Kursus: Prof. *Berthold*, Sonnabend von 9—1 Uhr (für Pharmaceuten zweistündig).

Tägliche Arbeiten im pflanzenphysiologischen Institut: Prof. *Berthold*.

Anleitung zu selbstständigen Arbeiten im Laboratorium des botanischen Gartens, wesentlich für Vorgeschrittene: Prof. *Graf zu Solms*, privatissime, in zu bestimmenden Stunden.

Uebungen einer botanischen Societät: Prof. *Berthold*, in später festzusetzender Stunde, öffentlich.

Repetitorium der allgemeinen Botanik: Dr. *Arthur Meyer*, Mittwoch und Donnerstag 12 Uhr.

Mineralogie: Prof. *Klein*, 6 Stunden, 11 Uhr.

Geologie: Prof. *von Koenen*, Dienstag bis Sonnabend, 8 Uhr.

Ueber einzelne Klassen von Fossilien: Prof. *von Koenen*, eine Stunde, öffentlich.

Mineralogische Uebungen: Prof. *Klein*, Freitag, 2—4 Uhr, öffentlich.

Krystallographische Uebungen: Prof. *Klein*, privatissime, aber unentgeltlich, in zu bestimmenden Stunden.

Paläontologische und geologische Uebungen: Prof. *von Koenen*, täglich, privatissime, unentgeltlich.

Theorie des Galvanismus: Prof. *Voigt*, Mont. bis Freit. 10 Uhr.

Experimentalphysik, zweiter Theil: Magnetismus, Elektricität und Wärme: Prof. *Riecke*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit., 5 Uhr.

Dynamische Meteorologie: Dr. *Hugo Meyer*, unentgeltlich.

Die Uebungen im physikalischen Institute leiten die Prof. *Riecke* und *Voigt*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Dr. *Meyer*, Dr. *Krüger* und Kandid. *Hennig*, für Mathematiker: Dienst., Donnerst., Freit. 2—4 Uhr; für Pharmaceuten und Chemiker: Sonnabend 9—1 Uhr.

In dem mathematisch-physikalischen Seminar behandelt ausgewählte Kapitel der mathematischen und Experimentalphysik Prof. *Riecke*, Mont. 2 Uhr, ausgewählte Kapitel der mathematischen Physik Prof. *Voigt*, Sonnabend 10 Uhr. Vgl. *Mathematik und Astronomie* S. 247.

Allgemeine Chemie (unorganische Experimentalchemie): Prof. *V. Meyer*, sechs Stunden, 9 Uhr.

Chemie der Kohlenstoffverbindungen: Dr. *Buchka*, Montag, Mittwoch, Donnerstag und Sonnabend, 12 Uhr.

Chemie der Benzolverbindungen, I. Theil: Dr. *Leuckart*, Dienstag und Freitag 12 Uhr.

Organische Chemie für Mediciner: Prof. *von Uslar*, 4 St., 9 Uhr.

Analytische Chemie II. Theil (Quantitativer Theil): Dr. *Buchka*, Freitag und Sonnabend 8 Uhr.

Chemie der Metalle mit besonderer Berücksichtigung der Technik und Metallurgie: Dr. *Jannasch*, Montag, Dienstag, Mittwoch 8 Uhr.

Pharmaceutische Chemie (organischer Theil): Prof. *Polstorff*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 5 Uhr.

Gerichtlich-chemische Analyse: Prof. *Polstorff*, Freitag und Sonnabend 8 Uhr.

Technische Chemie für Landwirthe (Zuckerfabrikation, Gährungsindustrien, Molkerei etc.): Prof. *Tollens*, Mont., Dienst., Mittw., 10 Uhr.

Ueber Zuckeruntersuchungsmethoden, besonders Polarisation: Prof. *Tollens*, Donnerstag 6 Uhr, öffentlich.

Titrirmethoden: Dr. *Pfeiffer*, 1 Stunde, unengeltlich.

Die chemischen Uebungen und wissenschaftlichen Arbeiten im akadem. Laboratorium leitet Prof. *V. Meyer* in Gemeinschaft mit den Assistenten Prof. *Polstorff*, Dr. *Jannasch*, Dr. *Buchka* u. Dr. *Leuckart*,

und zwar: 1) Vollpracticum, Mont. bis Freit., von 8 bis 12 und von 2½ bis 5 Uhr; 2) Halbpracticum, je Vor- oder Nachmittags, täglich außer Sonnabends; 3) Chemisches Anfängerpracticum für Mediciner.

Prof. *Boedeker* leitet die praktisch-chemischen Uebungen im chemischen Laboratorium (Stumpfebiel II) täglich (mit Ausschluß des Sonnab.) 8—12 und 2—4 Uhr.

Pharmacie lehrt Prof. *Boedeker* in fünf Stunden um 9 Uhr. Dasselbe lehrt Prof. *von Uslar* viermal wöchentlich um 3 Uhr.

Prof. *Tollens* leitet die praktisch-chemischen Uebungen im agriculturchemischen Laboratorium in Gemeinschaft mit Dr. *Bauer*, Montag bis Freitag von 8—12 und von 2—4 Uhr.

Uebungen in der Maaßanalyse: Dr. *Pfeiffer*, Sonnabend 9—1 Uhr.

Historische Wissenschaften.

Cursus in der griechischen Palaeographie: Prof. *Steindorff*, Dienstag 10—12 Uhr.

Anleitung zur Kritik der deutschen Kaiserurkunden: Prof. *Steindorff*, Donnerstag 10—12 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Griechische Geschichte bis zur Zeit des Perikles: Prof. *Volquardsen*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Römische Verfassungsgeschichte: Prof. *Gilbert*, 2 Stunden, 5 Uhr.

Geschichte der Völkerwanderung und der germanischen Staatengründungen: Dr. *von Kap-herr*, 3 Stunden.

Geschichte des fränkischen Reichs, vornemlich unter den Karolingern: Prof. *Steindorff*, Mittwoch und Sonnabend 12 Uhr.

Allgemeine Verfassungsgeschichte der Germanischen und Romanischen Völker von der Reformation bis zur Gegenwart: Prof. *Weiland*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 9 Uhr.

Geschichte des Zeitalters der französischen Revolution und des ersten Kaiserreichs 1789—1815: Prof. *Kluckhohn*, viermal, 4 Uhr.

Geschichte Italiens im Mittelalter: Assessor Dr. *Wüstenfeld*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 10 Uhr, unentgeltlich.

Historische Uebungen leitet Prof. *Volquardsen*, Dienstag, 6 Uhr, öffentlich.

Historische Uebungen: Prof. *Weiland*, Freit., 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Historische Uebungen: Prof. *Kluckhohn*, Mittw., 6—8 Uhr öffentl.

Kirchengeschichte: s. unter *Theologie* S. 242.

Erd- und Völkerkunde.

Allgemeine Erdkunde I: Prof. *Wagner*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Entdeckungsgeschichte Afrika's: Prof. *Wagner*, Mittw. 6 Uhr, öffentl.

Geographische Uebungen: Prof. *Wagner*, Sonnabend 10—12 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Staatswissenschaft.

Nationalökonomie, grundlegender Theil, als Einleitung in das Studium der Staatswissenschaften: Prof. *Cohn*, vier Stunden 4 Uhr.

Volkswirthschaftspolitik (praktische Nationalökonomie): Prof. *Eggert*, vier Stunden, Montag und Donnerstag 5—7 Uhr.

Finanzwissenschaft, mit besonderer Rücksicht auf das deutsche und preußische Steuerwesen: Prof. *Cohn*, 4 Stunden 5 Uhr.

Socialpolitische Theorien der Neuzeit: Prof. *Eggert*, Freitag 6—7 Uhr, öffentlich.

Staatswissenschaftliches Seminar: Prof. *Cohn*, Montag Abend 7—9 Uhr, privatissime, unentgeltlich.

Volkswirthschaftliche Uebungen: Prof. *Soetbeer*, privatissime, unentgeltlich, in später zu bestimmenden Stunden.

Landwirthschaft.

Einleitung in das landwirthschaftliche Studium: Prof. *Drechsler*, 1 Stunde, öffentlich.

Allgemeine Ackerbaulehre: Prof. *Drechsler*, 2 Stunden, 12 Uhr.

Die Ackerbausysteme (Felderwirthschaft, Feldgraswirthschaft, Fruchtwechselwirthschaft u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, Donnerstag und Freitag 11 Uhr.

Die allgemeine und specielle landwirthschaftliche Thierproductionslehre (Lehre von den Nutzungen, der Züchtung, Ernährung und Pflege des Pferdes, Rindes, Schafes, Schweines u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 5 Uhr.

Die landwirthschaftliche Rassenkunde: Prof. *Griepenkerl*, Mittwoch 5—7 Uhr, öffentlich.

Im Anschluß an diese Vorlesungen werden Excursionen nach benachbarten Landgütern und Fabriken veranstaltet werden.

Landwirthschaftliche Betriebslehre: Prof. *Drechsler*, vier St., 12 Uhr.

Die Lehre vom Futter (I. Theil der landwirthschaftlichen Fütterungslehre): Prof. *Henneberg*, Montag, Dienstag, Mittwoch, 11 Uhr.

Allgemeine Düngerlehre: Dr. *Kern.*

Landwirthschaftliches Praktikum: Prof. *Drechsler* und Dr. *Edler* (Uebungen im landw. Laboratorium, Freit. und Sonnab. 9—1 Uhr; Uebungen in landw. Berechnungen, Dienst. und Donnerst. 6 Uhr); Excursionen und Demonstrationen, Mittw. Nachmittag.

Techn. Chemie und praktisch-chemische Uebungen für Landwirthe vgl. *Naturwissenschaften* S. 9. 10.

Anatomie, Physiologie und Pathologie der Hausthiere vgl. *Medicin* S. 246.

Landwirthschaftsrecht: s. *Rechtswissenschaft* S. 243.

Literär- und Kunstgeschichte.

Geschichte der griechischen Poesie (mit Ausschluß des Drama's) bis auf Alexander: Prof. *Dilthey*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 12 Uhr.

Uebersicht der grammatischen Litteratur der Griechen und Römer: Prof. *von Willamowitz-Moellendorff*, vier Stunden, 3 Uhr.

Ueber das angelsächsische Volksepos (Einleitung zum Beówulf): Dr. *Schröder*, Dienstag und Freitag 9 Uhr.

Ueber deutsche Literatur des 16. Jahrh. liest Prof. *Goedeke*, Montags 5 Uhr, öffentlich.

Geschichte der deutschen Literatur im 18. Jahrh.: Dr. *Schröder*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Geschichte der französischen Literatur im 13. 14. 15. Jahrh.: Prof. *Vollmöller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12 Uhr.

Molière's Leben und Werke nebst Erklärung des Misanthrope: Dr. *Andresen*, Dienstag und Freitag 8 Uhr.

Rom im Zeitalter der Renaissance: Prof. *Schmarsow*, 3 Stunden.

Ueber Michelangelo: Prof. *Schmarsow*, Donnerstag, 6 Uhr, öffentl.

Kunsthistorische Uebungen: Prof. *Schmarsow*, 2 Stunden, privatissime, aber unentgeltlich.

Alterthumskunde.

Geschichte der griechischen Religionen und Erklärung der Göttersymbole: Prof. *Wieseler*, drei Stunden, 2—3 Uhr.

Im K. archäologischen Seminar wird Prof. *Wieseler* ausgewählte Bildwerke zur Erklärung vorlegen, Sonnabend 12 Uhr, und die auf Dionysos und seinen Dienst bezüglichen Bildwerke erläutern, Mittw. 12 Uhr, öffentlich. — Die schriftlichen Arbeiten der Mitglieder wird er privatissime beurtheilen.

Deutsche Heldensage: s. *Deutsche Sprache* S. 254.

Vergleichende Sprachlehre.

Bildung des Verbs und des Nomens in den indogermanischen Sprachen: Prof. *Fick*, 2 Stunden, 9 Uhr, öffentlich.

Grammatische Gesellschaft: Prof. *Fick*, 2 Stunden, privatissime.

Orientalische Sprachen.

Die Vorlesungen über das A. Testament s. unter *Theologie* S. 242.

Arabische Grammatik: Prof. *Wüstenfeld*, privatissime.

Die Syrische Sprache lehrt Prof. *Bertheau*, Dienstag und Freitag 2 Uhr.

Syrische oder arabische Lektüre zu noch zu bestimmender Zeit: Prof. *de Lagarde*, öffentlich.

Grammatik der Sanskrit-Sprache und Erklärung des Panchatantra: Prof. *Kielhorn*, Montag, Mittwoch und Sonnabend, 9 Uhr.

Erklärung schwieriger Sanskrittexte: Prof. *Kielhorn*, Mittwoch, Sonnabend, 10 Uhr.

Patanjali's Mahâbhâshya (Einleitung) oder Indische Inschriften: Prof. *Kielhorn*, 2 Stunden, privatissime, aber unentgeltlich.

Griechische und lateinische Sprache.

Hermeneutik und Kritik: Prof. *Sauppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 9 Uhr.

Griechische Grammatik: Prof. *Bechtel*, in 4 passenden Stunden.

Ueber den Dialekt und die Abfassung der hesiodischen Gedichte: Prof. *Fick*, 4 Stunden, 9 Uhr.

Erklärung der Gedichte des Pindaros: Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, 4 Stunden, 10 Uhr.

Aristophanes Frösche erklärt Prof. *von Leutsch*, Mittwoch und Sonnabend 12 Uhr.

Geschichte der griechischen Poesie: s. *Literär- und Kunstgeschichte* S. 252.

Die Philosophie Platons: s. *Philosophie* S. 247.

Die grammatische Literatur der Griechen und Römer: s. *Literärgeschichte* S. 252.

Ausgewählte Gedichte des Horatius, in chronologischer Folge: Prof. *Sauppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 4 Uhr.

Im K. philologischen Seminar leiten die schriftlichen Arbeiten und Disputationen Prof. *Sauppe* und Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, Mittwoch 11 Uhr; läßt die Hymnen des Kallimachos erklären Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, Montag und Donnerstag, 11 Uhr; läßt Ciceros Orator erklären Prof. *Sauppe*, Dienstag und Freitag, 11 Uhr, alles öffentl.

Im K. philologischen Proseminar wird Prof. *Dilthey* die Ovidischen Heroiden interpretiren lassen, sowie die Disputationen über die Arbeiten der Mitglieder leiten, Mittw. und Sonnab. 10 Uhr, öffentlich.

Deutsche Sprache.

Angelsächsische Grammatik: Prof. *Bechtel*, Mittw. u. Sonnab. 9 Uhr, unentgeltlich.

Formenlehre des Neuhochdeutschen auf historischer Grundlage: Prof. *Heyne*, 4 Stunden, 5 Uhr.

Alt- und Mittelhochdeutsche Metrik: Prof. *Heyne*, 2 Stunden, 12 Uhr.

Das Nibelungenlied mit einer Einleitung über die deutsche Heldensage: Prof. *W. Müller*, vier Stunden, 3 Uhr.

Die Uebungen der deutschen Gesellschaft leitet Prof. *W. Müller*, Dienstag 6 Uhr.

Altdeutsche Uebungen: Prof. *Heyne*, 1 Stunde, privatissime, unentgeltlich.

Textkritische Uebungen: Dr. *Schröder*, 1 Stunde.

Geschichte der deutschen Literatur: s. *Literärgeschichte* S. 252.

Neuere Sprachen.

Angelsächsisches Volksepos: s. *Literärgeschichte* S. 252.

Französische Lautlehre: Prof. *Vollmöller*, Mittw. 12 Uhr, öffentlich.

Geschichte der französischen Literatur: s. *Literär- und Kunstgeschichte* S. 252.

Molière's Leben und Werke: s. *Literärgeschichte* S. 252.

Schillers Geschichte des dreißigjährigen Krieges: (Donnerstag 8 Uhr) und Exercices de style et de composition, (Freitag 8 Uhr); Grammatische Uebungen. — Lectüre u. Recitation: Lector *Kœune*.

Im Seminar für neuere Sprachen leitet Prof. *Vollmöller* Uebungen Mittw. 6 Uhr, leitet grammatische Uebungen Dr. *Andresen*, Montag 6 Uhr.

Der neu zu berufende Professor für englische Philologie wird seine Vorlesungen später anzeigen.

Schöne Künste. — Fertigkeiten.

Unterricht im Zeichnen ertheilt Zeichenlehrer *Peters*, Sonnabend 2—4 Uhr, unentgeltlich.

Unterricht im Malen *Derselbe* in zu verabredenden Stunden.

Harmonie- und Kompositionslehre, verbunden mit praktischen Uebungen: Musikdirector *Hille*, in passenden Stunden.

Zur Theilnahme an den Uebungen der Singakademie und des Orchesterspielvereins ladet *Derselbe* ein.

Reitunterricht ertheilt in der K. Universitäts-Reitbahn der Univ. Stallmeister, Rittmeister a. D. *Schweppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, Sonnabend, Vormittags v. 8—12 u. Nachm. (außer Sonnab.) v. 3—4 Uhr.

Fechtkunst lehrt der Universitätsfechtmeister *Grüneklee*, Tanzkunst der Universitätstanzmeister *Höltzke*.

Oeffentliche Sammlungen.

In der *Universitätsbibliothek* ist das Ausleihezimmer an den Wochentagen von 12—1 und von 2—3 Uhr geöffnet. Verliehen werden Bücher nach Abgabe einer Semesterkarte mit der Bürgschaft eines Professors.

Die *Gemäldesammlung* ist Dienstags von 2—4 Uhr geöffnet.

Der *botanische Garten* ist, die Sonn- und Festtage ausgenommen, täglich von 7—12 und von 2—6 Uhr geöffnet.

Die *mineralogische* und die *geologisch-palaeontologische Schausammlung* sind im Winterhalbjahr bis zum 1. December Sonnabends von 1 bis 2 Uhr dem Publikum geöffnet.

Ueber den Besuch und die Benutzung der *theologischen Seminarbibliothek*, des *Theatrum anatomicum*, des *physiologischen Instituts*, der *pathologischen Sammlung*, der *Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle*, des *zoologischen* und *ethnographischen Museums*, des *botanischen Gartens* und des *pflanzenphysiologischen Instituts*, der *Sternwarte*, des *physikalischen Kabinets* und *Laboratoriums*, der *mineralogischen* und der *geognostisch-paläontologischen Sammlung*, der *chemischen Laboratorien*, des *archäologischen Museums*, der *Gemäldesammlung*, der *Bibliothek des k. philologischen Seminars*, der *Biblio-*

thek des k. mathematisch-physikalischen Seminars, des *diplomatischen Apparats*, der *Sammlungen des landwirthschaftlichen Instituts* bestimmen besondere Reglements das Nähere.

Bei dem Logiscommissär, Pedell *Bartels* (Kleperweg 2), können die, welche Wohnungen suchen, sowohl über die Preise, als andere Umstände Auskunft erhalten und auch im voraus Bestellungen machen.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stuppe*, Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

30. September. **№ 8.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 6. Juni 1885.

Ueber eine Resolvente derjenigen algebraischen Gleichung, von welcher in der Theorie der elliptischen Functionen die Theilung der Perioden abhängt.

Von

L. Kiepert in Hannover, Corresp.

Der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften beehre ich mich, im Nachfolgenden einen Auszug aus einer von mir ausgeführten Untersuchung mitzutheilen, welche sich im Anschlusse an früher von mir veröffentlichte Abhandlungen über die Transformation der elliptischen Functionen[1]) mit der Theilung der Perioden und mit der Bildung einer Resolvente derjenigen algebraischen Gleichung beschäftigt, von welcher diese Periodentheilung abhängt.

Ich werde mich dabei möglichst der Bezeichnungen bedienen, welche Herr H. A. Schwarz in den »Formeln und Lehrsätzen zum Gebrauche der elliptischen Functionen nach Vorlesungen und Aufzeichnungen des Herrn Weierstrass« benutzt hat.

Der Kürze wegen werde ich in diesem Auszuge umfangreichere

1) Vergl. Crelle's Journal, Bd. 87, S. 199—216, Bd. 88, S. 205—212 und Bd. 95, S. 218—231. Diese drei Abhandlungen sollen in dem Folgenden der Kürze wegen nur durch Abh. 1, Abh. 2, Abh. 3 citirt werden.

Rechnungen und Literatur-Angaben fortlassen und verweise in dieser Beziehung auf meine demnächst erscheinende Abhandlung.

Abschnitt I.

Eigenschaften der speciellen Theilungsgleichung.

Sind n, λ, μ, α, β beliebige ganze Zahlen, und bezeichnet man der Kürze wegen die Größe $\wp\left(\frac{2\lambda\omega + 2\mu\omega'}{n}\right)$ mit $\wp_{\lambda,\mu}$, so ist

$$\wp_{\lambda+\alpha n,\, \mu+\beta n} = \wp_{\lambda,\mu}.$$

Um alle verschiedenen Werthe zu erhalten, welche $\wp_{\lambda,\mu}$ für denselben Werth von n annehmen kann, braucht man daher den Zahlen λ und μ nur die Werthe $0, 1, 2 \ldots n-1$ zu geben, wobei aber λ und μ nicht gleichzeitig gleich 0 sein sollen. Von diesen n^2-1 Größen $\wp_{\lambda,\mu}$ werden nun, wenn $n = 2m+1$ ist, noch je zwei einander gleich, weil

$$\wp_{\lambda,\mu} = \wp_{\lambda',\mu'}, \text{ wenn } \lambda+\lambda' \equiv \mu+\mu' \equiv 0 \pmod{n}.$$

Dasselbe gilt, wenn $n = 2m+2$ ist, nur sind hierbei die Größen $\wp\omega$, $\wp\omega'$, $\wp(\omega+\omega')$, welche einzeln auftreten, abzusondern. Es bleiben also bez. $\frac{1}{2}(n^2-1) = 2m(m+1)$, oder $\frac{1}{2}(n^2-4) = 2m(m+2)$ Größen $\wp_{\lambda,\mu}$ übrig, durch welche »das vollständige System der zur Zahl n gehörenden Theilwerthe der Function $\wp u$« definirt werden möge.

Setzt man nun

$$\wp u = s \text{ und } \psi_n(u) = \frac{\sigma(nu)}{\sigma^{n^2} u},$$

so wird

$$(1.)\quad \begin{cases} \psi_{2m+1}(u) = (2m+1)\prod(\wp u - \wp_{\lambda,\mu}) = (2m+1)\prod_{2m+1}(s), \\ \psi_{2m+2}(u) = -(m+1)\wp' u \prod(\wp u - \wp_{\lambda,\mu}) = -(m+1)\prod_{2m+2}(s), \end{cases}$$

wobei sich das Product über das vollständige System der Theilwerthe $\wp_{\lambda,\mu}$ erstreckt.

Die Gleichung

$$(2.)\qquad \prod_n(s) = 0$$

soll nun »die specielle Theilungsgleichung« heißen. Da außerdem [1])

---

1) Vergl. meine Abhandlung: Wirkliche Ausführung der ganzzahligen Multiplication der elliptischen Functionen (Crelle's Journal, Bd. 76, S. 21—33).

$$(3.)\qquad \psi_n(u) = \frac{(-1)^{n-1}}{[1!\,2!\,3!\ldots(n-1)!]^2}\begin{vmatrix} \wp' u & \wp'' u & \ldots & \wp^{(n-1)} u \\ \wp'' u & \wp''' u & \ldots & \wp^{(n)} u \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \wp^{(n-1)} u & \wp^{(n)} u & \ldots & \wp^{(2n-3)} u \end{vmatrix}$$

ist, so gelten die Sätze:

I. Die Coefficienten der speciellen Theilungsgleichung sind ganze rationale Functionen von g_2 und g_3.

II. Jede (ganze) symmetrische Function der zur Zahl n gehörenden Theilwerthe der Function $\wp u$, welche das vollständige System derselben bilden, ist eine (ganze) rationale Function von g_2 und g_3.

Ist jetzt $n = a^\alpha b^\beta c^\gamma \ldots$, wo a, b, c, $\ldots$ von einander verschiedene Primzahlen sind, so ist $\Pi_n(s)$ ohne Rest durch $\Pi_{\frac{n}{a}}(s)$ theilbar. Deshalb kann man von $\Pi_n(s)$ alle Factoren $\wp u - \wp_{\lambda,\mu} = s - \wp_{\lambda,\mu}$ absondern, bei denen λ und μ beide durch a theilbar sind. Ebenso kann man dann noch weiter die Factoren $\wp u - \wp_{\lambda,\mu}$ absondern, bei denen λ und μ beide durch b, nicht aber beide durch a theilbar sind. Indem man so fortfährt, behält man schließlich nur noch das Product derjenigen Factoren $\wp u - \wp_{\lambda,\mu}$ übrig, bei denen die Zahlen λ, μ, n keinen Factor besitzen, der allen dreien gemeinsam ist. Setzt man dieses Product gleich 0, so erhält man »die reducirte Theilungsgleichung«, deren Wurzeln $\wp_{\lambda,\mu}$ »das reducirte System der zur Zahl n gehörenden Theilwerthe der Function $\wp u$« ausmachen.

Es sei nun, wie gewöhnlich,

$$(4.)\qquad \begin{cases} \varphi(n) = n\left(1-\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{b}\right)\left(1-\frac{1}{c}\right)\ldots, \\ T(n) = n\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right)\ldots, \end{cases}$$

so ist die Anzahl der das reducirte System bildenden Theilwerthe $\frac{1}{2}\varphi(n)\,T(n)$, wenn n von 2 verschieden ist.

Aus der Bildung der reducirten Theilungsgleichung ergeben sich unmittelbar folgende Sätze:

III. Die Coefficienten der reducirten Theilungsgleichung sind ganze rationale Functionen von g_2 und g_3.

IV. Jede (ganze) symmetrische Function derjenigen zur Zahl n gehörenden Theilwerthe der Function $\wp u$, welche das reducirte System bilden, ist eine (ganze) rationale Function von g_2 und g_3.

Durch diese Sätze wird es möglich, Resolventen der reducirten Theilungsgleichung zu bilden.

Gehört nämlich

$$\wp(w_{\lambda,\mu}) = \wp\left(\frac{2\lambda\omega + 2\mu\omega'}{n}\right) = \wp_{\lambda,\mu}$$

zu den das reducirte System bildenden Theilwerthen, und ist k relativ prim zu n, so haben die Größen

$$\wp(kw_{\lambda,\mu}), \quad \wp(k^2 w_{\lambda,\mu}), \quad \ldots \wp(k^{\varkappa-1} w_{\lambda,\mu})$$

dieselbe Eigenschaft. Nun sei $\varkappa$ die kleinste Zahl, für welche

$$k^{\varkappa} \equiv \pm 1 \pmod{n}$$

wird, und es sei $C_{\lambda,\mu}$ eine cyklische Function der Größen

$$\wp(w_{\lambda,\mu}), \quad \wp(kw_{\lambda,\mu}), \quad \wp(k^2 w_{\lambda,\mu}), \quad \ldots \wp(k^{\varkappa-1} w_{\lambda,\mu}),$$

dann wird

$$\wp(k^{\varkappa} w_{\lambda,\mu}) = \wp(w_{\lambda,\mu}), \quad \wp(k^{\varkappa+1} w_{\lambda,\mu}) = \wp(kw_{\lambda,\mu}), \ldots$$

und deshalb

$$C_{\lambda,\mu} = F(\wp(w_{\lambda,\mu})) = F(\wp(kw_{\lambda,\mu})) = \cdots = F(\wp(k^{\varkappa-1} w_{\lambda,\mu})),$$

wo $F(\wp)$ eine rationale Function von $\wp$, g_2, g_3 bezeichnet.

Ist $\wp_{\lambda',\mu'} = \wp(w_{\lambda',\mu'})$ von den Größen

$$\wp(w_{\lambda,\mu}), \quad \wp(kw_{\lambda,\mu}), \quad \ldots \wp(k^{\varkappa-1} w_{\lambda,\mu})$$

verschieden, so findet man jetzt ebenso

$$C_{\lambda',\mu'} = F(\wp(w_{\lambda',\mu'})) = F(\wp(kw_{\lambda',\mu'})) = \cdots = F(\wp(k^{\varkappa-1} w_{\lambda',\mu'}))$$

und kann so fortfahren, bis die sämmtlichen das reducirte System bildenden Theilwerthe erschöpft sind.

Da ähnliche Schlüsse auf $C_{\lambda,\mu}^r$ Anwendung finden, wo r eine beliebige ganze Zahl ist, so gilt der Satz:

V. Ist $C_{\lambda,\mu}$ eine cyklische Function der Größen

$$\wp(w_{\lambda,\mu}), \quad \wp(kw_{\lambda,\mu}), \quad \ldots \wp(k^{\varkappa-1} w_{\lambda,\mu}),$$

so wird $C_{\lambda,\mu}$ die Wurzel einer Gleichung N^{ten} Grades, deren Coefficienten rationale Functionen von g_2 und g_3 sind. Dabei ist

$$\varkappa N = \tfrac{1}{2}\varphi(n)\, T(n).$$

Auch hier ist der Fall $n = 2$ ausgeschlossen.

Den verschiedenen Werthen, welche $\varkappa$ haben kann, entsprechen daher auch Resolventen von verschiedenem Grade.

Abschnitt II.

Einführung der Größe $f\left(\frac{\tilde{\omega}}{n}, \tilde{\omega}'\right)$ und ihre Bedeutung für die Transformation der elliptischen Functionen.

Die angegebenen Sätze finden unter Anderem ihre Anwendung bei der Transformation der elliptischen Functionen.

Das Periodenpaar

$$2\tilde{\omega} = 2p\omega + 2q\omega', \qquad 2\tilde{\omega}' = 2p'\omega + 2q'\omega'$$

sei dem Periodenpaare 2ω, $2\omega'$ äquivalent, d. h. es sei

$$pq' - p'q = +1,$$

dann ist

$$\sigma(u|\tilde{\omega}, \tilde{\omega}') = \sigma(u|\omega, \omega'), \qquad \wp(u|\tilde{\omega}, \tilde{\omega}') = \wp(u|\omega, \omega').$$

Auch die Invarianten g_2, g_3 ändern sich nicht, wenn das primitive Periodenpaar $(2\omega, 2\omega')$ mit dem äquivalenten Periodenpaare $(2\tilde{\omega}, 2\tilde{\omega}')$ vertauscht wird.

Ist dagegen

$$2\omega_1 = 2\lambda\omega + 2\mu\omega', \qquad 2\omega_1' = 2\lambda'\omega + 2\mu'\omega'$$

und

$$\lambda\mu' - \lambda'\mu = n > 1,$$

so sind $\sigma(u|\omega_1, \omega_1')$ und $\wp(u|\omega_1, \omega_1')$ von $\sigma(u|\omega, \omega')$ und $\wp(u|\omega, \omega')$ verschieden. Es besteht aber doch noch ein Zusammenhang zwischen diesen Functionen und den ursprünglichen, welcher durch die Transformation der elliptischen Functionen klar gelegt wird. Hierbei entstehen die ursprünglichen Functionen aus den neuen durch eine Transformation n^{ten} Grades. Nun läßt sich zeigen, daß man nur nöthig hat, den Zusammenhang zwischen den Functionen $\sigma(u|\omega, \omega')$, $\wp(u|\omega, \omega')$ und den transformirten Functionen

$$\sigma\left(u\middle|\frac{\tilde{\omega}}{n}, \tilde{\omega}'\right), \qquad \wp\left(u\middle|\frac{\tilde{\omega}}{n}, \tilde{\omega}'\right)$$

zu untersuchen, und zwar wird für $n = 2m+1$

$$(5.)\quad \begin{cases} \bar{\sigma}u = \sigma\left(u\middle|\frac{\tilde{\omega}}{n}, \tilde{\omega}'\right) = e^{\frac{1}{2}B_1u^2}\sigma u \prod_{\alpha=1}^{m}\left[\wp u - \wp\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)\right], \\ \bar{\wp}u = \wp\left(u\middle|\frac{\tilde{\omega}}{n}, \tilde{\omega}'\right) = \sum_{\alpha=1}^{m}\left[\wp\left(u - \frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right) + \wp\left(u + \frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)\right] - B_1 \end{cases}$$

und für $n = 2m+2$

$$(5a.)\quad \begin{cases} \bar{\sigma}u = \sigma\left(u \middle| \frac{\tilde{\omega}}{n}, \tilde{\omega}'\right) = e^{\frac{1}{2}B_1u^2}\sigma_1 u\,\sigma^{n-1}u \prod_{\alpha=1}^{m}\left[\wp u - \wp\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)\right], \\ \bar{\wp}u = \wp\left(u \middle| \frac{\tilde{\omega}}{n}, \tilde{\omega}'\right) = \\ = \wp u + \wp(u-\tilde{\omega}) + \sum_{\alpha=1}^{m}\left[\wp\left(u - \frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right) + \wp\left(u + \frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)\right] - B_1, \end{cases}$$

wo

$$B_1 = \sum_{\alpha=1}^{n-1}\wp\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right), \qquad \sigma_1 u = \frac{e^{-\tilde{\eta}u}\sigma(\tilde{\omega}+u)}{\sigma\tilde{\omega}}$$

ist. Dabei kommt es hauptsächlich auf die Bestimmung von

$$(6.)\quad \begin{cases} P(s) = \prod_{\alpha=1}^{m}\left[\wp u - \wp\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)\right] = \\ = \wp^m u - G_1\wp^{m-1}u + G_2\wp^{m-2}u - + \cdots \pm G_m \end{cases}$$

an, denn es wird

$$(7.)\qquad \bar{\wp}u = n\wp u - B_1 - \frac{d^2 \lg P}{du^2},$$

oder

$$(7a.)\qquad \bar{\wp}u = (n-1)\wp u + \wp(u-\tilde{\omega}) - B_1 - \frac{d^2\lg P}{du^2},$$

je nachdem n ungerade oder gerade ist.

Zur Transformation n^{ten} Grades braucht man also nicht die Theilwerthe der Function $\wp u$ selbst, sondern nur die Größen $G_1, G_2, \ldots G_m$.

VI. Die Anzahl der von einander verschiedenen Transformationen n^{ten} Grades ist höchstens gleich $T(n)$.

Man kann nun die Größe B_1 (oder, wenn $n = 2m+1$ ist, die Größe $G_1 = \frac{1}{2}B_1$) als Hülfsgröße einführen, da sich alle übrigen Größen, die bei der Transformation n^{ten} Grades auftreten, rational durch B_1 darstellen lassen. Die Resolvente, deren Wurzel B_1 ist, wird aber schon für kleine Werthe von n ziemlich complicirt, so daß es nützlich ist, andere Hülfsgrößen aufzusuchen. Diese findet man aus der Discriminante der Gleichung $P(s) = 0$, nämlich aus

$$(8.)\qquad D = \prod_{\alpha=1}^{m}\prod_{\beta=1}^{m}{}'\left[\wp\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right) - \wp\left(\frac{2\beta\tilde{\omega}}{n}\right)\right],$$

wo der Strich bei dem Productzeichen Π andeuten möge, daß β nur die von α verschiedenen Werthe zwischen 1 und m annimmt.

Setzt man jetzt der Kürze wegen [1])

$$(9.) \qquad \sigma_{\alpha p,\,\alpha q} = -e^{-2\left(\frac{\alpha}{n}\right)^2 \tilde{\eta}\tilde{\omega}}\,\sigma\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right),$$

so läßt sich zeigen, daß für $n = 2m+1$

$$(10.) \qquad D = (-1)^{\frac{1}{2}m(m-1)}\,\frac{1}{\prod_{\alpha=1}^{m}\sigma_{\alpha p,\,\alpha q}^{2m-2}}$$

wird. Deshalb sei

$$(11.) \qquad f\left(\frac{\tilde{\omega}}{n},\,\tilde{\omega}'\right) = f = (-1)^m \prod_{\alpha=1}^{m}\sigma_{\alpha p,\,\alpha q},$$

wodurch man dieselbe Größe f erhält, welche ich in Abh. 1 in die Transformationstheorie der elliptischen Functionen eingeführt habe. Aus ihrer Beziehung zur Discriminante der Gleichung $P(s) = 0$, welche durch die Formel

$$(12.) \qquad D = (-1)^{\frac{1}{2}n(n-1)} f^{-2n+2} = (-1)^{\frac{1}{2}(n-1)(n-2)} f^{-n+2}$$

gegeben ist, kann man schon auf die Verwendbarkeit der Größe f schließen.

Durch die Gleichung

$$(13.) \qquad f^2\left(\frac{\tilde{\omega}}{n},\,\tilde{\omega}'\right) = f^2 = (-1)^{n-1} \prod_{\alpha=1}^{n-1}\sigma_{\alpha p,\,\alpha q}$$

soll die Definition der Größe f^2, welche bisher nur für ungerade Werthe von n gegeben war, auch auf gerade Werthe von n erweitert werden.

Es giebt außerdem noch mehrere Darstellungen der Größe f^2, welche für die späteren Untersuchungen von Wichtigkeit sind.

Es sei nämlich, wie gewöhnlich

$$(14.) \qquad h = e^{\frac{\omega'\pi i}{\omega}}, \qquad g = e^{\frac{n\pi i}{2\omega}}, \qquad \varepsilon = e^{\frac{2\pi i}{n}}$$

und es werde derjenige Werth von f, welcher dem Falle $\tilde{\omega} = \omega$, $\tilde{\omega}' = \omega'$ entspricht, mit f_∞ bezeichnet, dann folgt aus Gleichung (13.)

$$(15.) \qquad f_\infty^2 = \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{n-1} n \prod_{\nu=1}^{\infty}\left[\frac{1-h^{2n\nu}}{(1-h^{2\nu})^n}\right]^2.$$

Indem man aus beiden Seiten dieser Gleichung die Quadrat-

1) Vergl. F. Klein, Zur Theorie der elliptischen Functionen n^{ter} Stufe. Berichte der Kgl. Sächs. Ges. d. Wissensch. in Leipzig vom 14. Nov. 1884.

wurzel zieht und das Vorzeichen so bestimmt, wie es aus Gleichung (11.) für ungerade Werthe von n folgt, erhält man die Gleichung

$$f_\infty = \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}(n-1)} \sqrt{n} \prod_{\nu=1}^{\infty} \frac{1-h^{2n\nu}}{(1-h^{2\nu})^n}. \tag{15a.}$$

Diese Gleichung soll jetzt auch für gerade Werthe von n die Größe f_∞ definiren, aus der dann die übrigen Werthe von f, nämlich $f\left(\frac{\tilde{\omega}}{n}, \tilde{\omega}'\right)$, hervorgehen, indem man das Periodenpaar $(2\omega, 2\omega')$ durch das äquivalente Periodenpaar $(2\tilde{\omega}, 2\tilde{\omega}')$ ersetzt. Das Vorzeichen von $\left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$ werde immer so bestimmt, daß der reelle Theil positiv ist; ist der reelle Theil gleich 0, so soll der Factor von i positiv genommen werden.

Setzt man jetzt

$$\left\{\begin{aligned} Q = Q(\omega, \omega') &= \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{12}} \prod_{\nu=1}^{\infty}(1-h^{2\nu}) = \\ &= \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\lambda=-\infty}^{+\infty} (-1)^\lambda h^{\frac{1}{12}(6\lambda+1)^2}, \end{aligned}\right. \tag{16.}$$

so wird

$$Q^{24}(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}') = \Delta(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}') = g_2^3 - 27 g_3^2 \text{ [1]} \tag{17}$$

und

$$f = \frac{Q\left(\frac{\tilde{\omega}}{n}, \tilde{\omega}'\right)}{Q^n(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}')}. \tag{18.}$$

Hat n die Form $6l \pm 1$, so wird

$$f^{-2} = \frac{1}{\prod_{\alpha=1}^{m} \mathfrak{G}_{\alpha p, \alpha q}^2} = (-1)^l \prod_{\alpha=1}^{m} \left[\wp\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right) - \wp\left(\frac{4\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)\right] \tag{19.}$$

Diese Darstellung läßt sich noch verallgemeinern, indem man das Product

$$\prod_{\alpha=1}^{m}\left[\wp\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right) - \wp\left(\frac{2\varkappa\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)\right]$$

bildet; es sind jedoch hierbei nicht alle Werthe von $\varkappa$ zulässig.

Hat n die Form $2m+1$, so wird

---

1) Diese Größe Δ ist in der oben angeführten Schrift »Formeln und Lehrsätze u. s. w.« mit $16G$ bezeichnet.

$$(20.) \qquad f^{-8} = (-1)^m \prod_{\alpha=1}^{m} \wp'\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right).$$

Hat n wieder die Form $6l \pm 1 = 2m+1$, so wird

$$(21.) \qquad f = (-1)^{l+m} \prod_{\alpha=1}^{m} \frac{\wp\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right) - \wp\left(\frac{4\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)}{\wp'\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)},$$

eine Formel, welche zeigt, daß die Größe f eine rationale Function der Größen $\wp\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)$ und $\wp'\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)$, also auch der Größen $\wp\left(\frac{2\tilde{\omega}}{n}\right)$, $\wp'\left(\frac{2\tilde{\omega}}{n}\right)$ ist.

Setzt man nun für einen beliebigen Werth von n

$$S = f^8 e^{-\frac{1}{2}Bu^2} \frac{\bar{\sigma}u}{\sigma^n u}$$

und betrachtet S als eine Function von u, $\tilde{\omega}$, $\tilde{\omega}'$, so genügt S der partiellen Differentialgleichung

$$(22.) \qquad \frac{n\pi i}{\tilde{\omega}} \frac{\partial S}{\partial \tilde{\omega}'} = \frac{\partial^2 S}{\partial u^2} + 2n \frac{\partial S}{\partial u}\left(\frac{\sigma' u}{\sigma u} - \frac{\tilde{\eta} u}{\tilde{\omega}}\right) + n(n-1)S\left(\frac{\tilde{\eta}}{\tilde{\omega}} + \wp u\right).$$

Man kann aber auch S als eine Function von $\wp u = s$, g_2, g_3 betrachten und dadurch dieser partiellen Differentialgleichung eine andere Form geben. Der Kürze wegen möge dabei D das durch die Gleichung

$$(23.) \qquad D(\varphi) = 18g_3 \frac{\partial \varphi}{\partial g_2} + g_2^2 \frac{\partial \varphi}{\partial g_3}$$

definirte Operationssymbol sein, welches die Herren Frobenius und Stickelberger eingeführt haben[1]). Für dieses Symbol besteht die Gleichung

$$(24.) \qquad D(\Delta) = D(Q^{24}) = D(g_2^3 - 27g_3^2) = 0.$$

Man erhält dadurch für S die partielle Differentialgleichung

$$(25.) \quad \begin{cases} 6(4s^3 - g_2 s - g_3)\frac{\partial^2 S}{\partial s^2} + [12(3-2n)s^2 - (3-4n)g_2]\frac{\partial S}{\partial s} - 4nDS + \\ \qquad + 6n(n-1)sS = 0. \end{cases}$$

Durch diese Differentialgleichung wird es möglich, alle Größen, welche bei der Transformation der elliptischen Functionen auftreten,

1) Crelle's Journal, Bd. 92, S. 311—327.

rational durch die Hülfsgröße f auszudrücken, sobald die zu dem Nenner n gehörende Gleichung zwischen den Größen f, g_2, g_3 hergestellt ist.

Der Einfachheit wegen sei zunächst $n = 2m+1$, dann wird

$$(26.)\quad S = f^2(s^m - G_1 s^{m-1} + \cdots \pm G_m) = f^2 s^m + \sum_{\alpha=1}^{m} (-1)^\alpha f^2 G_\alpha s^{m-\alpha}.$$

Indem man diesen Ausdruck in die Gleichung (25.) einführt und den Coefficienten von $(-1)^\alpha s^{m-\alpha+1}$ gleich 0 setzt, findet man

$$(27.)\begin{cases} 12\alpha(2\alpha+1)\,G_\alpha + 4nD(G_{\alpha-1}) + 12n\,G_{\alpha-1}\,D(\lg f) \\ +\tfrac{1}{2}(n-2\alpha+3)[(n+6\alpha-6)g_2 G_{\alpha-2} + 3(n-2\alpha+5)g_3 G_{\alpha-3}] = 0, \end{cases}$$

oder, wenn man die hieraus für $\alpha = 1$ folgende Gleichung

$$(28.)\qquad 3G_1 + nD(\lg f) = 0$$

benutzt,

$$(27a.)\quad 24\alpha(2\alpha+1)\,G_\alpha - 72\,G_1 G_{\alpha-1} + 8n\,D(G_{\alpha-1}) + \\ +(n-2\alpha+3)[(n+6\alpha-6)g_2 G_{\alpha-2} + 3(n-2\alpha+5)g_3 G_{\alpha-3}] = 0.$$

Dies giebt

$$(29.)\quad \begin{cases} 240\,G_2 - 72\,G_1^2 + 8nD(G_1) + (n-1)(n+6)g_2 = 0, \\ 504\,G_3 - 72\,G_1 G_2 + 8nD(G_2) + \\ \qquad +(n-3)[(n+12)g_2 G_1 + 3(n-1)g_3] = 0, \\ 864\,G_4 - 72\,G_1 G_3 + 8nD(G_3) + \\ \qquad (n-5)[(n+18)g_2 G_2 + 3(n-3)g_3 G_1] = 0, \\ \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

Ist $n = 2m+2$, so wird

$$S = f^2\sqrt{s-e_\lambda}\,(s^m - G_1 s^{m-1} + \cdots \pm G_m);$$

dadurch erhält man hier ähnliche Formeln wie bei $n = 2m+1$, nur tritt jetzt noch die Größe $e_\lambda = \wp\tilde{\omega}$ auf. Man kann aber sogleich beide Fälle vereinigen, indem man setzt

$$(30.)\qquad S^2 = f^6(s^{n-1} - B_1 s^{n-2} + B_2 s^{n-3} - + \cdots \pm B_{n-1}),$$

wobei für $n = 2m+1$

$$(31.)\quad B_1 = 2G_1, \qquad B_2 = 2G_2 + G_1^2, \qquad B_3 = 2G_3 + 2G_1 G_2, \ \ldots$$

und für $n = 2m+2$

$$(31a).\quad \begin{cases} B_1 = 2G_1 + e_\lambda, \qquad B_2 = 2G_2 + G_1^2 + 2e_\lambda G_1, \\ B_3 = 2G_3 + 2G_1 G_2 + e_\lambda(2G_2 + G_1^2), \ \ldots \end{cases}$$

wird. Dies giebt dann

$$
(32.)\quad \begin{cases} 3B_1 + 2nD(\lg f) = 0, \\ 120B_2 - 48B_1^2 + 4nD(B_1) + (n-1)(n+6)g_2 = 0, \\ 252B_3 - 84B_1B_2 + 12B_1^3 + 4nD(B_2) + \\ \qquad + (n^2+7n-21)g_2B_1 + 3(n^2-4n+3)g_3 = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}
$$

Noch einfacher gestalten sich die angegebenen Relationen, wenn man durch Multiplication mit einer passenden Potenz von Q alle Ausdrücke homogen von der 0ten Ordnung macht. Setzt man dann

$$
\frac{g_2}{Q^8} = \gamma_2, \quad \frac{g_3}{Q^{12}} = \gamma_3, \quad Q^{3n-3}f^3 = \left(\frac{\bar{Q}}{Q}\right)^3 = \Gamma, \quad \Gamma G_\lambda = Q^{4\lambda}\Gamma_\lambda
$$

und bezeichnet die Ableitungen nach γ_2 durch einen Accent, so gehen die Gleichungen (28.), (29.) und (27a.) über in

$$
\begin{aligned}
&\Gamma_1 + 2n\gamma_3\Gamma' = 0, \\
&240\Gamma_2 + 144n\gamma_3\Gamma_1' + (n-1)(n+6)\gamma_2\Gamma = 0, \\
&504\Gamma_3 + 144n\gamma_3\Gamma_2' + (n-3)[(n+12)\gamma_2\Gamma_1 + 3(n-1)\gamma_3\Gamma] = 0, \\
&864\Gamma_4 + 144n\gamma_3\Gamma_3' + (n-5)[(n+18)\gamma_2\Gamma_2 + 3(n-3)\gamma_3\Gamma_1] = 0, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&24\alpha(2\alpha+1)\Gamma_\alpha + 144n\gamma_3\Gamma_{\alpha-1}' + \\
&\quad + (n-2\alpha+3)[(n+6\alpha-6)\gamma_2\Gamma_{\alpha-2} + 3(n-2\alpha+5)\gamma_3\Gamma_{\alpha-3}] = 0.
\end{aligned}
$$

Da $\Gamma_{m+1} = 0$ ist, so ergiebt sich aus dieser Darstellung auch, daß Γ einer linearen Differentialgleichung $(m+1)^{\text{ter}}$ Ordnung genügt.

Jetzt kann man auch die Invarianten $\bar{g}_2$, $\bar{g}_3$ der transformirten Function $\bar{\wp}u$ berechnen. Es folgt nämlich aus den Entwickelungen von $\wp u$ und $\bar{\wp}u$ nach Potenzen von u

$$
(33.)\quad \begin{cases} \bar{g}_2 = -120B_2 + 60B_1^2 - (5n-6)g_2, \\ \bar{g}_3 = 420B_3 - 420B_1B_2 + 140B_1^3 - 21g_2B_1 - (14n-15)g_3, \end{cases}
$$

oder, wenn man die gefundenen Werthe von B_1, B_2, B_3 einsetzt,

$$
(34.)\quad \bar{g}_2 - n^2g_2 = \frac{4n^2}{3}f^2D^2(f^{-2}), \qquad \bar{g}_3 = \frac{n}{18}f^2D(f^{-6}\bar{g}_2).
$$

Abschnitt III.

Verhalten der Größe $Q(\omega, \omega')$ bei einer linearen Transformation der Perioden.

Um die verschiedenen Werthe der Hülfsgröße

$$f = \frac{Q\left(\frac{\tilde{\omega}}{n}, \tilde{\omega}'\right)}{Q^n(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}')}$$

zu erhalten, welche den $T(n)$ verschiedenen Transformationen n^{ten} Grades entsprechen, muß man zunächst untersuchen, in welcher Weise sich $Q(\omega, \omega')$ ändert, wenn man das primitive Periodenpaar $(2\omega, 2\omega')$ mit dem äquivalenten Paare

$$(35.)\quad 2\tilde{\omega} = 2p\omega + 2q\omega', \quad 2\tilde{\omega}' = 2p'\omega + 2q'\omega', \quad (pq' - p'q = +1)$$

vertauscht.

Da sich $Q^{24} = g_2^3 - 27g_3^2$ bei dieser Vertauschung nicht ändert, so muß

$$(36.)\qquad Q(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}) = \rho\begin{pmatrix} p, & q \\ p', & q' \end{pmatrix} Q(\omega, \omega')$$

sein, wobei $\rho\begin{pmatrix} p, & q \\ p', & q' \end{pmatrix}$, oder kürzer ρ, eine 24te Wurzel der Einheit ist. Die Berechnung von ρ kann erfolgen, indem man die (auch für andere Zwecke wichtige) Function

$$(37.)\quad \Phi(u\,|\,\omega, \omega') = \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\lambda=-\infty}^{+\infty} (-1)^\lambda h^{\frac{1}{12}(6\lambda+1)^2} \cos\left((6\lambda+1)\frac{u\pi}{2\omega}\right)$$

verwendet, welche ich in Abh. 1 (Geichung (27.)) angegeben habe. Dort findet sich die Relation

$$\Phi(u) = \Delta^{\frac{1}{24}} e^{-\frac{3\eta u^2}{2\omega}} \mathfrak{S}_1 u\, \mathfrak{S}_2 u\, \mathfrak{S}_3 u,$$

welcher man auch die Form

$$(38.)\qquad \Phi(u\,|\,\omega, \omega') = -\tfrac{1}{2} Q(\omega, \omega') e^{-\frac{3\eta u^2}{2\omega}} \wp' u\, \mathfrak{S}^3 u$$

geben kann. Hieraus ergiebt sich durch eine kurze Zwischenrechnung

$$(39.)\qquad \Phi(u\,|\,\tilde{\omega}, \tilde{\omega}') = \rho\begin{pmatrix} p, & q \\ p', & q' \end{pmatrix} e^{\frac{3qu^2\pi i}{4\omega\tilde{\omega}}} \Phi(u\,|\,\omega, \omega').$$

Indem man beide Seiten dieser Gleichung mit

$$2e^{-\frac{3qu^2\pi i}{4\omega\tilde{\omega}}-\frac{u\pi i}{2\omega}}du$$

multiplicirt und zwischen den Grenzen 0 und 2ω integrirt, erhält man

$$(40.)\quad \rho\begin{pmatrix}p, & q\\ p', & q'\end{pmatrix} = \frac{2}{\sqrt{3q}}e^{\frac{(p-3q)\pi i}{12q}}\sum_{\lambda=0}^{q-1}(-1)^{\lambda}e^{\frac{(6\lambda+1)^2q'\pi i}{12q}}\cos\left(\frac{(6\lambda+1)\pi}{6q}\right).$$

Der Fall $q=0$, welcher $p=\pm 1$, $q'=\pm 1$ erfordert, muß besonders behandelt werden. Man findet hierbei durch die vorhin angedeutete Integration

$$(41.)\quad \rho\begin{pmatrix}1, & 0\\ p', & 1\end{pmatrix} = e^{\frac{1}{12}p'\pi i}, \qquad \rho\begin{pmatrix}-1, & 0\\ p', & -1\end{pmatrix} = e^{-\frac{1}{12}(p'+6)\pi i}.$$

Die Gleichung (40.) liefert den Werth von ρ noch nicht in der für die Anwendungen brauchbaren Form, weshalb eine Umgestaltung nothwendig ist.

Setzt man zunächst der Kürze wegen

$$(42.)\quad \begin{cases} F(\lambda) = e^{\frac{\pi i}{12p}[(6\lambda+1)^2q'+12\lambda q+12\lambda+2]}, \\ G(\lambda) = e^{\frac{\pi i}{12p}[(6\lambda+1)^2q'-12\lambda q-12\lambda-2]}, \end{cases}$$

so wird

$$(43.)\quad \rho\begin{pmatrix}p, & q\\ p', & q'\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3q}}e^{\frac{(p-3q)\pi i}{12q}}\sum_{\lambda=0}^{q-1}[F(\lambda)+G(\lambda)].$$

Nun ist aber

$$F(\lambda+q) = F(\lambda), \qquad G(\lambda+q) = G(\lambda),$$

so daß für jeden ganzzahligen Werth von α

$$(44.)\quad \sum_{\lambda=0}^{q-1}F(\lambda) = \sum_{\lambda=\alpha}^{q-1+\alpha}F(\lambda), \qquad \sum_{\lambda=0}^{q-1}G(\lambda) = \sum_{\lambda=\alpha}^{q-1+\alpha}G(\lambda)$$

wird. Ferner ist

$$(45.)\quad \begin{cases} F(\lambda+\mu) = F(\mu)e^{\frac{\lambda\pi i}{q}[(6\mu+1)q'+3\lambda q'+q+1]}, \\ G(\lambda+\mu) = G(\mu)e^{\frac{\lambda\pi i}{q}[(6\mu+1)q'+3\lambda q'-q-1]}. \end{cases}$$

Durch passende Anwendung dieser Formeln findet man zunächst

$$(46.)\quad \begin{cases} \rho\binom{p,\ 3\xi+1}{p',\ q'} = \dfrac{1}{\sqrt{q}}\, e^{\frac{(p-5q)\pi i}{12q}} \sum\limits_{\lambda=0}^{q-1} F(\lambda), \\ \rho\binom{p,\ 3\xi-1}{p',\ q'} = \dfrac{1}{\sqrt{q}}\, e^{\frac{(p-q)\pi i}{12q}} \sum\limits_{\lambda=0}^{q-1} F(\lambda), \\ \rho\binom{p,\ 3\xi}{p',\ 3\eta-1} = \dfrac{1}{\sqrt{\xi}}\, e^{\frac{(p-3q)\pi i}{12q}} \sum\limits_{\lambda=0}^{\xi-1} F(\lambda), \\ \rho\binom{p,\ 3\xi}{p',\ 3\eta-1} = \dfrac{1}{\sqrt{\xi}}\, e^{\frac{(p-3q)\pi i}{12q}} \sum\limits_{\lambda=0}^{\xi-1} G(\lambda). \end{cases}$$

Diese Ausdrücke kann man nun auf Gauss'sche Summen zurückführen.

Setzt man nämlich in herkömmlicher Weise

$$(47.)\quad \varphi(m, n) = \sum_{\lambda=0}^{n-1} e^{\frac{2\lambda^2 m\pi i}{n}},$$

so ergiebt sich aus den Gleichungen (44.) und (45.) durch passende Bestimmung von μ

$$(48.)\quad \begin{cases} \rho\binom{p,\ 6\alpha+1}{p',\ q'} = \dfrac{\varphi\big((3\alpha+2)q', q\big)}{\sqrt{q}}\, e^{\frac{1}{12}[q(p+q'+2)-5]\pi i}, \\ \rho\binom{p,\ 6\alpha+1}{p',\ q'} = \dfrac{\varphi\big((q-p'q+3)q', 2q\big)}{2\sqrt{q}}\, e^{\frac{1}{12}[-p-q'-3+pp'(q+1)]\pi i}, \\ \rho\binom{3\zeta-1,\ 6\alpha+3}{p',\ 3\eta-1} = \dfrac{\varphi\big((\alpha+1)q', 2\alpha+1\big)}{\sqrt{2\alpha+1}}\, e^{\frac{1}{12}[\zeta q\eta-p'-3]\pi i}, \\ \rho\binom{3\zeta+1,\ 6\alpha+3}{p',\ 3\eta+1} = \dfrac{\varphi\big((\alpha+1)q', 2\alpha+1\big)}{\sqrt{2\alpha+1}}\, e^{\frac{1}{12}[-\zeta q\eta+p'-3]\pi i}, \\ \rho\binom{p,\ 6\alpha-2}{p',\ q'} = \dfrac{\varphi\big((q-p'q+3)q', 2q\big)}{2\sqrt{q}}\, e^{\frac{1}{12}[p+q'-3-pp'(q-1)]\pi i}, \\ \rho\binom{p,\ 6\alpha-1}{p',\ q'} = \dfrac{\varphi\big((3\alpha+1)q', q\big)}{\sqrt{q}}\, e^{\frac{1}{12}[q(p+q'+2)-1]\pi i}, \\ \rho\binom{6\sigma+1,\ 6\alpha}{p',\ 6\tau+1} = \dfrac{\varphi\big((2\alpha-2\alpha p'+1)q', 4\alpha\big)}{2\sqrt{2\alpha}}\, e^{\frac{1}{12}[pp'-2p-1]\pi i}, \\ \rho\binom{6\sigma-1,\ 6\alpha}{p',\ 6\tau-1} = \dfrac{\varphi\big((2\alpha-2\alpha p'+1)q', 4\alpha\big)}{2\sqrt{2\alpha}}\, e^{\frac{1}{12}[pp'-2p-5]\pi i}. \end{cases}$$

Hieraus ergiebt sich die folgende Tabelle für $q = 1$ bis $q = 7$

$$(49.)\quad \begin{cases} \rho\begin{pmatrix} p, & 1 \\ p', & q' \end{pmatrix} = e^{\frac{1}{12}(p+q'-3)\pi i}, \\ \rho\begin{pmatrix} 2h+1, & 2 \\ p', & 2k+1 \end{pmatrix} = e^{\frac{1}{12}(h+k-2)\pi i}, \\ \rho\begin{pmatrix} 3h+r, & 3 \\ p', & 3k+t \end{pmatrix} = e^{\frac{1}{12}(h+k+r+t-5)\pi i}, \\ \rho\begin{pmatrix} 4h+r, & 4 \\ p', & 4k+t \end{pmatrix} = e^{\frac{1}{12}(h+k+r+t-6)\pi i}, \\ \rho\begin{pmatrix} 5h+r, & 5 \\ p', & 5k+t \end{pmatrix} = e^{\frac{1}{12}(h+k+r+t-7)\pi i}, \\ \rho\begin{pmatrix} 6h+r, & 6 \\ p', & 6k+t \end{pmatrix} = e^{\frac{1}{12}(h+k+r+t-8)\pi i}, \\ \rho\begin{pmatrix} 7h+r, & 7 \\ p', & 7k+t \end{pmatrix} = e^{\frac{1}{12}(h+k+r+t-9)\pi i}. \end{cases}$$

Wir können diese Fälle also in der Formel

$$\rho\begin{pmatrix} qh+r, & q \\ p', & qk+t \end{pmatrix} = e^{\frac{1}{12}(h+k+r+t-q-2)\pi i}$$

zusammenfassen.

Hierbei sollen r und t immer kleiner als q sein.

Abschnitt IV.

Untersuchung des Falles, in welchem n eine Primzahl von der Form $6l \pm 1$ ist.

Ist $n = 2m+1$ eine Primzahl von der Form $6l \pm 1$, und ist g eine primitive Wurzel von n, so wird nach Gleichung (19.)

$$f^{-2} = (-1)^i \prod_{\alpha=1}^{m} \left[\wp\left(\frac{2\alpha\tilde{\omega}}{n}\right) - \wp\left(\frac{4\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)\right] =$$

$$= (-1)^i \prod_{\alpha=0}^{m-1} \left[\wp\left(\frac{2g^\alpha\tilde{\omega}}{n}\right) - \wp\left(\frac{4g^\alpha\tilde{\omega}}{n}\right)\right]$$

eine cyklische Function der Größen

$$\wp\left(\frac{2\tilde{\omega}}{n}\right), \qquad \wp\left(\frac{2g\tilde{\omega}}{n}\right), \qquad \cdots \wp\left(\frac{2g^{m-1}\tilde{\omega}}{n}\right)$$

und deshalb nach Satz V in Abschnitt I die Wurzel einer Gleichung $(n+1)^{\text{ten}}$ Grades, deren Coefficienten rationale Functionen von g_2 und g_3 sind.

Um die $n+1$ Wurzeln dieser Gleichung zu erhalten, braucht man nur zu beachten, daß das System der zum Nenner n gehörenden

Theilwerthe der Function pu durch die Größen

$$\wp\left(\frac{2\tilde{\omega}}{n}\right), \quad \wp\left(\frac{2g\tilde{\omega}}{n}\right), \quad \cdots \wp\left(\frac{2g^{n-1}\tilde{\omega}}{n}\right),$$

von denen f^2 eine cyklische Function ist, vollständig erschöpft wird, wenn man für $\tilde{\omega}$, $\tilde{\omega}'$ die $n+1$ Werthepaare

$$\begin{aligned} &\omega, && \omega', \\ &\omega', && -\omega, \\ &24\omega+\omega', && -\omega, \\ &48\omega+\omega', && -\omega, \\ &\cdots\cdots\cdots && \\ &24(n-1)\omega+\omega', && -\omega \end{aligned}$$

setzt. Bezeichnet man also die $n+1$ Wurzeln der f-Gleichung mit

$$f_\infty^2, \quad f_0^2, \quad f_1^2, \quad \cdots \quad f_{n-1}^2,$$

so ist nach Gleichung (18.)

$$(50.) \quad \begin{cases} f_\infty = \dfrac{Q\left(\frac{\omega}{n}, \omega'\right)}{Q^n(\omega, \omega')}, & f_r = \dfrac{Q\left(\frac{24r\omega+\omega'}{n}, -\omega\right)}{Q^n(24r\omega+\omega', -\omega)} \\ (r = 0, 1, 2, \ldots n-1). \end{cases}$$

Nun ist aber nach der Tabelle (49.)

$$\rho\begin{pmatrix} 0, & 1 \\ -1, & 0 \end{pmatrix} = e^{-\frac{1}{4}\pi i}, \qquad \rho\begin{pmatrix} 24r, & 1 \\ -1, & 0 \end{pmatrix} = e^{\frac{1}{12}(24r-3)\pi i} = e^{-\frac{1}{4}\pi i},$$

folglich wird

$$Q\left(\frac{24r\omega+\omega'}{n}, -\omega\right) = e^{-\frac{1}{4}n i} Q\left(\omega, \frac{24r\omega+\omega'}{n}\right),$$

$$Q(24r\omega+\omega', -\omega) = e^{-\frac{1}{4}\pi i} Q(\omega, \omega');$$

deshalb geht die Gleichung (50) über in

$$(50a.) \quad f_\infty = \frac{Q\left(\frac{\omega}{n}, \omega'\right)}{Q^n(\omega, \omega')}, \quad f_r = e^{\frac{1}{2}n\pi i} \frac{Q\left(\omega, \frac{24r\omega+\omega'}{n}\right)}{Q^n(\omega, \omega')},$$

oder

$$(51.) \quad \begin{cases} Q^n f_\infty = \left(\dfrac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{n}{2}} \sqrt{n}\, h^{\frac{n}{12}} \prod_{\nu=1}^{\infty} (1-h^{2n\nu}), \\ Q^n f_r = e^{\frac{1}{2}n\pi i} \left(\dfrac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{n}{2}} h^{\frac{1}{12}n} \varepsilon^r \prod_{\nu=1}^{\infty} \left(1-h^{\frac{2\nu}{n}} \varepsilon^{24r\nu}\right). \end{cases}$$

Diese Ausdrücke kann man nach Potenzen von h entwickeln und findet daraus unmittelbar die Jacobi'schen Relationen. Bezeichnet man nämlich mit β einen beliebigen Nichtrest von n, so wird

$$(52.)\quad \begin{cases} f_0 + f_1 + f_2 + \cdots + f_{n-1} = e^{\frac{1}{2}(2l+m)\pi i} f_\infty \sqrt{n}, \\ f_0 + \varepsilon^{-\beta} f_1 + \varepsilon^{-2\beta} f_2 + \cdots + \varepsilon^{-(n-1)\beta} f_{n-1} = 0 \end{cases}$$

und

$$(53.)\quad \begin{cases} f_0^3 + f_1^3 + f_2^3 + \cdots + f_{n-1}^3 = e^{\frac{1}{2}m\pi i} f_\infty^3 \sqrt{n}, \\ f_0^3 + \varepsilon^{-3\beta} f_1^3 + \varepsilon^{-6\beta} f_2^3 + \cdots + \varepsilon^{-3(n-1)\beta} f_{n-1}^3 = 0. \end{cases}$$

Durch Entwickelung der Größen $f_\infty^{2\alpha}$ und $f_r^{2\alpha}$, oder noch besser der Größen

$$s_\alpha = f_\infty^{2\alpha} + \sum_{r=0}^{n-1} f_r^{2\alpha}$$

nach Potenzen von h kann man jetzt auch die Gleichung, welche zwischen den Größen f, g_2, g_3 besteht, verhältnißmäßig leicht bilden. In der Gleichung

$$f^{2n+2} + \mathfrak{g}_1 f^{2n} + \mathfrak{g}_2 f^{2n-2} + \cdots + \mathfrak{g}_{n+1} = 0$$

haben nämlich die Coefficienten $\mathfrak{g}_\alpha$ die Form $\frac{\mathfrak{G}_\alpha}{\Delta^{\alpha_1}}$, wo α_1 die größte ganze Zahl zwischen $\frac{1}{12}\alpha(n-1)$ und $\frac{1}{12}\alpha n$ ist, während $\mathfrak{G}_\alpha$ eine ganze Function von g_2 und g_3 mit ganzzahligen Coefficienten ist, welche in dem Sinne homogen vom Grade $6\alpha_1 - \frac{1}{2}(n-1)\alpha$ ist, daß man g_2 als eine Größe zweiter und g_3 als eine Größe dritter Dimension betrachtet. Da nun noch s_α dieselbe Form haben muß wie $\mathfrak{g}_\alpha$, und g_2, g_3 auch nach Potenzen von h entwickelt werden können, so lassen sich die fehlenden Zahlcoefficienten leicht mit Hülfe der Newton'schen Formeln finden.

Durch dieses Verfahren, das ich in Abh. 1 (§ 5) und Abh. 3 näher beschrieben habe, ist es mir geglückt, die zu den Nennern

$$n = 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$$

gehörenden Gleichungen für die Größe f zu bilden. Durch Einführung der Bezeichnungen

$$L = Q^{n-1} f, \qquad \gamma_2 = \frac{g_2}{Q^4}, \qquad \gamma_3 = \frac{g_3}{Q^6}$$

lassen sich diese Gleichungen noch etwas vereinfachen. Ich beschränke mich in diesem Auszuge darauf, nur die zu den Nennern $n = 5$ und $n = 7$ gehörenden Gleichungen für die Größe L anzu-

geben, weil diese Gleichungen später noch gebraucht werden. Für $n = 5$ wird nämlich

$$L^{12}+10L^6-12\gamma_2 L^3+5 = 0, \tag{54.}$$

und für $n = 7$

$$L^{16}+14L^{12}+63L^8+70L^4+216\gamma_3 L^2-7 = 0. \tag{55.}$$

Sind die Gleichungen für die Größe L, oder was auf dasselbe hinauskommt, die Gleichungen für die Größe f gebildet, so findet man nach den Angaben in Abschnitt II auch alle übrigen Größen, welche bei der Transformation n^{ten} Grades auftreten. So wird jetzt für $n = 5$, indem man

setzt,
$$F_1 = \Delta^2 f^{10}+5\Delta f^4-2g_2$$

$$\left\{\begin{aligned} \sigma(u\,|\,\tfrac{1}{5}\tilde{\omega},\ \tilde{\omega}') &= e^{G_1 u^2}\sigma^5 u(\wp^2 u - G_1\wp u + G_2), \\ F_1 G_1 &= -30 g_3, \\ 12 G_2 &= \Delta f^4 + g_2 + 7 f^{-2} \end{aligned}\right. \tag{56.}$$

und

$$\left\{\begin{aligned} \bar{g}_2 - g_2 &= 20(\Delta f^4 + 13 f^{-2}), \\ F_1(\bar{g}_3 - g_3) &= -420 g_3(\Delta f^4 + 31 f^{-2}). \end{aligned}\right. \tag{56a.}$$

Für $n = 7$ ist, wenn man

$$28F_1 = 8\Delta^4 f^{14}+84\Delta^3 f^{10}+252\Delta^2 f^6+140\Delta f^2+216g_3$$

setzt,

$$\left\{\begin{aligned} \sigma(u\,|\,\tfrac{1}{7}\tilde{\omega},\ \tilde{\omega}') &= e^{G_1 u^2}\sigma^7 u(\wp^3 u - G_1\wp^2 u + G_2\wp u - G_3), \\ 12 g_3 G_1 &= \Delta^3 f^{10}+13\Delta^2 f^6+47\Delta f^2-54 g_3+14 f^{-2}, \\ 12 g_3^2 G_2 &= -3 g_3\Delta^3 f^{10}-39 g_3\Delta^2 f^6-\Delta^2 f^4 \\ &\quad -159 g_3\Delta f^2-6\Delta+81 g_3^2-132 g_3 f^{-2}+7 f^{-4}, \\ 144 G_3 &= \Delta^3 f^{10}+13\Delta^2 f^6+59\Delta f^2-18 g_3+74 f^{-2} \end{aligned}\right. \tag{57.}$$

und

$$\begin{aligned} F_1(\bar{g}_2 - g_2) &= 60 g_3(\Delta^3 f^{10}+15\Delta^2 f^6+51\Delta f^2+10 f^{-2}), \\ 3(\bar{g}_3 - g_3) &= 7(\Delta^3 f^{10}+43\Delta^2 f^6+467\Delta f^2+1634 f^{-2}). \end{aligned}$$

Abschnitt V.

Untersuchung des Falles, in welchem n eine zusammengesetzte Zahl von der Form $6l \pm 1$ ist.

Sind a und b Primzahlen von der Form $6l \pm 1$, so hat $n = ab$ dieselbe Form. Indem man zuerst eine Transformation a^{ten} Grades

ausführt und dann auf die transformirte Function eine Transformation b^{ten} Grades anwendet, findet man ohne Weiteres die Wurzeln der Gleichung für die Größe L, welche zur Transformation n^{ten} Grades gehört. Diese sind für $a > b$

$$(58.)\quad \begin{cases} Q^2L^2\left(\frac{\omega}{ab}, \omega'\right) = Q^2\left(\frac{\omega}{ab}, \omega'\right), \\ Q^2L^2\left(\frac{\omega}{a}, \frac{24s\omega + a\omega'}{ab}\right) = (-1)^{b-1}\, Q^2\left(\frac{\omega}{a}, \frac{24s\omega + a\omega'}{ab}\right), \\ (s = 0, 1, 2, \ldots b-1) \\ Q^2L^2\left(\frac{\omega}{b}, \frac{24r\omega + \omega'}{a}\right) = (-1)^{a-1}\, Q^2\left(\frac{\omega}{b}, \frac{24r\omega + \omega'}{a}\right), \\ (r = 0, 1, 2, \ldots a-1) \\ Q^2L^2\left(\omega, \frac{24(r+as)\omega+\omega'}{ab}\right) = (-1)^{\frac{1}{2}(a+b-2)} Q^2\left(\omega, \frac{24(r+as)\omega+\omega'}{ab}\right). \end{cases}$$

Die Anzahl dieser Wurzeln ist $(a+1)(b+1) = T(n)$.
In dem Falle aber, wo $a = b$ ist, wird

$$L^2\left(\frac{\omega}{a}, \frac{\omega'}{a}\right) = (-1)^{a-1}a, \qquad L^2\left(\frac{\omega}{a}, \frac{\omega'+24r\omega}{a}\right) = (-1)^{a-1}a.$$

Diese $a+1$ Wurzeln liefern keine eigentliche Transformation n^{ten} Grades, so daß sich die Gleichung für die Größe L nach Absonderung des Factors $[L^2-(-1)^{\frac{1}{2}(a-1)}a]^{a+1}$ auf eine Gleichung vom Grade $a(a+1)$ für die Größe L^2 reducirt.

Dieses Verfahren, das »wiederholte Transformation« heißen möge, läßt sich beliebig weit fortsetzen, so daß man für

$$n = a^\alpha b^\beta c^\gamma \ldots$$

eine Gleichung vom Grade $T(n)$ für die Größe L^2 erhält.

Wie man die Gleichung für die Größe L wirklich bildet, werden die Beispiele für $n = 25$ und $n = 49$ zeigen.

Vorher sei aber noch darauf hingewiesen, daß sich die Gleichung für die Größe L wesentlich reduciren läßt, wenn n eine Quadratzahl von der Form $6l+1$ ist. Dann ist nämlich nicht nur L^2, sondern schon L selbst die Wurzel einer Gleichung $T(n)^{\text{ten}}$ Grades mit rationalen Coefficienten.

Der Beweis folgt wieder aus Satz V in Abschnitt I. Ist nämlich n zunächst gleich a^2, d. h. gleich dem Quadrate einer Primzahl, und ist g eine primitive Wurzel von n, so läßt sich f darstellen als cyklische Function der Größen

$$\wp\left(\frac{2\tilde{\omega}}{n}\right), \quad \wp\left(\frac{2g\tilde{\omega}}{n}\right), \quad \wp\left(\frac{2g^2\tilde{\omega}}{n}\right), \quad \cdots \wp\left(\frac{2g^{\alpha\tau-1}\tilde{\omega}}{n}\right),$$

wo $\tau = \frac{1}{2}(a-1)$ ist.

Der allgemeine Satz folgt dann durch wiederholte Transformation.

Die $a(a+1)$ Wurzeln der Gleichung für die Größe f werden für $n = a^2$

$$f_\infty, \quad f_{r,s}, \quad f_t,$$

wo $r = 0, 1, 2, \ldots a-1$; $s = 0, 1, 2, \ldots a-1$; $t = 1, 2, \ldots a-1$; und zwar ist

$$(59.) \quad \left\{ \begin{aligned} Q^n f_\infty &= Q\left(\frac{\omega}{n}, \omega'\right) = \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} a h^{\frac{n}{12}} \prod_{\nu=1}^{\infty} (1-h^{2n\nu}), \\ Q^n f_{r,s} &= Q\left(\omega, \frac{24(r+as)\omega+\omega'}{n}\right) = \\ &= \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{12n}} \varepsilon^{r+s\alpha} \prod_{\nu=1}^{\infty} \left(1-h^{\frac{2\nu}{n}} \varepsilon^{24(r+as)\nu}\right), \\ Q^n f_t &= e^{\frac{1}{12}(\alpha q'-3)\pi i} \left[\rho\begin{pmatrix} 24t, & a \\ p', & q' \end{pmatrix}\right]^{-n} Q\left(\frac{\omega}{a}, \frac{24t\omega+a\omega'}{n}\right) \\ &= e^{\frac{1}{12}(\alpha q'-3)\pi i} \rho^{-n} \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{a}\, h^{\frac{1}{12}} \varepsilon^{at} \prod_{\nu=1}^{\infty} (1-h^{2\nu} \varepsilon^{24at\nu}). \end{aligned} \right.$$

Dabei sind p' und q' aus der Gleichung

$$24tq' - ap' = +1$$

zu bestimmen.

Jetzt kann man die Gleichung für die Größe f oder für die Größe L, deren Form ohne weiteres bekannt ist, durch Anwendung der Newton'schen Formeln und durch Entwickelung nach Potenzen von h bilden. Schneller führt die wiederholte Tansformation zum Ziele.

Für $n = 25$ geben die Gleichungen (59.)

$$(60.) \quad \left\{ \begin{aligned} Q^{25} f_\infty &= Q(\tfrac{1}{25}\omega, \omega') = \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} 5 h^{\frac{25}{12}} \prod_{\nu=1}^{\infty} (1-h^{50\nu}), \\ Q^{25} f_{r,s} &= Q[\omega, \tfrac{1}{25}(24(r+5s)\omega+\omega')] \\ &= \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{300}} \varepsilon^{r+5s} \prod_{\nu=1}^{\infty} \left(1-h^{\frac{2\nu}{25}} \varepsilon^{24(r+5s)\nu}\right), \\ Q^{25} f_t &= -\left(\tfrac{t}{5}\right) Q[\tfrac{1}{5}\omega, \tfrac{1}{25}(24t\omega+\omega')] \\ &= -\left(\tfrac{t}{5}\right) \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{5}\, h^{\frac{1}{12}} \varepsilon^{5t} \prod_{\nu=1}^{\infty} (1-h^{2\nu} \varepsilon^{120t\nu}), \end{aligned} \right.$$

wobei $(\frac{\cdot}{5})$ das Legendre'sche Zeichen ist. Ferner sei

$$L = \frac{Q(\frac{1}{25}\tilde{\omega},\ \tilde{\omega}')}{Q(\tilde{\omega},\ \tilde{\omega}')}, \qquad x = \frac{Q(\frac{1}{5}\tilde{\omega},\ \tilde{\omega}')}{Q(\tilde{\omega},\ \tilde{\omega}')}, \qquad \bar{x} = \frac{Q(\frac{1}{25}\tilde{\omega},\ \tilde{\omega}')}{Q(\frac{1}{5}\tilde{\omega},\ \tilde{\omega}')} = \frac{L}{x},$$

dann ist nach Gleichung (54.)

(61.) $$x^{12}+10x^6-12\gamma_2 x^3+5 = 0 \quad \text{und} \quad \bar{x}^{12}+10\bar{x}^6-12\bar{\gamma}_2\bar{x}^3+5 = 0,$$

wobei der Werth von $\bar{\gamma}_2$ sich aus Gleichung (56.) ergiebt. Hieraus folgt

$$L^{12}+10x^6L^6-12(20x^6+\gamma_2 x^3+260)L^3+5x^{12} = 0.$$

Die linke Seite dieser Gleichung zerfällt in die Factoren

$$L^2-5, \qquad L^5+5L^4+15L^3+25L^2+25L-x^6,$$
$$L^5-5L^4+15L^3-25L^2+25L+x^6,$$

von denen nur der mittelste gleich 0 sein kann, wie sehr leicht aus der Entwickelung nach Potenzen von h hervorgeht. Dadurch erhält man die Gleichung

(62.) $$x^6 = L^5+5L^4+15L^3+25L^2+25L.$$

Diesen Werth von x^6 hat man nur in die Gleichung

(63.) $$\left\{\begin{array}{l} 1728\gamma_2^3:(216\gamma_2)^2:1 = (x^{12}+10x^6+5)^3 \\ \qquad\qquad : (x^{12}+22x^6+125)(x^{12}+4x^6-1)^2 : x^6, \end{array}\right.$$

die sich unmittelbar aus Gleichung (61.) ergiebt, einzusetzen, so erhält man die zu dem Nenner $n = 25$ gehörende Gleichung für die Größe L. Diese Gleichung läßt sich etwas vereinfachen, wenn man $L+1 = M$ setzt; dann wird

(64.) $$\left\{\begin{array}{l} 1728\gamma_2^3:(216\gamma_2)^2:1 = (M^{10}+10M^8+35M^6-12M^5+50M^4 \\ \qquad\qquad -60M^3+25M^2-60M+16)^3 \\ \qquad\qquad : (M^2+4)(M^4+3M^2+1)^2(M^{10}+10M^8 \\ \qquad\qquad +35M^6-18M^5+50M^4-90M^3 \\ \qquad\qquad +25M^2-90M+76)^2 \\ \qquad\qquad : (M^5+5M^3+5M-11). \end{array}\right.$$

Für $n = 49$ erhält man in ähnlicher Weise die 56 Wurzeln der Gleichung für die Größe L aus den Gleichungen (59.). Die Gleichung für die Größe L selbst findet man durch Elimination von x^2 aus den Gleichungen

$$x^{16}+14x^{12}+63x^8+70x^4+216\gamma_3 x^3-7 = 0$$

und

$$L^7+7L^6+21L^5+49L^4+147L^3+343L^2+343L+7(L^3+5L^2+7L)x^4-x^8=0.$$

Auch hier tritt eine Vereinfachung ein, wenn man $L+1 = M$ setzt.

Diese Andeutungen mögen für den vorliegenden Auszug genügen.

Abschnitt VI.

Untersuchung des Falles, in welchem n eine zusammengesetzte Zahl von der Form $6l \pm 2$ ist.

Ist $n = 2$, so läßt sich nicht f^2, sondern erst f^8 als rationale Function von $\wp\tilde{\omega}$ darstellen. Hier wird nämlich nach Gleichung (13.)

$$(65.)\quad f_\infty^8 = \mathfrak{G}_{1,0}^4 = e^{-2\eta\omega}\mathfrak{G}^4\omega = \frac{4(e_2-e_3)}{Q^{12}} = \frac{1}{(e_1-e_2)(e_1-e_3)} = \frac{4}{12\wp^2\omega - g_2}.$$

Hieraus folgt dann

$$(66.)\quad \Delta f^{24} - 12 g_2 f^8 + 16 = 0 \quad \text{oder} \quad L^{24} - 12\gamma_2 L^8 + 16 = 0,$$

$$(67.)\quad \begin{cases} \mathfrak{S}(u|\frac{1}{2}\omega, \omega') = \bar{\mathfrak{S}}u = e^{\frac{1}{2}\eta_1 u^2}\mathfrak{S}_1 u \mathfrak{S}u, \quad \bar{\wp}u = \wp u + \dfrac{(e_1-e_2)(e_1-e_3)}{\wp u - e_1}, \\ (e_1-e_2)(e_1-e_3) = f_\infty^8, \quad e_1 = B_1 = \dfrac{-12 g_3}{\Delta f_\infty^{16} - 4 g_2}, \\ \bar{g}_2 - g_2 = 20 f_\infty^{-8}, \quad \bar{g}_3 - g_3 = \dfrac{-336 g_3}{\Delta f_\infty^{24} - 4 g_2 f_\infty^8}. \end{cases}$$

Die zu $n = 6l \pm 2$ gehörende Gleichung für die Größe L kann man jetzt dadurch erhalten, daß man die Transformation 2ten Grades einmal oder mehrere Male mit Transformationen combinirt, deren Grad die Form $6l_1 \pm 1$ hat. Dadurch aber, daß bei der Transformation zweiten Grades erst L^8 die Wurzel einer Gleichung dritten Grades ist, wird im Allgemeinen auch bei $n = 6l \pm 2$ erst L^8 die Wurzel einer Gleichung $T(n)^{\text{ten}}$ Grades mit rationalen Coefficienten sein. Der Grad der Gleichung für die Größe L wird deshalb $8\,T(n)$, so daß — wenn man von den Fällen $n = 2$ und $n = 4$ absieht — die Größe L (oder f) hier nicht mehr die zweckmäßigste Hülfsgröße ist.

Man findet z. B. die zu den Nennern $n = 4$ und $n = 8$ gehörende Gleichung für die Größe L in folgender Weise.

Es sei

$$L^8(\tfrac{1}{2}\omega, \omega') = x, \qquad L^8(\tfrac{1}{4}\omega, \omega') = y, \qquad L^8(\tfrac{1}{8}\omega, \omega') = z,$$

$$\ddot{x} = \frac{y}{x}, \qquad \ddot{y} = \frac{z}{x},$$

dann ist nach Gleichung (66.)

(66a.) $x^3-12\gamma_2 x+16 = 0$ und $\bar{x}^3-12\bar{\gamma}_2\bar{x}+16 = 0,$

oder, wenn man für $\bar{x}$ und $\bar{\gamma}_2$ ihre Werthe einsetzt,

(68.) $$(y-16)(y^2+16y-12\gamma_2 x+16) = 0.$$

Dies giebt

(68a.) $$12\gamma_2 x = y^2+16y+16, \quad \text{oder} \quad x^3 = y^3+16y.$$

Setzt man diesen Werth von x in die Gleichung (66a.) ein, so erhält man eine Gleichung 6ten Grades in Bezug auf y, d. h. die zu dem Nenner $n = 4$ gehörende Gleichung für die Größe L.

Aus den Gleichungen (68a.) folgt jetzt, indem man noch eine dritte Transformation zweiten Grades ausführt,

(69.) $$\bar{x}^3 = \bar{y}^3+16\bar{y}, \quad \text{oder} \quad y^3 = xz^3+16x^3z.$$

Durch Elimination von x und y aus dieser und den vorigen Gleichungen findet man schließlich eine Gleichung 12ten Grades für z, d. h. die zu dem Nenner $n = 8$ gehörende Gleichung für die Größe L.

Ich beschränke mich in dem vorliegenden Auszuge auf diese Andeutungen; in der Abhandlung folgen die ausgeführten Rechnungen.

Abschnitt VII.

Untersuchung des Falles, in welchem n durch die Zahl 3 theilbar ist.

Auch bei der Transformation 3ten Grades ist nicht mehr f^2, sondern erst f^6 eine rationale Function von $\wp(\frac{2}{3}\tilde{\omega})$. Nach Gleichung (20.) wird nämlich

(70.) $$f_\infty^{-6} = 4\wp^3(\tfrac{2}{3}\omega)-g_2\wp(\tfrac{2}{3}\omega)-g_3.$$

Da $\wp(\frac{2}{3}\omega)$ die Wurzel einer Gleichung vierten Grades ist, nämlich der Gleichung

$$\wp'\wp'''-\wp''^2 = 0,$$

so folgt, daß f^6 die Wurzel einer Gleichung vierten Grades ist, welche die Form

$$\Delta^3 f^{24}+a\Delta f^{12}+bg_3 f^6-27 = 0$$

hat. Die Wurzeln dieser Gleichung sind

(71.) $$f_\infty^6 = \frac{Q^6(\frac{1}{3}\omega,\ \omega')}{Q^{18}(\omega,\ \omega')}, \quad f_r^6 = -\frac{Q^6[\omega,\ \frac{1}{3}(8r\omega+\omega')]}{Q^{18}(\omega,\ \omega')}. \quad (r = 0, 1, 2)$$

Durch Entwickelung nach Potenzen von h und Anwendung der Newton'schen Formeln findet man hieraus sehr leicht die Zahlwerthe von a und b, so daß sich für $n = 3$ die Gleichung

$$\Delta^2 f^{24} + 18\Delta f^{12} + 216 g_3 f^6 - 27 = 0 \tag{72.}$$

ergiebt. Hierbei ist

$$\left\{\begin{aligned} \bar{\sigma} u &= e^{G_1 u^2} \sigma^3 u (\wp u - G_1), \\ 12 g_2 G_1 &= \Delta f^6 - 18 g_3 + 9 f^{-6}, \\ F_1(\bar{g}_2 - g_2) &= 180 g_3 (\Delta f^6 + 3 f^{-6}), \\ 3(\bar{g}_3 - g_3) &= 7(\Delta f^6 + 39 f^{-6}), \end{aligned}\right. \tag{73.}$$

wobei

$$F_1 = \Delta^2 f^{18} + 9\Delta f^6 + 54 g_3.$$

Die zu Nennern von der Form $n = 6l \pm 3$ gehörende Gleichung für die Größe L findet man, indem man die Transformation 3ten Grades einmal oder mehrere Male mit Transformationen combinirt, deren Grad die Form $6l_1 \pm 1$ hat. Deshalb wird auch hier im Allgemeinen der Grad der zugehörigen Gleichung für die Größe L gleich $6T(n)$ sein, so daß — abgesehen von den Fällen $n = 3$ und $n = 9$ — die Einführung anderer Hülfsgrößen geboten erscheint.

Wenn n ein Quadrat ist, so wird der Grad der Gleichung für die Größe L auf $3T(n)$ sinken, denn man kann für $n = 9$ zeigen, daß schon f^3 eine cyklische Function der Größen

$$\wp(\tfrac{2}{9}\tilde{\omega}), \qquad \wp(\tfrac{4}{9}\tilde{\omega}), \qquad \wp(\tfrac{8}{9}\tilde{\omega})$$

wird. Nun ist

$$\left\{\begin{aligned} Q^0 f_\infty &= Q(\tfrac{1}{3}\omega, \omega') = \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} 3 h^{\frac{1}{2}} \prod_{\nu=1}^{\infty} (1 - h^{18\nu}), \\ Q^0 f_{r,s} &= Q[\omega, \tfrac{1}{9}(8(r+3s)\omega + \omega')] \\ &= \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{108}} \varepsilon^{\frac{1}{8}(r+3s)} \prod_{\nu=1}^{\infty} \left(1 - h^{\frac{2\nu}{9}} \varepsilon^{8(r+3s)\nu}\right), \\ Q^0 f_1 &= -i Q[\tfrac{1}{3}\omega, \tfrac{1}{9}(8\omega + 3\omega')] \\ &= -i \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{3}\, h^{\frac{1}{12}} \varepsilon \prod_{\nu=1}^{\infty} (1 - h^{2\nu} \varepsilon^{24\nu}), \\ Q^0 f_2 &= +i Q[\tfrac{1}{3}\omega, \tfrac{1}{9}(16\omega + 3\omega')] \\ &= +i \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{3}\, h^{\frac{1}{12}} \varepsilon^2 \prod_{\nu=1}^{\infty} (1 - h^{2\nu} \varepsilon^{48\nu}). \end{aligned}\right. \tag{74.}$$

Die zu dem Nenner $n = 9$ gehörende Gleichung für die Größe L erhält man am bequemsten in folgender Weise. Es sei

$$L^3 = \frac{Q^3(\frac{1}{9}\omega, \omega')}{Q^3(\omega, \omega')}, \qquad x = \frac{Q^3(\frac{1}{3}\omega, \omega')}{Q^3(\omega, \omega')},$$

$$\bar{x} = \frac{Q^3(\frac{1}{9}\omega, \omega')}{Q^3(\frac{1}{3}\omega, \omega')} = \frac{L^3}{x},$$

dann ist nach Gleichung (72.)

(75.) $x^6+18x^4+216\gamma_3 x^3-27=0$ und $\bar{x}^6+18\bar{x}^4+216\bar{\gamma}_3\bar{x}^3-27=0$,

und wenn man $\bar{x} = \frac{L^3}{x}$ und für $\bar{\gamma}_3$ seinen Werth nach Gleichung (73.) einsetzt,

$$L^{24}+18x^4L^{12}+72(7x^4+3\gamma_3 x^3+273)L^6-27x^6 = 0.$$

Die linke Seite dieser Gleichung zerfällt in drei Factoren

$$L^6+27, \qquad L^9+9L^6+27L^3-x^4, \qquad L^9-9L^6+27L^3+x^4,$$

von denen nur der mittelste gleich 0 sein kann. Es wird also

(76.) $$x^4 = L^9+9L^6+27L^3 = (L^3+3)^3-27.$$

Setzt man der Kürze wegen $L^3+3 = M$ und eliminirt x^3 aus den Gleichungen (75.) und (76.), so wird

(77.) $$1728\gamma_3^3:(216\gamma_3)^3:1 = M^3(M^3-24)^3:(M^6-36M^3+216)^2:M^3-27.$$

Hat schließlich n die Form $6l$, so hat man zunächst die Transformation 2ten Grades mit der Transformation 3ten Grades zu combiniren. Daraus folgt schon, daß hier die Gleichung für die Größe L im Allgemeinen den Grad $24\,T(n)$ haben wird, d. h. man hat eine Gleichung für L^{24} zu bilden, welche den Grad $T(n)$ besitzt.

Die Schwierigkeiten der Rechnung werden dadurch so groß, daß man die Bildung dieser Gleichung vermeiden wird; und dies ist durch Einführung anderer, mit f verwandter Hülfsgrößen, welche ich gefunden habe, sehr wohl möglich.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Januar 1885.

(Fortsetzung).

Zeitschrift der österreich. Gesellschaft für Meteorologie. Bd. XX. Jan.
Leopoldina Heft XIX. Nr. 23. 24.
Ungarische Revue 1884. Heft 6.
Proceedings of the royal physical society of Edinburgh. Session 1883/4.
Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Vol. III. Coimbra 1881.
N. B. *Φαρδν, διατριβη περι αιονου και απνευματιστου γραφης της ἑλληνικης γλωσσης. Μασσαλια* 1884.
Irmischia. 1884. Nr. 11.
Abhandlungen des thüringischen botanischen Vereins Irmischia. Hft 3. p. 33—44.
G. van der Mensbrugghe, notice sur J. A. F. Plateau. Brux. 1884.
Bulletin of the Museum of comparative zoology at Harvard College. Vol. VII. Nr. 2—8. 11. Titel und Ind.
Rendiconti del r. istituto lombardo di scienze e lettere. Ser. II. Vol. XVI.
Memorie del r. istituto lombardo di scienze e lettere. Classe di lettere e scienze morali Vol. XV. fasc. 2. Vol. XVI. fasc. 1. 2. Classe di scienze matemat. e naturali. Vol. XV. fasc. 2. 3.
Journal and proceedings of the 2. society of New South-Wales. Vol. XVII.
Memoirs of the geological survey of India. 10e ser. Vol. III. P. 4.
Mittheilungen des Vereins für Geschichte der Stadt Meissen. Bd. I. Heft 8.
Boletin de la academia nacional de ciencias en Cordoba. T. VI. Entr. 4.
Atti della societa toscana di scienze naturali. Processi verbali Vol. IV. pag. 125—145.
Resultados del observatorio nacional argentino en Cordoba. Vol. VII. VIII.
Hennike, F., das Reichspostmuseum S. A. aus Westermann's Monatsheften. (Geschenk des Herrn Staatssecretärs Stephan).
Bericht über die Wirksamkeit des electrotechnischen Vereins 1880—84 (desgl.).
Uebersichtskarte der Postanstalten des deutschen Reichs-Postgebiets nach dem Stande des Jahres 1883 gegen 1872 (desgl.).
Neues lausitzisches Magazin. Bd. LX. Heft 2.
John Hopkins University studies in historical and political science. 3. ser. I.
Anales de la sociedad cientifica argentina. T. XVIII. Entr. 6.
Rhenus. Nr. 10—12.
Verhandlungen der physical.-med. Gesellschaft in Würzburg. N. F. Bd. XVIII.
Sitzungsberichte der physicalisch-medicin. Gesellschaft in Würzburg. 1884.
Onderzoekingen gedaan in het physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool. 3e Reeks. IX.
Mittheilungen aus dem Jahrbuche der kgl. ungarischen geologischen Anstalt. Bd. VII. Heft 2.
General-Index sämmtlicher Publicationen der ungarischen geolog. Gesellschaft. 1852—1882.
Simonyi, S., die ungarischen Bindewörter, zugleich Syntax des zusammengesetzten Satzes. Bd. I. Budapest 1881. 8 (Ungarisch).
Beiträge zur Kenntniß und Vergleichung der Ugrischen Sprachen. Heft 1. Herausgg. von Arvid Genitz. Budapest 1879. 8. (Ungarisch).
Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indie. D. X. St. 1.
Zeitschrift der deutschen morgenländischen Gesellschaft. Bd. XXXVIII. Hft. 4.
A. Selwyn and G. M. Dawson, descriptive sketch of the physical geography and geology of the dominion of Canada. With map.
W. Fraser Tolmie and G. M. Dawson, comparative vocabularios of the Indian tribes of british Columbia. With a map.
Bulletin de l'académie imp. des sciences de Petersbourg. T. XXIX. Nr. 4.

Ztschr. für Naturwissensch. vom naturwissenschaftl. Verein für Sachsen u. Thüringen. Bd. LVII. Heft 5.
Wolf, astronomische Mittheilungen. LXIII.

Februar 1885.

Sitzungsberichte der physicalisch-medicin. Gesellschaft in Erlangen. Heft 16.
Mittheilungen aus dem anthropologischen Vereine in Coburg bei Gelegenheit des 10jähr. Stiftungsfestes. Coburg 1885. 4.
Astronomical papers prepared for the use of the american ephemeris and nautical Almanac. Vol. III. P. 2. 3.
G. vom Rath, Mineralogische Notizen. S.-A. aus den Verhandl. des rhein. naturhistor. Vereins.
Transactions and proceedings of the roy. society of Victoria. Vol. XX.
L. Vanderkindere, l'université de Bruxelles. Bruxelles 1884. 8.
Johns Hopkins university circulars. Vol. IV. Nr. 36.
Nature Nr. 797. 798. 799. 800.
Boletin de la academia nacional de ciencias en Cordoba. T. VII. Entr. 1.
Atti della reale accademia dei Lincei. Serie IV. Rendiconti. Vol. I. Fasc. 1. 2. 3.
Jahresbericht des nassauischen Vereins für Naturkunde. Jahrg. XXXVII.
Bulletin de la société mathemat. de France. T. XII. Nr. 5.
13. Bericht, Festschrift zur Halbsäcularfeier der naturforschenden Gesellschaft in Bamberg 1884.
Zeitschrift der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie. Bd XX. Febr.
Flora batava. Afl. 267. 268.
American Journal of mathematics. Vol. VII. Nr. 2.
Ungarische Revue 1885. Heft 1.
Leopoldina. Heft XXI. Nr. 1. 2.
M. J. Boussinesq, application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Paris 1885.
Ders., sur la poussée d'une masse de sable à surface super. horizontale contre une paroi verticale ou inclinée.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. 2e sér. Nr. 3.
Delisle, les registres d'Innocent III. Janv. 1885.
E. A. Bond and E. M. Thompson, the palaeographical society.
Bulletin de l'academie roy. des sciences etc. de Belgique. 3e sér. T. VIII. Nr. 12. T. IX. Nr. 1.
Annales de la société géologique de Belgique. T. XI.
Annuaire de l'academie roy. des sciences etc. de Belgique. 1885.
Atti della r. accademia dei lincei. Serie 4a. Rendiconti. Vol. I. fasc. 4.
Ohrtmann's Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XIV. Hft 2.
Annales du Musée Guimet. T. VII.
» » » » Revue de l'histoire des réligions. T. X. Nr. 1.
Monthly notices of the royal astronomical society. Vol. XLV. Nr. 3.
Boletin de la academia nacional de ciencias en Cordoba. T. VII. Entr. 2.
J. Strüver, über Columbit von Craveggia. S.-A.
Memoirs of the museum of comparat. zoology at Harvard's College. Vol. XI. P. 1.
Bijdragen tot de dierkunde uitgegeven door het genootschap Natura artis magistra te Amsterdam. 11e Afl.
Journal of the royal microscopical society. Vol. V. P. 1.
Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen u. historischen Classe der k. bairischen Academie der Wissenschaften. 1884. Hft. 3.
Archiv des Vereins für siebenbürgische Landeskunde. N. F. Bd. XIX. Heft 3.
Bulletin of the american geographical society. 1884. Nr. 3.
Bulletin de la société mathématique de France. T. XII. Nr. 6.
Geologische Mittheilungen. Ztschr. der ungar. geolog. Gesellschaft. Bd. XIV. Heft 12. Bd. XV. Heft 1. 2.
Mittheilungen aus dem Jahrbuch der ungar. geolog. Anstalt. Bd. VII. Heft 3.
Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Vol. IV.
Verhandlungen der kais. königl. geologischen Reichsanstalt. 1884. Nr. 18.
Jahrbuch der kais. königl. geolog. Reichsanstalt. Bd. XXXIV. Heft 4.

Journal and proceedings of the r. society of New South Wales. Vol. XVI' Corrigendum for Vol. XV.
Memoirs of the geological survey of India. Vol. XX. P. 1. 2.
Palaeontologia indica. Ser. X. Vol. III. P. 2. 3. Ser. XIV. Vol. I. 3. Fasc. III.

März, April 1885.

Nature, Nr. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808 und 809.
Atti della r. accademia dei Lincei. Rendiconti. Vol. I. Fasc. 5. 6.
Zeitschrift der österreich. Gesellschaft für Meteorologie. Bd. XX. März.
F. von Müller, a descriptive atlas of Eucalypts of Australia. Decad. X.
Anales de la officina meteorologica argentina. T. IV.
Bulletin de la société mathematique de France. T. XIII. Nr. 1. 2.
Proceedings of the London mathematical society. Nr. 231–234.
Journal of the New-York microscopical society. Vol. I. Nr. 2.
Anales de la sociedad cientifica argentina. T. XIX. Entr. 1.
Mittag-Leffler, acta mathematica. V, 2–4.
Ungarische Revue 1885. Heft 2. 3.
Carte géologique de la Finlande. Nr. 1–7.
Leopoldina. Heft XXI. Nr. 3. 4.
John Hopkins university studies in historical and political science. 3d series, II–III.
Local Institutions of Virginia by Edw. Ingle.
Anzeiger des germanischen Nationalmuseums. Bd. I. Heft 1.
Mittheilungen aus dem germanischen Museum. Bd. I. Heft 1.
Katalog der im germanischen Museum befindlichen Glasgemälde aus älterer Zeit. Nürnberg 1884.
L. von Borch, Beiträge zur Rechtsgeschichte des Mittelalters. Innsbruck 1881.
Verhandlungen des histor. Vereins von Oberpfalz. Regensburg. Bd. XXXVIII.
Mémoires de la société de physique et d'histoire naturelle de Genève. T. XXVIII. P. 2.
Tijdschrift voor indische Land-, Taal- en Volkenkunde. D. XXIX. Afl. 5. 6.
Notulen van de algemeene en bestuursvergaderingen van het bataviaasch genootschap van kunsten en wetenschapen. D. XXII. Afl. 2. 3.
A. Haga, nederlandsch Nieuw-Guinea en de papaesche eilanden. D. I. II. Batavia 1884.
F. v. Bezold, Rudolf Agricola, ein deutscher Vertreter der italienischen Renaissance. Festrede 1884.
Abhandlungen der mathematisch-physicalischen Classe der k. bair. Academie der Wissenschaften. Bd. XV. Abth. 1.
Abhandlungen der philosophisch-philologischen Classe der k. bair. Academie der Wissenschaften. Bd. XVII. Abth. 1.
Reports of the scientific resultats of the voyage of H. M. ship Challenger. Zool. Vol. XI.
Astronomical and meteorological observations made during the year 1880 of the U. S. naval observatory. Washington 1884.
Proceedings of the boston society of natural history. Vol. XXII. P. 2. 3.
Memoirs of the boston society of natural history. Vol. III. Nr. 8–10.
Proceedings of the canadian institute Toronto. Vol. II. fasc. 3.
Monthly notices of the roy. astronomical society. Vol. XLV. Nr. 4.
G. Strüver, contribuzioni alla minerologia dei vulcani sabatini. P. I. S.-A.
Boletin de la academia nacional de ciencias en Cordoba. T. VII. Entr. 3.
Atti del museo cirico di storia naturale di Trieste. Vol. VII.
C. Marchesetti, la necropoli di Vermo presso Pisino nell' Istria. S.-A.
Ders., di alcune antichità scoperte a Vermo presso Pisino d'Istria. S.-A.

(Fortsetzung folgt).

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

7. October. **№ 9.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 1. August 1885.

Riecke, Zur Pyroelectricität des Turmalins.

Voigt, Zur Theorie der Flüssigkeitsstrahlen.

Wüstenfeld legt eine Abhandlung »Ueber die Scheriffe von Mekka im XI. (XVII.) Jahrhundert« vor.

von Koenen, Ueber die Krinoiden.

Dr. Hoppe, Das Spectrum des electrischen Büschellichtes (vorgelegt von Riecke).

Zur Theorie der Flüssigkeitsstrahlen,

von **W. Voigt.**

(Mit einer Figurentafel.)

Obgleich durch Herrn von Helmholtz und Kirchhoff eine Methode gegeben ist, für den Fall einer ebenen Flüssigkeitsbewegung Probleme zu lösen, bei welchen die Flüssigkeit eine theilweise freie Oberfläche besitzt, sind doch erst wenige Beispiele der Art durchgeführt; es hat daher die folgende Mittheilung, welche eine Anwendung der Kirchhoff'schen Methode auf den Zusammenstoß von mehreren Flüssigkeitsstrahlen bringt, vielleicht einiges Interesse.

Bezeichnen φ_1, φ_2 für zwei Flüssigkeiten die Geschwindigkeitspotentiale stationärer Strömungen, so gelten bekanntlich bei ebenen Bewegungen innerhalb der Flüssigkeiten die Gleichungen:

$$\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial y^2}=0, \qquad \frac{\partial^2\varphi_2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial y^2}=0, \tag{a}$$

$$\frac{p_1}{\varepsilon_1}=C_1-\tfrac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial y}\right)^2\right), \quad \frac{p_2}{\varepsilon_2}=C_2-\tfrac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial y}\right)^2\right),$$

an den freien Oberflächen:

$$\overline{\frac{\partial \varphi_1}{\partial n_1}} = 0, \qquad \overline{\frac{\partial \varphi_2}{\partial n_2}} = 0, \qquad \overline{p_1} = c_1, \qquad \overline{p_2} = c_2, \qquad \text{b)}$$

worin p_1, p_2 die Drucke, ε_1, ε_2 die constanten Dichtigkeiten, C_1, C_2 und c_1, c_2 Constanten bezeichnen.

Längs der Trennungsfläche beider Flüssigkeiten, welche aus Stromcurven gebildet wird, die wir die singulären nennen wollen, gilt:

$$\overline{\frac{\partial \varphi_1}{\partial n_1}} = \overline{\frac{\partial \varphi_2}{\partial n_2}} = 0, \qquad \overline{p_1} = \overline{p_2}. \qquad \text{c)}$$

Wir wollen den Fall betrachten, daß zwei Strahlen aus dem Unendlichen kommen und im Endlichen zusammentreffen; die Geschwindigkeiten seien im Unendlichen in den Querschnitten constant G_1 und G_2, im Endlichen variabel V_1 und V_2, an den freien Oberflächen sei der Druck gleich Null; dann giebt die Grenzbedingung $\overline{p_1} = \overline{p_2}$ die Relation:

$$\varepsilon_1 (G_1^2 - \overline{V_1^2}) = \varepsilon_2 (G_2^2 - \overline{V_2^2})$$

oder

$$\varepsilon_1 G_1^2 - \varepsilon_2 G_2^2 = \varepsilon_1 \overline{V_1^2} - \varepsilon_2 \overline{V_2^2}. \qquad \text{c')}$$

Diese Formel zeigt, daß wenn im Unendlichen die lebendigen Kräfte der Volumeneinheit für beide Strahlen gleich sind, dieselben auch in jedem Punkte der gemeinsamen Grenze gleich sein müssen.

In diesem Falle kann man also die Bewegungen in beiden Strahlen durch das eine modificirte Geschwindigkeitspotential

$$\Phi$$

umfassen, welches im Gebiet der ersten Flüssigkeit gleich $\sqrt{\varepsilon_1}\,\varphi_1$, in dem der zweiten gleich $\sqrt{\varepsilon_2}\,\varphi_2$ ist und der Bedingung zu genügen hat, daß überall:

$$\Delta \Phi = 0, \qquad 1)$$

n den freien Grenzen aber:

$$\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial n}} = 0 \quad \text{und} \quad \overline{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2} = G^2 \qquad 2)$$

sein muß; hierbei ist $\varepsilon_1 G_1^2 = \varepsilon_2 G_2^2 = G^2$ gesetzt.

Der Bequemlichkeit wegen wollen wir weiterhin Φ kurz das Geschwindigkeitspotential, $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ die Geschwindigkeitscomponenten

nennen, obgleich sie sich davon noch durch den Factor $\sqrt{\varepsilon}$ unterscheiden.

Ein specieller, in diesem allgemeinen enthaltener Fall ist der, daß zwei Strahlen derselben Flüssigkeit, welche im Unendlichen die gleiche Geschwindigkeit besitzen, zusammenstoßen.

Nach einem Grundsatz der Hydrodynamik bleiben Flüssigkeitstheilchen, die sich einmal in der Oberfläche befinden, immer in derselben. Hiernach können die an der Oberfläche beider Strahlen befindlichen nie zu inneren werden, die beiden Strahlen können also nie zu einem zusammenfließen, sondern müssen, indem sie sich theilen, wiederum zwei in verschiedenen Richtungen auseinanderfließende ergeben, von denen der eine in den Raum zwischen den beiden Stoßrichtungen, der andere in den gegenüberliegenden fällt. Dieselben vier Stromcurven, welche die Grenzen der stoßenden Strahlen bilden, begrenzen in anderer Combination auch die resultirenden Strahlen. Von den im Innern der beiden stoßenden Strahlen liegenden Stromcurven muß je eine sich in zwei Zweige theilen, welche nach dem Zusammenstoß die Grenze zwischen der ursprünglich den verschiedenen Strahlen angehörigen Flüssigkeit bilden. Wir nennen sie, wie schon festgesetzt, die singulären Stromcurven. An der Stelle der Verzweigung dieser singulären Stromcurven muß die Geschwindigkeit verschwinden, und daher muß diese Stelle für die singulären Stromcurven beider Flüssigkeiten nach Gleichung (c') gemeinsam sein. Wir nennen diese Stelle, in welcher die Geschwindigkeit verschwindet und die singulären Stromcurven sich verzweigen, das Stoßcentrum.

Die obige Betrachtung läßt sich sogleich auf das Problem des Zusammenstoßes beliebig vieler aus dem Unendlichen kommenden Flüssigkeitsstrahlen erweitern. Besitzen sie im Unendlichen gleiche lebendige Kraft der Volumeneinheit, so auch überall längs der Curven, in welchen sie sich berühren, und man kann daher in diesem Falle auch für sie ein gemeinsames Geschwindigkeitspotentiv Φ einführen, welches durch die Bedingungen (1) und (2) bestimmt ist. Wir wollen das Problem zunächst in dieser Allgemeinheit in Angriff nehmen und nur die eine Beschränkung einführen, daß die von der Flüssigkeit bedeckte Fläche eine einfach zusammenhängende ist. Damit ist übrigens der Fall nicht ausgeschlossen, dass sich die Grenzen verschiedener Strahlen schneiden, denn man kann in solchen Fällen die Dicke der Flüssigkeit senkrecht zur xy-Ebene unendlich gering und die Strahlen an einander vorbeigeführt denken.

Sei

$$\Omega = \Phi + i\Psi$$

eine Function von $z = x + iy$, so giebt bekanntlich

$$\Psi = \text{Const.}$$

das System der Strömungscurven, welche dem Geschwindigkeitspotential Φ entsprechen.

Es ist dann auch:

$$\frac{dz}{d\Omega} = \frac{\frac{\partial\Phi}{\partial x} + i\frac{\partial\Phi}{\partial y}}{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2}. \qquad 4)$$

»Nun setzen wir[1]):

$$\frac{dz}{d\Omega} = \zeta = \xi + i\eta = \rho(\cos\vartheta + i\sin\vartheta) \qquad 5)$$

und betrachten ξ und η als die rechtwinkligen Coordinaten eines Punktes in einer Ebene, die wir die ζ-Ebene nennen werden; die ξ-Axe soll dabei parallel der x-Axe, die η-Axe parallel der y-Axe gewählt sein. Die Vergleichung der Gleichungen (4) und (5) zeigt dann, daß, wenn man von dem Punkte $\zeta = 0$ nach dem Punkte ζ eine gerade Linie zieht, die Länge dieser, also ρ, das Reciproke der Geschwindigkeit und ihre Richtung die Richtung der Bewegung in dem Punkte z ist«.

Da in unserm Problem n Strahlen mit gleichen (reducirten) Geschwindigkeiten aus dem Unendlichen kommen und in's Unendliche gehen, so kann derselbe Werth Ω an n verschiedenen Stellen der z-Ebene stattfinden mit Ausnahme derjenigen Werthe, welche der Geschwindigkeit Null entsprechen und welche an den oben definirten »Stoßcentren« eintreten.

Sind n stoßende Strahlen vorhanden so gehen nach dem Zusammenstoß auch n Strahlen in's Unendliche hinaus. Die Anzahl der Stoßcentren ist hierbei, wie man leicht durch die Anschauung erkennt, im Maximo $(n-1)$; in diesem Falle sind alle Stoßcentren auf der Grenze von nur je zwei Strahlen gelegen. Hängen in einem Stoßcentrum $(h+1)$ Strahlen zusammen, so kann man dasselbe als ein h-faches, durch Zusammenrücken von h ursprünglich getrennten einfachen Stoßcentren entstandenes betrachten. Der Grenzfall ist der nur e i n e s $(n-1)$fachen Stoßcentrums.

Denken wir also die Werthe Ω, welche allen Punkten im Innern der Flüssigkeit entsprechen, auf einer Ω-Ebene ausgebreitet, so wird dieselbe n-blättrig zu wählen sein und innerhalb des Bereichs der Flüssigkeit in den $(n-1)$ Punkten, welche den Stoßcentren entsprechen und sämmtlich im Endlichen liegen, zusammenhängen. Das letztere

1) Kirchhoff, Mechanik p. 291, 1876.

Resultat liefert auch direct der von Riemann gegebene Satz[1]): Ist die Anzahl der Umdrehungen, welche die Grenze eines einfach zusammenhängenden endlichen Bereichs macht, gleich n, so ist die Anzahl der auf ihm liegenden einfachen Verzweigungspunkte gleich $(n-1)$.

Die freien Grenzen des Bereichs der Flüssigkeit sind in der z-Ebene Stromcurven, müssen also in der Ω-Ebene Parallele zur Φ-Axe sein. Wir nehmen an, daß sie im ersten Blatt durch

$$\begin{array}{lll} & \Psi = +a_1 & \Psi = +b_1 \\ \text{im zweiten durch} & \Psi = +a_2 & \Psi = +b_2 \\ \text{im dritten durch} & \Psi = +a_3 & \Psi = +b_3 \\ & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \\ \text{im } n\text{ten durch} & \Psi = +a_n & \Psi = +b_n \end{array} \qquad 6)$$

gegeben seien; Punkte im Innern der Flüssigkeit entsprechen dabei Punkten zwischen diesen Geraden, das Gebiet der Flüssigkeit ist also der zwischen ihnen liegende n-fache Streifen. Damit derselbe zusammenhänge muß sein:

$$a_1 > b_1,\quad a_2 > b_2,\ \ldots\ldots\ a_n > b_n \text{ und auch}$$
$$a_2 > b_1,\quad a_3 > b_2,\ \ldots\ldots\ a_1 > b_n.$$

Da in den freien Grenzen ferner die constante (reducirte) Geschwindigkeit G stattfindet, so müssen sie sich in der ζ-Ebene nach dem Obigen als Theile eines Kreises vom Radius $R = 1/G$ um den Coordinatenanfang darstellen; Punkte im Innern der Flüssigkeit entsprechen dabei Punkten außerhalb des Kreises, da die Geschwindigkeit in der Grenze die größte sein muß, das ganze Gebiet der Flüssigkeit also der ganzen Umgebung des Kreises.

Dabei ist aber Folgendes hervorzuheben.

Die Radienvectoren von 0 nach ζ geben durch ihre Richtung an einer Stelle $\xi = R\cos\vartheta$, $\eta = R\sin\vartheta$ die Richtung der Bewegung, welche an der durch $\zeta = \xi + i\eta$ abgebildeten Stelle z stattfindet. Die sämmtlichen beim Umlaufen der gesammten Flüssigkeit in den Grenzen anzutreffenden Bewegungsrichtungen müssen also beim Umlaufen des Kreises vom Radius R (das beiläufig in entgegengesetzter Richtung geschieht, da das Innere der Flüssigkeit der Umgebung des Kreises entspricht) durch die Richtungen der Radien wiedergegeben werden. Ist die Anzahl aller sich in's Unendliche erstreckenden (sowohl kommenden als gehenden) Strahlen gleich m, so

1) Riemann's Werke, Edit. H. Weber p. 106, Leipzig 1876.

ist die Summe der bei der Umlaufung angetroffenen Richtungsänd · rungen der Flüssigkeitsbewegung gleich

$$(m-2)\pi$$

oder da, wie oben gezeigt, m eine gerade Zahl $= 2n$ sein muß, weil ebenso viele Strahlen aus Unendlich kommen, wie nach Unendlich gehen müssen,

$$= 2(n-1)\pi.$$

Ebenso groß muß also auch die Summe der Richtungsänderungen bei Umlaufung des Kreises in der ζ-Ebene sein, d. h. die ζ-Ebene muß $(n-1)$ Blätter besitzen, welche außerhalb des Kreises vom Radius R in $n-2$ Punkten zusammenhängen, sodaß ein Umlauf längs des Kreises durch alle $(n-1)$ Blätter führt. Dies folgt aus dem oben citirten Riemann'schen Satz sogleich, wenn man nach der Methode der reciproken Radien die Umgebung des Kreises vom Radius R auf das Innere einer Kreisfläche vom Radius $\frac{1}{R}$ abbildet.

Wir betrachten die Abbildung des oben definirten n-fachen Streifens in der Ω-Ebene auf dieser $(n-1)$ blättrigen ζ-Ebene und wollen sie vermitteln durch die Abbildung auf einer ein blättrigen ζ'-Ebene,

In dieser soll der $n$fache Streifen auf einem Kreis vom Radius R' so wiedergegeben werden, daß im ersten Blatt der Ω-Ebene der Punkt $\Phi = +\infty$ entspricht dem Punkt $\zeta' = R'$ der ζ'-Ebene,

ebenso $\Phi = -\infty$ $\qquad \zeta' = R'e^{i\alpha_1'}$

im zweiten Blatte analog

$$\Phi = +\infty \text{ entspricht } \zeta' = R'e^{i\beta_1'}$$
$$\Phi = -\infty \qquad \zeta' = R'e^{i\alpha_2'}$$

im dritten Blatte

$$\Phi = +\infty \qquad \zeta' = R'e^{i\beta_2'}$$
$$\Phi = -\infty \qquad \zeta' = R'e^{i\alpha_3'}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

im $n$ten Blatte

$$\Phi = +\infty \qquad \zeta' = R'e^{i\beta_{n-1}'}$$
$$\Phi = -\infty \qquad \zeta' = R'e^{i\alpha_n'},$$

wo bei $0 < \alpha_1' < \beta_1' < \alpha_2' < \beta_2' \ldots < \alpha_n' < \beta_n'$ und $\beta_n' = 2\pi$ ist.

Es muß also längs des Kreises vom Radius R' sein:

$$\begin{aligned}
\Omega &= ia_1 \text{ für } 0 < \vartheta' < \alpha_1' \\
\Omega &= ib_1 \;\; „ \;\; \alpha_1' < \vartheta' < \beta_1' \\
\Omega &= ia_2 \;\; „ \;\; \beta_1' < \vartheta' < \alpha_2' \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\Omega &= ia_n \;\; „ \;\; \beta_{n-1}' < \vartheta' < \alpha_n' \\
\Omega &= ib_n \;\; „ \;\; \alpha_n' < \vartheta' < \beta_n'.
\end{aligned} \tag{7}$$

Diesen Bedingungen wird genügt durch die Function:

$$\begin{aligned}
\Omega = \frac{i}{2\pi}[(a_1-b_1)\alpha_1'+(b_1-a_2)\beta_1'+(a_2-b_2)\alpha_2'+\cdots+(a_n-b_n)\alpha_n'+2\pi b_n] \\
+\frac{1}{\pi}\Big[(a_1-b_1)l\Big(1-\frac{\zeta'}{R'}e^{-i\alpha_1'}\Big)+(b_1-a_2)l\Big(1-\frac{\zeta'}{R'}e^{-i\beta_1'}\Big) \\
+\cdots(b_n-a_1)l\Big(1-\frac{\zeta'}{R'}\Big)\Big].
\end{aligned} \tag{8}$$

Da bei der conformen Abbildung je ein innerer und ein Randpunkt sich beliebig entsprechend gewählt werden kann und letzterer bereits durch die Annahme, dass dem Punkt $\Phi = +\infty$ im ersten Blatt der Ω-Ebene $\zeta' = +R'$ entspricht, bestimmt ist, so kann nur noch über einen innern Punkt verfügt werden. Dem scheint zu widersprechen, daß bei willkürlich gewählten a_n, b_n noch $(2n-1)$ Größen α_n, β_n disponibel sind. Indeß ist zu beachten, daß die Verfügung über die a_n und b_n keineswegs den abzubildenden $n$fachen Streifen in der Ω-Ebene vollständig bestimmt, sondern dazu noch die Angabe der auf ihm liegenden $(n-1)$ Verzweigungspunkte nach Ort und Art erforderlich ist.

Die Bilder der Verzweigungspunkte in der ζ'-Ebene sind gegeben durch die Wurzeln der Gleichung:

$$\frac{d\Omega}{d\zeta'} = 0$$

oder

$$0 = \frac{(a_1-b_1)e^{-i\alpha_1'}}{1-\frac{\zeta'}{R'}e^{-i\alpha_1'}}+\frac{(b_1-a_2)e^{-i\beta_1'}}{1-\frac{\zeta'}{R'}e^{-i\beta_1'}}+\cdots \tag{9}$$

Die Gleichung ist vom $(2n-2)$ten Grade, da der Coefficient von $(\zeta')^{2n-1}$ identisch verschwindet. $(n-1)$ Wurzeln müssen Punkte innerhalb des Kreises vom Radius R' ergeben, da nach dem Riemann'schen Satz $(n-1)$ Verzweigungspunkte im Bereich der Flüssigkeit liegen müssen [1]).

1) Man kann aber diesen Nachweis hier einfach direct führen und somit sich der Anwendung jenes Satzes vollständig entschlagen. (s. folg. Seite.)

Ihre Lage wird bei unserm Problem kaum direct gegeben, sondern nur durch Verfügungen über Breite, Richtung und Lage der

---

Dazu bedenke man zunächst, daß

$$\frac{d\Omega}{d\zeta'} = \Omega' \text{ gesetzt}$$

eine einwerthige Function von ζ' ist.

Ω' wird unendlich in den $2n$ Punkten $R'e^{i\alpha_1'}$, $R'e^{i\beta_1'}$, ... es muß also ebenso oft verschwinden. Zwei Nullpunkte fallen in's Unendliche, die übrigen im Allgemeinen in's Endliche. Wendet man den Satz, daß das Randintegral

$$\frac{1}{2\pi i}\int d(l\Omega')$$

über eine beliebige geschlossene Curve ausgedehnt die Anzahl der umschlossenen Nullpunkte weniger der der umschlossenen Unendlichkeitspunkte giebt, auf einen Kreis an, der um den Punkt $\zeta' = 0$ mit einem unendlich wenig größeren oder kleineren Radius als R' beschrieben ist, so kann man die Anzahl der auf der Kreisfläche liegenden Nullpunkte von Ω' bestimmen.

Hierzu bemerke man, daß, weil die Größen a_n, b_n einen zusammenhängenden Streifen in der Ω-Ebene bestimmen sollen,

$$a_1 - b_1 = +A_1', \quad a_2 - b_2 = +A_2', \ldots$$
$$-(b_1 - a_2) = +B_1', \quad -(b_2 - a_3) = +B_2', \ldots$$

sämmtlich positive Größen sein müssen.

Die Gleichung $\Omega' = 0$ kann also geschrieben werden:

$$0 = \frac{A_1'}{R'e^{i\alpha_1'} - \zeta'} - \frac{B_1'}{R'e^{i\beta_1'} - \zeta'} \pm \ldots = \Phi' + i\Psi'$$

und stellt in ihrem reellen und imaginären Theil Φ' und Ψ' — mit entgegengesetztem Vorzeichen genommen — die ξ- und η-Componente der Attraction dar, welche an der Stelle ζ' stattfinden würde, wenn in den Punkten $R'e^{i\alpha_1'}$, $R'e^{i\beta_1'}$, ... die Massen A_1, $-B_1$, A_2, $-B_2$, ... angebracht wären und nach dem Gesetz der (-1)ten Potenz der Entfernung wirkten. Das Integral

$$\int d(l\Omega')$$

wird hiernach

$$= \int d\left[\tfrac{1}{2}l(\Phi'^2 + \Psi'^2) + i\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\Phi'}{\Psi'}\right)\right],$$

und wenn man berücksichtigt, daß $\Phi'^2 + \Psi'^2$ das Quadrat der resultirenden Kraft, Ψ'/Φ' die negative Tangente des Winkels zwischen ihrer Richtung und der ξ-Axe ist, so erkennt man ohne alle Rechnung, daß der reelle Theil des Integrales über eine beliebige geschlossene Curve genommen verschwindet, der imaginäre die Summe aller Richtungsänderungen der resultirenden Kraft bei der Umlaufung der Curve ergiebt.

Für Punkte, welche einem Attractionscentrum unendlich nahe liegen, ist die Kraft nach diesem Centrum hin oder von ihm hinweg gerichtet je nach dem Vorzeichen der daselbst befindlichen Masse. Daher kann man für einen

Strahlen bestimmt sein. Sie ist bestimmt, wenn $(2n-2)$ reelle Relationen zwischen den a_n, b_n und α_n, β_n gegeben sind; da $(2n-1)$ α_n, β_n verfügbar sind, so bleibt, wie auch nöthig, bei festgesetzten a_n, b_n, noch eine übrig, um einen innern Punkt in den beiden auf einander abgebildeten Flächen sich entsprechen zu lassen. Wir wollen auf diese Verfügungen erst eingehen, wenn wir allgemein den Weg der Lösung vollständig angegeben haben.

Um die gewonnene Abbildung des $n$fachen Streifens auf dem Kreis in der einblättrigen ζ'-Ebene für unser hydrodynamisches Problem zu verwerthen, verfahren wir folgendermaßen.

Wir bilden zunächst den Kreis in der einblättrigen ζ'-Ebene in einer $(n-1)$ blättrigen ζ''-Ebene auf einen Kreis vom beliebigen Radius R' um den Coordinatenanfang so ab, daß die Punkte des ersteren, welche durch die Wurzeln der Gleichung (9) gegeben sind (d. h. die Bilder der Verzweigungspunkte in der Ω-Ebene) in letzterem übereinander und zwar in den Mittelpunkt fallen. Daß dies allgemein möglich ist erkennt man nach einer mündlichen Bemerkung meines verehrten Freundes H. Weber in Marburg leicht in folgender Weise.

Allgemein kann man außer einem Randpunkt nur einen innern Punkt bei der Abbildung sich entsprechen lassen. Geschieht die Abbildung des einfach zusammenhängenden Bereiches auf einer $(n-1)$ blättrigen Ebene, so sind die $(n-2)$ im Innern liegenden Verzweigungspunkte verfügbar und man kann durch ihre Wahl weitere $(n-2)$ innere Punkte sich entsprechen lassen; es können demnach im Ganzen die Bilder von $(n-1)$ Punkten des einblättrigen Kreises beliebig gewählt werden.

Schließlich bilden wir durch die Substitution

$$\zeta'' = \frac{1}{\zeta}$$

den Kreis vom Radius R'' in der $(n-1)$ blättrigen ζ''-Ebene auf der Umgebung des Kreises vom Radius $R = 1/R''$ in der gleichfalls

---

Kreis um den Punkt $\zeta' = 0$ der unendlich nahe dem das Flüssigkeitsgebiet begrenzenden liegt sogleich durch die Anschauung die Größe der obigen Richtungsänderung finden. Auf der Grenze selbst können keine Nullpunkte liegen, da in der Grenze die Geschwindigkeit gleich Φ, in den Verzweigungspunkten gleich Null ist.

Liegt der Kreis innerhalb desjenigen vom Radius R' so findet sich der Werth der Richtungsänderung $-(n-1)2\pi$, liegt er außerhalb $+(n+1)2\pi$; im ersteren Falle umschließt er nur die Nullpunkte im Innern des Kreises R'; im letzteren Falle auch die $2n$ Unendlichkeitspunkte; beides ergiebt übereinstimmend, daß sich insgesammt $(n-1)$ Nullpunkte auf der Fläche, also auch $(n-1)$ außerhalb befinden.

$(n-1)$ blättrigen ζ-Ebene ab, daß das Bild des Centrums in's Unendliche fällt. Dann ist zugleich der $n$fache Streifen in der Ω-Ebene ebenda so abgebildet, daß die Bilder seiner Verzweigungspunkte, d. h. der Stoßcentren, im Unendlichen, die seiner Grenzen auf der Peripherie des Kreises vom Radius R liegen.

Die gewonnene Relation zwischen Ω und ζ giebt dann für jedes System der darin vorkommenden Constanten a_n, b_n und α_n, β_n die Lösung eines Problemes des Stoßes für n Flüssigkeitsstrahlen. Nach (5) erhält man durch:

$$z = \int \zeta d\Omega + \text{Const.} \qquad 10)$$

zu jedem Punkt ζ oder Ω einen entsprechenden z der xy-Ebene; der Grenze des Streifens in der Ω-Ebene und zugleich dem Kreis vom Radius R in der ζ-Ebene entspricht die freie Grenze der Flüssigkeit ein negativer Umlauf des Kreises ergiebt einen positiven der Grenzen der Flüssigkeit. Wird auf dieser Kreislinie an den Punkten

$$-\vartheta = 0,\ \alpha_1,\ \beta_1,\ \alpha_2,\ \beta_2,\ \ldots\ldots\ \alpha_n,\ \beta_n$$

(wobei $\beta_n = 2\pi(n-1)$ ist) Ω abwechselnd gleich $+\infty$ und $-\infty$, so geben

$$(\alpha_1 - 0),\ (\beta_1 - \alpha_1),\ (\alpha_2 - \beta_1),\ \ldots\ (\beta_n - \alpha_n)$$

die Richtungsänderungen der Strömung längs der $2n$ die freie Grenze der Flüssigkeit bildenden Stromfäden vom Unendlichen aus bis wieder in's Unendliche.

$$q = 0,\ \pi - \alpha_1,\ 2\pi - \beta_1,\ 3\pi - \alpha_2,\ \ldots\ (2n-1)\pi - \alpha_n,$$

sind daher die Winkel der x-Axe gegen die Radienvectoren nach den unendlich fernen Theilen der Strahlen oder gegen die Richtungen der Strahlen im Unendlichen selbst, diese Richtungen nicht im Sinne der Strömung, sondern stets in's Unendliche hinaus positiv gerechnet. Ist eine der Differenzen $\alpha_k - \beta_{k-1}$ oder $\beta_k - \alpha_k$ größer als π so schneidet das entsprechende Stück der Begrenzung sich selbst.

Fig. 1 giebt den Zusammenhang zwischen diesen Richtungen für eine zweiblättrige ζ-Ebene, also für drei zusammenstoßende Strahlen das untere Blatt ist schraffirt. Fig. 2 zeigt wie etwa bei gegebenen Constanten diese Flüssigkeitsbewegung verlaufen kann. Die punktirten Linien deuten die singulären Stromcurven an, ihre Schnittpunkte die Stoßcentren. Die Gleichungen der singulären Stromcurven erhält man, wenn man in der Formel (10), in welcher $\Omega = \Phi + i\Psi$ ist, dem Ψ successive diejenigen constanten Werthe beilegt, welche den Wurzeln der Gleichung (9)

$$\frac{d\Omega}{d\zeta'} = 0$$

entsprechen; die Oerter der Stoßcentren geben sich, wenn man über Φ und Ψ demgemäß verfügt.

Wir wollen den vorstehend beschriebenen Weg der Lösung in dem einfachen, immer noch sehr allgemeinen Falle wirklich gehen, daß alle $(n-1)$ Stoßcentren zusammenfallen, d. h. die $(n-1)$ Verzweigungspunkte auf dem Kreis vom Radius R' identisch werden. Da dieser $(n-1)$ fache Verzweigungspunkt in den Coordinatenanfang von ζ' gebracht werden soll und dies nur auf eine Weise möglich ist, kann man ihn ohne Beschränkung der Allgemeinheit gleich bei der ersten Abbildung dahin fallen lassen. Hierzu ist erforderlich, daß die Gleichung (9) die $(n-1)$ fache Wurzel $\zeta' = 0$ besitzt und dies findet statt, wenn die $(n-1)$ Bedingungen erfüllt sind:

$$0 = (a_1 - b_1) e^{-ih\alpha_1'} + (b_1 - a_2) e^{-ih\beta_1'} + \cdots \qquad 11)$$

für $h = 1, 2, \ldots (n-1)$.

Dies giebt die $(2n-2)$ reellen Gleichungen [1]):

$$\begin{aligned} 0 &= (a_1 - b_1) \cos h\alpha_1' + \cdots \\ 0 &= (a_1 - b_1) \sin h\alpha_1' + \cdots \end{aligned} \qquad 12)$$

für $h = 1, 2, \ldots n-1$.

Soll dieser $(n-1)$ fache Windungspunkt $\Omega = 0$ entsprechen, was wegen der Willkürlichkeit des Coordinatenanfangs keine Beschränkung ist, so ist noch erforderlich, daß die b_h sämmtlich negativ sind und gilt:

$$0 = (a_1 - b_1)\alpha_1' + (b_1 - a_2)\beta_1' + \cdots. \qquad 13)$$

Es sind also die $(2n-1)$ Größen α_h, β_h durch diese $(2n-1)$ Gleichungen bestimmt, wenn die a_h, b_h gegeben sind.

Nun werde gesetzt:

$$\zeta' = (\zeta'')^{\frac{1}{n-1}}$$

und

$$\zeta'' = \frac{1}{\zeta}, \text{ also } \zeta' = \left(\frac{1}{\zeta}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

so wird:

---

1) Man überzeugt sich leicht durch Rechnung, daß bei Erfüllung dieser Relationen die übrigen $(n-1)$ Verzweigungspunkte sämmtlich in's Unendliche fallen.

$$\Omega = \frac{1}{\pi}\Big[(a_1-b_1)\,l\Big(1-\Big(\frac{1}{\zeta}\Big)^{\frac{1}{n-1}}\cdot\frac{e^{-i\alpha_1'}}{R'}\Big) + (b_1-a_2)\,l\Big(1-\Big(\frac{1}{\zeta}\Big)^{\frac{1}{n-1}}\cdot\frac{e^{-i\beta_1'}}{R'}\Big)+\cdots\Big]$$

Hierin führen wir noch ein:

$$\alpha_h' = \frac{\alpha_h}{n-1} \quad \beta_h' = \frac{\beta_h}{n-1} \quad R' = \Big(\frac{1}{R}\Big)^{\frac{1}{n-1}}$$

und vertauschen die b_h mit $-b_h$, so erhalten wir:

$$\Omega = \frac{1}{\pi}\Big\{(a_1+b_1)\,l\Big[1-\Big(\frac{Re^{-i\alpha_1}}{\zeta}\Big)^{\frac{1}{n-1}}\Big] - (b_1+a_2)\,l\Big[1-\Big(\frac{Re^{-i\beta_1}}{\zeta}\Big)^{\frac{1}{n-1}}\Big]\pm\cdots-(b_n+a_1)\,l\Big[1-\Big(\frac{R}{\zeta}\Big)^{\frac{1}{n-1}}\Big]\Big\} \tag{14}$$

als diejenige Function, welche in dem behandelten Specialfall das Problem löst, wenn man dazu nimmt die Nebenbedingungen:

$$R = 1/G,$$

$$\begin{aligned} 0 &= (a_1+b_1)\,\alpha_1-(b_1+a_2)\,\beta_1+\cdots-b_n 2\pi \\ 0 &= (a_1+b_1)\cos\frac{h\alpha_1}{n-1}-(b_1+a_2)\cos\frac{h\beta_1}{n-1}+\cdots \\ &\qquad +(a_n+b_n)\cos\frac{h\alpha_n}{n-1}-(b_n+a_1) \\ 0 &= (a_1+b_1)\sin\frac{h\alpha_1}{n-1}-(b_1+a_2)\sin\frac{h\beta_1}{n-1}+\cdots \\ &\qquad +(a_n+b_n)\sin\frac{h\alpha_n}{n-1}, \end{aligned} \tag{15}$$

für $h = 1, 2, \ldots n-1$.

Stoßen nur 2 Strahlen zusammen, so ist $n = 2$, die ζ-Ebene also einblättrig. Die obigen Formeln ergeben, wenn man dies einführt:

$$\Omega = \frac{1}{\pi}\Big\{(a_1+b_1)\,l\Big(1-\frac{Re^{-i\alpha_1}}{\zeta}\Big)-(b_1+a_2)\,l\Big(1-\frac{Re^{-i\beta_1}}{\zeta}\Big) + (a_2+b_2)\,l\Big(1-\frac{Re^{-i\alpha_2}}{\zeta}\Big)-(b_2+a_1)\,l\Big(1-\frac{R}{\zeta}\Big)\Big\} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} 0 &= (a_1+b_1)\,\alpha_1-(b_1+a_2)\,\beta_1+(a_2+b_2)\,\alpha_2-b_2 2\pi \\ 0 &= (a_1+b_1)\cos\alpha_1-(b_1+a_2)\cos\beta_1+(a_2+b_2)\cos\alpha_2-(b_2+a_1) \\ 0 &= (a_1+b_1)\sin\alpha_1-(b_1+a_2)\sin\beta_1+(a_2+b_2)\sin\alpha_2. \end{aligned} \tag{17}$$

Die Gleichung für z wird hiernach wegen

$$z = \int z\, d\Omega + \text{Const.}$$

und falls man verfügt, daß z mit Ω verschwinden, d. h. das Stoßcentrum in den Coordinatenanfang fallen soll:

$$z = \frac{R}{\pi}\{(a_1+b_1)e^{-i\alpha_1} l(\zeta - Re^{-i\alpha_1}) - (b_1+a_2)e^{-i\beta_1} l(\zeta - Re^{-i\beta_1}) + (a_2+b_2)e^{-i\alpha_2} l(\zeta - Re^{-i\alpha_2}) - (b_2+a_1) l(\zeta - R)\}. \tag{18}$$

Hieraus folgt, wenn man:

$$z = x + iy \qquad \zeta = \rho(\cos\vartheta + i\sin\vartheta)$$

setzt:

$$\begin{aligned} x = \frac{R}{\pi}\Big\{&(a_1+b_1)\Big[\tfrac{1}{2}\cos\alpha_1 l(\rho^2+R^2-2\rho R\cos(\vartheta+\alpha_1)) \\ &+ \sin\alpha_1 \operatorname{arctg}\Big(\frac{\rho\sin\vartheta + R\sin\alpha_1}{\rho\cos\vartheta - R\cos\alpha_1}\Big)\Big] \\ &-(b_1+a_2)\Big[\tfrac{1}{2}\cos\beta_1 l(\rho^2+R^2-2\rho R\cos(\vartheta+\beta_1)) \\ &+ \sin\beta_1 \operatorname{arctg}\Big(\frac{\rho\sin\vartheta + R\sin\beta_1}{\rho\cos\vartheta - R\cos\beta_1}\Big)\Big] \\ &+(a_2+b_2)\Big[\tfrac{1}{2}\cos\alpha_2 l(\rho^2+R^2-2\rho R\cos(\vartheta+\alpha_2)) \\ &+ \sin\alpha_2 \operatorname{arctg}\Big(\frac{\rho\sin\vartheta + R\sin\alpha_2}{\rho\cos\vartheta - R\cos\alpha_2}\Big)\Big] \\ &-(b_2+a_1)\tfrac{1}{2} l(\rho^2+R^2-2\rho R\cos\vartheta)\Big\}, \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} y = -\frac{R}{\pi}\Big\{&(a_1+b_1)\Big[\tfrac{1}{2}\sin\alpha_1 l(\rho^2+R^2-2\rho R\cos(\vartheta+\alpha_1)) \\ &- \cos\alpha_1 \operatorname{arctg}\Big(\frac{\rho\sin\vartheta + R\sin\alpha_1}{\rho\cos\vartheta - R\cos\alpha_1}\Big)\Big] \\ &-(b_1+a_2)\Big[\tfrac{1}{2}\sin\beta_1 l(\rho^2+R^2-2\rho R\cos(\vartheta+\beta_1)) \\ &- \cos\beta_1 \operatorname{arctg}\Big(\frac{\rho\sin\vartheta + R\sin\beta_1}{\rho\cos\vartheta - R\cos\beta_1}\Big)\Big] \\ &+(a_2+b_2)\Big[\tfrac{1}{2}\sin\alpha_2 l(\rho^2+R^2-2\rho R\cos(\vartheta+\alpha_2)) \\ &- \cos\alpha_2 \operatorname{arctg}\Big(\frac{\rho\sin\vartheta + R\sin\alpha_2}{\rho\cos\vartheta - R\cos\alpha_2}\Big)\Big] \\ &-(b_2+a_1)\Big[-\operatorname{arctg}\frac{\rho\sin\vartheta}{\rho\cos\vartheta - R}\Big]\Big\}. \end{aligned} \tag{19}$$

Nimmt man $\rho = R$ und läßt ϑ von 0 bis -2π abnehmen, so umläuft man zugleich in positiver Richtung die gesammte Flüssigkeit. Die Schwierigkeit, die in der Bestimmung des Werthes des arctg in den Ausdrücken von x und y liegt, umgeht man, indem man in (18) die Logarithmen entwickelt und den imaginären Theil nach der Formel:

$$\tfrac{1}{2}(\pi-\chi) = \sum \frac{\sin h\chi}{h} \quad \text{für } 0<\chi<2\pi$$

$$-\tfrac{1}{2}(\pi+\chi) = \sum \frac{\sin h\chi}{h} \quad \text{für } 0>\chi>-2\pi$$

summirt. Man erhält so:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{R}{2\pi}\Big\{(a_1+b_1)\Big[\cos\alpha_1 l\Big(4\sin^2\frac{\vartheta+\alpha_1}{2}\Big)\pm\sin\alpha_1(\pi\mp(\alpha_1+\vartheta))\mp\cdots\Big]\Big\}\\ \bar{y} &= \frac{R}{2\pi}\Big\{(a_1+b_1)\Big[-\sin\alpha_1 l\Big(4\sin^2\frac{\vartheta+\alpha_1}{2}\Big)\pm\cos\alpha_1(\pi\mp(\alpha_1+\vartheta))\mp\cdots\Big]\Big\}.\end{aligned} \quad 20)$$ [1]

Das obere Zeichen gilt für $0<(\alpha_1+\vartheta)<2\pi$, das untere für $0>(\alpha_1+\vartheta)>-2\pi$; analog in den anderen Gliedern.

Hiernach erkennt man sogleich, daß beim Passiren des Werthes $\vartheta = -\alpha_1$ springt:

$$\begin{aligned}\bar{x} &\text{ um } -R(a_1+b_1)\sin\alpha_1\\ \bar{y} &\text{ um } -R(a_1+b_1)\cos\alpha_1.\end{aligned}$$

Es ist also $R(a_1+b_1) = A_1$ die Breite des in der Richtung α_1 aus Unendlich kommenden Stromes.

Ganz ebenso findet sich:

$$R(a_2+b_2) = A_2$$

die Breite des in der Richtung α_2 kommenden,

$$R(b_1+a_2) = B_1, \qquad R(b_2+a_1) = B_2$$

die Breiten der in der Richtung β_1 und β_2 $(=0)$ in's Unendliche fließenden Strahlen.

Daß $A_1+A_2 \equiv B_1+B_2$ ist, sagt also aus, daß ebenso viel Flüssigkeit zu, wie abfließt.

Man kann hiernach die Resultate schreiben:

---

1) Hierin kann nach Formel (17) unter den Logarithmus der Factor 4 beliebig weggelassen werden.

$$\begin{aligned}
\Omega &= \frac{1}{\pi R}\{A_1 l(\zeta - Re^{-i\alpha_1}) - B_1 l(\zeta - Re^{-i\beta_1}) \\
&\quad + A_2 l(\zeta - Re^{-i\alpha_2}) - B_2 l(\zeta - R)\} \\
z &= \frac{1}{\pi}\{A_1 e^{-i\alpha_1} l(\zeta - Re^{-i\alpha_1}) - B_1 e^{-i\beta_1} l(\zeta - Re^{-i\beta_1}) \\
&\quad + A_2 e^{-i\alpha_2} l(\zeta - Re^{-i\alpha_2}) - B_2 l(\zeta - R)\}
\end{aligned} \qquad 21)$$

$$\begin{aligned}
x &= \left\{\frac{A_1}{\pi}\left[\frac{\cos\alpha_1}{2} l(\rho^2 + R^2 - 2R\rho\cos(\vartheta+\alpha_1))\right.\right. \\
&\quad \left.\left. + \sin\alpha_1 \operatorname{arctg}\frac{R\sin(\vartheta+\alpha_1)}{\rho - R\cos(\vartheta+\alpha_1)}\right] \mp \cdots\right\} \\
y &= \left\{\frac{A_1}{\pi}\left[-\frac{\sin\alpha_1}{2} l(\rho^2 + R^2 - 2R\rho\cos(\vartheta+\alpha_1))\right.\right. \\
&\quad \left.\left. + \cos\alpha_1 \operatorname{arctg}\frac{R\sin(\vartheta+\alpha_1)}{\rho - R\cos(\vartheta+\alpha_1)}\right] \mp \cdots\right\}.
\end{aligned} \qquad 21)$$

Dazu die Bedingungen:

$$\begin{aligned}
0 &= A_1\alpha_1 - B_1\beta_1 + A_2\alpha_2 - 2\pi b_2 R \\
0 &= A_1\cos\alpha_1 - B_1\cos\beta_1 + A_2\cos\alpha_2 - B_2 \\
0 &= A_1\sin\alpha_1 - B_1\sin\beta_1 + A_2\sin\alpha_2 \\
0 &= A_1 - B_1 + A_2 - B_2.
\end{aligned} \qquad 22)$$

Die zweite und drittte Gleichung hiervon hat den einfachen Sinn, daß die Schwerpunktsgeschwindigkeit der im Unendlichen in gleicher Zeit durch einen Querschnitt zu- und abströmenden Flüssigkeit gleich ist.

Es drückt sich nach diesen Formeln nicht Alles vollständig durch die Breiten und Richtungen der Strahlen aus, sondern es bleibt noch eine Größe (b_2) in den Formeln, die wesentlich von der Lage des Stoßcentrums abhängt. Da dieselbe nur in einer Gleichung vorkommt, so kann man sie willkürlich lassen und durch gegebene A, B und α, β bestimmen. Dabei ist nur das Eine zu beachten, daß b_2 sich positiv und kleiner als A_2/R und B_2/R ergeben muß, da $A_2 = (a_2 + b_2)R$, $B_2 = (b_2 + a_1)R$ ist und die a_k und b_k sämmtlich positiv sind; eine Bestimmung über den Zusammenhang zwischen den A, B und α, β giebt die erste Formel aber nicht.

Nach der Ableitung sind A_1, A_2 die Breiten der aus Unendlich kommenden B_1 B_2 der in's Unendliche gehenden Strahlen. Für die Discussion ist es bei der im Uebrigen gewählten Bezeichnung bequemer, diese Bedeutungen zu vertauschen. Dies ist erlaubt, d. h.

die ganze Flüssigkeitsbewegung kann einfach umgekehrt werden, weil wenn man in der Ω-Ebene das Coordinatensystem mit dem entgegengesetzten vertauscht, also die Bewegungsrichtung umkehrt (da wachsende Φ in abnehmende verwandelt werden) ε nichts weiter als das Vorzeichen ändert, also die Gestalt der Flüssigkeit erhalten bleibt und das ganze Bild nur um 180° gedreht wird. Da es aber auf die absolute Lage der Erscheinung nicht ankömmt, können wir diese Drehung auch ignoriren.

Die Bedingungen, um die es sich handelt, schreiben wir, indem wir alle Breiten durch $B_2 = B$ ausdrücken:

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{A_1}{B} - \frac{B_1}{B} + \frac{A_2}{B} \\ 1 &= \frac{A_1}{B}\cos\alpha_1 - \frac{B_1}{B}\cos\beta_1 + \frac{A_2}{B}\cos\alpha_2 \\ 0 &= \frac{A_1}{B}\sin\alpha_1 - \frac{B_1}{B}\sin\beta_1 + \frac{A_2}{B}\sin\alpha_2 \\ 2\pi\frac{b_2 R}{B} &= \frac{A_1}{B}\alpha_1 - \frac{B_1}{B}\beta_1 + \frac{A_2}{B}\alpha_2. \end{aligned} \qquad 23)$$

Es gibt dabei:

$$0 < \alpha_1 < \beta_1 < \alpha_2 < 2\pi.$$

Man bemerkt: Sind alle drei Richtungswinkel α_1, β_1, α_2 gegeben, so sind der Verhältnisse der Breiten A, B vollständig bestimmt.

Es wird nämlich:

$$\begin{aligned} \frac{A_1}{B} &= \frac{\sin(\alpha_2-\beta_1)-(\sin\alpha_2-\sin\beta_1)}{\Delta} \\ \frac{B_1}{B} &= \frac{\sin(\alpha_2-\alpha_1)-(\sin\alpha_2-\sin\alpha_1)}{\Delta} \\ \frac{A_2}{B} &= \frac{\sin(\beta_1-\alpha_1)-(\sin\beta_1-\sin\alpha_1)}{\Delta} \end{aligned}$$

wenn: $\Delta = \sin(\alpha_2-\beta_1) + \sin(\beta_1-\alpha_1) - \sin(\alpha_2-\alpha_1)$ ist.

Einen physikalischen Sinn geben natürlich nur die Fälle, welche die A und B sämmtlich positiv werden lassen.

Die gewöhnliche Fragestellung wird die sein, daß das Verhältniß der Breiten B_1/B der stoßenden Strahlen und ihre gegenseitige Richtung, also β_1 gegeben ist, und die Breiten A_1, A_2 und Richtungen α_1, α_2 der resultirenden Strahlen gesucht werden.

Hier reichen die drei ersten Gleichungen (23) zur Bestimmung

nicht aus, sondern es giebt unendlich viele Lösungen. Bestimmt wird das Problem erst, wenn noch eine der Größen für die resultirenden Strahlen gegeben ist, oder über $b_2 R$, d. h. über die Lage des Stoßcentrums in der Flüssigkeit verfügt ist. Im letzteren Falle werden die Gleichungen zur Bestimmung der Unbekannten transcendent. Ist im ersteren, hiernach günstigeren Falle α_1 gegeben, so wird:

$$\frac{A_1}{B} = \frac{B_1(1-\cos\beta_1)}{B_2(1-\cos\alpha_1)+B_1(1-\cos(\beta_1-\alpha_1))}$$

alles Uebrige ergiebt sich hieraus leicht.

Die Rolle, welche $b_2 R$ bei dem Problem spielt, übersieht man am deutlichsten in dem Falle gleich breiter, in entgegengesetzter Richtung zusammenstoßender Strahlen. Dann ergiebt sich wegen:

$$B_1 = B, \quad \beta_1 = \pi$$

sogleich:

$$B_1 = A_1 = A_2, \quad \alpha_2 = \pi + \alpha_1$$

und aus der vierten Formel (23) folgt:

$$\frac{Rb_2}{B}\pi = \alpha_1.$$

Es wird also $Rb_2/B = 0$ oder 1 wenn $\alpha_1 = 0$ oder π ist; im Falle, daß die Strahlen aneinander hingehen rückt also das Stoßcentrum in die Oberfläche, je mehr der Stoß central ist, um so näher liegt es der Mitte der Strahlen. Analoges gilt auch für den directen Stoß zweier ungleich breiter Strahlen.

Dies ist mit der directen Anschauung in vollkommenem Einklang. Ueberraschend ist aber, daß die Theorie auch für den schiefen Stoß in gleicher Weise eine verschiedene Lage des Stoßcentrums und demgemäß bei demselben gegenseitigen Richtungswinkel einen verschiedenen Verlauf der Erscheinung zuläßt. Man kann sich von der Nothwendigkeit dieser Thatsache Rechenschaft geben, indem man überlegt, daß wenn man ursprünglich entgegengesetzt gerichtete stoßende Strahlen um einen unendlich kleinen Winkel gegeneinander neigt, nothwendig auch nur eine unendlich kleine Aenderung der ganzen resultirenden Bewegung eintreten muß und hiernach bei verschiedenen in verschiedener Weise excentrisch stoßenden Paaren durch diese kleine Neigung nicht die gleiche Bewegung entstehen kann, sondern eine Verschiedenheit bestehen bleiben muß, wenngleich die verschiedenen Paare gleiche Breite und gleiche Richtung der stoßenden Strahlen besitzen.

Es muß also die stationäre Bewegung bei dem Zusammentreffen

mehrerer Flüssigkeitsstrahlen von den Umständen beim ersten Beginn dieser Bewegung abhängig sein. Etwas Aehnliches hat sich auch in andern Gebieten der Hydrodynamik ergeben.

Wir wollen schließlich ein einfaches Beispiel in Rücksicht auf das eben Erörterte ausführlicher behandeln.

Es sei gegeben

$$B_1 = B, \quad \beta_1 = \frac{\pi}{2}$$

d. h. der Zusammenstoß zweier gleich breiter Strahlen unter rechtem Winkel. Dann geben die 4 Bedingungen:

$$\begin{aligned} 2 &= \frac{A_1+A_2}{B} \\ 1 &= \frac{A_1\cos\alpha_1+A_2\cos\alpha_2}{B} \\ 1 &= \frac{A_1\sin\alpha_1+A_2\sin\alpha_2}{B} \\ \frac{Rb_2}{B} &= \frac{A_1\alpha_1+A_2\alpha_2}{2\pi B}-\frac{1}{4} \end{aligned} \qquad 24)$$

also:

$$\frac{A_1}{B} = \frac{1}{2-(\cos\alpha_1+\sin\alpha_1)}, \quad \operatorname{tg}\frac{\alpha_2}{2} = \frac{1-\operatorname{tg}\frac{\alpha_1}{2}}{1-3\operatorname{tg}\frac{\alpha_1}{2}}.$$

Ferner:

$$\Omega = \frac{B}{\pi R}\left\{\frac{A_1}{B}l(\zeta-Re^{-i\alpha_1})+\frac{A_2}{B}l(\zeta-Re^{-i\alpha_2})-l((\zeta-R)(\zeta+iR))\right\},$$

$$\begin{aligned} \bar{x} = +\frac{B}{2\pi}\Bigg\{&\left[\frac{A_1}{B}\cos\alpha_1 l\left(\sin^2\frac{\vartheta+\alpha_1}{2}\right)+\frac{A_2}{B}\cos\alpha_2 l\left(\sin^2\frac{\vartheta+\alpha_2}{2}\right)-l\left(\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)\right] \\ &+\left[\pm\frac{A_1}{B}\sin\alpha_1(\pi\mp(\alpha_1+\vartheta))\pm\frac{A_2}{B}\sin\alpha_2(\pi\mp(\alpha_2+\vartheta))\mp\left(\pi\mp\left(\frac{\pi}{2}+\vartheta\right)\right)\right]\Bigg\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{y} = -\frac{B}{2\pi}\Bigg\{&+\left[\frac{A_1}{B}\sin\alpha_1 l\left(\sin^2\frac{\vartheta+\alpha_1}{2}\right)+\frac{A_2}{B}\sin\alpha_2 l\left(\sin^2\frac{\vartheta+\alpha_2}{2}\right)-l\left(\sin^2\frac{\vartheta+\frac{\pi}{2}}{2}\right)\right] \\ &+\left[\mp\frac{A_1}{B}\cos\alpha_1(\pi\mp(\alpha_1+\vartheta))\mp\frac{A_2}{B}\cos\alpha_2(\pi\mp(\alpha_2+\vartheta))\pm(\pi\mp\vartheta)\right]\Bigg\}. \end{aligned} \qquad 25)$$

Das obere Zeichen gilt in den 6 Gliedern, wenn resp. $(\alpha_1+\vartheta)$, $(\alpha_2+\vartheta)$, ϑ und $(\pi/2+\vartheta)$ zwischen 0 und 2π, das untere wenn es zwischen 0

und -2π liegt. Bei einem Umlauf der Flüssigkeit in positiver Richtung nimmt ϑ von 0 bis -2π ab, die Zeichenwechsel treten also bei

$$0, \quad -\alpha_1, \quad -\frac{\pi}{2}, \quad -\alpha_2, \quad -2\pi \text{ ein.}$$

Wir wollen einige einfache Specialfälle untersuchen und durch Figuren eine ungefähre Vorstellung von dem Verlaufe der Flüssigkeitsbewegung zu geben versuchen. Nach dem Vorstehenden ist eine der beiden Größen α_1 und α_2 beliebig zu wählen. Wegen der allgemeinen Relation

$$0 < \alpha_1 < \beta_1 < \alpha_2 < \beta_2 = 2\pi$$

muß dabei aber sein:

$$0 < \alpha_1 < \frac{\pi}{2} \qquad \frac{\pi}{2} < \alpha_2 < 2\pi.$$

1) Sei zunächst: $\alpha_1 = 0$ so folgt:

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2}, \quad A_1 = A_2 = B; \quad a_1 = a_2 = \frac{B}{R}, \quad b_1 = b_2 = 0.$$

Die letzteren Werthe zeigen, daß der Streifen in der Ω-Ebene in beiden Blättern übereinanderfällt und ganz oberhalb der Φ-Axe liegt; der Verzweigungspunkt liegt auf der Begrenzung. Dieser Fall ist also nicht möglich, er giebt kein Problem des Stoßes; wir haben uns vorzustellen, daß dabei die beiden unter $\pi/2$ gegeneinander geneigten (normal zur z-Ebene gemessen unendlich dünnen) Strahlen übereinander hinwegfließen ohne sich zu treffen.

Nimmt man α_1 unendlich klein, so wird:

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2} + \alpha_1, \quad A_1 = B_2(1+\alpha_1),$$

$$A_2 = B_2(1-\alpha_1), \quad b_2 = \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4}\right)\alpha_1 B_2$$

der Verzweigungspunkt liegt also auf dem Streifen. Dieser Fall ist durch Fig. 3 angedeutet.

2) Setzt man $\alpha_2 = \pi$

so wird $\operatorname{tg}(\alpha_1/2) = \frac{1}{3}$, also α_1 nahe $0{,}2\,\pi$. Zugleich folgt:

$$A_1 = \tfrac{5}{3}B, \quad A_2 = \tfrac{1}{3}B,$$

$$a_1 = 0{,}92\frac{B}{R}, \quad a_2 = 0{,}25\frac{B}{R}, \quad b_1 = 0{,}75\frac{B}{R}, \quad b_2 = 0{,}083\frac{B}{R};$$

die letzteren Werthe sind nur angenähert. Die Gestalt des Streifens in der Ω-Ebene ist in Fig. 4 gegeben.

Was die Flüssigkeitsbewegung selbst anbetrifft so bietet der Umstand eine Schwierigkeit, daß wegen $\beta_2 = 2\pi$, $\alpha_2 = \pi$ zwei entgegengesetzte fließende Strahlen sich parallel der x-Axe in's Unendliche erstrecken. Ihre gegenseitige Lage erhellt aus der Gleichung

$$\bar{y} = -\frac{B}{2\pi}\left\{ l\left(\frac{\sin\frac{\vartheta+\alpha_1}{2}}{\sin\frac{\vartheta+\frac{\pi}{2}}{2}}\right)^2 \mp \tfrac{1}{2}(\pi \mp (\alpha_1+\vartheta)) \pm \tfrac{1}{2}(\pi \mp (\pi+\vartheta)) \pm (\pi \mp \vartheta)\right\}.$$

Hierin ist bereits benutzt, daß $\sin\alpha_1 = \frac{3}{5}$, $\cos\alpha_1 = \frac{4}{5}$ ist.

Für $\vartheta = 0$ erhält man

$$\bar{y} = +\frac{B}{2\pi}\left\{ l(5) + \frac{(\pi - 4\alpha_1)}{3} + \pi(1 \mp 1)\right\}$$

Der Strahl B liegt also im Unendlichen zwischen diesen beiden Ordinaten.

Für $\vartheta = \pi$ aber folgt:

$$\bar{y} = -\frac{B}{2\pi}\left\{ l(2) - \frac{(\pi - 4\alpha_1)}{3} + \pi(\tfrac{1}{2} \pm \tfrac{1}{2})\right\}$$

Hiernach werden die beiden parallelen Strahlen etwa so liegen wie die Figur 4 angiebt, nämlich im Unendlichen mit ihren benachbarten Grenzen um etwa $0{,}37\,B$ von einander entfernt.

3) Setzt man $\alpha_1 = \pi/4$ so resultirt:

$$\alpha_2 = \frac{5\pi}{4},\quad A_1 = \frac{B}{2-\sqrt{2}} = 1{,}71B,\quad A_2 = B\frac{3-2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = 0{,}29B,$$

$$a_1 = 0{,}855\frac{B}{R},\quad a_2 = 0{,}145\frac{B}{R},$$

$$b_1 = 0{,}855\frac{B}{R},\quad b_2 = 0{,}145\frac{B}{R}.$$

Der Streifen in der Ω-Ebene liegt, wie Fig. 5 zeigt, symmetrisch um die Φ-Axe und den Verzweigungspunkt. Die Flüssigkeitsstrahlen selbst sind in ihrer Gestalt leicht vorzustellen und ebenda angedeutet.

4) Setzt man $\alpha_2 = 3\pi/2$

so wird $\operatorname{tg}(\alpha_1/2) = \frac{1}{3}$, α_1 also nahe $0{,}3\,\pi$, ferner

$$A_1 = \tfrac{5}{3}B,\quad A_2 = \tfrac{1}{3}B,$$

$$a_1 = 0{,}75\frac{B}{R},\quad a_2 = 0{,}083\frac{B}{R},\quad b_1 = 0{,}92\frac{B}{R},\quad b_2 = 0{,}25\frac{B}{R}.$$

Der Fall ist das Gegenbild zu 2) wie die Fig. 6 weiter darlegt.

5) Setzt man endlich $\alpha_1 = \pi/2$, so erhält man den zweiten Grenzfall, welcher 1) entspricht. Es wird

$$\alpha_2 = 2\pi, \quad A_1 = A_2 = B, \quad a_1 = a_2 = 0, \quad b_1 = b_2 = \frac{B}{R}.$$

Fig. 7 giebt das zugehörige Bild.

Die singulären Stromcurven und die Stoßcentren sind nur nach Schätzung eingezeichnet. Ihre genaue Bestimmung ist schwierig. Sie werden erhalten, wenn man in der Formel (24) für Ω den imaginären Theil gleich Null setzt und die dieser Gleichung genügenden Paare ρ und ϑ in die allgemeinen Gleichungen (21) für x und y einführt. Eine Discussion der Gestalt dieser Curven dürfte ohne höchst umständliche Rechnungen selbst in den einfachsten Specialfällen nicht möglich sein.

Das Spektrum des Büschellichtes.

Von

Dr. **Edm. Hoppe**, Hamburg.

Vorgelegt von Eduard Riecke.

Das Spektrum des elektrischen Lichtes ist gleich nach der Frauenhoferschen Entdeckung untersucht und vielfach bis auf den heutigen Tag Gegenstand der Forschung gewesen. In Bezug auf das Spektrum des elektrischen Funkens kann die Arbeit von Masson[1]) als abschließend betrachtet werden, deren Resultate durch spätere Untersuchungen nur bestätigt sind und wenig erweitert. Das Büschellicht in seiner violetten Färbung ist dagegen bis heute selten Gegenstand der Untersuchung gewesen, oder wenn es geschah, waren die positiven Resultate gering. Gewöhnlich begnügte man sich das Licht im sogenannten elektrischen Ei zu untersuchen[2]) und seit der Construktion der Geißlerschen Röhren ist die spektroskopische Untersuchung der durch diese Röhren hingehenden Entladung ja ein allgemein eingeführter Versuch im physikalischen Prakticum geworden. Das Büschellicht im nicht luftverdünnten Raume ist meines Wissens nur von Dove[3]) und eingehender von A. Schimkow[4]) untersucht

1) Ann. de Chim. et de Phys. Ser. III. T. 31. p. 295.
2) van der Willigen in Pogg. Annal. Bd. 98. p. 494 u. Bd. 106. p. 610.
3) Pogg. Annal. Bd. 101. p. 292.
4) Pogg. Annal. Bd. 129. p. 508.

worden. Heutzutage, wo Lemström[1]) behauptet durch seine bekannten Versuche auf der Finnischen Polarstation durch elektrische Entladung einer Influenzmaschine das Spektrum des Nordlichtes hergestellt zu haben, muß gerade das Spektrum des gewöhnlichen Büschellichtes besonders interessieren. Dies war die Veranlassung, daß ich mich der Untersuchung zuwandte.

Zunächst untersuchte ich das Funkenspektrum und das der Geißlerschen Luftröhre, ohne etwas neues dabei gefunden zu haben. Als ich jedoch die Geißlersche Röhre mit dem Elektroden einer Holzschen Influenzmaschine verband, zeigte sich eine wesentliche Modifikation, je nachdem beide Platinösen mit den beiden Elektroden verbunden waren, oder nur eine. Es tritt nämlich im ersten Falle das bekannte Luftspektrum ein in derselben Weise wie bei Anwendung eines Ruhmkorff'schen Induktors, verbindet man dagegen nur eine Platinspitze mit der + Elektrode, während die negative Elektrode zur Erde abgeleitet ist, so erfolgt an der Platinspitze ein ganz schwaches Glimmlicht und das violette Licht verschwindet fast vollständig, sodaß ein Spektrum nicht wahrgenommen werden kann. Verbindet man dagegen die Platinspitze mit der negativen Elektrode, während die positive zur Erde abgeleitet ist, und läßt die andere Platinspitze unabgeleitet in die Luft ragen, so erfolgt ein in schneller Reihenfolge sich wiederholendes Aufleuchten in der Röhre und dies ist stark genug um mit einem gewöhnlichen Spektroskop untersucht zu werden. Selbstverständlich sind die Verstärkungsflaschen von der Maschine entfernt, wie bei allen folgenden Untersuchungen. Ist die Maschine nicht stark genug erregt um dies Aufleuchten zu bewirken, so genügt zur Hervorbringung dieses Aufleuchtens, daß man dem nicht abgeleiteten Platinende auf eine Distanz bis zu 2 cm einen Conduktor (etwa den angefeuchteten Finger) nähert. Das Spektroskop war ein gewöhnliches mit einem Flintglasprisma von 60°, die Kirchhoffsche Skala durfte zur Bestimmung der bei diesem Aufleuchten sichtbaren Linien nur äußerst schwach beleuchtet werden. Die Untersuchung selbst fand im völlig dunkeln Zimmer statt, auch die zur Skalenbeleuchtung nothwendige Gasflamme war mit einem langen Eisencylinder umgeben, der nur eine kleine Oeffnung hatte, welche hinreichte die Skala zu beleuchten, während alles andere Licht gänzlich abgeblendet war. Diese Vorrichtung ist nothwendig um das Auge für die schwachen Linien empfindlich genug zu machen, um ihre Lage scharf bestimmen zu können. Während nun beim gewöhnlichen Leuchten der Röhre eine ganze Reihe von Linien sichtbar sind, ist bei diesem Aufleuchten nur

1) Nature. 19. Febr. 1885. p. 372. u. Compt. rend. Bd. 99. p. 91.

möglich 3 Linien von dem dunkeln Hintergrunde zu unterscheiden und das auffallende dabei ist, daß es nicht Linien sind, welche in dem gewöhnlichen Spektrum sich durch besondere Helligkeit auszeichnen, sondern es sind Linien die freilich im Spektrum immer vorhanden sind, jedoch schwächer wie die hellen Linien im Roth und Gelb. Die Wellenlänge dieser 3 Linien bestimmt sich als Mittel aus je 4 Bestimmungen zu:

1) 0,0005581 mm 2) 0,0005282 mm 3) 0,0004876 mm

Diese 3 Linien waren im violetten Theil der Luftröhre allein sichtbar, während in dem kurzen rothen Licht die gewöhnliche große Anzahl Linien sichtbar waren, diese 3 aber so schwach, daß ich sie nur mit Mühe wieder auf der Skala auffinden konnte. Der Spalt war so weit geöffnet, daß die Natronlinien (Kirchhoff 1002,8 und 1006,8) eben noch als 2 Linien gesehen werden konnten, dabei erschienen alle 3 Linien scharf begrenzt. Auch bei größerer Spaltöffnung erschienen keine neuen Linien, nur glaube ich jenseits der dritten Linie schwache Spuren eines Bandes gesehen zu haben, im rothen und gelben Theil des Spektrums vor der Linie 1) war aber nichts zu sehen. Linie 2) war die hellste und ließ eine blasgrünliche Färbung wohl erkennen, während bei 1) und 3) eine Färbung nicht gut angebbar war.

Ich ging nun dazu über das Spektrum des Büschellichtes zu untersuchen. Schimkow[1]) hat diese Untersuchung in der Weise gemacht, daß er das Spektroskop richtete auf den Raum zwischen den Elektroden der Maschine selbst und hat hierbei versucht die Linien zu orientieren nach den bei Funkenentladung beobachteten. Abgesehen davon, daß diese Orientierung eine wenig zuverlässige ist, da die Helligkeitsgrade des Funkenspektrums und dieses Büschelspektrums so sehr verschieden sind, daß unmittelbar nach einer Funkenentladung es ganz unmöglich ist, die Linien des Büschels zu sehen, ist noch ein anderes Bedenken, welches es mir wünschenswerth machte diese Anordnung nicht zu wählen. Schimkow giebt selbst an, daß die bei violettem Lichtbüschel auftretenden Linien verschieden sind von den bei röthlichen Funken sich zeigenden Linien, nun ist aber zwischen den Elektroden ein ruhiges violettes Licht nicht zu erhalten, sondern dasselbe ist selbst bei größtmöglicher Distanz von röthlichen Linien durchzogen, welche also das Spektrum stören. Daher erzeugte ich das Büschellicht durch eine besondere Vorrichtung.

Ein dünnes Messingdrahtnetz rollte ich auf und zog die heraus-

1) l. c. p. 512.

ragenden Drahtenden aus, sodaß ein Drahtbesen von 1 cm Durchmesser und 0,4 cm Höhe gebildet wurde. Diesen befestigte ich auf einer vertikal verschiebbaren Hartgummistange und stellte die Vorrichtung so ein, daß die Enden des Drahtes mit dem unteren Spaltende in einer Horizontalebene lagen in einer Distanz von etwa 4 cm vom Spalt des Spektroskops. Dies Netz wurde durch einen glatten Kupferdraht mit der negativen Elektrode der doppeltwirkenden Holzschen Maschine verbunden, während die positive abgeleitet wurde zur Erde. Sobald die Maschine in Thätigkeit gesetzt wird, erscheint über dem Drahtbesen ein intensives violettes Licht bis zur Höhe von 3 cm, während die Drahtspitzen wie roth glühende Punkte aussehen. Dies violette Licht untersuchte ich mit dem Spektroskop. Es muß, wenn einige Aussicht auf Erfolg geboten werden soll, die Untersuchung in einem völlig finstern Zimmer vorgenommen werden und das Auge muß längere Zeit in solchem Dunkel verweilen, ehe es empfindlich genug ist, überhaupt etwas zu sehen. Nach einiger Zeit erscheinen dann eine Anzahl Linien. Ich versuchte diese zuerst mit einem vorzüglichen Prisma à vision directe, welches der deutschen Polarexpedition mitgegeben war, zu bestimmen. Die Linien waren so schwach, daß es nicht möglich war mit Hülfe der Beleuchtungsvorrichtung die Lage zu bestimmen. Dies Spektroskop hat aber eine besonders brauchbare Einrichtung für solche Untersuchungen. An Stelle des Fadenkreuzes nämlich ist ein phosphorescierendes spitzes rechtwinkliges Dreieck in das Ocular gebracht, sodaß man mit Hilfe dieses mattleuchtenden Dreiecks auf die Linien einstellen kann. Trotzdem gelang es mir nur zwei Linien damit zu bestimmen, die eine nach Kirchhoffscher Skala zwischen 1235 und 1240, die zweite auf etwa 1936, doch waren die Bestimmungen nicht scharf genug, da die Linien nur sichtbar wurden bei recht weitem Spalt. Ich kehrte daher zu meinem gewöhnlichen Spektrometer zurück mit dem einen Prisma. Dies lieferte in der That die Linien in größerer Zahl und Schärfe, da ich hier mit ziemlich engem Spalt beobachten konnte Schwierigkeit machte zunächst die Beleuchtungsvorrichtung für die Skala, allein nach einiger Zeit gewöhnte sich das Auge so an die Dunkelheit, daß die Skala bei ganz matter Beleuchtung doch scharf sichtbar blieb. Jetzt bestimmte ich die Linien auf der Skala und berechnete ihre Wellenlänge durch Interpolation mit Hülfe der Kirchhoffschen Festsetzung für die *D*- *E*- und *F*-Linie. Ich bemerke, daß die beifolgenden Zahlen die Restultate aus je 2 Ablesungen sind. Ich gebe die Beobachtungen von zwei verschiedenen Tagen, λ ist in 0,0001 mm ausgedrückt.

		λ	λ
Spalt recht eng:	1)	5,3734	5,3721
	2)	5,1850	5,1574
	3)	5,1382	—
	4)	5,0073	5,0074
	5)	4,8444	4,8441
	6)	4,7554	4,7499
Spalt erweitert:	7)	5,385	—
	8)	5,4992	—
Spalt ganz weit:	9)	5,5562	5,5534
Spalt mittlerer Weite:	(10)	—	5,2942
	11)	—	5,1741
	12)	—	5,1034
	13)	—	5,533
	14)	5,571	5,569
	15)	—	5,6362

Die unterstrichenen Wellenlängen sind für die hellsten Linien gültig, doch war keine Linie mit bestimmter Färbung zu erkennen, nur wenn die Skala nicht beleuchtet war, erschien Linie 1) und 14) grüngelb. Die Linie 15) war sehr lichtschwach und nur an einem Tage, wo die Feuchtigkeitsverhältnisse der Luft für die Thätigkeit der Maschine sehr günstig waren, bemerkbar. Die Messung ist nur für die unterstrichenen Linien so genau, wie sie sonst bei Spektrallinien möglich, während die andern weniger sicher bestimmbar waren. Ich bemerke ferner, daß das Büschellicht am gleichmäßigsten wird, wenn man über den Drahtbesen etwa in 3 cm Höhe einen Conduktor hält, am besten gelingt es mit dem angefeuchteten Finger. Man kann dann zur Controlle, ob während der Dauer der Versuche die Stellung des Apparates sich nicht geändert hat, auch mit Nutzen einmal einen schwachen Funken durch Annäherung des Fingers an den Draht vor dem Spalt erzeugen und hat dann das bekannte Funkenspektrum. Stellt man den Drahtbesen so ein, daß die leuchtenden Spitzen desselben auch im Gesichtsfeld erscheinen, so hat man die Controlle direkt, indem dann die zahlreichen Linien dieses Lichtes gleichmäßig an der oberen Seite des Gesichtsfeldes sichtbar sind, während die oben gemessenen Linien auf der Skala erscheinen. Die ganze Untersuchung erfordert aber eine große Geduld, da sehr oft die Maschine trotz sorgfältiger Erwärmung das violette Licht zu wenig intensiv giebt.

Ich habe dann statt mit dem Drahtbesen denselben Versuch mit einem kleinen feuchten Schwamme angestellt, doch ergab sich hier nicht die erhoffte Lichtstärke. Ueberzog ich dagegen den Schwamm mit einem weichen Stück Löschblatt, so erschien dieselbe Lichtstärke, der Schein aber wurde bedeutend höher und die Färbung eine mehr gelbliche, auch waren die Linien 5) und 6) dann nicht mehr sichtbar, während 9), 13), 14) und 15) besser einstellbar wurden. Wesentlich blieb die Gruppierung der Linien aber dieselbe.

Vergleicht man obige Linien mit den Spektrallinien des Nordlichtes, so ist bei letzteren die Unsicherheit in den Messungen sehr zu bedauern. Die charakteristische Linie des Nordlichtes ist von

Vogel an zwei aufeinanderfolgenden Tagen gemessen zu $\lambda = 5{,}572$; 5,574; 5,576 und 5,569[1]). Nordenskiöld[2]) giebt sie mit einer Wellenlänge 5,563, Angström[3]) mit 5,567 an. Es stimmt mit dieser die Linie 14) obigen Spektrums. Von den übrigen Linien der Vogelschen Messungen finde ich Uebereinstimmung zwischen der Nordlichtlinie 5,189 und Linie 2) oben, desgleichen 5,39 mit 1) oben und 5,004 mit 4) oben. Die übrigen Linien dagegen scheinen mehr oder weniger zu differieren, wenn deren Bestimmung überhaupt mit Genauigkeit erfolgen kann. Jedenfalls habe ich niemals im Spektrum dieses Büschellichtes eine Linie bemerken können von einer Wellenlänge 6,297, wie Vogel sie im Nordlichte bestimmte (die Zöllnersche rothe Linie), überhaupt war bei völlig unbeleuchteter Skala selbst nach mehrstündigem Aufenthalt im dunkeln Zimmer kein Licht vor der *D*-Linie zu sehen.

Daß jedoch die Uebereinstimmung dieser Nordlichtlinien mit den Linien des Büschellichtes eine rein zufällige sein sollte, wie Angström[4]) meint, scheint mir nicht glaubhaft. Denn das Nordlicht ist nicht nur in so hohen Luftschichten zu finden, daß die Verhältnisse dort ganz andere wären wie in dem Experimentierzimmer, nur die Temperatur ist eine andere. Schon Biot[5]) und Bergmann haben Nordlichter in niederen Höhen beobachtet, und auf mehreren Stationen der jüngsten Polarexpeditionen ist dies bestätigt, sodaß ich glaube, jene Uebereinstimmung ist in der elektrischen Natur des Nordlichtes begründet.

1) Pogg. Annal. 146. p. 569.
2) Die wissenschaftlichen Ergebnisse der Vega-Expedition I. p. 260.
3) Recherches sur le Spectre solaire p. 42.
4) Pogg. Annal. Jubelband p. 424.
5) Biot, Lehrbuch der Expm.-Phys. deutsch von Fechner. 1829. IV. p. 122 ff.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

März, April 1885.

(Fortsetzung).

Records of the geological survey of India. Vol. XVIII. P. 1.
Atti della r. accademia delle scienze di Torino. Vol. XX. Disp. 2.
Bulletin de l'académie roy. des sciences etc. de Belgique. 3e sér. T. IX. No. 2.
Johns Hopkins university circulars. Vol. IV. Nr. 37. 38.

Dr. Loewenberg, die Natur und Behandlung der Ozoena. S.-A aus der deutschen med. Wochenschrift.
Ders., eine neue Methode, die Wirkung des Politzer'schen Verfahrens auf ein Ohr zu localisiren. S.-A. ebendaher.
L. Kronecker, die Subterminanten symmetr. Systeme. Zur Theorie der ellipt. Functionen. Ueber den 3. Gauss'schen Beweis des Reciprocitätsgesetzes etc. Die Periodensysteme von Functionen reeller Variabeln. S.-A. der Berliner Sitzungsberichte.
Ders., Näherungsweise ganzzahlige Auflösung linearer Gleichungen. Ebendah.
Ders., Addition au mémoire sur les unités complexes. S.-A. aus Comptes rendus.
Atti della r. accademia dei Lincei. Rendiconti. Vol. I. Fasc. 7.
Geologische Karte von Ungarn. Bd. Zone XVIII. Col. XXIX u. Erläuterung.
Beiträge zur Kenntniss der Flora der Vorwelt. Bd. II, herausg. von der k. k. geologischen Reichsanstalt. Bd. XI. Abth. 1.
Commentaria in Aristotelem graeca edita consilio et autoritate academiae literarum reg. boruss. Vol. XVIII. P. 3.
Supplementum Aristotelicum. Vol. I. P. 1.
Mémoires de l'académie impér. des sciences de St. Petersbourg. 7e sér. T. XXXII. Nr. 13.
Annalen des physicalischen Central-Observatoriums in St. Petersbourg. Jahrg. 1883. Thl. 1. 2.
Sitzungsberichte der k. preuss. Akademie der Wissenschaften 1884. XL—LIV.
Sitzungsberichte der mathematisch-physicalischen Classe der k. bair. Academie der Wissensch. 1884. Hft. 4.
Zeitschrift für Naturwissenschaften des naturwissenschaftl. Vereins für Sachsen und Thüringen. Bd. III. Hft. 6.
Archives neerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. XIX. Livr. 4 (in duplo.)
Bijdragen tot de Taal- Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-India. Deel X. St. 2.
Handelingen en mededcelingen van de maatschappij der nederlandsche letterkunde en Leiden 1884.
Levensberichten der afgestorvene medeleden van de maatschappij der nederlandsche Letterkunde. Bijlage tot de handelingen v. 1884.
Annales de l'école polytecnique de Delft. Livr. 2.
Bulletin de la societé impériale des naturalistes de Moskou. Année 1884. Nr. 2.
Mittheilungen aus dem Jahrbuche der k. ungarischen geologischen Anstalt. Bd. VII. Heft 4
Atti della società toscana di scienze naturali. Memorie. Vol. IV. Fasc. 3.
P. Willems, Le sénat de la republique romaine. Appendice du tome I et registres. Louvain 1885. 8.
Verslagen en mededeelingen der koninklijke akademie van wetenschappen. Afd. natuurkunde. IIe reeks. Deel XIX und XX.
Naam- en Zaakregister op de verslagen en mededeelingen der k. akademie van wetenschappen. Afd. natuurkunde. IIe reeks. Deel I.
Verslagen en mededeelingen der k. akademie van wetenschappen. Afd. letterkunde. IIIe reeks. Deel I.
Jaarboek van de k. akademie van wetenschappen bevestigt te Amsterdam voor 1883.
Processen-verbaal van de gewone vergateringen der k. akademie van wetenschappen. Afd. natuurkunde. Mei 1883 — Maart 1884.
Petri Esseiva Juditha praemio aureo ornata in certamine poetico Hoeufftiano. Amstelodami 1884.
Ungarische Revue 1885. Heft 4.
54. 55. Jahresbericht des Vogtländischen Altertumsforschenden Vereins zu Hohenleuben und 6. u. 7. Jahresbericht des Geschichts- und Altertumsforschenden Vereins zu Schleiz.
Monthly notices of the royal astronomical society. Vol. XLV. Nr. 5.
Verhandlungen des naturforschenden Vereins in Brünn. Bd. XXII. Heft 1. 2. (In duplo.)

Bericht der meteorologischen Commission des naturforschenden Vereines in Brünn über die Ergebnisse d. meteorologischen Beobachtungen im Jahre 1882 (In duplo.)
Bulletin of the american geographical society. 1884. Nr. 4.
Irmischia. Jahrg. IV. Nr. 12. Tit. Jahrg. V. Nr. 1.
Johns Hopkins university circulars. Vol. IV. Nr. 34. 35. Tit.
Proceedings of the canadian institute. Toronto. 3d ser. Vol. III. Fasc. 1.
Bulletin of the california academy of sciences. Nr. 2. 3.
Boletin de la academia nacional de ciencias. Tomo VIII. Entr. 1a.
Atti della r. accademia dei Lincei. 4a ser. Rendiconti. Vol. I. Fasc. VIII.
Proceedings of the London mathematical society. Nos. 235. 236.
Zeitschrift der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie. Bd. XX. April
Proceedings of the academy of natural sciences of Philadelphia. 1884. Part. II Nov. Dec.
Journal of the royal microscopical society. Vol. V. Part. 2.
Atti della r. accademia delle scienze di Torino. Vol. XX. Disp. 1. 3.
Memorie della reale accademia delle scienze di Torino. Ser. II. Tome XXXV
Anales estadistigos de la republica de Guatemala. 1883. Tomo II.
American journal of mathematics. Vol. VII. Nr. 3.
Den Norske Nordhavs-Expedition 1876–1878. XII. XIII. Zoologi.
Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe d k. b. Akademie der Wissenschaften zu München. 1884. Heft 5 und 6.
Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Bd. II.
Algumas Fumigações á Carga do vapor allemão »rosario«. Lisboa 1885.
Mittheilungen aus dem naturwissenschaftlichen Vereine von Neu-Vorpomme und Rügen. Jahrg. XVI.
Guido Hauck, die Grenzen zwischen Malerei und Plastik und die Gesetze d Reliefs. Rede zum Geburtstage des Kaisers in der k. technischen Hochschu zu Berlin 1885.
Verhandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. Bd. XXXI
Verhandlungen des Vereins für naturwissenschaftliche Unterhaltung zu Hambur Bd. V.
Jahrbücher der k. Akademie gemeinnütziger Wissenschaften zu Erfurt. N. Heft XIII.
Charles E. Putnam, Elephant Pipes in the museum of the academy of n tural sciences. Davenport, Jowa.
S. de Wroblewski, Comment l'air a été liquéfié. Paris 1885.
F. von Maasburg, die Organisirung der böhmischen Halsgerichte im Jah 1765. Prag 1884.
Ders., die Galeerenstrafe in den deutschen und böhmischen Erbländern Oeste reichs. Wien 1885.
Bulletin de la société mathém. de France. T. XIII. 1. 2.
Wroblewski, sur les phénomènes que présentent les gaz permanents en porés. dans le vide. S.-A d. Comptes rendus de l'ac. d. sc.

Mai 1885.

Meddelanden af Societas pro fauna et flora feunica. Elfte Häftet. Helsingfo 1885. 8.
Bulletin de l'Acad. roy. des sciences des lettres et des beaux-arts de Belgiqu 54 An. 3. sér. t. 9. Nr. 3.
Atti della R. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XX. Disp. 4a.
Nature Nr. 809.
Atti della r. Accademia dei Lincei. Ser. 4. Rendiconti. Vol. I. Fasc. 9.

(Fortsetzung folgt).

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Teiles derjenigen Ebene existiren, deren Punkte die verschiedenen Werte der unabhängigen Veränderlichen geometrisch darstellen, und über die Begrenzung dieses Teiles hinaus eine analytische Fortsetzung nicht gestatten.

Es möge angenommen werden, die zu betrachtenden Functionen der unabhängigen Veränderlichen τ seien für alle diejenigen Werte dieser letzteren erklärt, welche eine positive zweite Coordinate besitzen. Das hierdurch charakterisirte Gebiet der Variabeln τ möge kurz als die »positive Halbebene« bezeichnet werden, und es sei ausdrücklich zugelassen, daß die Axe des Reellen für die Veränderlichkeit des Argumentes τ eine natürliche Grenze bilden darf. Dann gelten folgende Sätze:

1. Jede eindeutige Function von τ, welche im Innern der positiven Halbebene überall den Charakter einer ganzen Function besitzt, kann dargestellt werden in Gestalt eines Productes, dessen Factoren sämmtlich die Form haben

$$(k\tau + l) \cdot e^{g(\tau)},$$

wo k, l Constante bedeuten und $g(\tau)$ eine eindeutige Function von τ bezeichnet, welche im Innern der positiven Halbebene überall den Charakter einer ganzen Function besitzt.

2. Jede eindeutige Function von τ, welche im Innern der positiven Halbebene überall den Charakter einer rationalen Function besitzt, kann als Quotient zweier Producte von der eben angegebenen Beschaffenheit dargestellt werden.

Schließt man den Fall aus, daß die betrachtete Function im Innern der positiven Halbebene Null- und Unendlichkeits-Stellen entweder gar nicht, oder nur in endlicher Anzahl besitzt, so darf man annehmen, daß jede der Constanten k den Wert 1 habe. Unter dieser Voraussetzung sind bei den erwähnten Darstellungen die linearen Bestandteile $(k\tau + l)$ der vorkommenden Factoren durch die Null- und Unendlichkeits-Stellen der darzustellenden Function völlig bestimmt, wogegen die zu jenen linearen Functionen hinzutretenden Zusatzfactoren $e^{g(\tau)}$ jedesmal in der manchfaltigsten Weise abgeändert werden können.

Will man für eine irgendwie gegebene eindeutige Function von τ, welche in der positiven Halbebene überall den Charakter einer rationalen Function besitzt, die eben beschriebene Darstellung wirklich ausführen, so hat man zwei Aufgaben zu lösen: Man muß erstens

die Null- und Unendlichkeits-Stellen der gegebenen Function ermitteln und zweitens wenigstens ein System der Zusatzfactoren $e^{g(\tau)}$ bestimmen. Bei manchen elliptischen Modulfunctionen ist nun die Verteilung der Null- und Unendlichkeits-Stellen im Innern der positiven Halbebene bekannt, so daß man die linearen Bestandteile der Factoren, welche bei der erwähnten Darstellung dieser Functionen durch unendliche Producte auftreten, ohne Weiteres angeben kann. Aber die Bestimmung der hinzuzufügenden, die Convergenz bewirkenden Zusatzfactoren $e^{g(\tau)}$ ist für Functionen dieser Art meines Wissens bis jetzt noch in keinem einzigen speciellen Falle ausgeführt worden.

Deswegen ist es vielleicht nicht ohne Interesse, einige hierher gehörende Resultate mitzuteilen, deren Beweis auf Sätzen beruht, welche Herr Poincaré in seiner Abhandlung »Mémoire sur les fonctions Fuchsiennes« [1]) entwickelt hat.

I.

Man betrachte den Modul k der Jacobischen elliptischen Functionen als eine Function des Periodenverhältnisses τ und setze

$$k^2 = \theta(\tau).$$

Ferner bezeichne man je zwei Werte der Größe τ als aequivalent, sobald der eine von ihnen aus dem anderen durch eine derjenigen linearen Substitutionen hervorgeht, welche die Function $\theta(\tau)$ ungeändert lassen, und verstehe unter ρ, σ irgend zwei im Innern der positiven Halbebene liegende nicht aequivalente specielle Werte von τ.

Dann kann man die Aufgabe stellen, die Function

$$\frac{\theta(\tau)-\theta(\rho)}{\theta(\tau)-\theta(\sigma)},$$

welche an der Stelle $\tau = \rho$ und jeder aequivalenten Stelle von der ersten Ordnung unendlich klein und an der Stelle σ und jeder aequivalenten Stelle von der ersten Ordnung unendlich gross wird, in der in der Einleitung angegebenen Form des Quotienten zweier Producte darzustellen.

Diese Aufgabe hat folgende Lösung:

Man setze zur Abkürzung

$$\frac{(\tau+i)^6\cdot\left[\frac{d\theta(\tau)}{d\tau}\right]^3}{[\theta(\tau)]^3\cdot[\theta(\tau)-1]^3} = U(\tau)$$

1) Acta Mathematica, Bd. I, S. 193—294.

und bezeichne durch

$$\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3 \ldots \text{ und } \sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \ldots$$

der Reihe nach die sämmtlichen Werte, welche dem Werte ρ, bezw. dem Werte σ aequivalent sind, wobei ρ_0 und σ_0 beziehentlich mit ρ und σ selbst übereinstimmen mögen. Dann besteht zunächst die Gleichung

$$\text{(1.)} \qquad \frac{d}{d\tau}\log\frac{\theta(\tau)-\theta(\rho)}{\theta(\tau)-\theta(\sigma)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{\tau-\rho_\lambda}+\frac{U(\tau)-U(\rho_\lambda)}{U(\rho_\lambda)\cdot(\tau-\rho_\lambda)}\right\}-\sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{\tau-\sigma_\lambda}+\frac{U(\tau)-U(\sigma_\lambda)}{U(\sigma_\lambda)\cdot(\tau-\sigma_\lambda)}\right\}.$$

Hier ist jede der beiden rechts vorkommenden unendlichen Reihen unbedingt convergent, und zwar nicht nur so lange τ im Innern der positiven Halbebene liegt, sondern auch dann noch, wenn τ mit irgend einem reellen rationalen Werte zusammenfällt.

Die zu den rationalen Functionen $\frac{1}{\tau-\rho_\lambda}$ und $\frac{1}{\tau-\sigma_\lambda}$ hinzutretenden, die Convergenz bewirkenden transcendenten Functionen

$$\frac{U(\tau)-U(\rho_\lambda)}{U(\rho_\lambda)\cdot(\tau-\rho_\lambda)} \quad \text{und} \quad \frac{U(\tau)-U(\sigma_\lambda)}{U(\sigma_\lambda)\cdot(\tau-\sigma_\lambda)}$$

haben sämmtlich im Innern der positiven Halbebene überall den Character ganzer Functionen. Daher wird durch Gleichung (1.) die Auflösung der Größe

$$\frac{d}{d\tau}\log\frac{\theta(\tau)-\theta(\rho)}{\theta(\tau)-\theta(\sigma)}$$

in eine convergente unendliche Reihe geleistet, von deren Gliedern jedes im Innern der positiven Halbebene nur an einer einzigen Stelle unendlich wird.

Aus (1.) folgt durch Integration zwischen den Grenzen 1 und τ und Uebergang von den Logarithmen zu den Zahlen

$$\text{(2.)} \qquad \frac{\theta(\tau)-\theta(\rho)}{\theta(\tau)-\theta(\sigma)} = \frac{\prod_{\lambda=0}^{\infty}\frac{\tau-\rho_\lambda}{1-\rho_\lambda}\cdot e^{\frac{1}{U(\rho_\lambda)}\cdot\int_1^\tau\frac{U(\tau)-U(\rho_\lambda)}{\tau-\rho_\lambda}d\tau}}{\prod_{\lambda=0}^{\infty}\frac{\tau-\sigma_\lambda}{1-\sigma_\lambda}\cdot e^{\frac{1}{U(\sigma_\lambda)}\cdot\int_1^\tau\frac{U(\tau)-U(\sigma_\lambda)}{\tau-\sigma_\lambda}d\tau}}.$$

Hier verhalten sich die rechts auftretenden Exponenten im In-

nern der positiven Halbebene überall regulär, so daß der gefundene Ausdruck in der That die verlangte Form besitzt.

Aehnliche Formeln können auch für den Zähler $\theta(\tau) - \theta(\rho)$ des eben betrachteten Bruches allein hergestellt werden, doch fallen dieselben complicirter aus. Versteht man nämlich jetzt unter σ eine Hülfsgröße, welche im Innern der positiven Halbebene willkürlich angenommen werden darf, jedoch so, daß sie der Größe ρ nicht aequivalent ist, und fügt man zu den bisherigen Bezeichnungen, welche sämmtlich beibehalten werden mögen, noch die neue hinzu

$$U(\tau) \cdot \frac{\theta(\tau) - \theta(\sigma)}{\theta(\rho) - \theta(\sigma)} = U_1(\tau),$$

so besteht die Gleichung

(3.)
$$\frac{d \log [\theta(\tau) - \theta(\rho)]}{d\tau}$$
$$= \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\tau - \rho_\lambda} + \frac{U_1(\tau) - U_1(\rho_\lambda)}{U_1(\rho_\lambda) \cdot (\tau - \rho_\lambda)} - \frac{\theta(\tau) - \theta(\sigma)}{\tau - \sigma_\lambda} \cdot \frac{U(\tau)}{[\theta(\rho) - \theta(\sigma)] \cdot U(\sigma_\lambda)} \right\}.$$

Hier ist die rechts stehende Reihe convergent, so lange τ im Innern der positiven Halbebene liegt. Die beiden Functionen welche in dem allgemeinen Gliede der Reihe zu der rationalen Function $\frac{1}{\tau - \rho_\lambda}$ hinzutreten, haben für jeden Wert von λ im Innern der positiven Halbebene überall den Charakter ganzer Functionen.

Bezeichnet man nun durch τ_0 irgend einen speciellen Wert von τ, für welchen die Function $\theta(\tau) - \theta(\rho)$ weder gleich Null, noch unendlich wird, so kann man aus Gleichung (3.) ähnlich wie oben eine Darstellung der Function

$$\frac{\theta(\tau) - \theta(\rho)}{\theta(\tau_0) - \theta(\rho)}$$

durch ein unendliches Product ableiten, welche indessen hier nicht angegeben werden soll.

II.

Aehnliche Sätze, wie diejenigen, welche im Vorhergehenden in Bezug auf die Function $k^2 = \theta(\tau)$ aufgestellt wurden, gelten von der sogenannten absoluten Invariante der elliptischen Functionen

$$j(\tau) = \frac{g_2^3}{g_2^3 - 27 g_3^2}.$$

Man nenne jetzt zwei Werte der Veränderlichen τ aequivalent,

sobald die Function $j(\tau)$ für beide den nämlichen Wert erlangt. Ferner bezeichne man wie vorher durch ρ und σ irgend zwei im Innern der positiven Halbebene liegende nicht aequivalente specielle Werte der Variabeln τ und durch

$$\rho_0, \rho_1, \rho_2, \ldots \text{ und } \sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \ldots \quad (\rho_0 = \rho, \sigma_0 = \sigma)$$

der Reihe nach die sämmtlichen Größen, welche der Größe ρ, bezw. der Größe σ aequivalent sind. Endlich setze man zur Abkürzung

$$\frac{(\tau+i)^{11} \cdot \left[\frac{dj(\tau)}{d\tau}\right]^6}{[j(\tau)-1]^3 \cdot [j(\tau)]^4} = V(\tau).$$

Dann besteht die Gleichung

$$\frac{d}{d\tau} \log \frac{j(\tau)-j(\rho)}{j(\tau)-j(\sigma)}$$

$$(4.) \quad = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\tau-\rho_\lambda} + \frac{V(\tau)-V(\rho_\lambda)}{V(\rho_\lambda)\cdot(\tau-\rho_\lambda)} \right\} - \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\tau-\sigma_\lambda} + \frac{V(\tau)-V(\sigma_\lambda)}{V(\sigma_\lambda)\cdot(\tau-\sigma_\lambda)} \right\},$$

und hieraus folgt durch Integration zwischen den Grenzen 0 und τ und Uebergang von den Logarithmen zu den Zahlen

$$(5.) \quad \frac{j(\tau)-j(\rho)}{j(\tau)-j(\sigma)} = \frac{\prod_{\lambda=0}^{\infty} \left(1-\frac{\tau}{\rho_\lambda}\right) e^{\frac{1}{V(\rho_\lambda)} \cdot \int_0^\tau \frac{V(\tau)-V(\rho_\lambda)}{\tau-\rho_\lambda} d\tau}}{\prod_{\lambda=0}^{\infty} \left(1-\frac{\tau}{\sigma_\lambda}\right) e^{\frac{1}{V(\sigma_\lambda)} \cdot \int_0^\tau \frac{V(\tau)-V(\sigma_\lambda)}{\tau-\sigma_\lambda} d\tau}}.$$

Die hier vorkommenden unendlichen Reihen und Producte sind sämmtlich unbedingt convergent, und zwar sowohl, wenn τ im Innern der positiven Halbebene liegt, als auch dann noch, wenn τ mit einem reellen rationalen Werte zusammenfällt. Die Functionen

$$\frac{V(\tau)-V(\rho_\lambda)}{V(\rho_\lambda)\cdot(\tau-\rho_\lambda)} \quad \text{und} \quad \frac{V(\tau)-V(\sigma_\lambda)}{V(\sigma_\lambda)\cdot(\tau-\sigma_\lambda)}$$

und deren Integrale verhalten sich im Innern der positiven Halbebene überall regulär. Jeder Factor der beiden vorkommenden Producte ist daher eine eindeutige Function von τ und hat die Eigenschaft, im Innern der positiven Halbebene nur an einer einzigen Stelle zu verschwinden.

Endlich kann eine Gleichung aufgestellt werden, welche der Gleichung (3.) analog ist, und das System der Formeln (4.) und (5.) vervollständigt. Setzt man nämlich

$$V(\tau) \cdot \frac{j(\tau) - j(\sigma)}{j(\rho) - j(\sigma)} = V_1(\tau),$$

so erhält man

$$\frac{d}{d\tau} \log [j(\tau) - j(\rho)]$$

(6.)

$$= \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\tau - \rho_\lambda} + \frac{V_1(\tau) - V_1(\rho_\lambda)}{V_1(\rho_\lambda) \cdot (\tau - \rho_\lambda)} - \frac{j(\tau) - j(\sigma)}{\tau - \sigma_\lambda} \cdot \frac{V(\tau)}{[j(\rho) - j(\sigma)] \cdot V(\sigma_\lambda)} \right\}$$

Diese Gleichung gilt, solange τ im Innern der positiven Halbebene liegt. Die Größe σ ist hier wieder als eine Hülfsgröße anzusehen, welche der Größe ρ nicht aequivalent sein darf, aber sonst im Innern der positiven Halbebene willkürlich angenommen werden kann.

Die Betrachtungen, auf welchen die hier angegebenen Resultate beruhen, können auf allgemeinere eindeutige Functionen mit linearen Transformationen in sich ausgedehnt werden.

Kritische Bemerkungen zu Pausanias' Beschreibung der Akropolis von Athen.

Nebst zwei archäologischen Excursen.

Von

Friedrich Wieseler.

Es war mir überraschend, als ich bei genauerer Prüfung des betreffenden Abschnittes von Pausanias' Beschreibung Griechenlands zu der Ueberzeugung gelangte, daß selbst in ihm, trotzdem daß er in neuerer Zeit von kundigen Gelehrten besonders eindringlich behandelt ist, noch zahlreiche nicht genügend erkannte und verbesserte Textesfehler stecken. Die im Folgenden behandelten Stellen sind nur ein Theil von denen, welche ich nebst Anderen für verderbt halte. Täusche ich mich nicht, so beruhen besonders viele Fehler auf Auslassungen von einzelnen Buchstaben, Worten, ja selbst ganzen Sätzen. Durch den Erweis dieses Umstandes kann selbst die in neuerer Zeit besonders angefochtene Zuverlässigkeit des Schriftstellers unter Umständen in ein besseres Licht gestellt werden.

I.

I, 22, 5, S. 3, Z. 8 fg. giebt der Jahn-Michaelis'sche Text: *ἀνήγειο μὲν γὰρ ἡ ναῦς μέλασιν ἱστίοις ἢ τοὺς παῖδας φέρουσα ἐς*

Κρήτην· Θησεὺς δὲ — πρὸς τὸν πατέρα προεῖπε χρήσεσθαι ἱστίοις λευκοῖς, ἣν ὀπίσω πλέῃ τοῦ ταύρου κρατήσας. τούτων λήθην ἔσχεν Ἀριάδνην ἀφῃρημένος. ἐνταῦθα Αἰγεὺς ὡς εἶδεν ἱστίοις μέλασι τὴν ναῦν κομιζομένην — ἀφεὶς αὑτὸν διαφθείρεται.

In der Anm. zu Z. 8 wird bemerkt: »*ἱστίοις* Hitzigius Beitr. zur textkritik d. Paus. p. 12: *τοῖς ἱστίοις* codices«. Ohne Zweifel soll sich diese Angabe auf Z. 10 beziehen, wo die Handschriften in der That *χρήσεσθαι τοῖς ἱστίοις λευκοῖς*. Hitzig's Schrift ist mir nicht zur Hand. Ist seine Herstellungsweise die richtige, so würde das ohne Zweifel verderbte *τοῖς* als durch eine Dittographie und eine darauf folgende Correctur des ersten *ἱστίοις* entstanden zu betrachten sein. Aber man kann auch schreiben: *αὖθις*, »nachher« oder »hingegen«, welches Wort leicht in *τοῖς* verderbt werden konnte, nachdem seine beiden ersten Buchstaben wegen der beiden Endbuchstaben von *χρήσεσθαι* ausgefallen waren.

Auch in Z. 8 steckt vielleicht ein Fehler. Es befremdet, mein' ich, dass man in den Worten *μέλασιν ἱστίοις* das Adjectiv vor das Substantiv gesetzt findet, während jenes in Z. 9 fg. (*ἱστίοις λευκοῖς*) und Z. 11 (*ἱστίοις μέλασι*) hinter diesem steht. Sollte nicht auch dort *ἱστίοις μέλασιν* geschrieben gewesen sein?

II.

Sollte in den auf die sieben Weisen bezüglichen Worten I, 23, §. 1, Z. 1 fg.: *τούτων καὶ τὸν Λέσβιον τύραννον καὶ Περίανδρον εἶναί φασι τὸν Κυψέλου*, nicht zwischen *καὶ* und *τὸν* ausgefallen sein *Πιττακὸν*, was ja so leicht möglich war? Es gab ja nicht bloss einen, sondern mehrere Lesbische Tyrannen.

III.

Cap. 23, §. 3 ist bei Jahn-Michaelis S. 6 also gegeben: *Πλησίον δέ ἐστι Διιτρέφους χαλκοῦς ἀνδριὰς ὀιστοῖς βεβλημένος. οὗτος ὁ Διιτρέφης ἄλλα τε ἔπραξεν ὁπόσα λέγουσιν Ἀθηναῖοι καὶ Θρᾷκας μισθωτοὺς ἀφικομένους ὕστερον ἢ Δημοσθένης ἐς Συρακούσας ἐξέπλευσε, τούτους ὡς ὑστέρησαν ὁ Διιτρέφης ἀπῆγεν ὀπίσω. καὶ δὴ κατὰ τὸν Χαλκιδικὸν ἔσχεν Εὔριπον, ἔνθα Βοιωτῶν ἐν μεσογαίᾳ πόλις Μυκαλησσὸς ἦν· ταύτην ἐπαναβὰς ἐκ θαλάσσης ὁ Διιτρέφης εἶλε.*

In Z. 10 bieten die Handschriften *Διιτρεφοῦς* und *Διιτρέφης*. Bei Jahn-Michaelis ist Bergk's *Διιτρέφους* aufgenommen, aber nicht auch sein *βεβλημένου*, welches Letztere man für nöthig halten würde, wenn *Διιτρέφους* sicher stände. Wir ziehen aber vielmehr die andere Lesart *Διιτρέφης* vor, schreiben also: *Διιτρέφης, χ. ἀ. ὀ. βεβλημένος*, wobei gar keine Buchstabenveränderung nöthig ist. Auch weiter unten

§. 4 wird der Ausdruck *Διιτρέφης* von dem Erzbild dieses Mannes gebraucht: *Τοῦ δὲ Διιτρεφοῦς πλησίον (τὰς γὰρ εἰκόνας τὰς ἀφανεστέρας γράφειν οὐκ ἐθέλω).*

In Z. 11 fg. ist vor dem Worte *τούτους* sicherlich etwas ausgefallen. Die Vulgata kann unmöglich richtig sein, und anzunehmen, daß die Worte *τούτους — Διιτρέφης* ein Einschiebsel seien, hat durchaus keine Wahrscheinlichkeit. Die leichteste Herstellung ist wohl die, in Z. 11 zu schreiben: *καὶ τὰ ἐς Θρᾴκας*, oder *καὶ τὰ ἐς τοὺς Θρ.*, in welchem letzteren Falle auch hinter *μισθωτοὺς* ein *τοὺς* einzusetzen sein wird, was keine schwere Veränderung ist (die Handschriften geben: *μισθῷ τοὺς*). Mit *τούτους* beginnt also ein neuer Satz.

In Z. 13 haben die Handschriften *ἐσαναβὰς* an der Stelle der aufgenommenen Conjectur Letronne's *ἐπαναβὰς*. Nöthig ist diese keinesweges, da man zu *ἐσαναβὰς* ergänzen kann: *ἐς τῆν μεσόγαιαν.* Auch die von Letronne angeführte Stelle des Thukydides VII, 29, 3 spricht nicht für die Conjectur.

Nachdem Pausanias über die Thraker und die Mykalessier gesprochen, kehrt er §. 4, Z. 17 fg. zu dem Erzbilde des Diitrephes zurück mit den Worten: *τοσοῦτον μὲν παρέστη μοι θαῦμα ἐς τὴν εἰκόνα τοῦ Διιτρέφους, ὅτι διστοῖς ἐβέβλητο* u. s. w. In ihnen steckt gewiß ein durch Auslassung mehrerer Worte entstandener Fehler. Der Perieget schrieb etwa: *τοσοῦτον μὲν [εἰρήσθω περὶ τῶν Θρᾳκῶν καὶ τῶν Μυκαλησσίων, ἰδόντι* (oder *λογιζομένῳ*) *δὲ] παρέστη* u. s. w. Vgl. Cap. 24, §. 6, S. 16, Z. 40.

IV.

Cap. 23, §. 5, S. 7, Z. 26 fg.: *Ἔστι δὲ λίθος οὐ μέγας, ἀλλ' ὅσον καθίζεσθαι μικρὸν ἄνδρα· ἐπὶ τούτῳ λέγουσιν ἀναπαύσασθαι τὸν Σειληνόν.*

Michaelis bemerkt: *μικρὸν* corruptum putant Schubartius et Walzius, delet Jahnius. Allein *μικρὸν* befremdet keinesweges, wenn man *μέγας* in dem Sinne von »hoch« faßt und die Worte *ὅσον — ἄνδρα* so, »daß ein kleiner Mann sich darauf niedersetzen kann« (ohne hinaufzuklettern zu brauchen). Die kleine, oft zwerghafte, Gestalt des Silen ist ja bekannt.

Z. 28 fg. heißt es weiter: *περὶ δὲ Σατύρων, οἵτινές εἰσιν, ἑτέρου πλέον ἐθέλων ἐπίστασθαι πολλοῖς αὐτῶν τούτων ἕνεκα ἐς λόγους ἦλθον.*

Schubart sah in Fleckeisen's Jahrb. für Philol. CXI, S. 415 richtig ein, dass *αὐτῶν* verderbt sei. Er schlug dafür vor: *ναύταις.* Viel leichter und passender ist die Veränderung in *ζητῶν*, »untersuchend, forschend«.

V.

Cap. 23, §. 6, Z. 31 fg. spricht Pausanias über die von den Schiffern *Σατυρίδες* genannten *νῆσοι*. Die verderbte Stelle am Anfang habe ich schon im Philologus XXVI, S. 354 besprochen. Mir erscheint noch jetzt der dort vorgeschlagene Verbesserungsversuch: *ἐν δὲ ταύταις οἰκεῖν ἄνδρας ἀγρίους· ἄλλως δὲ οὐκ ἐθέλειν νηῒ προσίσχειν*, als der wahrscheinlichste.

Dann kommt Z. 34 eine andere, noch nicht zur Genüge verbesserte Stelle: *εἶναι δὲ τοὺς ἐνοικοῦντας καταπύρρους καὶ ἵππων οὐ πολὺ μείους ἔχειν ἐπὶ τοῖς ἰσχίοις οὐράς. Καταπύρρους* ist Conjectur von Siebelis. In den meisten Handschriften steht *καὶ πυρρούς*, im Vb *καὶ πυρούς*, im cod. Mosquensis *καὶ καπυρρούς*. Siebelis dachte daneben auch an *πυρρούς* mit Streichung des vorhergehenden *καὶ*, wie Clavier, während Schubart *καὶ πυρρούς* aufgenommen hat, was auch Siebelis im Texte beließ. Dagegen schlug Clavier auch *καπυρούς* vor, ebenso Schäfer und zuletzt noch Dindorf im Thesaurus von Stephanus u. d. W. *Σάτυρος*. Dies ist jedoch gewiß nicht das Richtige. *Καταπύρρους* würde in sprachlicher Hinsicht sehr wohl passen, besser als *καὶ πυρρούς*, da das *καὶ* auffällig ist. Aber es hat keine Wahrscheinlichkeit, daß bei Pausanias von röthlicher Haar- oder Hautfarbe der Satyrn die Rede gewesen sei, wie diese von Hippokrates dem *Σκυθικὸν γένος* zugeschrieben wird p. 292, 44. Den *Σκιρτὸς πυρρογένειος* des Dioscorides in der Anth. Pal. VII, 707 wird schwerlich Jemand veranschlagen wollen. Wer darauf achtet, daß im Folgenden von der widernatürlichen Unzucht und Geilheit der Satyrn ein Beispiel beigebracht wird, der wird wohl für das Wahrscheinlichste halten, daß *καταπύγους* geschrieben war. Die Form *καταπυγος* bezeugen Photius und Suidas ausdrücklich, indem sie *καταπύγους* durch *κιναίδους* erklären, auch Hesychius: *καταπύγον· κιναίδου, ἤγουν ἀσελγοῦς*. Der Comparativ *καταπυγότερος* findet sich von Sophron gebraucht bei Athen. VII, p. 281, E.

Wenn es schließlich Z. 36 fg. heißt: *τοὺς ναύτας βάρβαρον γυναῖκα ἐκβαλεῖν ἐς τὴν νῆσον· ἐς ταύτην οὖν ὑβρίζειν τοὺς Σατύρους, οὐ μόνον ἧ καθέστηκεν, ἀλλὰ καὶ πᾶν τὸ σῶμα*, so scheint uns in den letzten Worten *καὶ* in *κατὰ* zu verändern zu sein.

VI.

Cap. 23, §. 8, S. 9, Z. 46 fg. steht in Beziehung auf den *ἵππος δούριος* geschrieben: *Μενσάθεὺς καὶ Τεῦκρος ὑπεκκύπτουσιν ἐξ αὐτοῦ, προσέτι δὲ καὶ οἱ παῖδες οἱ Θησέως*.

Die Handschriften haben anstatt des von Bursian im Rhein. Mus. N. F. X, S. 517 vorgeschlagenen *ὑπεκκύπτουσιν*, welches Wort ein

ἅπαξ λεγόμενον sein würde, ὑπερκύπτουσιν. Bursian wurde zu seiner Conjectur durch die Ansicht veranlaßt, daß die Oeffnung gewiß nicht auf dem Rücken des Pferdes, sondern an der Seite desselben angebracht war. Auf den betreffenden uns erhaltenen Bildwerken sieht man die Griechen allerdings aus einer länglich viereckigen, vorher verdeckt gewesenen Oeffnung an der Seite des Bauches des Pferdes aus diesem herauskommen oder herausschauen, vgl. die Gemme bei Winckelmann Mon. ined. n. 140 = Millin Gal. myth. pl. CLXVII, n. 606 = Inghirami Gal. Omer. t. III, n. 29 = Overbeck Galler. her. Bildw. Taf. XXV, n. 19, wo ein Grieche unter Beihülfe Sinons aus der Oeffnung vermittelst der angelegten Leiter herabzusteigen im Begriff ist, während zwei andere sich schon an einem Seile auf den Boden herabgelassen haben; das Miniaturbild bei A. Mai Virgilii picturae ant. ex cod. Vatican., Romae 1835, t. XXV, wo Sinon von der entgegengesetzten Seite des Pferdes her die Klappe hebt, ein Kopf aus der Oeffnung über den unteren Rand derselben herausschaut, ein Grieche sich am Seile herunterläßt; das Relief der Etruskischen Aschenkiste in der Gal. Omer. n. 19 und besser abgebildet in Raoul-Rochette's Mon. inéd. pl. LVII, n. 1, und danach bei Overbeck a. a. O. Taf. XXV, n. 20, wo, wenn Overbeck S. 613 Recht hat, was ich aber bezweifele, ein ausgestiegener Grieche schon im Kampf mit den Trojanern befindlich erscheint und ein zweiter eben über eine Treppe aus dem Pferde heraussteigt[1]). Aber in der Darstellung des Erzbildes auf der Akropolis war ein früherer Augenblick, war die Sache überhaupt anders dargestellt. Die vier Griechischen Helden, sämmtlich Athener, hatten selbst von innen her die Bedeckung der Oeffnung, aus welcher sie hervorschauen, entfernt. Von Sinon und einer Leiter zum Herabsteigen ist gar nicht die Rede. Ich will nicht betonen, daß, wäre

1) Die »Treppe« statt der Leiter ist bedenklich, um so mehr als sie in eigenthümlicher Weise an der nicht sichtbaren Seite des Pferdes angelegt zu denken sein müßte. — Die übrigen Bildwerke, auf denen das hölzerne Pferd vorkommt, gehören nicht hieher. Sie sind meist von Overbeck a. a. O. S. 607 fg. zusammengestellt. Das von ihm S. 610, Anm. 5 erwähnte Relief des K. Mus. zu Berlin, ein Bruchstück eines Sarkophagdeckels, ist von Heydemann Iliupersis Taf. III, n. 2 herausgegeben und findet sich jetzt in Conze's Verzeichn. der ant. Sculpturen jenes Mus. unter n. 868 aufgeführt. Es bezieht sich auf die Einbringung des Pferdes. Auf die Verfertigung desselben wird die eigenthümliche Darstellung eines zu Saponara in der Basilicata gefundenen Carneols bezogen, der in Avellino's Bullett. arch. Napoletano, A. III, 1845 tav. III, n. 17 herausgegeben und p. 123 fg. besprochen ist. Von dem bei Overbeck S. 609 fg. erwähnten längst bekannten Etruskischen Spiegel befindet sich nach Gerhard's Angabe (Auserl. Vasenb. III, S. 149, Anm. 56) eine »Replik, vielleicht echt, in Thorwaldsen's Sammlung«.

die Oeffnung nur an der Seite angebracht gewesen, dieselbe eine Breitendimension gehabt haben müßte, welche den Anblick der betreffenden Seite zu einem recht unschönen gemacht haben würde. Die Hauptsache ist die, daß die oben erwähnten zunächst stehenden Bildwerke das Pferd nur von einer Seite zur Anschauung bringen, das Erzbild aber ein Rundwerk war. Bei einem solchen Werke mußte der Künstler beiden Seiten gleichmäßige Berücksichtigung widmen. Wer wird aber glauben, daß derselbe an jeder der beiden eine Oeffnung und je zwei der aus ihr hervorschauenden Athenischen Heroen dargestellt habe? Er genügte der Anforderung am Besten, wenn er die Heroen aus dem Pferde oben hervorragend und über dasselbe weg schauend bildete, so zwar, daß je zwei derselben das Gesicht nach den entgegenstehenden Seiten hinwandten. Jenes Hervorragen und Drüberwegsehen wird aber gerade durch das *ὑπερκύπτειν ἐξ αὐτοῦ* bezeichnet und zwar ganz genau; *ὑπεκκύπτειν* würde nicht so gut dazu passen, eher zu dem, was auf dem Miniaturbilde zu Vergil zu sehen ist. Bei Hesychios findet man angegeben: *Δούριος Ἵππος Ἀθήνησιν ἐν ἀκροπόλει χαλκοῦς ἑστιν, καὶ ἐξ αὐτοῦ ἐκκύπτει δόρατα.* Auch diese Angabe spricht für unsere Annahme.

VII.

Cap. 24, §. 1, S. 9 finden wir die in neuerer Zeit wiederholt behandelte Stelle über die Darstellung der Athena und des Marsyas nach den Handschriften ohne Veränderung wiedergegeben: *Ἐνταῦθα Ἀθηνᾶ πεποίηται τὸν Σειληνὸν Μαρσύαν παίουσα, ὅτι δὴ τοὺς αὐλοὺς ἀνέλοιτο ἐρρῖφθαι σφᾶς τῆς θεοῦ βουλομένης.*

Daß *παίουσα* verderbt ist, unterliegt gewiss keinem Zweifel, wenn auch Overbeck Gesch. der Griech. Plastik I, S. 209 u. 240, Anm. 165 anderer Meinung ist. Freilich dürfte keiner der bisher vorgebrachten Verbesserungsvorschläge das Richtige treffen. Ich meine jetzt, daß der Perieget schrieb: *Μαρσύαν αὐλοῦντα ἀναπαύουσα.* Die Handlung war demnach eine, welche sich an die auf der Berliner Gemme in den Denkm. d. a. Kunst II, 22, 239, c der dritt. Ausg. dargestellte unmittelbar anschloß.

VIII.

Cap. 24, §. 2, S. 10, Z. 6 fg. finden wir bei Jahn-Michaelis geschrieben: *Κεῖται δὲ καὶ Φρίξος ὁ Ἀθάμαντος ἐξενηνεγμένος ἐς Κόλχους ὑπὸ τοῦ κριοῦ. Θύσας δὲ αὐτὸν ὅτῳ δὴ θεῷ, ὡς δὲ εἰκάσαι Διὶ τῷ Λαφυστίῳ καλουμένῳ παρὰ Ὀρχομενίοις* u. s. w. *Διὶ* fehlt in den Handschriften. Es beruht nur auf einer Conjectur Porson's, die keinesweges unumgänglich nöthig erscheint. Ich will nicht ver-

anschlagen, daß auf dem zuletzt von Conze im Verzeichniß der ant. Sculpturen d. K. Mus. z. Berlin S. 128, n. 718 aufgeführten, auf der Pnyx zu Athen gefundenen Votivrelief an Zeus Hypsistos *Εὐτυχία Ὑψίστῳ εὐχήν* steht. Wenn auch Dionysos gleichfalls den Beinamen *Λαφύστιος* hatte (Etymol. magn. u. d. W.), so kann doch unter dem *Λαφύστιος καλούμενος παρὰ Ὀρχομενίοις* nur Zeus verstanden werden. Wer jedoch glaubt, daß der Name des Zeus der Deutlichkeit wegen ausdrücklich angegeben gewesen sei (wie denn allerdings in der Stelle X, 34, 4 *τοῦ Διὸς τοῦ Λαφυστίου* steht), der wird vielmehr *τῷ Διὶ τῷ Λαφ.* zu schreiben haben, weil so leichter erhellt, wie die beiden ersten Worte ausfallen konnten, da auf sie ein anderes *τῷ* unmittelbar folgte.

IX.

Cap. 24, §. 3, S. 10, Z. 14 fg. steht folgender auf die Athenäer bezügliche Satz: *πρῶτοι μὲν γὰρ Ἀθηνᾶν ἐπωνόμασαν Ἐργάνην, πρώτους δ' ἀκώλους Ἑρμᾶς * * ὁμοῦ δέ σφισιν ἐν τῷ ναῷ Σπουδαίων δαίμων ἐστίν.*

Daß hinter *Ἑρμᾶς* etwas ausgefallen ist, steht sicher. Porson meinte: *ἀνέθεσαν.* Viel größere Wahrscheinlichkeit hat *εἰργάσαντο.* Doch ist es durchaus wahrscheinlich, daß mehr verloren gegangen ist als bloß das Verbum.

Für *ὁμοῦ* wollte Thiersch *ὁμοίως*, was schon an sich keine Wahrscheinlichkeit hat, wenn es auch unzweifelhaft ist, daß man *ὁμοῦ* nicht in der Bedeutung von simul, insuper, praeterea zu fassen hat, wie Siebelis Adnotationes p. 84 wollte. Welcker verband in der Griech. Götterlehre III, S. 218 *ὁμοῦ* mit *σφισιν*, indem er deutete »mit ihnen«, d. h. »mit Ergane und Hermes, in deren Tempel der Dämon aufgestellt war«. Für den Umstand, daß Athena Ergane und Hermes in einem und demselben Tempel verehrt worden seien, geben aber die vorhergehenden Worte auch nicht den mindesten Beleg. Auch sonst mangelt es an einem Zeugniß dafür durchaus und schon an sich ist die Sache nicht wahrscheinlich, da, wenn in dem Tempel der Ergane ein anderer höherer Gott mit dieser verehrt worden wäre, dieser eher Hephästos als Hermes gewesen sein würde, wie ja in dem Tempel des Hephästos zu Athen nach Pausanias I, 14, 5 neben der Statue desselben sich die der Athena befand. Daß nun in der Lücke hinter *Ἑρμᾶς*, wenn auch in ihr mit einigen Worten von dem Tempel der Ergane die Rede war, mehr als ein Bild, das der Göttin, als in demselben befindlich erwähnt gewesen wäre, hat durchaus keine Wahrscheinlichkeit. Daher wird man *σφισιν* auf die Athenäer zu beziehen haben, was auch schon an sich das Zunächstliegende ist. Dann fehlt aber vor *ἐν τῷ ναῷ* Etwas, das mit *ὁμοῦ* zu verbinden ist. Durch das betreffende Wort oder die betreffenden Worte wird

zugleich bezeichnet gewesen sein, welcher Gottheit ὁ ναὸς gehört habe[1]). So giebt es wohl keine leichtere Ergänzung als: ὁμοῦ δὲ [τῇ θεῷ] σφισιν ἐν τῷ ναῷ, »zugleich mit der Göttin«. Mit dieser kann nur Athena Ergane, d. h. die Statue derselben, und mit dem Tempel der ihrige gemeint sein.

In den Tempel der Ergane paßt auch die Statue des Σπουδαίων δαίμων auf das Beste. Daß an der so oft angetasteten handschriftlichen Ueberlieferung des ersteren Wortes nicht zu zweifeln ist, wird nun noch wahrscheinlicher. Wir schreiben auch Σπουδαίων und fassen das Wort als Nominativ eines nomen proprium, wie zuerst Kuhn that. Siebelis vergleicht p. 84 passend die dea Strenua apud August. C. D. IV, 11 a strenuum faciendo dicta. Welcker erklärt a. a. O. den Dämon als »Arbeitslust«.

X.

Cap. 24, §. 3, S. 11, Z. 17 fg.: κράνος ἐστὶν ἐπικείμενος ἀνὴρ * * Κλεοίτου, καὶ οἱ τοὺς ὄνυχας ἀργυροῦς ἐνεποίησεν ὁ Κλεοίτας.

Die Andeutung einer Lücke vor Κλεοίτου rührt von Jahn her. Daß diese an der betreffenden Stelle anzunehmen sei, scheint mir fraglich, so fest ich auch von dem Ausfall mehrerer Worte vor καὶ οἱ überzeugt bin.

Was stand etwa in der Lücke? Ueber Namen und Herkunft des ἀνὴρ verlautete gewiß ebenso wenig wie in Buch 6, Cap. 20, §. 14. Daß das ἐπίγραμμα nicht mitgetheilt war, erhellt aus derselben Stelle. War die Inschrift als Beleg für die Urheberschaft des Kleoitas veranschlagt, was allerdings nicht unmöglich ist, so war das ganz in der Kürze geschehen und eher hinter dem Worte Κλεοίτου als vor demselben, etwa mit den Worten: Κλεοίτου [ἔργον, ὡς τὸ ἐπίγραμμα δηλοῖ]. Endlich erregt auch die Nichtangabe des Materials nicht das mindeste Bedenken, um so weniger als aus den letzten Worten zur Genüge erhellt, daß das Werk von Bronze war.

Weiter hilft etwa die genauere Betrachtung der Worte von καὶ οἱ an. Warum heißt es: τοὺς ὄνυχας, nicht, ohne Artikel: ὄνυχας? Weshalb wird als derjenige, welcher jene ἐνεποίησεν, noch einmal ausdrücklich Kleoitas genannt, und zwar mit Hinzufügung des Artikels ὁ, welcher bei der ersten Angabe des Namens fehlt?

1) Gelegentlich mögen auch zwei auf die Athena Ergane bezügliche Schriftstellen berücksichtigt werden, welche in der Jahn-Michaelis'schen Ausgabe S. 11, zu Z. 15 angeführt sind. Aelian Var. hist. I, 2 erwähnt ὑφαντικὴν καὶ ὑφαίνων, δῶρα Ἐργάνης δαίμονος. Sollte nicht zu schreiben sein: δαήμονος? Bei Plutarch de fort. 4, p. 99 B steht: τὴν γὰρ Ἐργάνην καὶ τὴν Ἀθηνᾶν u. s. w. Die drei letzten Worte wollte Hercher getilgt wissen. Ich glaube eher, daß für καὶ τὴν geschrieben war: κλητὴν.

Wenden wir uns zuerst zu der Beantwortung der letzteren Frage, so wird der befremdende Umstand ohne Zweifel am Leichtesten beseitigt werden durch die Annahme, daß ein Fehler in dem Worte *Κλεοίτας* am Schlusse des Satzes steckt. Pausanias schrieb vermuthlich: *ὁ Κλεοίτα*, »der Sohn des Kleoitas«. Damit ist *Ἀριστοκλῆς μαθητής τε καὶ υἱὸς Κλεοίτα* (Pausan. V, 24, 5) gemeint. Der Genetiv lautet auch bei Pausanias VI, 20, 14 *Κλεοίτα*. In der hier mitgetheilten metrischen Inschrift der Athenischen Statue steht als Nominativ *Κλεοίτας*, nicht *Κλειοίτης*. Wie leicht die Verderbniß von *Κλεοίτα* in *Κλεοίτας* war, liegt auf der Hand. Auch das vorhergehende *Κλεοίτου* dürfte in *Κλεοίτα* zu verändern sein. Daß die silbernen Nägel nicht erst nach der Zeit des Kleoitas hinzugefügt sind, liegt wohl auf der Hand. Aristokles ist also als Mitarbeiter des Vaters zu betrachten, wenn auch nur für eine solche Einzelnheit wie die Nägel, die er gewiß auch im Auftrag und unter Anweisung des Vaters machte. Daß er nicht selbstständig mitwirkte, geht aus dem Umstand hervor, daß seiner in der Inschrift gar keine Erwähnung geschieht. Von wem Pausanias die Notiz über des Aristokles Theilnahme an dem Werke hatte, läßt sich nicht nachweisen. Aller Wahrscheinlichkeit nach stammt dieselbe aber nicht bloß aus mündlicher Tradition. Sein Gewährsmann muß die silbernen Nägel für besonders beachtenswerth gehalten haben, und das sind sie auch für uns. Ich wenigstens kenne solche Nägel nur noch in einer verhältnißmäßig kleinen Zahl von Beispielen, von denen keins bis zur Zeit des Kleoitas hinaufreicht. H. E. K. Köhler giebt in einem Aufsatze über die zehn Bronzen aus Paramythia in Epirus, welche er längere Zeit unter Händen hatte, in den Gesammelten Schriften, herausg. von Stephani, Bd. VI, S. 34 an: »An allen sind die Nägel an Händen und Füßen, sowie die Augen nach einem allgemeinen Geschmacke bei den Alten in Arbeiten von Erz mit einer dünnen Silberplatte belegt und der Stern des Auges durch eine Vertiefung angegeben, die wahrscheinlich vormals mit einem Steine ausgefüllt war«. Hiernach sieht es ganz so aus, als ob solche silberne Nägel etwas Gewöhnliches seien. Dasselbe scheint Brunn's Meinung zu sein, wenn er in der Gesch. d. Griech. Künstler I, S. 108 sagt, das Einsetzen der Nägel aus Silber »beruhe auf einem Gebrauch, der in weiterer oder engerer Anwendung durch die Griechische Kunst aller Zeiten hindurchgehe«. Durch Köhler's Angabe erhalten wir wesentlich nur Beispiele für eine Gegend und eine Zeit, da die betreffenden zehn Statuetten aus einem und demselben Fundorte und aus derselben Zeit, der Hellenistischen Epoche, stammen [1]). Außerdem

1) Es darf zudem nicht verschwiegen werden, daß im Texte zu den Specim.

hören wir nur noch, und zwar schon durch Winckelmann Werke V, S. 154, §. 8, von silbernen Nägeln an Händen und Füßen »an ein paar kleinen Figuren in dem Herculanischen Museo«, deren eine ohne Zweifel die unten in Excurs I aufzuführende Pallas sein soll.

Wenden wir uns jetzt zu dem an erster Stelle als beachtenswerth Bezeichneten, dem Artikel vor *ὄνυχας*, so erklärt sich der am Leichtesten durch die Annahme, daß die *ὄνυχες* schon vorher kurz erwähnt worden seien.

Die oben mitgetheilten Worte werden von Pausanias eingeleitet durch folgende: *ὅσοις δὲ τὰ σὺν τέχνῃ πεποιημένα ἐπίπροσθε τίθεται τῶν ἐς ἀρχαιότητα ἡκόντων, καὶ τάδε ἔστιν οἱ θεάσασθαι.* Nun bemerkte schon Fr. Thiersch »Ueber die Epochen der bildenden Kunst unter den Griechen« S. 281, Anm., d. zw. Aufl.: »das *τὰ σὺν τέχνῃ πεποημένα* wird auf die auch in den silbernen Nägeln sinnreiche Ausführung gehen«, und auch H. Brunn giebt a. a. O. zu, das Einsetzen der Nägel aus Silber, wodurch Pausanias seinen Vordersatz begründe, sei ein Zeichen nicht gewöhnlicher Sorgfalt. Daß Pausanias die *τέχνη* in den silbernen Nägeln gefunden hat, unterliegt wohl keinem Zweifel; wohl aber ist es mehr als fraglich, ob er die Nägel allein als Belege für die *τέχνη* beigebracht hat. Daß die silbernen Nägel die einzige stofflich verschiedene Verzierung des Bronzewerks ausmachten, ist schon an sich unglaublich. In den erhaltenen Beispielen finden sie sich meines Wissens nie allein. Was das Werk des Kleoitas anbetrifft, so wäre es besonders auffallend, wenn dieser gar nichts von den Verzierungen in eingelegter Arbeit, welche Pausanias als zur *τέχνη* gehörend betrachtet, gearbeitet hätte. Dieselben sind an erhaltenen Bronzewerken von verschiedenem Stoff und an verschiedenen Stellen des Körpers oder der Bekleidung angebracht, wie wir in Excurs I des Genaueren sehen werden. Sie mußten nicht weniger als die von Aristokles herrührenden *ὄνυχες ἀργυροῖ* vor *καὶ οἱ* kurz angegeben sein, und zwar war das, wie wir glauben, so geschehen, daß neben den von Kleoitas selbst herrührenden Arten der eingelegten Arbeit, von denen nicht besonders gesagt zu sein brauchte, daß der Meister selbst sie gemacht habe, der Uebersicht wegen schon »silberne Nägel« miterwähnt waren, ohne Angabe des Namens des Verfertigers, etwa so: »es hat aber der Mann silberne Helmverzierungen, silberne Nägel an Händen und Füßen u. s. w., und die Nägel hat ihm eingesetzt der Sohn des Kleoitas«. An welchen Theilen des

---

of ant. sculpture bezüglich der von Köhler besprochenen Stücke, welche in diesem Werke mitgetheilt sind, von silbernen Nägeln nichts verlautet.

Körpers oder der Rüstung sich diese befanden, läßt sich jetzt nicht vollständig mit Sicherheit bestimmen. Handelte es sich um einen Todten mit geschlossenen Augenlidern, so waren die Augen nicht aus anderem Material eingesetzt, sondern etwa nur die Lippen, da doch diese gewiß nicht von dem Helm bedeckt waren. Trug der Mann eine Rüstung am Körper, so kamen die Brustwarzen nicht zum Vorschein, wird aber die Rüstung mit eingelegter Arbeit, sicherlich aus Silber, verziert gewesen sein. Täusche ich mich nicht, so war weder jenes noch dieses der Fall. Aber ohne allen Zweifel war der sicher bezeugte Helm mit Verzierungen aus Silber geschmückt, und zwar durch Kleoitas selbst, von dem auch die übrigen eingelegten Arbeiten mit Ausnahme der Nägel herrührten. So schrieb Pausanias, selbstverständlich nach demselben Gewährsmanne, durch welchen er die Kunde über die Verfertigung der Nägel durch Aristokles hatte, den Hauptantheil an der τέχνη dem Kleoitas zu. Die Ausführung einer der leichtesten Arbeiten überließ dieser dem Sohne. Diese Einsetzung der Nägel aus Silber, welche also keineswegs der wichtigste Beleg der τέχνη war, mag aber damals zuerst vorgekommen sein und so dem Aristokles die ihm zu Theil gewordene besondere Erwähnung zu Wege gebracht haben.

XI.

Cap. 24, §. 4, S. 11, Z. 24 geben die Handschriften: *Καὶ Διός ἐστιν ἄγαλμα, τό τε Λεωχάρους καὶ ὁ ὀνομαζόμενος Πολιεὺς* —.

Für *ἄγαλμα* vermuthete Siebelis *ἀγάλματα*, Overbeck *ἀγάλματε* (noch in der Griech. Kunstmyth. I, S. 564, wo irrthümlich angegeben wird, daß Jahn N. Memor. d. Inst. arch. p. 3 stillschweigend *ἀγάλματα* geschrieben habe; Jahn ließ vielmehr p. 21, A. 4 *ἄγαλμα* unverändert). Wäre nur unter ihnen zu wählen, so würde ohne Zweifel der Siebelis'schen Conjectur der Vorzug zu geben sein, ebensowie Cap. 23, §. 4, S. 6, Z. 23 fg. Ich glaube, daß Pausanias vor oder nach *Διός* gesetzt hatte: *δισσόν*, was so leicht ausfallen konnte. Durch *δισσὸν* sollte bezeichnet werden, daß es sich um zwei äußerlich verschiedene, aber den Zeus in derselben Eigenschaft darstellende Statuen handele, was auch nach Jahn's Darlegung in den N. Memor. p. 22 fg. der Fall war.

XII.

Cap. 24, §. 4, S. 12, Z. 27 fg. ist geschrieben: *καλοῦσι δέ τινα τῶν ἱερέων βουφόνον * * καὶ ταύτῃ ῥίψας τὸν πέλεκυν — οἴχεται φεύγων*

Michaelis bemerkt: lacunam indicavit Jahnius, videtur excidisse *ὃς κτείνας τὸν βοῦν*. Die ausgefallenen Worte lassen sich natürlich nicht mit Sicherheit bestimmen. In den Parallelstellen finden sich

neben κτείνειν auch die Ausdrücke σφάζειν und παταίσσειν. Vermuthlich war dem Verbum auch πελέκει hinzugefügt und noch wahrscheinlicher zudem ἐπὶ τοῦ βωμοῦ.

XIII.

Cap. 24, §. 6, S. 16, Z. 36 fg.: τούτους τοὺς γρῦπας ἐν τοῖς ἔπεσιν Ἀριστέας μάχεσθαι περὶ τοῦ χρυσοῦ φησὶν Ἀριμασποῖς τοῖς ὑπὲρ Ἰσσηδόνων.

Das τοῖς ist zuerst von Clavier eingesetzt, nicht von Schubart, wie in der Jahn-Michaelis'schen Ausgabe angegeben wird. Danach müßte man annehmen, daß Pausanias noch andere Arimaspen angenommen hätte, als die oberhalb der Issedonen wohnenden. Das hat aber durchaus keine Wahrscheinlichkeit; vgl. unten I, 31, 2. Die Angabe des Periegeten stimmt durchaus mit der bei Herodot IV, 13 überein: Ἰσσηδόνων δ' ὑπεροικέειν Ἀριμασποὺς ἄνδρας μονοφθάλμους, ὑπὲρ δὲ τούτων τοὺς χρυσοφύλακας γρῦπας. Dennoch zweifele auch ich nicht, daß hinter Ἀριμασποῖς etwas ausgefallen ist. Es handelt sich gewiß nicht um die Angabe des Platzes des Kampfs zwischen den Greifen und Arimaspen, der ja als im Lande der goldhütenden Greifen vor sich gehend gedacht wurde, so daß ὑπὲρ Ἰσσηδόνων eine Bestimmung enthalten würde, die nicht genau genug wäre (Herodot III, 116), sondern um die Angabe des Wohnsitzes der Arimaspen. Demnach wird man geneigt sein, nach Herodot V, 13 hinter Ἀριμασποῖς einzusetzen: οἰκοῦσιν.

XIV.

Cap. 24, §. 7, S. 16, Z. 41 fg. ist in Beziehung auf die Athena Parthenos des Phidias geschrieben: καὶ Νίκη ὅσον τε τεσσάρων πηχῶν, ἐν δὲ τῇ ἑτέρᾳ χειρὶ δόρυ ἔχει.

In der mehrfach behandelten Stelle bieten die Handschriften Νίκη τε ὅσον und ἐν δὲ τῇ χειρί. Wenn Jahn nach Schubart Νίκη in Νίκην verändern wollte, trotzdem daß er hinter πηχῶν eine Lücke annahm, was sein Vorgänger nicht that, so hat das durchaus keine Wahrscheinlichkeit. Auch die Versetzung des überlieferten τε an die Stelle unmittelbar hinter ὅσον steht keinesweges sicher. Allerdings stand τε schwerlich hinter Νίκη, wenn auch καὶ–τε sonst in der Bedeutung »und auch« bei Pausanias vorkommt (I, 35, 2, VII, 10, 2 u. 5, VIII, 21, 2, X, 13, 5). Wer hinter ὅσον ein τε vermißt, der kann dasselbe mit allem Schein dort einsetzen, wo es wegen der Anfangsbuchstaben von τεσσάρων leicht ausfallen konnte. Daß die Stelle vor ἐν δὲ τῇ lückenhaft ist, liegt auf der Hand. Ohne Zweifel war davon die Rede, daß die Nike auf der Rechten der Athena stand. Aber es fragt sich sehr, ob nur eine Lücke, hinter πηχῶν, anzunehmen

ist. Man beachte, daß in der Beschreibung des ἄγαλμα τῆς Ἀθηνᾶς in §. 7 sowohl vorher als auch nachher der Platz, an welchem sich die Attribute befinden, stets gleich am Anfang angegeben wird (καί οἱ κατὰ τὸ στέρνον ἡ κεφαλὴ Μεδούσης u. s. w., und nachher: καί οἱ πρὸς τοῖς ποσὶν ἀσπίς τε κεῖται u. s. w.). So hat es, meine ich, große Wahrscheinlichkeit, daß etwa geschrieben war: καὶ [ἐπὶ τῆς δεξιᾶς oder δ. χειρὸς ἕστηκε] Νίκη [ἀνέχουσα στέφανον ταινίαν] τε δσον [π] u. s. w.

Hinter den unmittelbar darauf folgenden Worten ἐν δὲ τῇ ist wiederum eine Lücke anzunehmen, die Schubart durch ἑτέρᾳ ausgefüllt hat. Man könnte noch eher an λαιᾷ denken.

XV.

Cap. 24, §. 8, S. 19, Z. 50 fg. ist bei Gelegenheit der Erwähnung des Phidias'schen Apollon Parnopios von den Heuschrecken die Rede: τρὶς δὲ αὐτὸς ἤδη πάρνοπας ἐκ Σιπύλου τοῦ ὄρους οὐ κατὰ ταὐτὰ οἰδα φθαρέντας, ἀλλὰ τοὺς μὲν ἐξέωσε βίαιος ἐμπεσὼν ἄνεμος, τοὺς δὲ ὕσαντος τοῦ θεοῦ καῦμα ἰσχυρὸν καθεῖλεν ἐπιλαβόν, οἱ δὲ αἰφνιδίῳ ῥίγει καταληφθέντες ἀπώλοντο. τοιαῦτα μὲν αὐτοῖς συμβαίνοντα εἶδον.

Daß in καῦμα ein Fehler steckt, liegt auf der Hand. Jahn schlug dafür ῥεῦμα vor. Noch wahrscheinlicher würde uns νᾶμα sein.

Vor dem drittletzten Worte αὐτοῖς nimmt Michaelis den Ausfall von αὐτὸς an. Daß dieses ursprünglich im Texte stand, glaube auch ich. Da aber αὐτοῖς keineswegs nöthig ist, kann man eher annehmen, daß es aus αὐτὸς entstand, nachdem das ς̄ des folgenden Wortes doppelt geschrieben war.

XVI.

Cap. 25, §. 2, S. 20, Z. 12: Ἔστηκε δὲ καὶ Ὀλυμπιόδωρος, μεγέθει τε ὧν ἔπραξε λαβὼν δόξαν καὶ οὐχ ἥκιστα τῷ καιρῷ.

Die Handschriften geben: τῶν καιρῶν. Daß καιρῷ geschrieben war, liegt auf der Hand. Dagegen trifft die Bekker'sche Veränderung auch des τῶν in τῷ sicherlich nicht das Richtige. Ist doch auch nicht τῷ μεγέθει geschrieben. Für τῶν ist vielmehr αὐτῶν (sc. ἐκείνων ἃ ἔπραξε) zu schreiben. Der Wegfall des αὐ- wurde durch das -α am Ende des vorhergehenden Wortes veranlaßt. So erhellt auch, wie καιρῷ in καιρῶν überging.

XVII.

Cap. 26, §. 4, S. 22, Z. 21: Δεῖ δέ με ἀφικέσθαι τοῦ λόγου πρόσω, πάντα ὁμοίως ἐπεξιόντα τὰ Ἑλληνικά.

Es ist sehr zu verwundern, daß Niemand an dem letzten Worte Anstoß genommen hat, welches hieher, wo nur von der Akropolis

zu Athen die Rede sein kann, durchaus nicht paßt. Ohne Zweifel ist zu schreiben: *ἕδη*. Aus *ΕΔΗ* entstand zunächst *ΕΔΗ*. Dann wurde dieses ganz unsinnige Wort von einem Interpolator zu *Ἑλληνικά* ergänzt. Unmittelbar darauf ist von dem Sitzbilde der Athena, welches Kallias weihte und Endoios verfertigte, die Rede; dann noch von anderen Götterbildern, auch stehenden, welche durch den Ausdruck *ἕδος* nicht ausgeschlossen werden (L. Roß Archäol. Aufsätze I, S. 187 fg.).

XVIII.

Cap. 26, §. 5, S. 24, Z. 31 ist von den Worten *τριαίνης ἐστὶν ἐν τῇ πέτρᾳ σχῆμα* das letzte schwerlich richtig. Göttling wollte: *σῆμα*. Ich möchte lieber: *σχίσμα*.

XIX.

Cap. 26, §. 6, S. 25, Z. 31 ist die Loescher'sche Herstellung des handschriftlichen *πολλοῖς πρότερον νομισθὲν ἔτεσι ἢ συνῆλθον* durch Einsetzung von *ἔτεσιν ἢ* keinesweges sicher, da zunächst hinter *ἔτεσι* ein Wort vorauszusetzen zu sein scheint, das mit einem Konsonanten anfing. Demnach hat man vermuthlich zu schreiben: *ἔτεσι πρὶν ἢ σ. Πρότερον πρὶν ἢ* auch sonst bei Pausanias, vgl. I, 1, 2, V, 24, 2, VI, 6, 2.

XX.

Cap. 27, §. 4, S. 30, Z. 23 fg.: *ἔστι δὲ ἀγάλματα μεγάλα χαλκοῦ, διεστῶτες ἄνδρες ἐς μάχην· καὶ τὸν μὲν Ἐρεχθέα καλοῦσι, τὸν δὲ Εὔμολπον. καίτοι λέληθέ γε οὐδένα τῶν Ἀθηναίων ὅσοι τὰ ἀρχαῖα ἴσασιν, Ἰμμάραδον εἶναι παῖδα Εὐμόλπου τοῦτον τὸν ἀποθανόντα ὑπὸ Ἐρεχθέως.*

Schubart tilgte das fünftletzte Wort. Auch mir erregt dasselbe Bedenken. Wenn mit Recht, so ist es jedenfalls wahrscheinlicher, *τοῦτον* in *τούτου* zu verändern. Es gab mehrere Eumolpos'. *Εὔμολπος οὗτος* ist der kurz vorher genannte, derjenige, unter welchem der Krieg der Thraker mit Erechtheus statthatte.

XXI.

Cap. 27, §. 6, S. 31, Z. 14 heißt es von Kyknos: *περὶ δὲ τὸν ποταμὸν τὸν Πηνειὸν ἀπέθανεν ὑφ' Ἡρακλέους.*

Porson wollte das *τὸν* vor *Πηνειὸν* getilgt wissen, und noch in der Jahn-Michaelis'schen Ausgabe findet sich diese Meinung angemerkt. Man könnte ebensowohl schreiben: *περὶ δὲ ποταμὸν τὸν Π.*, vgl. III, 18, 7: *ἐπ' Εὐήνῳ τῷ ποταμῷ*. Aber daß die handschriftliche Lesart von sprachlicher Seite durchaus nichts gegen sich hat, zeigte schon Siebelis in den Adnotationes p. 98.

XXII.

Cap. 27, §. 8, S. 31, Z. 46 fg. steht in Beziehung auf Aegeus und Theseus geschrieben: *ὁ δὲ ἐπὶ τούτῳ (λόγος ἐστὶ Τροιζηνίοις), κρηπῖδας Αἰγέα ὑπὸ πέτρᾳ καὶ ξίφος θεῖναι γνωρίσματα εἶναι τῷ παιδί. καὶ τὸν μὲν ἐς Ἀθήνας ἀποπλεῖν. Θησέα δὲ — τὴν πέτραν ἀνῳσάντα οἴχεσθαι τὴν παραλαβήκην τὴν Αἰγέως φέροντα. τούτου δὲ εἰκὼν ἐν ἀκροπόλει πεποίηται τοῦ λόγου, χαλκοῦ πάντα ὁμοίως πλὴν τῆς πέτρας.*

Die Handschriften bieten: *οἴχεσθαι καὶ τὴν.* Clavier tilgte das *καὶ*. Jahn war der Ansicht, daß vor diesem Worte etwas ausgefallen sei. Ich zweifle nicht, daß geschrieben war: *οἴχεσθαι ἀνεῖσα.*

Was dann die im letzten Satz erwähnte Erzdarstellung anbetrifft, so ist es gewiß nicht wahrscheinlich, daß Aegeus Fußbekleidung und Schwert unter dem Felsen bergend und Theseus dieselben unter dem gehobenen Felsen findend oder dieses Letztere und ausserdem Theseus mit dem Schwert und den Krepiden, im Begriffe nach Athen abzugehen, dargestellt war, sondern bloß die Hebung des Felsens durch Theseus, und die Findung der unter jenem verborgenen Gegenstände; obgleich die Worte des Periegeten jenen Annahmen keineswegs entgegenstehen. Unter dieser Voraussetzung könnte man etwa geneigt sein, die Mutter des Theseus, Aethra, welche ihm den Stein gezeigt und den Auftrag des Aegeus offenbart hatte, mit dargestellt zu erachten. Aber Wahrscheinlichkeit hat das keineswegs. Pausanias deutet die Anwesenheit der Aethra auch nicht mit einem Worte an und diejenigen Bildwerke, welche wir als der in Rede stehenden Gruppe zunächst stehend zu betrachten haben, zeigen keine Spur von der Aethra, worüber unten in Excurs II des Weiteren die Rede sein wird. Es ist die Frage, ob der Perieget durch die Worte *χαλκοῦ πάντα ὁμοίως* die Masse des verbrauchten Erzes besonders habe hervorheben wollen. Wäre das der Fall gewesen, so würde er wohl gethan haben, wenn er die Aethra erwähnt und die Gruppe als colossal bezeichnet hätte. Ich denke mir aber, daß er sagen wollte, nicht bloß Theseus und das Schwert und die Krepiden seien aus Erz gewesen, sondern auch der Fels, der doch nicht aus Erz hergestellt zu sein brauchte, sondern durch einen wirklichen Felsen hätte ersetzt werden können. Daß der Fels in dem Bronzewerk in der That auch aus Erz war, unterliegt wohl keinem Zweifel. Mir wenigstens ist kein Beispiel bekannt, das auch nur im Entferntesten mit der Beschreibung des Bronzewerks, die wir jetzt bei Pausanias lesen, verglichen werden könnte. Aber der jetzige Text ist sicherlich verderbt. Es scheint zwischen *ὁμοίως* und *πλὴν* ausgefallen zu sein: *οὐ μόνον τὰ λοιπά. Τὰ λοιπὰ πλὴν* auch unten Cap. 28, §. 2, p. 34, Z. 12 Freilich haben auch so die Gedanken und Worte des Periegeten etwas

Befremdendes, indem Etwas, was durchaus nichts Auffallendes hat, sondern für den Kunstkenner selbstverständlich ist, besonders hervorgehoben wird. Allein das darf bei einem Schriftsteller wie Pausanias schwerlich befremden. In dem vorliegenden Falle wäre es nicht unmöglich, daß der Umstand, daß das Postament des Bronzewerks aus einem natürlichen Felsen hergestellt war, ihn irre führte.

XXIII.

Cap. 27, §. 9, S. 31, Z. 51 fg.: *πάλαι δὲ ἄρα τὰ θηρία φοβερώτερα ἦν τοῖς ἀνθρώποις, ὡς ὅ τε ἐν Νεμέᾳ λέων καὶ ὁ Παρνάσιος.*

Für das letzte Wort schlug C. Fr. Hermann außer dem doch zu fern stehenden *Χαραδραῖος* vor: *Περμήσιος*. Noch näher stände *Παρμήσιος*, von *Παρμησός*, wie nach Krates in den Scholien zu Hesiod's Theog. Vs 5 die Eingeborenen den Fluß nannten. Doch steht sehr in Frage, ob man diese Form bei Pausanias voraussetzen darf, was selbst von *Περμήσιος* gilt, da der betreffende Fluß bei dem Periegeten IX, 29, 5 *Τερμησσὸς* heißt. Ueberall ist es nicht wahrscheinlich, daß der Löwe von einem Fluß und nicht von einem Berge oder Orte oder einer Landschaft benannt gewesen sei. Dazu kommt, daß unter den ziemlich zahlreichen Stellen der alten Schriftsteller, in welchen der Löwe der Böotischen Sage erwähnt wird, keine ist, in der dieser als *Περμήσιος* oder *Τερμήσιος* bezeichnet wird. Die Stellen hat R. Unger Thebana Paradoxa p. 401 fg. aufgeführt (wo die auch bei Suidas u. d. W. *Χαραδραῖος λέων* vorkommende Stelle des Zenobius VI, 39 falsch emendirt ist und zu schol. Hom. Il. II, 507 über Leontarne hinzugefügt werden kann Tzetzes zu Lykophron Vs 645). Dagegen wird der Löwe von Späteren mehrfach als der Teumessische bezeichnet, und *Τευμήσιος* ist die einzige unter den schriftlich bezeugten Bezeichnungen des Böotischen Löwen, aus welcher das *Παρνάσιος* des Pausanias'schen Textes allenfalls verderbt sein kann. Der Umstand, daß der Perieget den Löwen anderswo (I, 41, 4. 5) als den Kithäronischen und auf dem Kithäron getödtet bezeichnet, verschlägt gewiß nichts. Wer trotzdem *Παρνάσιος* als von Pausanias gesetzt erachtet, kann das nur als aus augenblicklichem Irrthum geschehen ansehen. Oder will man etwa annehmen, daß Pausanias *Παρνήσιος* geschrieben habe (welche Veränderung allerdings die denkbar leichteste wäre) und daß dieser Beiname auf Tradition beruhte, was der Fall sein könnte, da der Parnes ebenso wie der Kithäron an der Grenze Böotiens lag und diesem benachbart war?

XXIV.

Cap. 28, §. 2 ist von der Phidias'schen ehernen Colossalstatue die Rede.

Ob in den Anfangsworten des Paragraphen, welche in den Handschriften lauten: *Χωρὶς δέ γε ὅσα κατέλεξα*, Bekker's Verbesserungsversuch *ὃ δὲ ἦ* für *δέ γε* das Richtige trifft, steht dahin. In Buch I, Cap. 34, §. 3 findet sich: *χωρὶς δὲ πλήν.*

S. 32, Z. 5 fg. steht geschrieben: *καί οἱ τὴν ἐπὶ τῆς ἀσπίδος Λαπιθῶν πρὸς Κενταύρους μάχην — λέγουσι τορεῦσαι Μῦν.* Das Wort *μάχην* fehlt in den Handschriften. Es ist erst von Clavier eingesetzt. Gewiß mit Recht, denn wenn Siebelis Adnot. p. 99 meint, daß hier das Wort *μάχη* ebensogut weggelassen sein könne wie I, 13, 4: *Λακεδαιμονίοις δὲ πρὸ μὲν τῆς ἐν Λεύκτροις οὐδὲν ἐγεγόνει παῖσμα*, so will das nichts sagen, da offenbar zwischen *μὲν* und *τῆς* ausgefallen ist *μάχης*, oder wahrscheinlicher *τῆς μάχης*. Ob aber Clavier *μάχην* an die richtige Stelle gesetzt hat, ist sehr zweifelhaft. Ich schlage vor: *καί οἱ τὴν μάχην τὴν* u. s. w. So erklärt sich auch hier wie in I, 13, 4 der Grund des Ausfalles viel eher als bei der Clavier'schen Annahme.

XXV.

Cap. 28, §. 2, S. 33, Z. 7 fg. steht: *ταύτης τῆς Ἀθηνᾶς ἡ τοῦ δόρατος αἰχμὴ καὶ ὁ λόφος τοῦ κράνους ἀπὸ Σουνίου προσπλέουσίν ἐστιν ἤδη σύνοπτα.*

Wer zu diesen Worten die Angaben von Michaelis in den Mittheilungen des Deutschen archäol. Instituts II, S. 88 fg. und die Bedenken Overbeck's in der Gesch. der Griech. Plastik I, S. 251 der dritten Aufl. gegen das *ἤδη* berücksichtigt, der wird wohl nicht daran zweifeln wollen, daß unmittelbar nach *ἤδη* ein paar Worte des Inhalts »nach Umschiffung des Vorgebirges Zoster, hinter dem Vorgeb. Zoster«, ausgefallen seien.

XXVI.

Cap. 28, §. 3, S. 34, Z. 12 fg.: *Τῇ δὲ ἀκροπόλει, πλὴν ὅσον Κίμων ᾠκοδόμησεν αὐτῆς ὁ Μιλτιάδου, περιβαλεῖν τὸ λοιπὸν λέγεται τοῦ τείχους Πελασγοὺς οἰκήσαντάς ποτε ὑπὸ τὴν ἀκρόπολιν.*

Das Wort *αὐτῆς* »abesse malit Michaelis«. Das Wort ist sicherlich verderbt, und zwar aus *ὁ παῖς*. Vgl. oben Cap. 22, §. 4, Z. 5: *οἱ παῖδες οἱ Ξενοφῶντος*, und §. 6, Z. 16: *τοὺς παῖδας τοὺς Ναυπλίου.* Pausanias deutet an, daß es sich um Kimon, den Sohn des Miltiades, nicht aber um Kimon, den Sohn des Stesagoras, handele.

(Die archäologischen Excurse erscheinen in einer späteren Nummer.)

Ueber Mac Cullagh's Theorie der Totalreflexion für isotrope und anisotrope Medien.

Von

Paul Volkmann.

(Vorgelegt von W. Voigt.)

Mac Cullagh hat vor nunmehr 40 Jahren in einer Reihe kurzer Notizen[1]), ohne Beweise und Ableitungen mitzutheilen, eine Theorie der Totalreflexion gegeben, welche vielleicht wegen ihrer überaus gedrängten und daher oft schwer zu verstehenden Darstellung bisher völlig unbeachtet geblieben zu sein scheint. Ich verdanke es meinem hochverehrten Freunde, Herrn Th. Liebisch, auf dieselbe aufmerksam gemacht zu sein. Die meisten Autoren haben sich vielmehr einer wenige Jahre vorher von F. E. Neumann[2]) für isotrope Medien gegebenen theoretischen Darstellung der Totalreflexion angeschlossen. Uebrigens soll am Schluß gezeigt werden, daß beide Theorien wesentlich identisch sind.

Neumann führt unter Beibehaltung des gewöhnlichen Brechungsgesetzes im Anschluß[3]) an eine Darstellung Cauchy's in dem Ausdruck für die Phase der bei der totalen Reflexion angenommenen gebrochenen Welle einen imaginären Brechungswinkel ein. Dadurch wird dem Vorgang der totalen Reflexion theilweise die geometrische Deutung entzogen, welcher derselbe z. B. nach der Theorie von Mac Cullagh fähig ist. Eine Erweiterung der Neumann'schen Theorie auf anisotrope Medien ist bisher wohl nur von Kirchhoff[4]) angedeutet worden.

Mac Cullagh, wie in allen seinen Arbeiten von dem Streben beseelt jedem analytisch errungenen Fortschritt auch geometrisch zu folgen, setzt für die bei der Totalreflexion erregte eigenthümliche Lichtbewegung der gebrochenen Welle einen Ausdruck an, der in allen seinen Theilen eine geometrische Deutung zuläßt. Es gelingt dies durch Einführung eines Begriffs der gebrochenen Wellenebene resp. Wellennormale bei der totalen Reflexion, welcher mit dem bei

1) Proceedings of the Royal Irish Academy Vol. II May 24. 1841. November 30. 1841. Vol. III January 13. 1845. cf. auch Collected Works 1880 pag. 187. 218. 250.

2) Pogg. Ann. 40 1837 pag. 497.

3) Pogg. Ann. 40 1837 pag. 507.

4) Kirchhoff ges. Abh. pag. 373. — In der großen Arbeit Neumanns Abh. d. Berl. Acad. 1835 sind pag. 72. 73 zwar im Falle einaxiger Medien Ausdrücke für die Amplituden des total reflectirten Lichts nach Analogie der Fresnelschen Deutung der Imaginären aufgestellt, von der gebrochenen Welle ist jedoch nicht die Rede.

der partiellen Reflexion bekannten nicht identisch ist. Beide Begriffe gehen aber im Grenzfall der totalen Reflexion in einander über. Die Theorie ist von Mac Cullagh sogleich für den allgemeinen Fall zweiaxiger Medien entwickelt worden.

Ich habe im Folgenden nach den von Mac Cullagh gegebenen Andeutungen diese Theorie ausgearbeitet und die von ihm aufgestellten Sätze bewiesen. Abgesehen von der Totalreflexion, schien mir dieses auch in Bezug auf Metallreflexion und Absorption lohnend, haben Speculationen darüber sich doch immer mehr oder weniger an den bei der Totalreflexion auftretenden Ausdruck für die gebrochene Welle angelehnt. Daß ich bei der Darstellung der Theorie auch auf einige Resultate kam, welche sich bei Mac Cullagh nicht finden, liegt jedenfalls mehr in der knappen Darstellung des Autors, welcher Alles, was eine geometrische Deutung nicht zuließ, unterdrückte, als daß ihm dieselben entgangen sein sollten.

Ich behandle hier den Fall, daß Licht in einem isotropen stärker brechenden Medium auf ein anisotropes Medium auffällt und totale Reflexion erleidet. In der Nähe der Grenzebene entstehen dann im anisotropen Medium Lichtbewegungen, die bereits in geringer Tiefe völlig verschwinden. Mit diesen Lichtbewegungen wollen wir uns zunächst beschäftigen, sie bilden den hauptsächlichsten Gegenstand der Arbeit.

Mathematische Hülfssätze über die analytische Darstellung einer Ellipse im Raum.

Bei Mac Cullagh[1]) findet sich aus den »Examination Papers of the year 1842« unbewiesen folgender Satz, der sich für die folgende Darstellung als sehr fruchtbar erweist:

Es sei eine Ellipse im Raum gegeben, der Mittelpunkt derselben werde als Coordinatenpunkt gewählt. Bezeichnen nun die Punkte x, y, z, x', y', z' die Enden irgend welchen Paares conjugirter Durchmesser, dann sind die complexen Größen:

$$\frac{y+iy'}{x+ix'}, \quad \frac{z+iz'}{x+ix'}, \qquad \text{wo } i = \pm\sqrt{-1}$$

constant für jedes System conjugirter Durchmesser.

Der Beweis dieses Satzes ist einfach[2]):

Denken wir uns die gegebene Ellipse dargestellt als Schnitt einer Ebene und eines Ellipsoids:

1) Mac Cullagh Coll. Works 1880 pag. 251.

2) Aus einer brieflichen Mittheilung des Herrn B. Minnigerode ersehe ich, daß derselbe wesentlich denselben Beweis schon vor längerer Zeit gefunden.

$$Ax + By + Cz = 0,$$
$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1.$$

Dann folgt, indem wir die Gleichungen:

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1,$$
$$xx'/a^2 + yy'/b^2 + zz'/c^2 = 0,$$
$$x'^2/a^2 + y'^2/b^2 + z'^2/c^2 = 1,$$

der Reihe nach mit 1, $2i$, -1 multipliciren und addiren:

$$(x+ix')^2/a^2 + (y+iy')^2/b^2 + (z+iz')^2/c^2 = 0.$$

Ferner ist:

$$A(x+ix') + B(y+iy') + C(z+iz') = 0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen ist aber sofort ersichtlich, daß sich die Ausdrücke

$$\frac{y+iy'}{x+ix'}, \quad \frac{z+iz'}{x+ix'}$$

als Wurzeln zweier quadratischer Gleichungen ergeben und in A, B, C a, b, c werden ausdrücken lassen. Nun ist i ebensowohl $+$ wie $-\sqrt{-1}$, insofern sind die obigen Ausdrücke nicht zweideutig, sondern vollkommen eindeutig durch die gegebene Ellipse bestimmt.

Es geht aus diesem Satz unmittelbar hervor, daß die Ebene einer Ellipse, sowie die Richtungen und das Verhältniß ihrer Axen vollständig durch zwei complexe Ausdrücke der gegebenen Art bestimmt sind.

Mac Cullagh hebt die merkwürdige Analogie dieses Satzes hervor zu dem Satz von der geraden Linie im Raum, wonach die Richtung einer geraden Linie im Raum vollkommen durch 2 reelle Constanten bestimmt ist.

Wir gründen auf diesen Satz eine analytische Darstellungsform für eine Ellipse im Raum, die wir im Folgenden wiederholt anwenden wollen. Es bedeute symbolisch:

$$(x+ix') : (y+iy') : (z+iz')$$

eine Ellipse im Raum, deren Mittelpunkt im Coordinatenanfangspunkt liegt, und von der irgend ein Paar conjugirter Durchmesser durch die Endpunkte x, y, z, x', y', z' gegeben ist.

Wir führen auf diese Darstellungsform eine andere zurück: Es seien p, q irgend welche conjugirte Halbmesser einer Ellipse im Raum, welche mit der x, y, z-Axe die Winkel α, β, γ resp. α', β', γ' einschließen, dann läßt sich diese Ellipse ebenso darstellen durch:

$$(p\cos\alpha + iq\cos\alpha') : (p\cos\beta + iq\cos\beta') : (p\cos\gamma + iq\cos\gamma'),$$

wie durch[1]):

$$\begin{aligned} x &= p\cos\alpha\sin\varphi + q\cos\alpha'\cos\varphi, \\ y &= p\cos\beta\sin\varphi + q\cos\beta'\cos\varphi, \\ z &= p\cos\gamma\sin\varphi + q\cos\gamma'\cos\varphi. \end{aligned}$$

Wir können durch Einsetzen von $\varphi = 0$ und $\varphi = \pi/2$, im Falle die zweite Darstellung nur für ein bestimmtes Paar conjugirter Halbmesser Gültigkeit hätte, immer zur ersten Darstellung übergehen. Da aber die erste Darstellung von der Wahl des Paares conjugirter Halbmesser unabhängig ist, muß es auch die zweite sein und damit ist zugleich bewiesen, daß eine Ellipse im Raum in der zweiten Form analytisch dargestellt werden kann.

Die bei der Totalreflexion auftretende Lichtbewegung der gebrochenen Welle.

Die allgemeinste Bewegung eines Aethertheilchen, die wir kennen, findet in einer Ellipse statt. Demgemäß setzt Mac Cullagh für ein Aethertheilchen, welches von der bei der totalen Reflexion entstehenden gebrochenen Welle in Bewegung gesetzt wird, an:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \varepsilon(p\cos\alpha\sin\varphi + q\cos\alpha'\cos\varphi) \\ \eta &= \varepsilon(p\cos\beta\sin\varphi + q\cos\beta'\cos\varphi) \\ \zeta &= \varepsilon(p\cos\gamma\sin\varphi + q\cos\gamma'\cos\varphi) \end{aligned}\right| \qquad (1.)$$

Hierin bedeuten wieder εp, εq irgend welche congugirte Halbmesser der Ellipse, α, β, γ, α', β', γ' ihre Richtungswinkel gegen die x, y, z-Axe. Der Coordinatenanfangspunkt von ξ, η, ζ (parallel zu x, y, z) befindet sich im Mittelpunkt der Ellipse, ferner sei gesetzt:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(lx + my + nz - st),$$

$$\varepsilon = e^{-\frac{2\pi}{\lambda}r(fx+gy+hz)}.$$

Die Lage der gebrochenen Wellenebene ist also gegeben durch $lx + my + nz = 0$, ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch s, ihre Wellenlänge durch λ. Der durch ε bezeichnete Exponentialfactor tritt hinzu, da erfahrungsgemäß bei der totalen Reflexion schon in geringer Tiefe die gebrochene Lichtbewegung völlig erloschen ist; es bedeutet darin r eine in jedem Fall näher zu bestimmende Größe,

---

1) Im Falle p, q die Halbaxen der Ellipse sind, ist diese Darstellung auch sonst wohl benutzt worden.

wie später durchgeführt werden wird. Ohne der Entwicklung der Materie vorzugreifen, bezeichnen wir schon hier die Ebene

$$fx + gy + hz = 0$$

als Grenzebene des Mediums, sowie die durch die Richtungen l, m, n, f, g, h gelegte Ebene als Einfallsebene. Die bei dem eigentlichen Problem der totalen Reflexion später einzuführenden Grenzbedingungen werden diese Bezeichnungsweise rechtfertigen.

Der Ansatz für die Schwingungsellipse des Aethertheilchens ist darum von Mac Cullagh so glücklich gewählt, weil er ganz analog gebildet ist der gewöhnlichen Bewegung eines Aethertheilchens im linear-polarisirten Licht:

$$\begin{aligned} \xi &= p\cos\alpha\sin\varphi \\ \eta &= p\cos\beta\sin\varphi \\ \zeta &= p\cos\gamma\sin\varphi \end{aligned} \qquad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(lx + my + nz - st)$$

Wir werden dadurch mit Leichtigkeit in den Stand gesetzt bei jedem Schritt zu erkennen, welche Ausdrücke und Sätze bei der durch totale Reflexion veranlaßten Lichtbewegung der gewöhnlichen Lichtbewegung in isotropen und anisotropen Medien entsprechen.

Einführung der Incompressibilitätsbedingung des Aethers.

Die Bedingung der Incompressibilität des Aethers lautet bekanntlich:

$$\frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\eta}{\partial y} + \frac{\partial\zeta}{\partial z} = 0.$$

Angewandt auf die Mac Cullagh'schen Ausdrücke für ξ, η, ζ, zerfällt dieselbe in die beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} &p(l\cos\alpha + m\cos\beta + n\cos\gamma) - rq(f\cos\alpha' + g\cos\beta' + h\cos\gamma') = 0 \\ &q(l\cos\alpha' + m\cos\beta' + n\cos\gamma') + rp(f\cos\alpha + g\cos\beta + h\cos\gamma) = 0. \end{aligned}$$

Wir geben diesen Gleichungen eine für die Folge vielfach benutzte Form, nämlich:

$$(2) \quad \left| \begin{aligned} &(p\cos\alpha + iq\cos\alpha')(l + irf) + (p\cos\beta + iq\cos\beta')(m + irg) \\ &+ (p\cos\gamma + iq\cos\gamma')(n + irh) = 0. \end{aligned} \right.$$

Es handelt sich nun darum diese Bedingungsgleichungen für die Incompressibilität geometrisch zu deuten; zunächst ist ersichtlich, daß hier nicht mehr, wie bei der gewöhnlichen Lichtbewegung

$$\begin{aligned} l\cos\alpha + m\cos\beta + n\cos\gamma &= 0 \\ l\cos\alpha' + m\cos\beta' + n\cos\gamma' &= 0. \end{aligned}$$

Die hier in Frage kommende Wellenbewegung findet also nicht mehr in der Wellenebene

$$lx + my + nz = 0$$

statt, sie ist nicht mehr transversal, und insofern kann man sagen, daß hier der Begriff der Wellenebene resp. der Wellennormale ein anderer, als bei der gewöhnlichen Lichtbewegung ist. Beide Begriffe gehen aber im Grenzfall der totalen Reflexion in einander über, denn dann ist $r = 0$, und dann gelten jene Gleichungen, welche die Transversalität der Lichtbewegung ausdrücken.

Wählen wir jetzt das x, y, z-System derart, daß x, y die Grenzebene, x, z die Einfallsebene wird, und bezeichnen den Winkel der Wellennormale mit dem Einfallsloth — also den Brechungswinkel mit ω, dann wird

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x \sin\omega + z\cos\omega - st)$$

$$\varepsilon = e^{-\frac{2\pi}{\lambda} rz}$$

und die Bedingung der Incompressibilität liefert:

$$p\cos\alpha \sin\omega + p\cos\gamma\cos\omega - rq\cos\gamma' = 0$$
$$q\cos\alpha'\sin\omega + q\cos\gamma'\cos\omega + rp\cos\gamma = 0$$

oder:

$$(p\cos\alpha + iq\cos\alpha') : (p\cos\gamma + iq\cos\gamma')$$
$$= (\cos\omega + ir) : (-\sin\omega).$$

In dieser Gleichung ist als unmittelbare Folge der Incompressibilitätsbedingung der Satz [1]) ausgesprochen:

Die Projection der Schwingungsellipse auf die Einfallsebene hat zu conjugirten Durchmessern Linien, welche parallel zur Grenzebene des Mediums und zur Wellenebene sind, ihre Längen verhalten sich wie $r : 1$.

Auf das ursprüngliche allgemeine Coordinatensystem x, y, z zurückgehend haben wir in der Gleichung (2) den analytischen Ausdruck dieses Satzes, welchem wir behufs späterer Anwendung die Form geben können:

Alle ebenen Ellipsen:

$$(p\cos\alpha + iq\cos\alpha') : (p\cos\beta + iq\cos\beta') : (p\cos\gamma + iq\cos\gamma'),$$

welche auf dem vorhin beschriebenen Projectionscylinder liegen, müssen der Bedingung genügen:

$$(p\cos\alpha + iq\cos\alpha')(l + irf) + (p\cos\beta + iq\cos\beta')(m + irg)$$
$$+ (p\cos\gamma + iq\cos\gamma')(n + irh) = 0$$

Wir haben bis jetzt nur mit Licht zu thun gehabt, bei dem die

1) Mac Collagh Coll. Works p. 192.

Aethertheilchen in Ellipsen schwingen und die Incompressibilitätsbedingung hat uns gelehrt, auf welchem Cylinder die Schwingungsellipsen stets liegen müssen. Es entsteht nun die Frage, ob für die hier in Betracht kommende Bewegung auch linear polarisirte Lichtbewegung möglich ist. Der Satz vom Projectionscylinder weist darauf hin, daß eine solche nur senkrecht zur Einfallsebene stattfinden kann, denn nur in diesem Fall liefert der Schnitt einer Ebene mit dem Projectionscylinder keine Ellipsen, sondern gerade Linien.

Wir können auch analytisch diese Folgerung verificiren. Setzen wir die Ausdrücke für linear polarisirtes Licht:

$$\begin{aligned} \xi &= \varepsilon p \cos\alpha \sin\varphi \\ \eta &= \varepsilon p \cos\beta \sin\varphi \\ \zeta &= \varepsilon p \cos\gamma \sin\varphi \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \varphi &= \frac{2\pi}{\lambda}(lx + my + nz - st) \\ \varepsilon &= e^{-\frac{2\pi}{\lambda} r(fx+gy+hz)} \end{aligned}$$

in die Incompressibilitätsbedingung

$$\frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\eta}{\partial y} + \frac{\partial\zeta}{\partial z} = 0 \text{ ein, so muß:}$$

$$\begin{aligned} l\cos\alpha + m\cos\beta + n\cos\gamma &= 0, \\ f\cos\alpha + g\cos\beta + h\cos\gamma &= 0, \end{aligned}$$

das heißt: Bei der totalen Reflexion ist für die gebrochene Welle linear polarisirtes Licht nur senkrecht zur Einfallsebene möglich.

Einführung der Differentialgleichungen für die Aetherbewegung.

Die Gleichungen 1) müssen nun den allgemeinen Differentialgleichungen genügen, welche für die Bewegung eines Aethertheilchens in einem optisch zweiaxigen Krystall aufgestellt sind. Wir beziehen jetzt das x, y, z-System auf die Hauptaxen des anisotropen Mediums. Bisher war die Wahl des x, y, z-Systems ganz gleichgültig. Es seien a, b, c die 3 Hauptlichtgeschwindigkeiten des Krystalls, so gelten bekanntlich die Gleichungen:

$$(3) \quad \left| \begin{aligned} \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} &= c^2\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\xi}{\partial y} - \frac{\partial\eta}{\partial x}\right) - b^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x} - \frac{\partial\xi}{\partial z}\right) \\ \frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} &= a^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\eta}{\partial z} - \frac{\partial\zeta}{\partial y}\right) - c^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\xi}{\partial y} - \frac{\partial\eta}{\partial x}\right) \\ \frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2} &= b^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x} - \frac{\partial\xi}{\partial x}\right) - a^2\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\eta}{\partial z} - \frac{\partial\zeta}{\partial y}\right). \end{aligned} \right.$$

Setzen wir den Ausdruck für ξ aus den Gleichungen (1) in die erste der Gleichungen (3), so erhalten wir:

$$
\begin{aligned}
-s^2\cos\alpha \;=\; & -c^2(m^2\cos\alpha - ml\cos\beta) + b^2(nl\cos\gamma - n^2\cos\alpha)\\
& + c^2r^2(g^2\cos\alpha - gf\cos\beta) - b^2r^2(hf\cos\gamma - h^2\cos\alpha)\\
& + rq/p\,[c^2\{2gm\cos\alpha' - (fm+gl)\cos\beta'\}\\
& - b^2\{(hl+fn)\cos\gamma' - 2hn\cos\alpha'\}],\\
-s^2\cos\alpha' = & -c^2(m^2\cos\alpha' - ml\cos\beta') + b^2(nl\cos\gamma' - n^2\cos\alpha')\\
& + c^2r^2(g^2\cos\alpha' - gf\cos\beta') - b^2r^2(hf\cos\gamma' - h^2\cos\alpha')\\
& - rq/p\,[c^2\{2gm\cos\alpha - (fm+gl)\cos\beta\}\\
& - b^2\{(hl+fn)\cos\gamma - 2hn\cos\alpha\}].
\end{aligned}
$$

Die Ausdrücke, welche sich ergeben, indem die Werthe für η und ζ aus (1) in die zweite resp. dritte Gleichung von (3) gesetzt werden, folgen unmittelbar durch cyclische Vertauschung, wir schreiben sie daher nicht weiter hin.

Schreiben wir jetzt zur Abkürzung

$$
\left.
\begin{aligned}
A &= p\cos\alpha + iq\cos\alpha' & \lambda &= l + irf\\
B &= p\cos\beta + iq\cos\beta' & \mu &= m + irg\\
\Gamma &= p\cos\gamma + iq\cos\gamma' & \nu &= n + irh
\end{aligned}
\right| , \qquad (4)
$$

so folgt aus den für $s^2\cos\alpha$ und $s^2\cos\alpha'$ hingeschriebenen Gleichungen

$$
\begin{aligned}
s^2A \;=\; & c^2[(m^2A - mlB) + ir(2gmA - (fm+gl)B) - r^2(g^2A - gfB)]\\
& - b^2[(nl\Gamma - n^2A) + ir((hl+fn)\Gamma - 2hnA) - r^2(hf\Gamma - h^2A)]\\
=\; & c^2\mu(A\mu - B\lambda) - b^2\nu(\Gamma\lambda - A\nu).
\end{aligned}
$$

Durch cyclische Vertauschungen erhalten wir hieraus entsprechende Gleichungen für s^2B und $s^2\Gamma$, und haben damit die Gleichungen gewonnen:

$$
\left.
\begin{aligned}
s^2A &= c^2\mu(A\mu - B\lambda) - b^2\nu(\Gamma\lambda - A\nu)\\
s^2B &= a^2\nu(B\nu - \Gamma\mu) - c^2\lambda(A\mu - B\lambda)\\
s^2\Gamma &= b^2\lambda(\Gamma\lambda - A\nu) - a^2\mu(B\nu - \Gamma\mu)
\end{aligned}
\right| . \qquad (5)
$$

Wir bemerken, daß durch das Factorensystem λ, μ, ν aus diesen Gleichungen die Incompressibilitätsbedingung (2) erhalten wird, welche sich jetzt schreibt:

$$A\lambda + B\mu + \Gamma\nu = 0.$$

Ordnen wir die Gleichung (5) nach A, B, Γ

$$
\begin{aligned}
& A(s^2 - c^2\mu^2 - b^2\nu^2) + Bc^2\lambda\mu + \Gamma b^2\lambda\nu = 0\\
& Ac^2\mu\lambda + B(s^2 - a^2\nu^2 - c^2\lambda^2) + \Gamma a^2\mu\nu = 0\\
& Ab^2\nu\lambda + Ba^2\nu\mu + \Gamma(s^2 - b^2\lambda^2 - a^2\mu^2) = 0
\end{aligned}
$$

und eliminiren hieraus oder in Verbindung mit:

$$A\lambda + B\mu + \Gamma\nu = 0$$

A, B, Γ, dann erhalten wir eine bemerkenswerthe Relation, welche ihr völliges Analogon in der gewöhnlichen Lichtbewegung hat.

Wir finden:

$$\begin{vmatrix} \lambda & \mu & \nu \\ s^2 - c^2\mu^2 - b^2\nu^2 & c^2\lambda\mu & b^2\lambda\nu \\ c^2\mu\lambda & s^2 - a^2\nu^2 - c^2\lambda^2 & a^2\mu\nu \end{vmatrix} = 0$$

oder umgeformt:

$$(s^2 - c^2\mu^2 - b^2(\nu^2+\lambda^2))(s^2 - a^2(\mu^2+\nu^2) - c^2\lambda^2) - (c^2 - a^2)(c^2 - b^2)\mu^2\lambda^2 = 0$$

oder endlich:

$$\begin{vmatrix} s^4 - s^2[\lambda^2(b^2+c^2) + \mu^2(c^2+a^2) + \nu^2(a^2+b^2)] \\ + (\lambda^2 b^2 c^2 + \mu^2 c^2 a^2 + \nu^2 a^2 b^2)(\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2) = 0. \end{vmatrix} \quad (6)$$

Diese Gleichung ist ganz analog der Gleichung in der Theorie der gewöhnlichen Lichtbewegung, welche bei gegebener Wellennormale die Geschwindigkeiten liefert, mit denen sich die zugehörende ordinäre und extraordinäre Welle in optisch zweiaxigen Medien bewegen, wir haben nur in den Ausdrücken für λ, μ, ν in (4) $r = 0$ zu setzen, wodurch dieselben in l, m, n übergehen, und zu berücksichtigen, daß $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ ist.

Indem wir die Gleichung (6) in ihren reellen und imaginären Bestandtheil zerfällen, erhalten wir die Gleichungen:

$$\begin{vmatrix} 0 = s^4 - s^2[(l^2 - r^2f^2)(b^2+c^2) + (m^2 - r^2g^2)(c^2+a^2) + (n^2 - r^2h^2)(a^2+b^2)] \\ + (1 - r^2)[(l^2 - r^2f^2)b^2c^2 + (m^2 - r^2g^2)c^2a^2 + (n^2 - r^2h^2)a^2b^2] \\ - 4r^2[\quad lf\quad b^2c^2 + \quad mg\quad c^2a^2 + \quad nh\quad a^2b^2] \end{vmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{vmatrix} 0 = -s^2[lf(b^2+c^2) + mg(c^2+a^2) + nh(a^2+b^2)] \\ + (1 - r^2)[lfb^2c^2 + mg\ c^2a^2 + nh\ a^2b^2] \\ + [(l^2 - r^2f^2)b^2c^2 + (m^2 - r^2g^2)c^2a^2 + (n^2 - r^2h^2)a^2b^2](fl + mg + nh). \end{vmatrix} \quad (8)$$

Es soll auf diese Gleichungen hier nicht näher eingegangen werden. Es sind in denselben die Beziehungen zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwelle s, der in dem Exponentialfactor vorkommenden Größe r und dem Brechungswinkel ω enthalten. Es sei aber hervorgehoben, daß abweichend von der Fresnelschen Lichttheorie die Geschwindigkeit s hier nicht ohne Weiteres durch die Wellennormale gegeben ist, dazu ist erst noch die Kenntniß des Einfallswinkels, unter dem die totale Reflexion stattfindet, nothwendig — wie aus dem Späteren hervorgehen wird.

Die Größe r wird 0 im Grenzfall der totalen Reflexion. Wir erhalten dann für (7) die bekannte Gleichung der Fresnelschen Theorie:

$$0 = s^4 - s^2[l^2(b^2+c^2) + m^2(c^2+a^2) + n^2(a^2+b^2)] + l^2b^2c^2 + m^2c^2a^2 + n^2a^2b^2$$

und für (8):

$$0 = -s^2(lf(b^2+c^2) + mg(c^2+a^2) + nh(a^2+b^2)) + lf\ b^2c^2 + mg\ c^2a^2 + nh\ a^2b^2 + (l^2b^2c^2 + m^2c^2a^2 + n^2a^2b^2)(lf+mg+nh) = 0.$$

An diese Formeln wird man anzuknüpfen haben, wenn man ausgehend von der Theorie der totalen Reflexion die Grenzwinkel für dieselbe bestimmen will[1]).

Im Falle optisch einaxiger Krystalle (es sei $b = c$) wird die Gleichung (6)

$$[s^2 - (a^2(\mu^2+\nu^2) + c^2\lambda^2)][s^2 - c^2(\lambda^2+\mu^2+\nu^2)] = 0. \qquad (6a)$$

Der erste Factor hat sein Analogon zu der extraordinären, der zweite zu der ordinären Welle der gewöhnlichen Lichtbewegung.

Behandeln wir zuerst die extraordinäre Welle, also den Factor,

$$s^2 - [a^2(\mu^2+\nu^2) + c^2\lambda^2] = 0,$$

so zerlegt sich derselbe durch Zerfällen in den reellen und imaginären Bestandtheil in:

$$s^2 = a^2(m^2+n^2) + c^2l^2 - r^2[a^2(g^2+h^2) + c^2f^2] \qquad (7a)$$

$$0 = a^2(mg+nh) + c^2lf. \qquad (8a)$$

Die letzte Gleichung bestimmt den Brechungswinkel der totalen Reflexion für die extraordinäre Welle. Danach bilden das Einfallsloth und die extraordinäre Wellennormale conjugirte Durchmesser der Ellipse, in welcher die Indexfläche[2]) durch die Einfallsebene geschnitten wird. Es geht daraus hervor, daß bei totaler Reflexion an einaxigen Medien der Brechungswinkel derselbe bleibt für beliebige Einfallswinkel innerhalb derselben Einfallsebene; der Brechungswinkel

---

1) Ausgehend von Fresnels Theorie ist dies von Herrn Th. Liebisch geschehen. Neues Jahrbuch für Mineralogie 1885 Bd. I pag. 245 und Bd. II pag. 181.

2) Coll. Works pag. 192. Die Indexfläche ist gegeben durch:

$$\frac{x^2}{a^2 - \frac{1}{r^2}} + \frac{y^2}{b^2 - \frac{1}{r^2}} + \frac{z^2}{c^2 - \frac{1}{r^2}} = 0 \quad \text{wo } r^2 = x^2+y^2+z^2.$$

ist also auch derselbe, wie er durch den Grenzfall der totalen Reflexion gegeben ist.

In Verbindung von (8a) mit: $lf+mg+nh = \cos\omega$ finden wir leicht die bekannten Formeln[1]):

$$\cos\omega = \frac{a^2-c^2}{a^2}lf \quad \operatorname{tang}\omega = \frac{a^2+(c^2-a^2)\cos^2\mu}{(c^2-a^2)\sin\mu\cos\mu\cos\delta},$$

wo $f = \cos\mu$ und δ das Azimut von Einfallsebene gegen Hauptschnitt bedeutet.

Behandeln wir jetzt die ordinäre Welle bei optisch einaxigen Medien, also:

(6b) | $$s^2 = c^2(\lambda^2+\mu^2+\nu^2),$$

so erkennen wir, daß dieser Fall sich mit den in isotropen Medien stattfindenden Wellen deckt. Durch Zerfällen in den reellen und imaginären Bestandtheil erhalten wir:

(7b) | $$s^2 = c^2(1-r^2).$$

(8b) | $$lf+mg+nh = 0.$$

Die gebrochene Wellennormale fällt danach in allen Fällen der totalen Reflexion in die Grenzebene.

Wir kehren jetzt zu den Gleichungen (5) zurück und eliminiren aus denselben die Größe s^2 [2]). Wir erhalten z. B. aus den beiden ersten Gleichungen:

$$a^2\nu(AB\nu - A\Gamma\mu)+b^2\nu(B\Gamma\lambda - AB\nu) - c^2(A^2\lambda\mu - AB\lambda^2+AB\mu^2-B^2\lambda\mu) = 0.$$

Der Coefficient von $-c^2$ wird:

$$A\mu(A\lambda+B\mu)-B\lambda(A\lambda+B\mu) = (A\lambda+B\mu)(A\mu-B\lambda) = -\Gamma\nu(A\mu-B\lambda)$$

nach der Incompressibilitätsbedingung. Wir erhalten so mit Hinweglassung des Factors ν:

(9)
$$\begin{cases} a^2(AB\nu - A\Gamma\mu)+b^2(B\Gamma\lambda - AB\nu)+c^2(\Gamma A\mu - \Gamma B\lambda) = 0 \\ a^2\left(\frac{\nu}{\Gamma}-\frac{\mu}{B}\right)+b^2\left(\frac{\lambda}{A}-\frac{\nu}{\Gamma}\right)+c^2\left(\frac{\mu}{B}-\frac{\lambda}{A}\right) = 0 \\ (b^2-c^2)\frac{\lambda}{A}+(c^2-a^2)\frac{\mu}{B}+(a^2-b^2)\frac{\nu}{\Gamma} = 0 \end{cases}$$

Dieselbe Gleichung hätten wir durch Combination irgend zweier

1) Th. Liebisch, Neues Jahrbuch für Mineralogie 1885 Bd. II, pag. 205.
2) In Bezug auf das Folgende cf. Coll. Works pag. 250. 251.

der Gleichungen (5) erhalten. Die Gleichung gestattet unmittelbar zu der gewöhnlichen Lichtbewegung zurückzukehren, wir haben nur in den Größen A, B, Γ, $q = 0$, $r = 0$ zu setzen. Die erste der Gleichungen (9) wird dann:

$$a^2 \cos\alpha\,(n\cos\beta - m\cos\gamma) + b^2\cos\beta\,(l\cos\gamma - n\cos\alpha) + c^2\cos\gamma\,(m\cos\alpha - l\cos\beta) = 0.$$

Diese Gleichung enthält in sich die Fresnelsche Regel, nach der bei gegebener Wellennormale das Licht linear polarisirt ist — eine Regel, welche ebenso auf das Constructionsellipsoid:

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$$

wie auf das Indexellipsoid (Elasticitätsellipsoid):

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = 1$$

begründet werden kann.

Es handelt sich nun darum in unserem Falle eine entsprechende geometrische Deutung der Gleichung (9) zu suchen, und es liegt schon des Analogon wegen nahe dabei gleichfalls an das Indexellipsoid zu knüpfen. Man wird schon hier vermuthen, daß die Deutung der Gleichung (9) auf eine Angabe bezüglich der Lage der Schwingungsebene hinauskommen wird. Lehrte die Incompressibilitätsbedingung den Cylinder kennen, auf dem die Schwingungsellipse liegen muß, so giebt die Schwingungsebene in Verbindung mit diesem Cylinder die Schwingungsellipse selbst ihrer Lage und Form nach.

Nach der Vorschrift von Mac Cullagh suchen wir zunächst die Schnittellipsen auf, welche sich aus den Kreisschnitten des Indexellipsoids in Verbindung mit dem Projectionscylinder ergeben. Es seien diese Schnittellipsen gegeben durch:

$$(A_1):(B_1):(\Gamma_1)$$
$$(A_2):(B_2):(\Gamma_2),$$

wo:
$$A_1 = p_1\cos\alpha_1 + iq_1\cos\alpha_1' \qquad A_2 = p_2\cos\alpha_2 + iq_2\cos\alpha_2'$$
$$B_1 = p_1\cos\beta_1 + iq_1\cos\beta_1' \qquad B_2 = p_2\cos\beta_2 + iq_2\cos\beta_2'$$
$$\Gamma_1 = p_1\cos\gamma_1 + iq_1\cos\gamma_1' \qquad \Gamma_2 = p_2\cos\gamma_2 + iq_2\cos\gamma_2'.$$

Die Kreisschnitte des Indexellipsoids sind gegeben durch

$$\frac{x}{z} = \mp\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}},$$

daher ist:

$$\frac{\Gamma_1}{A_1} = -\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}} \qquad \frac{\Gamma_2}{A_2} = +\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}.$$

Die durch die Kreisschnitte des Indexellipsoids erhaltenen Schnittellipsen sollen aber auch auf dem Projectionscylinder liegen, daher muß nach früheren Bemerkungen:

$$A_1\lambda + B_1\mu + \Gamma_1\nu = 0$$
$$A_2\lambda + B_2\mu + \Gamma_2\nu = 0,$$

also:

$$\frac{B_1}{A_1} = -\frac{\lambda}{\mu} - \frac{\Gamma_1}{A_1}\frac{\nu}{\mu} = \frac{\nu\sqrt{a^2-b^2} - \lambda\sqrt{b^2-c^2}}{\mu\sqrt{b^2-c^2}},$$

$$\frac{B_2}{A_2} = -\frac{\lambda}{\mu} - \frac{\Gamma_2}{A_2}\frac{\nu}{\mu} = -\frac{\nu\sqrt{a^2-b^2} + \lambda\sqrt{b^2-c^2}}{\mu\sqrt{b^2-c^2}}.$$

Es folgen:

$$A_1 = \mu\sqrt{b^2-c^2} \qquad A_2 = \mu\sqrt{b^2-c^2},$$
$$B_1 = \nu\sqrt{a^2-b^2} - \lambda\sqrt{b^2-c^2} \qquad B_2 = -(\nu\sqrt{a^2-b^2} + \lambda\sqrt{b^2-c^2}),$$
$$\Gamma_1 = -\mu\sqrt{a^2-b^2} \qquad \Gamma_2 = \mu\sqrt{a^2-b^2}.$$

Die Quadrate der conjugirten Halbmesser werden:

$$\left.\begin{matrix} p_1^2 \\ p_2^2 \end{matrix}\right\} = l^2(b^2-c^2) + m^2(a^2-c^2) + n^2(a^2-b^2) \mp 2nl\sqrt{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}$$

$$\left.\begin{matrix} q_1^2 \\ q_2^2 \end{matrix}\right\} = r^2\{f^2(b^2-c^2) + g^2(a^2-c^2) + h^2(a^2-b^2) \mp 2hf\sqrt{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}\}$$

und:

$$\left.\begin{matrix} p_1^2 - q_1^2 \\ p_2^2 - q_2^2 \end{matrix}\right\} = (l^2 - r^2f^2)(b^2-c^2) + (m^2 - r^2g^2)(a^2-c^2) + (n^2 - r^2h^2)(a^2-b^2)$$
$$\mp 2(nl - r^2hf)\sqrt{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}$$

Die Bedingung, daß die conjugirten Durchmesser Axen werden ist:

$$lf(b^2-c^2) + mg(a^2-c^2) + nh(a^2-b^2) \mp (nf+lh)\sqrt{(a^2-b^2)(b^2-c^2)} = 0.$$

In diesem Falle erhalten wir daher:

$$\left.\begin{matrix} p_1^2 - q_1^2 \\ p_1^2 - q_1^2 \end{matrix}\right\} = \lambda^2(b^2-c^2) + \mu^2(a^2-b^2) + \nu^2(a^2-b^2) \mp 2\lambda\nu\sqrt{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}.$$

Wir verbinden jetzt die Endpunkte der beiden großen Halbaxen und die Endpunkte der beiden kleinen Halbaxen und untersuchen, wie müssen diese Verbindungslinien getheilt werden, damit die Theilungspunkte in die Ebene der Schwingungsellipse zu liegen kommen.

Es mögen die Verbindungslinien im Verhältniß von $x:y$ ge-

theilt werden, dann sind unter Berücksichtigung von

$$A_1-A_2 = 0 \quad B_1-B_2 = 2\nu\sqrt{a^2-b^2} \quad \Gamma_1-\Gamma_2 = -2\mu\sqrt{a^2-b^2}$$

die Coordinaten der Theilungspunkte gegeben durch:

$$\mu\sqrt{b^2-c^2},$$
$$\nu\sqrt{a^2-b^2}\left(1-\frac{2x}{x+y}\right)-\lambda\sqrt{b^2-c^2},$$
$$-\mu\sqrt{a^2-b^2}\left(1-\frac{2x}{x+y}\right).$$

Es soll nun identisch sein:

$$AA+BB+C\Gamma = 0.$$

$$A\mu\sqrt{b^2-c^2}+B\left(\nu\sqrt{a^2-b^2}\left(1-2\frac{x}{x+y}\right)-\lambda\sqrt{b^2-c^2}\right)$$
$$-C\mu\sqrt{a^2-b^2}\left(1-2\frac{x}{x+y}\right) = 0.$$

Es folgt also:

$$\frac{B}{A} = \frac{\nu}{\mu}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}\left(1-2\frac{x}{x+y}\right)-\frac{\lambda}{\mu},$$
$$\frac{\Gamma}{A} = -\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}\left(1-2\frac{x}{x+y}\right).$$

Durch Elimination von

$$\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}\left(1-2\frac{x}{x+y}\right)$$

erhalten wir hieraus wieder als Probe der Richtigkeit die Incompressibilitätsbedingung

$$A\lambda+B\mu+\Gamma\nu = 0.$$

Wir bestimmen nun $x/(x+y)$ aus:

$$A\lambda+B\mu+\Gamma\nu = 0.$$
$$(b^2-c^2)B\Gamma\lambda+(c^2-a^2)\Gamma A\mu+(a^2-b^2)AB\nu = 0.$$
$$\frac{\Gamma}{A} = -\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}\left(1-2\frac{x}{x+y}\right).$$

Wir eliminiren zuerst B, um aus den beiden ersten Gleichungen Γ/A zu bestimmen:

$$B = -\frac{1}{\mu}(A\lambda+\Gamma\nu).$$

Dann wird die zweite Gleichung:

$$-(b^2-c^2)\,\Gamma\lambda\,(A\lambda+\Gamma\nu)+(c^2-a^2)\,\Gamma A\,\mu^2-(a^2-b^2)\,A\nu\,(A\lambda+\Gamma\nu)=0$$

oder etwas umgeformt:

$$\frac{\Gamma^2}{A^2}+\frac{\Gamma}{A}\,\frac{\lambda^2(b^2-c^2)+\mu^2(a^2-c^2)+\nu^2(a^2-b^2)}{(b^2-c^2)\,\lambda\nu}+\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}=0$$

$$\frac{\Gamma}{A}=-\frac{1}{(b^2-c^2)\,\lambda\nu}\left[\tfrac{1}{2}\left\{\lambda^2(b^2-c^2)+\mu^2(a^2-c^2)+\nu^2(a^2-b^2)\right\}\right.$$

$$\left.\pm\sqrt{\left\{\lambda^2(b^2-c^2)+\mu^2(a^2-c^2)+\nu^2(a^2-b^2)\right\}^2-4\lambda\nu\,(a^2-b^2)\,(b^2-c^2)}\right]$$

$$=-\frac{1}{(b^2-c^2)\,\lambda\nu}\left[\tfrac{1}{2}\left\{(p_1^2-q_1^2)+(p_2^2-q_2^2)\right\}\pm\tfrac{1}{2}\sqrt{(p_1^2-q_1^2)\,(p_2^2-q_2^2)}\right]$$

$$\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}}\,\frac{\Gamma}{A}=\frac{\left(\sqrt{p_1^2-q_1^2}\mp\sqrt{p_2^2-q_2^2}\right)^2}{(p_1^2-q_1^2)-(p_2^2-q_2^2)}=-1+2\,\frac{x}{x+y}$$

Der Umstand, daß $\frac{x}{x+y}$ ein echter Bruch ist, entscheidet für die Gültigkeit des — Zeichens vor $\sqrt{p_2^2-q_2^2}$

$$2\,\frac{x}{x+y}=1+\frac{\sqrt{p_1^2-q_1^2}-\sqrt{p_2^2-q_2^2}}{\sqrt{p_1^2-q_1^2}+\sqrt{p_2^2-q_2^2}}=\frac{2\sqrt{p_1^2-q_1^2}}{\sqrt{p_1^2-q_1^2}+\sqrt{p_2^2-q_2^2}}.$$

Es folgt also $\frac{x}{y}=\sqrt{\frac{p_1^2-q_1^2}{p_2^2-q_2^2}}$, und damit ist die von Mac Cullagh gegebene Regel zur Aufsuchung der Schwingungsebene der Ellipse bewiesen; dieselbe lautet:

Man suche die Schnittellipsen der Kreisschnitte des Indexellipsoides mit dem durch die Größen r, l, m, n, f, g, h bekannten Projectionscylinder; es seien p_1, p_2 die großen Halbaxen, q_1, q_2 die kleinen Halbaxen derselben. Nun verbinde man die Endpunkte der großen und der kleinen Halbaxen und theile jede dieser Verbingungslinien in dem Verhältniß von $\sqrt{p_1^2-q_1^2}:\sqrt{p_2^2-q_2^2}$. Die Ebene welche durch diese Theilungspunkte und durch den Mittelpunkt der ersten Schnittellipsen gelegt wird, hat die Lage der Ebene der Schwingungsellipse.

Mac Cullagh empfiehlt einige Vorsicht bei der Anwendung dieser Regel; diese Bemerkung bezieht sich wohl darauf, daß die Endpunkte der kleinen resp. großen Axen richtig (also etwa nicht über Kreuz) verbunden werden. In jedem Fall geben die analytischen Formeln oder die Betrachtung eines stetigen Ueberganges von als richtig bekannten Verbindungslinien zu den zu bestimmenden Fällen Auskunft.

Die Regel von Mac Cullagh läßt im Stich, wenn wir von zweiaxigen Krystallen zu einaxigen Krystallen übergehen wollen.

Wir kehren daher zu den Gleichungen (5) zurück, die erste derselben wird, wenn wir $b = c$ setzen:

$$s^2 A/c^2 = A(\mu^2 + \nu^2) - \lambda(B\mu + \Gamma\nu)$$
$$= A(\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2).$$

Daraus folgt entweder

$$A = 0 \qquad \text{oder} \quad s^2 = c^2(\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2).$$

Die erste Gleichung entspricht dem Fall der extraordinären Welle und besagt, das $\cos\alpha = 0$, $\cos\alpha' = 0$. Die Ebene der Schwingungsellipse steht daher für die extraordinäre Welle in einaxigen Krystallen stets senkrecht zur optischen Axe [1]). Die Schwingungsellipse ist weiter ihrer Form nach unter Benutzung des Projectionscylinders gegeben.

Die zweite Gleichung entspricht dem Fall der ordinären Welle im einaxigen Krystall und dem Fall des isotropen Mediums; hier ist die Lage der Schwingungsebene erst bestimmbar durch den Schwingungszustand des einfallenden Lichts, in ähnlicher Weise, wie in einem isotropen Medium bei gegebener Wellennormale die Polarisation der Wellenebene ganz beliebig sein kann und ihre Bestimmung erst findet, wenn der Schwingungszustand des einfallenden Lichts gegeben ist [2]).

Das Problem der totalen Reflexion.

Einführung der Grenzbedingungen.

Die Grenzbedingungen von Mac Cullagh fallen analytisch vollkommen mit den Neumann-Kirchhoffschen Grenzbedingungen zusammen, wonach also kurz zu sagen: die Gleichheit der Verrückungscomponenten zu beiden Seiten der Grenzfläche sowie die Erhaltung der lebendigen Kraft der Lichtbewegung für den Act der Reflexion und Brechung angenommen wird. Mac Cullagh hat für die partielle Lichtbrechung diesen Grenzbedingungen wieder eine geometrische Deutung gegeben, auf die ich zum Verständniß des Folgenden, insbesondere des Begriffs der uniradialen Richtungen, wohl kurz hier eingehen muß.

Wir lassen um die Vorstellung zu fixiren linear polarisirtes Licht

---

1) cf. Coll. Works pag. 220.

2) Die Ausführung der pag. 220 gemachten Bemerkung Mac Cullagh's über die Hülfsgrößen ξ, η, ζ, würde hier zu weit führen und erscheint wenig von Belang.

auf die Grenzfläche zweier Medien fallen und partielle Reflexion erleiden. Wir denken uns von dem Punkt der Grenzfläche, an dem wir die Reflexion und Brechung betrachten wollen, die Amplituden der Aetherbewegung für die einfallende, reflectirte und gebrochene Welle der Größe und Richtung nach aufgetragen.

Im Falle beide Medien isotrop sind, besagen dann die Grenzbedingungen, welche die Gleichheit des Verrückungscomponenten aussprechen, wie leicht ersichtlich, daß die geometrisch dargestellten Amplituden in einer Ebene liegen, und die Amplitude der gebrochenen Welle als Resultante der anderen Amplituden gefaßt werden kann. Welches aber diese Ebene ist, in der die 3 Amplituden liegen, besagt die Neumann-Kirchhoffsche Grenzbedingung, es ist die Polarisationsebene der gebrochenen Welle.

Im Falle Licht in einem isotropen Medium auf ein anisotropes Medium fällt, tritt an Stelle der Polarisationsebene der gebrochenen Welle die Polarebene[1]) derselbe, welche im Falle eines isotropen Mediums mit der Polarisationsebene identisch ist. Da aber im Allgemeinen 2 gebrochene Wellen existiren, werden wir hier auch für 2 Polarebenen die geometrische Construction ausführen können, nach der sich die Amplitude jeder einzelnen gebrochenen Welle nach Größe und Richtung als Resultante je einer Amplitude der einfallenden und reflectirten Welle darstellt. Diese Richtungen der einfallenden und reflectirten Amplituden (Transversalen) werden von Mac Cullagh als die uniradialen Richtungen bezeichnet. Hat die Amplitude des einfallenden Lichts die uniradiale Richtung so findet keine Doppelbrechung statt, im andern Fall lassen sich die einfallenden und reflectirten Amplituden nach den uniradialen Richtungen zerlegen, eine Bemerkung, auf der die verhältnißmäßig einfache Darstellung der Gesetze der Doppelbrechung nach Mac Cullagh[2]) beruht.

Mac Cullagh hat das Neumann-Kirchhoffsche Princip ersetzt durch 2 andere analytische Gleichungen und zwar auf 2 verschiedene Arten[3]), wodurch im Ganzen scheinbar 5 Grenzbedingungen aufgestellt werden; er weist[4]) jedoch nach, daß im Fall der Fresnelschen Lichtbewegung dann immer eine identisch durch die übrigen erfüllt wird. Dieser Beweis läßt sich jedoch ganz unabhängig von der für die Art der Schwingung angenommenen Form führen[5]), er gilt also ebenso im Falle der partiellen wie der totalen Reflexion.

1) Mac Cullagh. Coll. Works 1880. pag. 96. 183.
2) Mac Cullagh. Coll. Works 1880. pag. 87. 145.
3) Mac Cullagh. Coll. Works 1880. pag. 169 u. pag. 189.
4) Mac Cullagh. Coll. Works 1880. pag. 175.
5) cf. Kirchhoff gesammelte Abhandlungen 1882. pag. 368.

Zur Verification der von Mac Cullagh aufgestellten Sätze und Ausdrücke genügt es sich auf die 3 ersten Grenzbedingungen zu beschränken, also nur die Gleichheit der Verrückungscomponenten zu berücksichtigen.

Wir setzen für die einfallende und reflectirte Lichtbewegung an die Gleichungen:

$$\xi_0 = p_0 \cos\alpha_0 \sin\varphi_0 + q_0 \cos\alpha_0' \cos\varphi_0 \qquad \xi_r = p_r \cos\alpha_r \sin\varphi_r + q_r \cos\alpha_r' \cos\varphi_r$$
$$\eta_0 = p_0 \cos\beta_0 \sin\varphi_0 + q_0 \cos\beta_0' \cos\varphi_0 \qquad \eta_r = p_r \cos\beta_r \sin\varphi_r + q_r \cos\beta_r' \cos\varphi_r$$
$$\zeta_0 = p_0 \cos\gamma_0 \sin\varphi_0 + q_0 \cos\gamma_0' \cos\varphi_0 \qquad \zeta_r = p_r \cos\gamma_r \sin\varphi_r + q_r \cos\gamma_r' \cos\varphi_r,$$

für die beiden gebrochenen Lichtwellen:

$$\xi_1 = \varepsilon_1(p_1\cos\alpha_1\sin\varphi_1 + q_1\cos\alpha_1'\cos\varphi_1) \qquad \xi_2 = \varepsilon_2(p_2\cos\alpha_2\sin\varphi_2 + q_2\cos\alpha_2'\cos\varphi_2)$$
$$\eta_1 = \varepsilon_1(p_1\cos\beta_1\sin\varphi_1 + q_1\cos\beta_1'\cos\varphi_1) \qquad \eta_2 = \varepsilon_2(p_2\cos\beta_2\sin\varphi_2 + q_2\cos\beta_2'\cos\varphi_2)$$
$$\zeta_1 = \varepsilon_1(p_1\cos\gamma_1\sin\varphi_1 + q_1\cos\gamma_1'\cos\varphi_1) \qquad \zeta_2 = \varepsilon_2(p_2\cos\gamma_2\sin\varphi_2 + q_2\cos\gamma_2'\cos\varphi_2),$$

wo
$$\varepsilon_1 = e^{-\frac{2\pi r_1}{\lambda}(f_1 x + g_1 y + h_1 z)}$$
$$\varepsilon_2 = e^{-\frac{2\pi r_2}{\lambda}(f_2 x + g_2 y + h_2 z)}.$$

Die Berechtigung zur Annahme einer Doppelbrechung auch im Falle der totalen Reflexion beruht abgesehen von der directen Erfahrung (2 Grenzwinkel der totalen Reflexion) auf Gleichung (7), welche in Bezug auf s^2 vom II. Grade ist.

Es soll nun nach den 3 ersten Grenzbedingungen:

$$\overline{\xi_0 + \xi_r} = \overline{\xi_1 + \xi_2}$$
$$\overline{\eta_0 + \eta_r} = \overline{\eta_1 + \eta_2}$$
$$\overline{\zeta_0 + \zeta_r} = \overline{\zeta_1 + \zeta_2}.$$

Es folgt daraus, daß einmal für die Grenzebene $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ sein müssen, andernfalls die Bewegung abhängig von der Wahl des Anfangspunkts des Coordinatensystems wäre. Die Gleichungen

$$f_1 x + g_1 y + h_1 z = f_2 x + g_2 y + h_2 z = 0$$

sind also in der That nichts anderes als die Grenzebenen der beiden Medien.

Sodann folgt die Gleichheit der Winkel:

$$\varphi_0 = \varphi_r = \varphi_1 = \varphi_2.$$

Das liefert einmal das bekannte Reflexionsgesetz, sodann analog dem Brechungsgesetz der partiellen Reflexion:

$$\sin\omega = s \sin i,$$

wo i der Einfallswinkel, ω der Brechungswinkel, s die Geschwindigkeit der gebrochenen Welle im Verhältnis zur einfallenden Welle, welche gleich 1 gesetzt werden möge, bedeutet. Die einfallende und gebrochene Wellennormale liegt danach in einer Ebene. Die Bezeichnung der durch die Richtungen l, m, n, f, g, h gelegten Ebene als Einfallsebene findet dadurch ihre Berechtigung.

Diese Gleichung wäre in Verbindung mit (7) und (8) zu bringen, zur Bestimmung von s und r. Im Falle optisch einaxiger Medien war uns ω bekannt cf. (8a), woraus Gleichungen für $\cos\omega$ und $\operatorname{tang}\omega$ unmittelbar abgeleitet waren, die Gleichung $s = \sin\omega/\sin i$ liefert dann die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle bei gegebenem Einfallswinkel i und die zugehörige Constante r folgt nach (7a) dann aus:

$$r = \sqrt{\frac{a^2(m^2+n^2) + c^2l^2 - \frac{\sin^2\omega}{\sin^2 i}}{a^2(g^2+h^2)+c^2f^2}}.$$

Im Falle eines isotropen Mediums wird $\omega = \pi/2$, $s = 1/\sin i$ $r = \sqrt{1 - \frac{1}{a^2\sin^2 i}}$ [1], wo dann a der Brechungsindex für den Uebergang des Lichts vom optisch dünneren zum optisch dichteren Medium ist.

Mac Cullagh schlägt zur Bestimmung der Größen ω und r einen anderen Weg ein, der an die Construction [2]) der partiell reflectirten und gebrochenen Wellennormalen mit Hülfe der Indexfläche unmittelbar anknüpft und auf die totale Reflexion übertragen [3]) wird. Es sei s' wieder das Einfallsloth, $x's'$ die Einfallsebene, setzen wir $x' = \sin i$, dann ist die Curvengleichung, welche durch den Schnitt der Einfallsebene mit der Indexfläche erhalten wird, in Bezug auf s' vom 4. Grade. Die Wurzeln dieser Gleichung seien — wir denken uns die Gleichung etwa durch Probiren aufgelöst

$$u \pm v\sqrt{-1} \qquad u' \pm v'\sqrt{-1}$$

Es kann dann ω und r durch u und v bestimmt werden.

Mac Cullagh giebt ohne nähere Andeutung der Ableitung die Formeln:

---

1) Mac Cullagh Coll. Works 1880 pag. 218.

2) W. Hamilton. Trans. Roy. Irish Acad. 1833. 17, 144. Mac Cullagh ibid. 17, 252. Coll. Works 36.

3) Mac Cullagh Coll. Works pag. 191.

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{\sin i}{u} \qquad r = sv$$

$$\operatorname{tang}\omega' = \frac{\sin i}{u'} \qquad r' = s'v'.$$

Ich leite diese Ausdrücke auf einem Wege ab, der zugleich die völlige Uebereinstimmung der Theorieen von Mac Cullagh und Neumann-Kirchhoff zeigen wird. Wir knüpfen an die Darstellung Kirchhoffs[1]) und setzen für die bei ihm vorkommende Function

$$f\left(\frac{x}{h} + \frac{z}{h\operatorname{tang}\varphi_1} - t\right) = \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\left(\frac{x}{h} + \frac{z}{h\operatorname{tang}\varphi} - t\right)\frac{2\pi}{T}.$$

Im Falle der totalen Reflexion wird hierin in unserer Bezeichnung

$$\operatorname{tang}\varphi = \sin i/(u + iv)$$

und die Function f verwandelt sich bei der Kirchhoffschen Darstellung in

$$e^{-\frac{2\pi z}{hT}\cdot\frac{v}{\sin i}} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\left(\frac{x}{h} + \frac{zu}{h\sin i} - t\right)\frac{2\pi}{T}.$$

Dieser Ausdruck muß identisch sein mit dem bei Mac Cullagh vorkommenden Ausdruck

$$e^{-\frac{2\pi s}{\lambda}r} \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\left(x\sin\omega + z\cos\omega - st\right)\frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\text{wo } s = \frac{\sin\omega}{\sin i} \text{ und } \lambda = sT.$$

Die Vergleichung liefert die Relationen:

$$hT = \frac{\lambda}{\sin\omega}, \quad \frac{hT\sin i}{u} = \frac{\lambda}{\cos\omega}, \quad \frac{v}{hT\sin i} = \frac{r}{\lambda},$$

und aus diesen folgt unmittelbar:

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{\sin i}{u}, \quad r = v\frac{\sin\omega}{\sin i} = vs.$$

Wir können im Fall optisch einaxiger Medien diese Ausdrücke auch unmittelbar aus der Theorie von Mac Cullagh herleiten. Im Falle $b = c$ wird die Indexfläche bezogen auf die Hauptaxen des Mediums

$$(c^2(x^2 + y^2 + z^2) - 1)\,(c^2x^2 + a^2(y^2 + z^2) - 1) = 0.$$

---

1) Kirchhoff gesammelte Abhandlungen pag. 371. 373.

Wir führen für den Theil:

$$c^2x^2 + a^2(y^2 + z^2) - 1$$

ein Coordinatensystem $x'y'z'$ ein, wo $x'y'$ mit der Grenzebene, $x'z'$ mit der Einfallsebene zusammenfallen möge, es ist dann

$$\begin{aligned} x &= f_0x' + f_1y' + fz' \qquad & f_0 \sin\omega &= l - f\cos\omega \\ y &= g_0x' + g_1y' + gz' \quad \text{wo} & g_0 \sin\omega &= m - g\cos\omega \\ z &= h_0x' + h_1y' + hz' & h_0 \sin\omega &= n - h\cos\omega. \end{aligned}$$

Der Schnitt der Einfallsebene (also $y' = 0$) mit dem zu betrachtenden Theil der Indexfläche liefert dann:

$$\begin{aligned} z'^2(f^2c^2 + (g^2 + h^2)a^2) + 2z'x'(f_0fc^2 + (g_0g + h_0h)a^2) \\ + x'^2(f_0^2c^2 + (g_0^2 + h_0^2)a^2) - 1 = 0. \end{aligned}$$

Hierin $x' = \sin i$ gesetzt und die Gleichungen (7a) und (8a) berücksichtigt.

Erhalten wir die Gleichung:

$$z'^2 - 2z'\sin i\cot\omega + \sin^2 i\cot^2\omega + r^2\frac{\sin^2 i}{\sin^2\omega} = 0$$

es müssen also:

$$u = \sin i\cot\omega$$

$$u^2 + v^2 = \sin^2 i\cot^2\omega + r^2\frac{\sin^2 i}{\sin^2\omega} \qquad \text{also } v = rs.$$

Es erübrigt[1]) nun noch die weiter aus der Gleichheit des Verrückungscomponenten folgenden Bedingungen zu discutiren:

$$\begin{aligned} p_0\cos\alpha_0 + p_r\cos\alpha_r &= p_1\cos\alpha_1 + p_2\cos\alpha_2 \\ p_0\cos\beta_0 + p_r\cos\beta_r &= p_1\cos\beta_1 + p_2\cos\beta_2 \\ p_0\cos\gamma_0 + p_r\cos\gamma_r &= p_1\cos\gamma_1 + p_2\cos\gamma_2 \\ q_0\cos\alpha_0' + q_r\cos\alpha_r' &= q_1\cos\alpha_1' + q_2\cos\alpha_2' \\ q_0\cos\beta_0' + q_r\cos\beta_r' &= q_1\cos\beta_1' + q_2\cos\beta_2' \\ q_0\cos\gamma_0' + q_r\cos\gamma_r' &= q_1\cos\gamma_1' + q_2\cos\gamma_2'. \end{aligned}$$

Im Falle das Medium isotrop setzten wir $p_2 = q_2 = 0$, insofern nur eine gebrochene Welle existirt. Die Größen p_1 q_1 konnten bisher irgend 2 conjugirte Halbmesser der Schwingungsellipse sein, wenn wir jetzt dieselben die Halbaxen der Ellipse sein lassen, sind unmittelbar die von Mac Cullagh gegebenen Regeln ersichtlich:

Man nehme irgend einen Schnitt des Projectionscylinder (der ja

1) Mac Cullagh Coll. Works pag. 219.

durch r, l, m, n, f, g, h gegeben). Dieser Schnitt stelle die Schwingung eines Aethertheilchens an der gemeinsamen Grenze der beiden Medien dar; es seien OP und OQ die Halbaxen des Schnitts, welche vom Einfallspunkt O mit ihren Längen und Richtungen gezogen seien, Man lege ferner durch O 2 Ebenen, welche die Lage der einfallenden und reflectirten Welle darstellen mögen. Man lege nun durch die Halbaxe OP eine Ebene und drehe dieselbe, bis der Winkel der Schnittgeraden dieser Ebene mit den die Lage der einfallenden und reflectirten Wellen darstellenden Ebenen halbirt wird. In dieser Lage zeichne man aus den Schnittgeraden das Parallelogramm, zu dem OP die Diagonale ist. Es seien OA und OA' die entsprechenden Seiten desselben. Die gleiche Construction werde mit der Halbaxe OQ gemacht, wodurch die Schnittgeraden OB und OB' erhalten werden. Es wird dann die einfallende Schwingung repräsentirt durch die Ellipse, zu der OA und OB conjugirte Halbmesser sind und die reflectirte Schwingung durch die Ellipse, zu der OA' und OB' conjugirte Halbmesser sind. Zugleich ist ersichtlich, daß die Punkte $AA'P$ gleichzeitig, ebenso wie die Punkte $BB'Q$ passirt werden.

Dieselbe Construction ist anwendbar auf optisch einaxige und zweiaxige Medien. Es ist dabei nur zu bedenken, daß bei optisch einaxigen die extraordinäre Welle, bei optisch zweiaxigen Medien beide Wellen eine bestimmt vorgeschriebene durch den Einfallswinkel gegebene Schwingungsebene der Ellipse haben, während bei isotropen Medien und der ordinären Welle optisch einaxiger Medien nur der Projectionscylinder eine vorgeschriebene Lage hat.

Indem wir ferner den Begriff der uniradialen Richtung von der gewöhnlichen Lichtbewegung übertragen auf den Vorgang der totalen Reflexion, werden wir nach einander die Construction für die eine dann für die andere gebrochene Welle ausführen, um innerhalb des isotropen Mediums die Lichtbewegung für das einfallende und für das reflectirte Licht aus den uniradial einfallenden Schwingungen zusammen zusetzen. Ebenso wie wir eine einfallende Schwingung auflösen können in 2 den uniradialen ähnliche Schwingungen, können wir die ihr entsprechende reflectirte Schwingung finden durch Zusammensetzung der uniradial reflectirten Schwingungen.

Aus diesen geometrischen Betrachtungen ist die vollständige Lösung des Problems der totalen Reflexion für isotrope und anisotrope Medien ersichtlich. Der Projectionscylinder kann in jedem Fall aus den Formeln

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\sin i}{u} \qquad r = v \frac{\sin \omega}{\sin i}$$

bestimmt werden. Im Falle anisotroper Medien existiren 2 solche

Projectionscylinder. Bei optisch zweiaxigen Krystallen können von vorneherein nach der MacCullagh'schen Regel auf beiden die den Schwingungsellipsen der beiden gebrochenen Wellen ähnlichen Ellipsen aufgezeichnet, und daher rückwärts die uniradial einfallenden Schwingungsellipsen construirt werden, deren Größe dann durch die gegebene einfallende Schwingungsellipse bestimmt wird. Im Falle optisch einaxiger Medien ist zwar für die extraordinär gebrochene Welle auch noch die der Schwingungsellipse bekannt, aber nicht mehr für die ordinäre Welle; dasselbe gilt für isotrope Medien. In diesen Fällen würde also die praktische Ausführung der obigen geometrischen Betrachtungen auf ein bloßes Probiren herauskommen.

Ich behalte mir vor auf diesen Gegenstand in einer späteren Mittheilung ausführlicher zurückzukommen, insbesondere sollen die analytischen Ausdrücke für die Phasendifferenz der total reflectirten Welle aufgestellt werden. Für isotrope Medien ist dies bereits von Neumann geschehen.

Königsberg i. Pr. 1. November 1885.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Mai 1885.

(Fortsetzung).

B. Boncompagni Bulletino di Bibliografia e di Storia delle sc. mat. e fis. T. XVII. Luglio Roma 1884. 4. (für die Gauss-Bibliothek.)
XIV. Jahresbericht der histor.-antiq. Gesellschaft von Graubünden. Jahrg. 1884. 8.
Placidus Plattner. Die Raeteis von Simon Lemnius. Chur 1874. 8.
The Canadian Journal of science, literature and history. Vol. XV No. I—IV. VII. VIII. Toronto 1876—1878. 8.
Monthly Notices of the r. astronom. Soc. Vol. XLV No. 6.
Atti della r. Accademia dei Lincei. II. Ser. 4. Rendiconti. Vol. I fasc. 10.
Zeitschrift der österreich. Gesellschaft für Meteorologie. Bd. XX. Mai-Heft 1885.
Bulletin de l'Académie impér. des sciences de St.-Pétersbourg. T. XXX. No. 1.
Nature No. 810.
Proceedings of the scientific meetings of the Zoological Society of London. 1884. Pt. IV.
Leopoldina. Heft XXI. No. 5—8.
Annales de la société géologique de Belgique. T. X. 1882—3 et tables générales des tomes I à X.
Nature 811.
G. Struever Contribuzioni alla mineralogia dei Vulcani Sabatini. Pt. I. (R. Accademia dei Lincei. Anno CCLXXXII. 1884—85.)
Jahresbericht des naturw. Vereins zu Halle. I—III (1848—1850).
ΚΩΝΣΤ. Ν. ΚΩΣΤΗ. ΠΕΡΙ ΑΔΙΚΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΠΟΙΝΗΣ ΕΝ ΤΗ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΤΡΑΓΩΔΙΑ. ΑΘΗΝΗΣΙ. 1885. 8.

ΑΝΑΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑ ΤΟ ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΟΝ ΕΤΟΣ 1884—1885 ΑΡΧΩΝΤΟΥΝΤΩΝ ΑΘΗΝΑΙΣ ΕΘΝΙΚΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ. 1884. 8.

ΠΑΝΑΓΙΩΤΟΣ Γ. ΚΥΡΙΑΚΟΣ. ΤΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΤΕΣΣΑΡΑΚΟΣΤΗΝ ΠΡΥΤΑΝΕΙΑΝ ΤΟΥ ΕΘΝΙΚΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ 1884. 8.

Report of the Superintendent of the U. S. Coast and geodetic Survey showing the progress of the Work during the fiscal year ending with Juni 1883. Washington 1884. Text and Sketches. 4.

John Hopkins University Circulars. Vol. IV. No. 39.

Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. LVIII. Heft 1 (Januar-Februar 1885).

Third annual report of the U. St. Geological Survey 1881—82 by J. W. Powell. Washingt. 1883.

Monographs of the U. St. Geologic. Survey. Vol. III. Geology of the Comstock Lode and the Washoe District by George F. Becker. Washingt. 1882. Texte. Atlas.

Proceedings of the american philosophical Society. Vol. XXI. No. 116. 1884.

Register of papers published in the Transactions and Proceedings of the american philosophical Society, compiled by H. Philippe, jr.

Memoirs of the national Academy of sciences. Vol. II. 1883. Washingt. 1884. 4.

The scientific transactions of the roy. Dublin Society. Vol. III (Ser. II) V. 1884. VI. 1885. 4.

The scientific proceedings of the roy. Dublin Society. Vol. IV. (N. S.) Pt. 5. 1884—5. 8.

Nature. No. 812.

Gomes Teixeira Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Coimbra. Vol. V 1884. Vol. VI No. 1. 1885. 8.

Atti della r. Accademia dei Lincei. Ser. 4. Rendiconti. Vol. I. Fasc. 11.

39. Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft in Emden 1883/84. Emden 1885. 8.

Proceedings of the Academy of natural sciences of Philadelphia. Pt. I. Januar—March 1885. Philadelphia 1885. 8.

Anales de la Sociedad científica argentena. Entreg. III t. XIX. Buenos Ayres 1885.

O. Benndorf, Ueber die jüngsten geschichtlichen Wirkungen der Antike. Wien 1885. 8.

Acta Universitatis Lundensis. Tom. XIX. Lund 1882—83. 4 Afdelningar.

Lund's Universitets-Bibliotheks Accessions-Katalog 1883. Lund 1884. 8.

Zeitschrift der deutschen morgenländischen Gesellschaft. Bd. 39. Heft 1. Leipzig 1885.

Transactions of the Cambridge philosophical Society. Vol. XIV. Pt. I. Cambridge 1885. 4.

Proceedings of the Cambridge philosophical Society. Vol. V. Pt. I. II. III. 1884—85. 8.

Preisschriften gekrönt und herausgegeb. von der fürstl. Jublonowski'schen Gesellschaft zu Leipzig. No. XVII d. histor.-nationalökon. Section. XXV. Ernst Hasse, Geschichte der leipziger Messen. Leipzig 1885. Kl. fol.

Informe dirijido al Señor Segretario de fomento sobre los trabajos practicados por la oficina de estadistica en el año de 1884. Guatemala. 8.

Proceedings of the London mathematical Society. No. 237—239.

F. A. Genth and Gerhard vom Rath, On the Vanadates and Jodyrite from lake Valley, Surra Co, New Mexico. — Contrib. from the Laborat. of the Univers. of Pennsylvania No. XXIII. 8.

Annual Report of the Chief Signal Officer to the Secretary of Warf. the year 1883. Washington 1884.

Juni 1885.

P. Hunfalvy und Gustav Heinrich, Ungarische Revue. V. Heft. 1885. Mai. Budapest.

Boletin de la Academia nacional de ciencias en Cordoba. T. VII. Entrega. 4. Buenos Aires 1885.

Alfred Stern, Abhandlungen und Aktenstücke zur Geschichte der preussischen Reformzeit 1807—1815. Leipzig 1885.

Bulletin de la société mathématique de France. T. XIII. No. 3. Paris 1885.
Carl Ohrtmann, Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XIV. Jahrg. 1882. H. 3. Berlin 1885.
Proceedings of the american pharmaceutical Association at the 32 annual Meeting held at Milwaukee, Wis, August 1884. Philadelphia 1885. 8.
Abhandlungen, herausgegeben vom naturwissenschaftlichen Vereine zu Bremen. IX. Bd. 2. Heft. Bremen 1885.
Atti della r. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XX. Disp. 5a.
Nature No. 814.
Monthly Notices of the r. astronomical Soc. Vol. XLV. No. 7.
Bulletin de l'Acad. roy. des sc. des bell. lettr. et des beauxarts de Belgique 54e Année, 3. sér., t. 9. No. 4.
Zeitschrift der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie. Bd. XX. Juni-Heft 1885.
Sitzungsberichte d. math.-physical. Classe d. K. b. Akad. d. Wissensch. 1885. H. 1. — d. philos.-philolog.-hist. Classe d. K. b. Akad. d. Wissensch. 1885. H. 1.
Földtani Közlöny. Zeitschr. d. Kgl. ungar. geolog. Gesellschaft. XV k. 3—5 f. Budapest 1885.
Leopoldina. Heft XXI. No. 9—10.
Report on the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger. Narrative. Vol. I. Pt. 1. 2. 1885. 4.
Nature. No. 815.
Bulletino di bibliografia e di storia delle scienze matem. e fisiche publicato da B. Boncompagni. Tomo XVII. Agosto 1884. Roma 1884 (für die Gauss-Bibliothek).
Pubblicazione del R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze. *Sez. d. filosofia e filologia:* Allessandro Chiapelli, Della interpretazione panteistica di Platone. Firenze 1881. *Sez. di medicina e chirurgia:* Archivio della scuola d'anatomia patologica diretto dal Prof. Giorgio Pellizzani. Vol. I. Firenze 1881. *Sez. di scienze fisiche e naturali:* A. Bovighi e G. Santini, Sulle convulsioni epilettiche per veleni. Firenze 1882.
Atti della r. accademia dei Lincei. Anno CCLXXX. Ser. 3a. Mem. d. cl. d. sc. morali, storiche e filologiche. Vol. VIII. X. XI. 1883. Mem. d. cl. d. sc. fisiche, matemat. e naturali. Vol. XIV. XV. XVI. XVII. 1883. 1884.
Journal of the r. microscopical Society. Ser. II. Vol. V. Pt. 3.
Regesta diplomatica historiae danicae cura Societatis reg. scientiarum danicae. Ser. 2da t. 1. Kjøbenhavn 1885. 4.
Libri memoriales capituli Lundensis, udg. ved C. Weeke. Kjøbenhavn 1884. 8.
Vidensk. Selsk. Skrifter. 6 Raekke naturvid. og mathemat. Afd. I. 11. II. 7. 4.
Oversigt over det K. danske Videnskab. Selsk. Forhandlinger. 1884. No. 3. 1885 No. 1. 8.
Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. 19. Jahrg. Heft 4. Leipzig 1884
Nature. No. 816.
Abhandlungen der Königl. Akademie der Wissenschaften in Berlin. Aus dem Jahre 1884. Berlin 1885. 4.
Records of the geological survey of India. Vol. XVIII. Pt. 2. 1885. 8.
P. Hunfalvy und G. Heinrich, Ungarische Revue. Heft 6. Juni 1885.
Atti della r. Accadem. dei Lincei. Anno CCLXXXII. Ser. 4a. Rendiconte: Vol. I. Fac. 12. Roma 1885.
Second geological Survey of Pennsylvania. Reports. A. At Atlas. A^2. Al Atlas. C. C^2. C^3. C^3 Atlas. C^4. C^6. D DD. D^2. Vol. 1. D^3. Vol. 2. Pt. I. D^3 Atlas. D^5. Atlas. E. Pt. I. F. G. G^2. G^3. G^4. G^5. G^6. G^7. H^2. H^3. H^4. H^5. H^6. H^7.
Acta Universitatis Lundensis. T. XX. 1883—84. Mathematik och Naturvetenskap-, Philosophi-, Sprakvetenskap och Historia-, Theologi-, Rätts- och Statsvetenskap. 4 Afdelningar. Lund 1883—84. 4.

(Fortsetzung folgt).

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stoppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

16. December. **№ 11.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 4. Juli 1885.

Briefwechsel zwischen G. Lejeune Dirichlet und Herrn Leopold Kronecker,

herausgegeben von **Ernst Schering.**

Herr Kronecker hat die Güte gehabt, mir die von Dirichlet an ihn geschriebenen Briefe zuzusenden, um dieselben der Königlichen Universitäts-Bibliothek in Göttingen als Geschenk zu übergeben.

Diese Briefe gehören, außer dem ersten, der Zeit von Dirichlet's Aufenthalt in Göttingen an und haben durch diese örtliche Beziehung ein besonderes Interesse für uns. Da dieselben auch eine große geschichtliche Bedeutung für die mathematische Wissenschaft besitzen, so habe ich Herrn Kronecker um die Erlaubniß gebeten, diese Briefe sowie auch einige von Herrn Kronecker an Dirichlet gerichtete Briefe abdrucken zu lassen, auf welche die oben erwähnten sich beziehen, und von welchen ich wußte, daß Dirichlet's Sohn dieselben nach des Vaters Tode an den Verfasser zurückgegeben hatte. Diese Erlaubniß hat Herr Kronecker gütigst gewährt und auch gestattet, daß seine Briefe an Dirichlet mit dessen Antworten auf dieselben der hiesigen Universitäts-Bibliothek übergeben werden.

E. Sch.

I. *Dirichlet an Herrn Kronecker.*

Ich habe mir, verehrter Freund, so große Nachläßigkeit gegen Sie zu Schulden kommen lassen, daß ich fast verzweifeln muß, Ihre Verzeihung zu erlangen. Sie werden nämlich als junger Mann kaum glaublich finden, was ich zu meiner Entschuldigung anführen kann, da Sie sich schwerlich eine Vorstellung davon machen, wie sehr es einem im Mittelalter, in welches ich schon seit längerer Zeit getreten bin, an der nöthigen Flexibilität fehlt, um sich schnell in Dinge hineinzufinden, mit denen man nicht schon einigermaßen vertraut ist. Als Ihr erster Brief ankam, war ich mit 16 wöchentlichen Vorlesungen u. anderen Geschäften so überladen, daß die wenige Zeit, die ich dem Studium Ihrer interessanten Mittheilung zu widmen im Stande war, durchaus nicht ausreichte, um mir Ihre Untersuchungen klar zu machen. Ich hoffte, daß ich in den Ferien dazu gelangen würde, besser in das Wesen Ihrer Arbeit einzudringen, von der ich durch meine vorläufigen Bemühungen wenigstens die Ueberzeugung gewonnen hatte, daß Sie darin einen vielfach behandelten Gegenstand von einer neuen u. wie mir schien sehr glücklich gewählten Seite angefaßt haben. In dieser Hoffnung fand ich mich aber leider getäuscht, da ich gleich nach Beginn der Ferien von einem Anfall der Grippe heimgesucht wurde, der mich länger als drei Wochen zu jeder Anstrengung unfähig gemacht hat. Nachdem ich jetzt in den letzten Tagen Ihrer Arbeit, wie ich glaube, näher getreten bin, beeile ich mich Ihnen zu sagen, daß es mir sehr wünschenswerth scheint, daß Sie eine kurze Notiz über Ihre Untersuchungen veröffentlichen, da Sie leider durch Ihr fortgesetztes schlechtes Befinden verhindert sind, an eine ausführliche Redaktion derselben für jetzt zu denken. Wenn diese Notiz, die Sie durchaus so einrichten müßten, daß jeder dem Gegenstande nicht fremde Mathematiker sich vollständig daraus vernehmen kann, nicht die Grenzen überschreitet, welche den in den akademischen Monatsbericht aufzunehmenden Aufsätzen gesteckt sind, so werde ich sie mit Vergnügen der Akademie vorlegen u. die Aufnahme in den Bericht beantragen *).

Das Weitere mündlich. Hoffentlich fällt Ihre hiesige Anwesenheit gar nicht oder doch wenigstens nicht ganz in die Zeit vom 12.

*) Die zwei Briefe von Kronecker, auf welche sich Dirichlet in diesem Briefe bezieht, haben sich in Dirichlet's Nachlaß nicht gefunden. Der wissenschaftliche Inhalt derselben ist in jener Notiz reproducirt, welche von Dirichlet im Juni 1853 der Berliner Akademie mitgetheilt und im betreffenden Monatsbericht abgedruckt worden ist. E. Sch.

bis 22. Mai, während welcher Tage ich meine Frau, die KARLSBAD besuchen soll, dorthin begleite *).

Indem ich meine Frau u. mich selbst Ihnen und Ihrer Frau Gemahlin bestens empfehle, nenne ich mich

Ihr treu ergebener

BERLIN, 3. Mai 53. DIRICHLET.

II. *Herr Kronecker an Dirichlet.*

Hochgeehrter Herr Professor,

Zu meiner großen Freude habe ich vielfach gehört, daß Sie Sich in Ihrer neuen Heimath gar sehr gefallen und allen Grund haben mit jenem Wechsel zufrieden zu sein, der freilich uns hier so schweren Verlust gebracht hat. Wie sehr ich grade bei diesem Verlust betheiligt bin und wie tief ich denselben empfinde, brauche ich Ihnen kaum zu sagen, denn Sie wissen selbst, wie unendlich viel ich Ihnen verdanke, und Sie wissen auch daß, Ihnen näher zu sein, der Hauptzweck bei meiner Uebersiedelung nach BERLIN war. Ich hatte nun jetzt die Absicht Sie noch in diesem Monat zu besuchen, um wenigstens für ein paar Tage den langentbehrten Genuß Ihres persönlichen Verkehrs zu haben; aber da mir BORCHARDT gesagt hat, daß Sie schon in wenigen Tagen nach PARIS reisen, um dort wohl etwa vier bis sechs Wochen zuzubringen, so will ich die Ausführung jenes Vorhabens bis nach Ihrer Rückkehr verschieben, vorausgesetzt daß Sie Ihre mir früher mündlich gegebene Erlaubniß Sie zu besuchen noch aufrecht erhalten. Ich werde wohl — wenn auch nicht direct von Ihnen — so doch indirect durch BORCHARDT oder andere hiesige Bekannte zur Zeit erfahren, wenn Sie wieder in GÖTTINGEN sind. Für diese Zeit könnte ich mir nun freilich alle übrigen Mittheilungen aufsparen — aber wer weiß, was sich doch noch Alles zwischen Vorsatz und Ausführung eindrängt — und da ich Ihrer alten Theilnahme noch jetzt gewiß zu sein glaube, so will ich ein paar Worte über mein mathematisches Leben im vergangenen Winter beifügen.

Ich habe die ganze Zeit über — seit ich aus dem Seebade zurück bin — eigentlich recht anhaltend gearbeitet, und die dabei erlangten Resultate haben auch mein Streben größtentheils belohnt. Freilich habe ich die Hauptfrage, auf welche ich vor etwa einem Jahre ge-

*) Herr KRONECKER theilt mir gütigst mit, daß er Ende Mai 1853 auf einer Reise nach PARIS, wohin er sich zur Consultation eines dortigen Arztes begab, BERLIN passirt und DIRICHLET persönlich die Handschrift für die in der vorstehenden Bemerkung erwähnten Notiz übergeben hat. E. SCH.

kommen bin, nicht gelöst, aber eine Einsicht in dieselbe gewonnen, die mir sehr werthvoll ist. Außerdem habe ich den ursprünglichen Zweck, um dessentwillen ich jene Frage lösen zu müssen glaubte, ohne diese Lösung so vollständig erreicht, daß mir in dieser Hinsicht wirklich nichts zu wünschen übrig bleibt. Ich habe nämlich eine Methode gefunden zur Herleitung aller Eigenschaften der auflösbaren Gleichungen von Primzahlgraden, deren Einfachheit und Strenge allen gerechten Anforderungen entsprechen dürfte*). Denn die Methode verlangt keinen irgend höheren Standpunkt mathematischen Fassungsvermögens als das Problem selbst, welches dadurch erledigt wird. Ich werde den Sommer zur sorgfältigen Ausarbeitung dieser Sachen verwenden, und diese wird nur deßhalb ziemlich umfangreich werden weil so sehr viel einzelne Resultate herauskommen, und weil ich keinen Raum sparen darf bei der genauen Bezeichnung gewisser ganz neuer Gesichtspunkte**), die namentlich in den Galoisschen und Abelschen Fragmenten vermißt werden, und ohne welche die erforderliche Strenge nicht beobachtet werden kann. Einige ganz hübsche Resultate oder — richtiger gesagt — hübsche Anschauungen, die ich bei der Beschäftigung mit jenen »Methoden« erlangt habe, werde ich unter Kurzem in einer kleinen Notiz veröffentlichen, da diese Dinge in den zu redigirenden vollständigen Abhandlungen erst ganz zuletzt an die Reihe und also erst etwa in einem Jahre zur Publikation kommen würden. Ich werde in dieser Notiz auch die allgemeinste Wurzel einer Abelschen ganzzahligen Gleichung als complexe Zahl dargestellt angeben, da es mir jetzt gelungen ist, diese in so einfache Form zu bringen, daß »die erforderlichen zahlentheoretischen Vorbemerkungen« (wie ich mich am Schlusse der im Juni 1853 der hiesigen Akademie überreichten Notiz ausdrücken mußte) nur noch ganz unbedeutend sind. — Während ich auf diese Weise die Untersuchung der Auflösbarkeit von Gleichungen, deren Grad eine Primzahl ist, vollständig absolvirte, habe ich mich aber auch vielfach mit allgemeineren Arbeiten beschäftigt und zwar einerseits, indem ich die Untersuchung der Gleichungen bezüglich ihrer Auflösbarkeit auch für diejenigen Grade vornahm, die nicht Primzahlen sind, und andrerseits

*) Es ist dies, wie Herr Kronecker mir gütigst mitgetheilt hat, die Methode, welche er regelmäßig — und zwar zum ersten Male im Winter $18^{61}/_{62}$ — in seinen Universitäts-Vorlesungen gegeben und alsdann im Monatsberichte der Berliner Akademie vom März 1879 veröffentlicht hat. E. Sch.

**) Nach einer von Herrn Kronecker mir gütigst zugegangenen brieflichen Mittheilung sind hiermit die »Gesichtspunkte« gemeint, welche ihn auf die Feststellung des mit dem Ausdrucke »Rationalitäts-Bereich« bezeichneten Begriffes geführt haben. E. Sch.

indem ich die Untersuchung der Gleichungen nicht mehr auf ihre Auflösbarkeit beschränkte, sondern auf die Ergründung aller Eigenschaften ausdehnte, die eine Gleichung überhaupt haben kann. In dieser Beziehung bin ich allerdings erst so weit gekommen, das ganze große neue Feld vor mir zu sehen d. h. klar zu wissen, was zu suchen ist; aber dieß ist, wie ich glaube, bei einer Untersuchung von solcher Allgemeinheit auch nicht ganz unbedeutend. Die vollständige Lösung des ganz präcisen Problems, welches ich mir in dieser Hinsicht gestellt habe, dürfte freilich, wenn überhaupt, meinen schwachen Kräften erst in geraumer Zeit gelingen. Aber lohnend ist es gewiß Zeit und Mühe an eine einzige Frage zu wenden, welche die ganze Theorie der algebraischen Gleichungen (mit einer unbekannten Größe) vollständig umfaßt. Ich bemerke nur noch, daß ich dieses Problem für die ersten Grade — den siebenten eingeschlossen — gelöst habe, daß die Schwierigkeiten dabei erst mit dem 7ten Grade anfangen, daß ich aber schon für diesen speziellen Fall Ergebnisse erlangt habe, die durch ihre Neuheit wie durch den wunderbaren Zusammenhang mit der complexen Zahlentheorie mir sehr interessant scheinen. Dabei zeigte sich mir das Naturgemäße dieser abstrakten algebraischen Untersuchungen in dem bemerkenswerthen Umstande, daß — wie alle auflösbaren und Abelschen Gleichungen in den Theorieen transcendenter analytischer Functionen vorkommen — so auch alle diejenigen »Affecte« (um mit Jacobi zu sprechen), die ich als überhaupt nur möglich a priori gefunden habe, bei gewissen bekannten Gleichungen 7ten Grades wirklich auftreten. — Was nun die Auflösbarkeit der Gleichungen anlangt, deren Grad eine beliebige zusammengesetzte Zahl ist, so habe ich auch in dieser Untersuchung wesentliche Fortschritte gemacht, ohne sie indessen zum vollständigen Abschluß gebracht zu haben ... meine Arbeit über die Gleichungen von Primzahlgraden wird die einfachen Gesichtspunkte angeben, durch welche das Algebraische und das Zahlentheoretische in diesem ganzen Gebiete gehörig geschieden und in Folge dessen eine Klarheit und Sicherheit erlangt wird, die bisher überall vermißt wurde. Aber Sie werden es gewiß billigen, hochverehrter Herr Professor, daß ich jetzt meine vorerwähnten allgemeinen Untersuchungen unterbreche, um einmal an die Redaction des — wenn auch nicht dem Inhalte — so doch dem Umfange nach ziemlich ansehnlichen Materials zu gehen, das sich mir durch fast dreijährige Arbeiten gesammelt hat. Außerdem will ich auch jetzt gleich einige ganz kleine Abhandlungen fertig machen, um sie Herrn Liouville zu überschicken; und Sie würden mich sehr verbinden, wenn Sie in Paris gelegentlich durch Ihr gewichtiges Wort die möglichst baldige Aufnahme derselben ins Journal

befürworteten. Ich werde in der ersten dieser Abhandlungen die Kleinigkeit über Bernoullische Zahlen auseinandersetzen, welche ich vor mehr als zehn Jahren gemacht habe; in der zweiten werde ich eine bei Vorträgen über Kreistheilung passende und äußerst einfache Weise der Zeichenbestimmung von $\Sigma e^{\frac{2k^2\pi i}{p}}$ mittheilen; in der dritten werde ich einen höchst simpeln Beweis für die Irreductibilität von $1+x+x^2+\ldots+x^{p-1}$ geben, und die vierte wird eine wesentliche Abkürzung einer von Kummer in seinem Aufsatze über die complexen Zahlen angewendeten Methode enthalten. — Dieß, geehrtester Herr Professor, sind meine guten Vorsätze für die nächsten Wochen, — die Ausarbeitung mancher andrer Sachen, die ich in diesem Winter und früher gemacht habe, verschiebe ich noch, weil ich sie noch nicht für reif genug halte, — denn ich habe bei meinen Arbeiten über die auflösbaren Gleichungen die Erfahrung gemacht, daß ich die Dinge erst eine lange Zeit wärmen muß, ehe sie die für die Publication erforderliche Reife erhalten.

Aber ich habe Ihre Lese-Geduld gewiß schon auf eine zu harte Probe gestellt und will deßhalb endlich diese Zeilen schließen, indem ich Ihnen eine recht glückliche Reise wünsche und meine Frau sowie mich selbst Ihnen und Ihrer Frau Gemahlin auf das Angelegentlichste empfehle.

Mit aufrichtigster Verehrung und Anhänglichkeit

Ihr

dankbarer Schüler

Berlin, den 3. Maerz 1856. Leopold Kronecker.

Von Kummer habe ich die besten Grüße beizufügen.

D. O.

III. *Herr Kronecker an Dirichlet.*

Hochgeehrter Herr Professor,

Als ich Ihnen am 3. Maerz schrieb, hatte ich zwar schon an die Möglichkeit gedacht, daß mein Göttinger Reiseprojekt durch irgend etwas vereitelt werden könnte — aber es lag doch nichts vor, um dieß gradezu zu befürchten. Inzwischen hat mich mein altes Uebel wieder gequält, mein kleiner Sohn — den ganzen vorigen Winter leidend — bedurfte einer baldmöglichen Luftveränderung — und so sind wir seit einigen Wochen hier in Koesen, von wo ich Ende Juli in ein Seebad gehen werde, um meine eigene Gesundheit wieder

möglichst ins Geleis zu bringen *). Da ich auf diese Weise wieder darauf angewiesen bin, mich schriftlich Ihrem Andenken zu erhalten, so bekommen Sie hier diese Paar Zeilen blos als Geleitschreiben des Abdruckes von einem kleinen Aufsätzchen, dessen Entstehungsgrund ich Ihnen bereits am 3. März mitgetheilt habe. Ich hoffe, daß dieser Grund genügende Entschuldigung für die Existenz der befolgenden Unbedeutendheit in Ihren Augen sein wird, falls Sie einmal gelegentlich einen Blick hinein thun sollten **). Für diesen Fall erwähne ich nur noch, daß die auf pag. 209 definirten Zahlen k und deren Eigenschaften mir mehr Mühe gemacht haben als man ihnen ansieht, und daß überhaupt die Herleitungen und Beweise der mitgetheilten Resultate über Abelsche Gleichungen manche Schwierigkeiten grade in der erforderlich gewesenen detaillirten Ausarbeitung darboten. — Uebrigens sind die erwähnten Zahlen k in mancher Beziehung interessant, und es erleidet keinen Zweifel, daß sie bei gewissen Formenanzahlen dieselbe Rolle spielen, wie die von Ihnen mit d und D bezeichneten Zahlen in der Theorie der quadratischen Formen. Wenn man nämlich (um die in dem Aufsätzchen den Buchstaben n und m beigelegten Bedeutungen beizubehalten) überhaupt Formen $n$ten Grades mit mehren Variabeln betrachtet, so kann man die den einfachsten complexen Zahlen entsprechenden so definiren: »daß die Formen in lineare Factoren zerlegbar und schon die cyklischen Functionen dieser linearen Factoren rationale Functionen der Variabeln (d. h. mit rationalen Coëfficienten) sein sollen.« Derlei Formen $n$ten Grades mit der Determinante m sind dann nichts Anderes als die Normformen (und deren associirte) von complexen Zahlen, die aus den Perioden $\sigma(\varrho)$ gebildet sind, und bei deren Formenanzahl eben die k's auftreten müssen. Sie sehen, daß man auf diese Weise eine einfache Erklärung derjenigen Formen hat, die offenbar die zunächst liegenden sind, und daß hierbei nichts von jenen zufälligen Besonderheiten auftritt, welche Eisenstein bei Erklärung der Kreistheilungsformen 3ten Grades mit 3 Variabeln hat zu Hülfe nehmen müssen. — Was meine Arbeiten anlangt, so bin ich in meiner Hauptbeschäftigung nur wenig vorgeschritten, da ich mich mit einigen kleinen Ausarbeitungen habe beschäftigen müssen. Aber ich bin vielfach in den hoffnungsvollen Fernsichten dem, was ich beweisen kann, vorausgeeilt und habe dabei Anschauungen von der Natur der Gleichungen gewonnen, die, wenn

*) Herr Kronecker hat sein Göttinger Reiseproject in der That noch im Sommer 1856 ausgeführt.

**) Diese Worte beziehen sich auf die im Monatsbericht der Berliner Akademie vom April 1856 veröffentlichte algebraische Arbeit.

sie sich bewähren, ein ganz neues und erhebliches Interesse gewähren dürften. Bei der gänzlichen Neuheit des Feldes aber, auf welchem ich jetzt arbeite, und bei der kaum zu bewältigenden Complicirtheit glaube ich, daß ich jahrelanger Arbeit bedürfen werde, ehe ich zu stricten Resultaten komme. Also, geehrter Herr Professor, erwarten Sie in dieser Hinsicht nicht so bald etwas von mir, zumal ich ein gut Theil Zeit auf die sorgfältigste elementare Bearbeitung meiner älteren Resultate verwenden werde. Und ich habe ja doch nichts zu versäumen — vorausgesetzt daß meine Gesundheit mit den Jahren besser statt schlechter wird. Nun nur noch eins!

Bei Gelegenheit eines kleinen Sätzchens über ganzzahlige Gleichungen, welches wohl in dem ersten unter Borchardt's Namen erscheinenden Hefte des Journals abgedruckt werden wird, kam ich wiederholt auf Ihre Notiz über complexe Einheiten im Monatsberichte der Akademie. Erlauben Sie mir in Bezug darauf Ihnen zu sagen, daß — wie ich glaube — Ihre dortige Darstellung zu Mißverständnissen führen kann, und daß es meines Erachtens besser wäre die Sache zum Theil vom Ende anzufangen. Hat man nämlich — und Sie zeigen, daß dieß stets zu finden ist — ein System von Einheiten:

$$\Phi_1(\alpha),\ \Phi_2(\alpha),\ \ldots\ \Phi_{h-1}(\alpha)$$

für welches — wenn α' und α conjugirt,

$$\Phi_k(\alpha)\,.\,\Phi_k(\alpha') = a_k \text{ u. } \log a_k = A_k$$

gesetzt wird — jene Determinante $\Sigma \pm A_1 B_2 C_3 \ldots$ nicht verschwindet, so giebt es keine von 0 verschiedenen Werthe für $m_1, m_2, \ldots m_{h-1}$, so daß die Gleichungen:

$$\begin{aligned} A_1 m_1 + A_2 m_2 + \ldots + A_{h-1} m_{h-1} &= 0 \\ B_1 m_1 + B_2 m_2 + \ldots + B_{h-1} m_{h-1} &= 0 \\ &\vdots \end{aligned}$$

sämmtlich erfüllt würden. Also kann nicht

$$\Phi_1(\alpha)^{m_1}\Phi_2(\alpha)^{m_2}\ \ldots\ \Phi_{h-1}(\alpha)^{m_{h-1}} = 1$$

sein für irgend welche ganze Werthe von $m_1, m_2 \ldots m_h$, denn sonst folgte wegen der Irreductibilität der zu Grunde gelegten Gleichung:

$$\begin{aligned} \Phi_1(\alpha')^{m_1}\Phi_2(\alpha')^{m_2}\ \ldots &= 1, \\ \Phi_1(\beta)^{m_1}\Phi_2(\beta)^{m_2}\ \ldots &= 1, \\ \Phi_1(\beta')^{m_1}\Phi_2(\beta')^{m_2}\ \ldots &= 1 \text{ etc.} \end{aligned}$$

also durch Multiplication von je zwei dieser Gleichungen:

$$a_1^{m_1}.a_2^{m_2}\ \ldots = 1,\quad b_1^{m_1}.b_2^{m_2}\ \ldots = 1 \text{ etc.}$$

für alle h Gleichungen was ja eben unmöglich ist. Folglich bilden $\Phi_1(\alpha)$, $\Phi_2(\alpha)$ ... ein System von unabhängigen Einheiten.

Ich meine, daß eine solche Umkehr der Aufeinanderfolge Ihrer Schlüsse vor gewissen Mißdeutungen hüten würde. Man ist nämlich durch die Worte pag. 106: »Sollen nun z. B. drei Auflösungen...« und resp. durch die folgende Stelle: »Berücksichtigt man, . . .« veranlaßt zu glauben

1, daß für ein System unabhängiger Einheiten keine einzige der obigen h Gleichungen stattfinden könne — während es doch nur unmöglich ist, daß alle stattfinden,

2, könnte man denken, daß die Gleichung $a_1^{m_1} a_2^{m_2} \ldots = 1$ die Gleichung $b_1^{m_1} b_2^{m_2} \ldots = 1$ etc. zur Folge hat, während doch nur aus der Existenz der Gleichung

$$\Phi_1(\alpha)^{m_1} \Phi_2(\alpha)^{m_2} \ldots = 1$$

die aller übrigen folgt. Die Gleichung $a_1^{m_1} a_2^{m_2} \ldots = 1$, d. h.

$$\Phi_1(\alpha)^{m_1} \Phi_1(\alpha')^{m_1} \Phi_2(\alpha)^{m_2} \Phi_2(\alpha')^{m_2} \ldots = 1,$$

läßt keinerlei Folgerungen über den Bestand derselben zu, wenn α in β verwandelt wird.

Ich erwähne nur noch der Fälle, wo in der That für ein System unabhängiger Einheiten $\Phi_1(\alpha), \ldots . \Phi_{h-1}(\alpha)$ eine oder mehre der Gleichungen

$$a_1^{m_1} a_2^{m_2} \ldots = 1, \quad b_1^{m_1} b_2^{m_2} \ldots = 1, \ldots .$$

(aber natürlich nicht alle) befriedigt werden. Wenn nämlich z. B. eine Einheit $\Psi(\alpha)$ existirt, deren analytischer Modul $= 1$ ist, und welche doch nicht Wurzel der Einheit ist (und es ist leicht zu zeigen daß dieß möglich ist), so muß nach Ihrem Fundamentalsatze

$$\omega \Psi(\alpha) = \Phi_1(\alpha)^{m_1} \Phi_2(\alpha)^{m_2} \ldots \Phi_{h-1}(\alpha)^{m_{h-1}}$$

sein, wenn $\Phi_1(\alpha), \ldots .$ die Fundamentaleinheiten und ω eine Wurzel der Einheit bedeutet. Verwandelt man hierin $\sqrt{-1}$ in $-\sqrt{-1}$, so wird

$$\omega^{-1} . \Psi(\alpha') = \Phi_1(\alpha')^{m_1} . \Phi_2(\alpha')^{m_2} \ldots \Phi_{h-1}(\alpha')^{m_{h-1}}$$

und durch Multiplication, wenn man berücksichtigt, daß $\Psi(\alpha)\Psi(\alpha') = 1$ ist:

$$1 = a_1^{m_1} . a_2^{m_2} \ldots . a_{h-1}^{m_{h-1}},$$

wo die m's von 0 verschieden sind. Es gäbe noch mancherlei hierbei zu erwähnen, doch lohnt es nicht der Schreiberei, und ich verlasse deshalb diesen Gegenstand, um Sie nur noch zu fragen, ob Sie die Bemerkung für interessant halten, daß man cyklometrische Auflösungen der Gleichung $x^2 + Dy^2 = 4p$ finden kann, wenn $p \equiv 1 \pmod{D}$ ist. Es ist dieß leicht als Verallgemeinerung der Jacobischen Ψ's zu sehen, woraus dort nur die Auflösung von $x^2 + 3y^2 = 4p$ und $x^2 + 7y^2 = 4p$

sich ergiebt. Es ist mir diese ganze Bemerkung nur abgefallen von allgemeineren Betrachtungen, die sich aber im Uebrigen noch nicht hinreichend fruchtbringend gezeigt haben.

Nimmt man der größeren Einfachheit wegen $D = \lambda$ einer Primzahl von der Form $4n+3$, so ist, wenn $\alpha^2 = 1$, $x' = 1$ und $p = k\lambda + 1$, nach Jacobi's Bezeichnung

$$(\alpha, x) = x + \alpha x' + \alpha^2 x'^2 + \ldots$$

und das Product $\Pi(\alpha^x, x)$, welches sich auf alle quadratischen Reste x von λ bezieht, ist wie leicht zu sehen von der Form $\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v\sqrt{-\lambda}$ wo u und v ganze Zahlen sind. Es ist nun

$$\frac{u+v\sqrt{-\lambda}}{u-v\sqrt{-\lambda}} = \left(\frac{U+V\sqrt{-\lambda}}{U-V\sqrt{-\lambda}}\right)^{\frac{\Sigma b - \Sigma a}{\lambda}}$$

wenn U u. V die Zahlen der Auflösung von $U^2 + \lambda V^2 = 4p$ bedeuten. Man sieht hieraus, daß man für ein gegebenes p und λ eine Gleichung vom Grade $\frac{\Sigma b - \Sigma a}{\lambda}$ aufstellen kann, welche (wenn $U^2 + \lambda V^2 = 4p$ in ganzen Zahlen auflösbar ist) eine einzige rationale Wurzel hat, aus welcher die Werthe von U und V unmittelbar hervorgehen. —

Ich habe mich — zu meinem Schrecken sehe ich es — schon wieder allzusehr ausgebreitet, und bitte Sie deßhalb um Entschuldigung. Ich bitte Sie ferner mich und meine Frau Ihrer Frau Gemahlin angelegentlichst zu empfehlen und bitte Sie endlich mir Ihr so sehr schätzbares Wohlwollen stets zu bewahren.

Mit innigster Anhänglichkeit und Verehrung

Ihr

dankbarer Schüler

Kossen, den 26. Juni 1856. Leopold Kronecker.

IV. *Herr Kronecker an Dirichlet.*

Hochgeehrter Herr Professor!

Ich habe so eben an Herrn Dr. Dedekind ein Paar Zeilen geschrieben, und da treibt mich meine alte Anhänglichkeit auch Ihnen einige Worte zu schicken selbst auf die Gefahr hin, daß Ihr Interesse für mich inzwischen einigermaßen erkaltet sein sollte. Zumal habe ich nicht recht Aussicht Sie bald einmal persönlich wiederzusehen *); denn

*) Dirichlet hatte im December 1856 Berlin besucht.

Sie reisen stets nach Westen, und ich kann aus vielfachen Gründen nicht nach Göttingen kommen. — Mit meinen mathematischen Arbeiten ist es mir im vergangenen Winter sonderbar gegangen, nämlich sowohl in meinen algebraischen Ausarbeitungen als in den weiteren Untersuchungen über die Affecte der Gleichungen bin ich immerfort von scheinbar wenig damit zusammenhängenden Dingen unterbrochen worden, ohne daß ich grade Grund hätte mit diesen Unterbrechungen unzufrieden zu sein. Denn ich habe so manche sehr interessante Sachen gefunden, und da ich mich zumeist dadurch so unabhängig fühle, daß mich keine Spur irgend welchen Ehrgeizes quält, da ich vielmehr einzig und allein meine Freude in der Erkenntniß des Wahren habe, so kommt es mir wenig darauf an, wozu ich grade meine Zeit verwende, wenn ich sie nur überhaupt gut benutze. — Die beiden Hauptepisoden meiner Arbeiten betrafen die complexe Multiplication der elliptischen Functionen und die Theorie der allgemeinsten idealen Zahlen. In Bezug auf das erste Thema habe ich Ihnen meine ersten Resultate schon im December hier mitgetheilt. Ich habe in den ersten drei Monaten dieses Jahres noch viele ähnliche Resultate gefunden, Alles streng bewiesen und überhaupt die betreffende Untersuchung eigentlich abgeschlossen. Das dabei durchforschte kleine mathematische Gebiet war mir in vieler Beziehung äußerst interessant. Die Eleganz der Resultate und die Einfachheit der Beweismethoden, der Zusammenhang der Analysis und Zahlentheorie, die weiteren Aussichten, die die Sachen gewähren — alles das vereinigte sich, um meinen Eifer in der Untersuchung anzuspornen und nachher zu belohnen. Ich werde kurz die wesentlichsten Resultate anführen: 1, die Moduln k für welche Multiplication mit $a+b\sqrt{-D}$ stattfindet sind Wurzeln einer auflösbaren Gleichung Hten Grades, deren Coefficienten complexe Zahlen von der Form $a+b\sqrt{-D}$ sind, wo H die Anzahl der quadratischen Formen für die Determinante $-D$ bedeutet. 2, die Gleichung hat den Charakter der von Abel behandelten Gleichungen, daß sämmtliche Wurzeln rationale Functionen einer einzigen sind, und daß, wenn $k, \vartheta(k), \vartheta_1(k)$ solche Wurzeln bedeuten, $\vartheta\vartheta_1(k) = \vartheta_1\vartheta(k)$ ist. Die Anzahl der hierbei, nach Abel, entstehenden Cykeln oder Perioden ist gleich dem Irregularitäts-Exponenten von Gauss für $-D$. Ist jene Anzahl $= 1$ also jene Gleichung eine (wie ich es nenne) »Abelsche«, so ist die Determinante regulär. Es ist mir nicht aussichtslos, daß ich noch werde bestimmen können, ob jene Gleichung eine Abelsche ist oder nicht und damit also, ob die Determinante regulär oder irregulär ist. Wenigstens kann ich schon jetzt den Charakter einer solchen Bestimmung angeben, und der ist merkwürdig genug. 3, Aus

den H Moduln k lassen sich die Coëfficienten eines Systems nicht äquivalenter quadratischer Formen der Determinante $-D$ in transcendenter Form angeben. 4, Gewisse rationale Functionen der irrationalen Größen k lassen sich als ideale Zahlen betrachten, welche die quadratischen Formen ersetzen. Diese idealen Zahlen erschließen manche Eigenthümlichkeit der Zahlentheorie und Algebra, und ich erwähne in dieser Beziehung nur, daß sie bei Aufstellung der Abelschen Gleichungen mit complexen Coëfficienten mit Nothwendigkeit erscheinen. Ihre Analogie mit den wirklichen Zahlen $a+b\sqrt{-D}$ geht ferner daraus hervor, daß sie dieselben bei der Multiplication der elliptischen Functionen gradezu ersetzen. 5, Der erwähnten Untersuchung gebührt jedenfalls das Verdienst auf den für die Berechnung und überhaupt einfachsten Ausdruck der Formenanzahl für die Determinante $-D$ aufmerksam gemacht zu haben. Aus jener Untersuchung resultiren nämlich eine Menge recurrirender Formeln der allereinfachsten Art für die zu den Determinanten: $-D$, $-D+1^2$, $-D+2^2$, $-D+3^2$ . . . gehörigen Formenanzahlen. Viele dieser Formeln lassen sich ganz simpel aus dem Zusammenhang der Formenanzahl mit der Anzahl der Darstellungen als Summe von 3 Quadraten ableiten und, was schöner ist, jene Theorie giebt einen Beweis dieses Zusammenhanges. Aber ein andrer Theil jener Formeln scheint mir arithmetisch schwer beweisbar. Ich habe trotz mancher daran gewendeten Mühe keine Ahnung davon, wie es möglich sein wird. Ich theile Ihnen zur Probe eine dieser Formeln hier mit: Sei $F(m)$ die Anzahl der Formen für die Determinante $-m$, so ist:

$$F(n)+2F(n-1)+2F(n-4)+2F(n-9)+2F(n-16)+\ldots=\Phi(n),$$

wo $\Phi(n)$ die Summe derjenigen Divisoren von n bedeutet welche größer als $\sqrt{n}$ sind, und wo $n\equiv 3 \bmod 4$ ist. 6, Wenn n Primzahl, so ist $\Phi(n)=n$, und da findet eine merkwürdige Eigenschaft der Formen statt, die ich noch nicht bewiesen und auf sehr eigenthümlichen Inductionswegen gefunden habe, eine Eigenschaft, welche zeigt daß die Determinanten n, $n-1$, $n-4$ . . . in vieler Beziehung zusammen zu betrachten sind. Denkt man sich nämlich alle reducirten Formen für alle diese Determinanten: $-(n-r^2)$ und für alle diese Formen (a, b, c) die Zahlen, welchen der Ausdruck $\frac{b\pm\sqrt{-n+r^2}}{a}$ oder besser: $\frac{b\pm r}{a}$ modulo n congruent ist, so erhält man grade alle Zahlen 0, 1, 2 . . . $(n-1)$. Ist das nicht schön? 7, Wenn D als Summe 3er Quadrate darstellbar ist, so erhält man auf die einfachste Art die Formenanzahl ausgedrückt durch die Anzahl der Darstellungen als Summe von 2 Quadraten von: $D-1$, $D-4$, $D-9$...;

da diese Anzahlen nur von den Primfactoren abhängen, so ergiebt dieß eine Weise zur Berechnung der Formenanzahl die — mit Hülfe einer Factorentafel — im Wesentlichen nur auf »Ablesen« hinaus kommt. 8, Diejenigen Moduln k, für welche die Modulargleichungen gleiche Wurzeln haben sind von der oben bezeichneten Art. Es charakterisirt dieß die von mir betrachteten elliptischen Functionen als gewissermaßen Grenzwerthe der allgemeinen und zwar als solche, die einen Schritt näher liegen als die äußerste Grenze d. h. die Kreisfunctionen. Während es für diese nur Multiplication giebt, findet für meine besonderen ellipt. F. zwar auch Transformation statt, aber dieselbe ist hier selbst eine Art von Multiplication; die Multiplication wird durch die forma principalis, die Transformationen werden durch die andern Formen repräsentirt. Haec hactenus. Augenblicklich stecke ich tief in Untersuchungen über allgemeine complexe Zahlen von der Form, wie Sie die Einheiten betrachtet haben. Ich habe die Begriffe der idealen Zahlen, die Reduction der Formen etc. festgestellt und durch diese allgemeinsten Betrachtungen eine sehr bemerkenswerthe Einfachheit erzielt. Und es ist keine hohle Allgemeinheit; denn ich bin sehr schönen Resultaten auf der Spur und weiß ziemlich genau, wie weit ich kommen werde. Das Schönste daran ist, daß man den Begriff der derivirten Formen für alle diese zerlegbaren Formen allgemein aufstellen und, wie ich glaube, auch das Verhältniß der Formenanzahl für primitive und derivirte allgemein bestimmen kann. Für eine große Classe (wozu die quadratischen Formen, die Kreistheilungsformen gehören) ist es mir bereits gelungen. Auch geben meine Untersuchungen eine Einsicht in Ihr Resultat über die Formenanzahl für eine reelle Determinante in der complexen Zahlentheorie. Doch genug! Raum, Zeit und wohl auch Ihre Geduld sind zu Ende, und deßhalb bitte ich nur noch ein Bischen Wohlwollen zu bewahren

Ihrem Ihnen aufrichtig ergebenen

Berlin, 17. Mai 57. Leopold Kronecker.

Köthener Str. 12.

V. *Dirichlet an Herrn Kronecker.*

Herrn Dr. Kronecker

in Berlin

Köthener Str. Nr. 12.

Da Sie, verehrter Freund, aus Erfahrung wissen, wie tief bei mir die üble Gewohnheit eingewurzelt ist, die Briefe selbst meiner liebsten Freunde sehr spät zu beantworten, so werden Sie sich kaum

wundern, wenn die durch Borchardt u. Ehlert hierher überbrachte Nachricht, daß Sie von Berlin abwesend seyen, meinen festen Entschluß, Ihnen während der Pfingstferien zu schreiben, nicht zur Ausführung hat kommen lassen. Da Sie aber, wie ich von Dedekind erfahre, wieder zurück sind u. Berlin bald wieder verlassen wollen, so kann ich nicht länger zögern, Ihnen meinen innigsten Dank für Ihren so interessanten Brief abzustatten. Für die überaus große Freude, welche mir die Mittheilung Ihrer schönen Entdeckungen verursacht hat, finde ich keinen passenderen Ausdruck als Ihnen aus vollster Ueberzeugung *macte virtute* zuzurufen. Zugleich kann ich Ihnen nicht verhehlen, daß sich dieser Freude etwas Egoismus beimischt, da ich mir bei aller Bescheidenheit das Zeugniß nicht versagen kann, daß ich Sie zuerst in die unteren Regionen einer der Wissenschaften eingeführt habe, auf deren Höhen Sie jetzt als Meister einherschreiten. Ich rede absichtlich nur von einer dieser Wissenschaften, denn an Ihrer algebraischen Größe muß ich mich völlig unschuldig erklären.

Mein Interesse an den merkwürdigen Beziehungen, die Sie zwischen den quadratischen Formen, der Algebra u. den elliptischen Funktionen aufgefunden haben, ist um so lebhafter, als ich selbst zuweilen ähnlichen Beziehungen nachgespürt habe. Ein hierauf bezüglicher Gesichtspunkt ist in meiner Abh. R. s. d. a. § 7 angedeutet, doch wird das am bezeichneten Orte Gesagte, wie ich später bemerkt, sehr durch die dort vorausgesetzte Bedingung verdunkelt, daß bei den doppelten Summationen nach x u. y, das Trinom $ax^2+2bxy+cy^2$ relative Primzahl zu D seyn muß. Ich habe den Gegenstand von dem durch Beseitigung der erwähnten Bedingung sehr vereinfachten Gesichtspunkt aus eine gute Strecke weiter verfolgt, glaube jedoch, wenn ich anders Ihre leider sehr kurzen Mittheilungen richtig deute, daß die von mir gemachten Bemerkungen kaum etwas mit Ihren schönen Resultaten gemein haben, welche wesentlich auf der Partikularisirung des Moduls zu beruhen scheinen, während meine Betrachtung die Unbestimmtheit von k und des davon abhängigen q voraussetzt. Um so begieriger bin ich, das Fundament und den eigentlichen Ausgangspunkt Ihrer Untersuchungen kennen zu lernen, auf deren baldige Publikation ich rechnen zu dürfen glaube, da Sie selbst Ihre Arbeit als im Wesentlichen abgeschlossen betrachten und als eine von mäßigem Umfange bezeichnen.

Was mich betrifft, so bin ich jetzt mit der Ausarbeitung der hydrodynamischen Abhandlung beschäftigt, von deren Gegenstand zu Weihnachten flüchtig zwischen uns die Rede war. Das Hauptresultat läßt sich ungefähr so formuliren.

»Hat eine incompressible homogene flüssige Masse deren Theile sich nach dem Newton'schen Gesetze anziehen und die an ihrer Oberfläche einen constanten oder nur von der Zeit abhängigen Druck erleidet, anfänglich die Gestalt eines Ellipsoides, ist ferner die anfängliche Bewegung so beschaffen, daß sie in zwei einfachere zerlegbar ist, eine Drehung um eine durch den Mittelpunkt gehende Axe mit derselben Winkelgeschwindigkeit für alle Massenelemente, u. eine zweite Bewegung, bei welcher alle Massenelemente sich in Bezug auf drei bestimmte sich im Mittelpunkte rechtwinklig durchschneidende Ebenen so bewegen, daß ihre Geschwindigkeiten senkrecht gegen jede dieser Ebenen zerlegt, den Abständen von denselben proportional sind, so wird die Oberfläche zu einer beliebigen Zeit die Form eines Ellipsoides haben, welches mit dem ursprünglichen concentrisch ist, dessen Axen aber in Größe und Richtung mit der Zeit veränderlich sind. Hinsichtlich der Bewegung der einzelnen Elemente gilt dasselbe, was für den ersten Augenblick vorausgesetzt wurde, d. h. die augenblickliche Bewegung ist zu jeder Zeit aus zwei einfachen, wie sie oben definirt wurden, zusammengesetzt, so jedoch daß die Drehungsaxe u. die drei Ebenen welche diesen Bewegungen entsprechen, im Allgemeinen mit der Zeit veränderlich sind.

Wie leicht zu sehen, involvirt der vorausgesetzte ursprüngliche Bewegungszustand 8 willkührliche Größen u. es ist merkwürdig, daß sich für einen solchen Anfangszustand der allgemeine Charakter der eintretenden Bewegung angeben läßt. Ich sage »der allgemeine Charakter der Bewegung« denn zur vollständigen Kenntniß derselben sind 9 Funktionen der Zeit zu bestimmen, welche durch eben so viele Gl. definirt werden, eine endliche u. 8 Differt. gl. 2ter Ordnung, für welche man allgemein 7 Integrale erster Ordnung angeben kann. Die vollständige Lösung läßt sich nur in speciellen Fällen durchführen, von denen einer der einfachsten der ist, wenn das Ellipsoid zwei gleiche Axen hat u. die Bewegung ohne anfängliche Geschwindigkeit beginnt.

Aus meinen Gl. ergiebt sich die Lösung eines Problems, welches einiges Interesse darzubieten scheint, wenn gleich das Resultat ein rein negatives ist. Die bekannten von Maclaurin und Jacobi gefundenen Resultate führen naturgemäß auf die Frage, in welchen Fällen ein flüssiges homogenes Ellipsoid, dessen Elemente sich gegenseitig nach dem Newtonschen Gesetze anziehen, wie ein fester Körper um seinen Schwerpunkt rotiren kann u. die Antwort lautet, daß dies nur möglich ist, wenn die Bewegung um eine feste, mit einer der Hauptaxen des Ellipsoids zusammenfallende Axe geschieht, was der von Maclaurin und Jacobi untersuchte Fall ist.

Wenn ich mich nun noch meines mir von meiner Frau gegebenen Auftrages entledige, so ist das Papier und also auch dieser lange Brief zu Ende. Der Auftrag ist der, Sie zu bitten, daß Sie meine Frau gefälligst bei Ihrer Frau entschuldigen wollen, daß sie sie (schöner Stil) vorigen Winter nicht hat besuchen können. Ehlert kann bezeugen, wie sehr meine Frau während ihres kurzen Aufenthaltes gehetzt gewesen ist u. nur den kleinsten Theil der von ihr beabsichtigten Besuche hat machen können.

Vale et mihi fave

Göttingen 4. Juli 1857. Dirichlet.

VI. *Dirichlet an Herrn Kronecker.*

Ich beeile mich, verehrter Freund, Ihnen für Ihren freundlichen Brief*) zu danken und zugleich den früheren vom Mai Ihrem Wunsche gemäß zu überschicken. Es versteht sich von selbst daß Sie mir den letzteren, der mein Eigenthum ist, später wieder zustellen müssen, doch hat es damit keine Eile, da mir eine von Dedekind genommene Abschrift jeden Augenblick zu Gebote steht. Von Ihrem freundlichen Versprechen, mich zu besuchen, nehme ich, wie die Juristen sagen, Akt, hoffe jedoch Sie vielleicht noch früher in Berlin zu sehen. Ihres Auftrages wegen Riemann, dessen jetzigen Aufenthalt ich nicht sicher kenne — er war längere Zeit in Harzburg — entledige ich mich dadurch, daß ich heute an Dedekind schreibe, um durch diesen Ihr Gesuch an Riemann gelangen zu lassen.

Empfehlen Sie mich u. meine Frau Ihrer Frau Gemahlin bestens und grüßen Sie unsere Freunde Ehlert, Kummer, Weierstrass und Borchardt, falls er zurück ist, ergebenst von

Ihrem treu ergebenen

Göttingen 4. Okt. 57. Dirichlet.

VII. *Herr Kronecker an Dirichlet.*

Hochgeehrter Herr Professor,

Zuvörderst meinen herzlichsten Dank für die ungemein prompte Erfüllung meiner neulichen Bitte! — Inzwischen bin ich von einem sehr schweren Verluste betroffen worden — meine Mutter ist im 59sten Jahre ihres Lebens, wenn auch an einer chronischen Krankheit,

*) Dieser Brief von Herrn Kronecker hat sich in Dirichlet's Nachlaß nicht vorgefunden.

doch so plötzlich gestorben, daß als ich vor sechs Wochen auf die erste Nachricht hin nach Liegnitz eilte, ich sie schon nicht mehr lebend antraf. Ich verweilte damals noch einige Wochen bei meinem armen Vater, und ich war selbst geistig und körperlich von dem Schlage sehr mitgenommen. Nachher kamen mancherlei leichtere Krankheiten in meiner kleinen Familie hier — Sie können Sich also denken, daß meine Arbeiten nur sehr langsam von Statten gingen, und ich muß Sie um Nachsicht bitten.

Die kleine Notiz, die ich über meine »Ellipt. Functions-Arbeiten« redigirt habe, erlaube ich mir Ihnen anbei zu überreichen und noch drei Exemplare zur ganz gelegentlichen Abgabe an die Herren Riemann, Dedekind und Stern beizufügen. Zur Entschuldigung hätte ich dabei mehr zu sagen als der Text selbst Raum einnimmt; doch werde ich die ausführliche Ausarbeitung so bald folgen lassen, daß diese selbst Alles erklären soll. Einige kleine Nachlässigkeiten meines Briefes vom 17. Mai, welcher anbei zurückfolgt, finden sich in der gedruckten Notiz verbessert. Nur zwei Punkte sind es, über die ich im Frühjahr eine wirklich irrige Meinung hatte. I. Ich hatte damals einen Beweis für die Irreductibilität der Gleichungen gemacht, von denen die Modulwerthe abhängen — und dieser Beweis ist falsch. Ich bin zwar immer noch überzeugt, daß jene Gleichungen irreductibel sind, aber da ich es noch nicht beweisen kann, mußte ich einstweilen den darauf gegründeten Schluß auf den Irregularitätsexponenten aufgeben. Dieser Schluß würde — so lange jene Irreductibilität noch nicht feststeht — nur in einer alternativen Form gemacht werden können, die weder schön noch einfach genug ist, um in die beiliegende Notiz mit aufgenommen zu werden. — II. Ich hatte ferner im Frühjahr die irrige Meinung mit dem qu. Gebiete mathematischer Untersuchung gewissermaaßen fertig zu sein, während sich mir jetzt noch eine Fülle neuen und reichen Materials bietet. Indessen werde ich dieses Mal gegen meine Gewohnheit und Neigung doch an die Veröffentlichung gehen, *ehe* ich die Sache *ganz* durchgearbeitet habe; ich werde in zwei Theilen meiner Arbeit die Auflösbarkeit jener Gleichungen und die Anwendung derselben auf die Theorie der quadratischen Formen negativer Determinante geben, die weiteren Anwendungen aber namentlich auf die Composition der Formen wahrscheinlich noch verschieben. — Ich hoffe Sie werden diese Genügsamkeit Ihres armen Schülers billigen — denn ich sehe endlich ein, daß ich meinem Ideal nicht mehr nachstreben kann und darf, nämlich auch nur *eine* — wenn auch in niedrigeren Regionen sich bewegende — doch so in sich vollendete Arbeit zu liefern, wie die Ihrigen Alle sind. Es ist einmal mein Kreuz, daß ich immer auf Gebiete geführt

werde, die bessere geistige Kräfte erfordern, als mir von der Natur verliehen sind, und die mehr Zeit in Anspruch nehmen als die ist, auf welche ich bei meinem doch eigentlich sehr unzuverlässigen Körper zu rechnen habe. — Bei meiner Ausarbeitung will ich nichts aus der Theorie der quadr. Formen voraussetzen, um deutlich zu zeigen, daß sich die ellipt. Functionen das Alles selbst machen. Doch, ehe ich das auch für die »Composition« mache, muß ich Sie, den Meister aller dieser Gebiete, durchaus selbst sprechen. Hoffentlich kommen Sie in den Weihnachtsferien hierher; wenn nicht — so komme ich später nach Göttingen. Von Kummer, der mit seinem Reciprocitätsgesetzbeweise sehr schön vorgeschritten ist, soll ich Ihnen die herzlichsten Grüße ausrichten. Ihrer Frau Gemahlin, die hoffentlich glücklich dort angekommen ist, bitte ich mich selbst und meine Frau, die ihre Grippe immer noch nicht ganz verwunden hat, bestens zu empfehlen. Sie selbst endlich, geehrter Herr Professor, ersuche ich Ihr für mich über Alles schätzbares Wohlwollen auch fernerhin zu bewahren

Ihrem Ihnen treu und dankbar ergebenen

Berlin 2. Decbr. 57. Leopold Kronecker.

Grüßen Sie Riemann und Dedekind gefälligst herzlichst von mir

D. O.

VIII. *Dirichlet an Herrn Kronecker.*

Herrn Dr. Kronecker
(aus Berlin) z. Z.
in
frei Ilsenburg.

Göttingen 23. Juli 58.

Da Sie, verehrter Freund, neulich auf dem Bahnhofe zu Harzburg*) den Wunsch äußerten, den Ausgangspunkt meiner Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen den quadratischen Formen von negativer Determinante und den elliptischen Funktionen kennen zu lernen, so will ich Ihnen meine Grundformel für den speciellen Fall, wo die Determinante eine negativ genommene Primzahl p von der Form $4n+3$ ist, mit zwei Worten mittheilen und so gut es ohne mich in lange Erörterungen, zu denen mir die Muße fehlt, einzulassen, geschehen kann. Eine Andeutung dieses Zusammenhanges habe ich schon im zweiten Theile meiner Abhandlung R. s. d. a. etc. gegeben,

*) Dirichlet war im Juli bei Herrn Kronecker, welcher den Sommer in Ilsenburg zubrachte, einige Tage zum Besuch. Auf Dirichlet's Rückreise nach Göttingen begleitete ihn Herr Kronecker zu Wagen von Ilsenburg nach Harzburg.

aber die Sache ist dort durch den Umstand complicirt, daß die Zahlen bei der Darstellung ausgeschlossen werden, welche mit der Determinante einen gemeinschaftlichen Theiler haben. Hebt man diese Voraussetzung auf, so stellt sich die Formel für den erwähnten besonderen Fall und unter Anwendung der JACOBI'schen Zeichen wie folgt:

$$\frac{k}{\sqrt{p}}\frac{K}{\pi}\sum\left(\frac{s}{p}\right)\sin\mathrm{am}\,s\frac{4K}{\pi}=\sum q^{\frac{1}{4}(ax^2+2bxy+cy^2)}+\text{etc.}$$

Die Summe auf der ersten Seite erstreckt sich von $s=1$ bis $s=p-1$, u. die Doppelsummen auf der zweiten beziehen sich auf alle Systeme x, y, für welche die jedesmalige quadratische Form (a, b, c) (der ersten Art oder proprie primitiva) ungerade wird. Die eben ausgesprochene Bedingung ließe sich übrigens leicht entfernen, wenn man auch die Formen der zweiten Art zuziehen wollte. Jede Doppelsumme läßt sich nun, wie schon am angeführten Orte bemerkt, in eine endliche Anzahl von Produkten von je zwei einfachen Summen der Form

$$\sum_{s=-\infty}^{s=\infty} q^{(\delta x+\varepsilon)}$$

zerlegen, wo δ u. ε rationale Zahlen sind. Jede solche einfache Summe aber läßt sich, wie aus den von JACOBI gegebenen Eigenschaften von Θ leicht folgt, aber so viel ich weiß, bisher nirgends bemerkt worden ist, in die Form

$$\sqrt{\frac{K}{a}}\,\varphi(k)$$

bringen, wo $\varphi(k)$ eine algebraische Funktion des zu q gehörigen Moduls k ist. Da nun andrerseits jeder der auf der ersten Seite vorkommenden sin am ebenfalls eine algebraische Funktion von k ist, so drückt die Gleich. eine Relation aus zwischen algebraischen Funktionen des flüssig bleibenden k. Man kann daher sagen, daß die ganze Theorie der Formen von negativer Determinante und der durch sie darstellbaren Zahlen auf Beziehungen zwischen den Wurzeln algebraischer Gleichungen zurückkommt u. sich aus diesen Beziehungen muß ableiten lassen, was ein um so bemerkenswertheres rapprochement ist, als sich bis jetzt bei Formen von positiver Determinante keine Spur eines ähnlichen Zusammenhanges findet.

Seit unserm neulichen Gespräch auf der Fahrt von ILSENBURG nach HARZBURG ist es mir gelungen, die Summe $\sum_{s=1}^{s=n}\left[\frac{n}{s}\right]$, wo [ ] nach GAUSS das größte Ganze bezeichnet und die ich bisher nur mit einem Fehler der Ordnung $\sqrt{n}$ angeben konnte, bedeutend in die

Enge zu treiben. Die Auffindung des hiezu dienenden Mittels, welches aller Wahrscheinlichkeit nach auch auf die folgenden Fälle anwendbar seyn wird, macht mir zwar großes Vergnügen, kommt mir aber in sofern zu ungelegener Zeit als ich dadurch von der Vollendung der hydrodynamischen Abhandlung abgezogen werde, welche doch endlich fertig werden muß.

Mit der Bitte mich Ihrer Frau Gemahlin und den andern Ilsenburger Damen so wie H. Dr. Benzler bestens zu empfehlen.

Mit Borchardt wird es besser gehen, da er meine Frau in Charlottenburg zu besuchen die Absicht hatte.

Ihr treu ergebener
Dirichlet.

IX. *Dirichlet an Herrn Kronecker.*

Göttingen 31./7. 58.

Seit ich Ihnen, verehrter Freund, gestern vor acht Tagen geschrieben habe, habe ich von meiner Frau einen Brief aus Preussen erhalten, aus welchem hervorzugehen scheint, daß sie Borchardt welcher sie in Charlottenburg zu besuchen die Absicht geäußert hatte, nicht gesehen hat. Ich muß daher fürchten, daß sich der Zustand unsres Freundes neuerdings verschlimmert hat und bitte Sie deshalb mir mit zwei Worten zu sagen, was Sie aus Berlin über ihn erfahren haben. Ein gestern von Heine eingelaufener Brief erwähnt mit keiner Silbe, daß Sie ihn in den Harz citirt hätten; es wird nun wohl ganz unterbleiben, da Ihre Abreise nach Helgoland nach dem was Sie mir neulich sagten, vor der Thür seyn muß.

Mit meinen besten Empfehlungen für Ihre Frau Gemahlin

Ihr ergebenster
Dirichlet.

X. *Herr Kronecker an Dirichlet.*

Ilsenburg Sonntag 1. August 58.

Hochgeehrter Herr Professor. Ich empfange so eben ihr gestriges Schreiben und beeile mich Ihnen über unsern Freund Borchardt Nachricht zu geben, mit dem ich heut vor acht Tagen in Braunschweig zusammen war. Wie das gekommen, ohne daß ich die mit Ihnen getroffene Verabredung erfüllen konnte, darüber muß ich Ihnen mit ein paar Worten Aufschluß geben. Das ziemlich andauernd schöne Wetter am Montag nach Ihrer Abreise von hier trieb mich nämlich zur Ausführung meines Planes einen mehrtägigen Ausflug nach dem Brocken und dem Unterharz zu unternehmen. Durch Wetter- und andere Störungen verlängerte sich meine Abwesenheit von hier bis Sonnabend vor acht Tagen. Ich hatte inzwischen nicht an Borchardt noch an Heine geschrieben, da ich nach der früheren Kummerschen

Mittheilung über Borchardt's Befinden dessen Abreise als noch weit hinausgeschoben betrachtete. Zu meinem Erstaunen fand ich nun aber bei meiner Rückkunft hierher am Sonnabend Borchardt's Nachricht vor, daß er Sonntag Mittag in Braunschweig eintreffen würde. Es war nun rein unmöglich Ihnen noch rechtzeitig davon Mittheilung zu machen, zumal ich wußte daß Sie Montag wieder Vorlesungen halten und also selbst ein längeres Warten Borchardt's in Braunschweig nichts genützt haben würde. Ich reiste also Sonntag allein hinüber und war mit Borchardt von 1 bis 8 Uhr zusammen. Er hat es natürlich sehr bedauert, um Ihren — vielleicht auch um Heine's Besuch — durch Umstände gekommen zu sein, deren Abwendung zum Theil vielleicht in meiner Gewalt war. Indessen, geehrter Herr Professor, Sie haben jetzt alle Data, um selbst das Verdict über mich auszusprechen. Soviel über meine etwaigen Entschuldigungsgründe; was Borchardt anlangt, so fand ich ihn freilich sehr schwach und angegriffen, indessen hoffe ich doch daß er die Reise nach der Insel Wight, die er in kurzen Tagereisen und in Begleitung eines gewandten Dieners machte, glücklich vollendet haben wird. Er denkt auf der Insel Wight auch seine Cousine Hellborn, jetzt verheirathete Sussmann, mit ihrem Manne zu treffen, so daß er also sich dort um so weniger verlassen fühlen wird. Borchardt hatte, wie ich vor einigen Tagen von Berlin hörte, vor einigen Wochen erst wieder einen kleinen Anfall gehabt, und seitdem datirt sich die eigentliche Besserung, während bis dahin die Krankheit mehr schleichend verlaufen war aber auch gar nicht recht weichen wollte. — Borchardt gedenkt an 5 Wochen in England zu verweilen und, wenn es ihm alsdann gut geht, noch auf einige Zeit nach Sorrent zu gehen. Freilich liegen die beiden Seeküsten etwas weit auseinander — aber Dampfwagen und Dampfschiffe laufen ja schnell. Borchardt's Adresse von der Insel Wight werde ich erst in Helgoland erfahren, wohin ich übermorgen mit meinem Sohne Ernst abzureisen gedenke, und wohin mir vielleicht (einem gestrigen Berliner Briefe nach zu schließen) Weierstrass und Kummer folgen werden.

Nach allen diesen Personalien komme ich nun dazu Ihnen für Ihren freundlichen Brief vom 23sten Juli aufs Herzlichste zu danken und Ihnen zu sagen, wie sehr ich mich durch diese prompte Mittheilung geschmeichelt fühle und noch mehr, wie ungemein mich der Inhalt jenes Schreibens interessirt hat; daß Sie in der Bestimmung von $\sum\left[\frac{n}{s}\right]$ so vorgeschritten sind, ist doch eigentlich so prächtig, daß keinerlei Rücksicht Ihre Freude daran beeinträchtigen darf. Auch wird Sie gewiß kein Bedenken von der weiteren Verfolgung der bezüglichen

Untersuchungen abhalten, denn die Macht des Reizes derselben ist zu groß. Endlich aber wird es Ihrem umfassenden Geiste gewiß nicht schwer die Ausarbeitung fertiger Untersuchungen selbst bei Arbeiten auf ganz andern Gebieten nebenher gehen zu lassen. Das ist eben der Vorzug unsrer großen Männer, daß sie nicht nur die Fülle der Gedanken haben, sondern daß diese ihnen auch kein Hinderniß ist für deren Ausbeutung. — Ihre schönen Mittheilungen über die ellipt. Functionen werde ich mir gleich nach meiner Rückkunft nach Berlin ordentlich zu Nutze machen. Ich werde mir die von Ihnen angedeutete Umformung von $\sum q^{\frac{1}{2}(ax^2+2bxy+cy^2)}$ in Producte von je zwei einfachen Summen $\sum q^{(\delta x+\varepsilon)^2}$ zu verschaffen und namentlich die rationalen Zahlen δ und ε zu bestimmen suchen. Diese hängen direct wahrscheinlich von den Coëfficienten der Formen ab, wenigstens so daß — während die linke Seite Ihrer Hauptgleichung offenbar algebraische von der Modulargleichung $p$ter Ordnung abhängige Functionen enthält — auf der rechten Seite algebraische Functionen vorkommen werden, welche aus Modulargleichungen andrer Ordnungen entstehen. Solche Beziehungen sind mir aber algebraisch vom höchsten Interesse — man kennt zwar schon dergleichen, aber die aus Ihrer Gleichung resultirenden sind sicher ganz verschieden von den bereits bekannten. Auch die zahlentheoretischen Folgerungen aus Ihrer Gleichung müssen ganz verschieden sein von denjenigen, die ich aus der Theorie der ellipt. Functionen gezogen habe. Aber ich glaube, daß Ihre Gleichung auch dann noch interessante Ergebnisse liefern wird, wenn man darin dem Modul k einen derjenigen speciellen Zahlenwerthe giebt, die ich besonders untersucht habe. Alle meine dießfälligen Ideen und Absichten sind natürlich noch sehr unbestimmt — denn Ilsenburg ist kein gutes Klima für mathematische Studien — aber von Berlin aus hoffe ich Ihnen den Dank für Ihre schätzbaren Mittheilungen zu bethätigen. Meine liebe Frau läßt sich Ihnen angelegentlichst empfehlen, und ich selbst bitte Sie mir Ihre überaus werthe Freundschaft zu bewahren.

Ihr treu ergebener
Kronecker.

Beste Grüße Ihrem Sohn Ernst und meine besten Empfehlungen Ihrer Frau Mutter, so wie den Herren Weber, Listing und Riemann. Ich bitte Sie noch von meinen Ihnen mitgetheilten Ideen über die Algebra der Zukunft, namentlich über die Benutzung der Jacobischen linearen Gleichungen für $\sqrt{M}$ nichts Anderen mitzutheilen. Ich möchte erst selbst sehen, ob meine Speculationen Erfolg haben. D. O.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Juni 1885.

(Fortsetzung.)

Lund's Universitets-Biblioteks Accessions-Katalog. 1884. Lund 1885.
Materialien zur Mineralogie Russlands von Nikolai v. Kokscharow. 9. Band. S. 81—272. Petersburg 1885.
Publication des Königl. Preuss. Geodätischen Instituts. Berlin 1885.
1. Astronomisch-Geodätische Arbeiten in den Jahren 1883 u. 1884.
2. Das Mittelwasser der Ostsee bei Travemünde mit 9 Tafeln. Bearb. v. Prof. Dr. W. Seibt.

The Scottish Geographical Magazine. Edinburgh. Vol. 1. January—March 1885. No. 1—3.
Johns Hopkins University Studies. Third Series IV Recent American Socialism by Richard F. Ely. Ph. D. April 1885.
Johns Hopkins University Studies, in Historical and Political science. Third Series V. VI. VII. Local Institutions of Mariland by Lewis W. Wilhelm Ph.D. Baltimore. May, June, Juli 1885.
Jahrbuch der Kaiserl. Königl. Geologischen Reichsanstalt. Jahrgang 1885. XXXV. Band. Mit Tafeln 1—5. Wien. Ausgeg. 15. Mai 1885. Nebst den Nachrichten d. Kais. Königl. Geologischen Reichsanstalt. No. 1—7.
Schriften der Physikalisch-Oekonomischen Gesellschaft zu Königsberg i. Pr. Fünfundzwanzigster Jahrg. 1884. Erste und zweite Abtheilung.
Contributions to Meteorology by Elias Loomis L. L. D. New Haven. Conn. 1885.
Memoires de la Societé des sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux. 3. Serie. Tome I. Paris. Bordeaux. 1884.
Nature. N. 817. Vol. 32. June 25. 1885. London.
Die Chroniken der Stadt Eger bearb. v. Heinr. Gradt. Im Auftr. des Ver. für Geschichte der Deutschen in Böhmen. Prag 1884.
Mittheilungen des Vereines für Geschichte der Deutschen in Böhmen. XXIII. Jahrgang. No. 1—4. Prag 1884.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkundie. Utgeven door' het koninklijk Institut van Nederlandsch-Indie. IV. Volgreeks. Deel X. 3te Stuke. S'Gravenhage 1885.
Bulletin de la Societé Mathematique de France publ. par les Secretaires. Tome XIII. N. 4. Paris 1885.

Juli 1885.

Berichte der Verhandl. der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissensch. in Leipzig.
Abhandlungen der math.-phys. Classe. XIII. 2. 3. 4.
Berichte der math.-phys. Classe. 1884. 1885, I. II.
— der hist.-philolog. Classe. 1884. 1885, I. II.

Nature 818. Vol. 32. 2. Juli.
819. Vol. 32. 9. Juli.
820. Vol. 32. 16. Juli.
821. Vol. 32. 23. Juli.

Academie des sciences et lettres de Montpellier. Memoires de la Section de Medecine. Tome V. III. fasc. 1880—1881.
Journal de l'ecole Polytechnique. 54 cahier. Paris 1884.
Vierteljahrschrift der Astronomischen Gesellschaft. 20. Jahrg. 1. u. 2. Heft.
Proceedings of the scientific Meetings of the Zoological Society of London. 1885. Pars I. January and Febr.
Jahrbuch für Schweizerische Geschichte. 10. Band mit Generalregister über Band I—X.

Revue Internationale de l'electricité. I année. Juin 1885. Paris.
Bulletin de la Societé Impériale des Naturalistes de Moseou. Année 1884. No. 3.
Journal de sciencias Mathematicas e Astronomicas, Vol. VI. No. 2. Coimbra.
Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. Marzo 1884—Marzo 1885.
Zeitschrift für Naturwissenschaften im Auftr. des naturwissensch. Vereins für Sachsen und Thüringen. LVIII B. Vierte Folge. 4. Band. 2. Heft.
Anemometrische Scalen für Dorpat von K. Weirauch, Prof. in Dorpat.
Atti della R. Accademia delle science di Torino. Vol. XX. Disp. 6a. Aprile 1885.
Neues Lausitzisches Magazin. 61. Band. 1. Heft. Görlitz 1885.
Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig. Neue Folge. 6. Band. 2. Heft.
Jahrbuch der Kaiserl. Königl. Geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1885. XXXV. Band. Wien. 2. u. 3. Heft.
Annales du Musee Guimet. Revue de l'histoire des Religions. 5. année. Tome X. No. 2. Sept.—Oct. Paris. No. 3. Nov.—Decembre.
Publication der Norweg. Commission der Europ. Gradmessung. Geodätische Arbeiten. Heft IV. Udgivet af den norske Gradmaalingscommission. III Hefte.
Observationer ved Oscarsborg 1880—1881. Stavanger 1883, Bergen 1883, Kabelvaag 1883, Vardo 1883.
Jahrbücher der K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Jahrg. 1883. Neue Folge. XX. Band.
Preussische Staatsschriften aus der Regierungszeit Friedrich II., herausgeg. v. J. G. Droysen und M. Duncker. II. Band.
Gammelaegyptisk Religion of J. Lieblein. Tredie Del.
The canadian record of science. Vol. I. No. 2.
Ungarische Revue mit Unterstützung der ungarischen Akademie der Wissensch. VII. VIII. IX. X. Heft. Juli, Okt., Nov., Dez. 1884.
Proceedings of the London Mathematical Society. Nos 240—242.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Anno CCLXXXII. Roma. 1884—85. Serie quarta. Vol. I. Fasc. 13. 14. 15.
Osservazioni Meteorologiche fatte al R. osservatorio del Campidoglio. Dal Luglio al Dicembre 1884.
Atti della Società Toscana di science naturali. Processi Verbali. Vol. IV.
Brief Description of the Anthracite coal fields of Pennsylvania by Charles A. Ashburner.
The publications of the second Geological Survey of Pennsylvania.
Recent publications of the second Geological Survey of Pennsylvania by Ch. A. Aschburner.
Leopoldina. Heft XXI. Nr. 11—12. Juni 1885.
Acta Mathematica von G. Mittag-Leffler. Berlin. Stockholm. Paris. 6, 1. 6, 4.
American Journal of Mathematics publ. under the auspices of the John Hopkins University. Baltimore. Vol. VII. N. 4.
Zeitschrift der Oesterreichischen Gesellschaft für Meteorologie. XX. Band. Juni-Heft 1885.
13. 14. und 15. Jahresbericht des naturwissenschaftl. Vereins zu Magdeburg. 1882. 1883. 1884.
Mittheilungen der Deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens. 32. Heft. Mai 1885.
24. und 25. Bericht über die Thätigkeit des Offenbacher Vereins für Naturkunde vom 4. Mai 1882 bis 11. Mai 1884. Zugleich Festbericht der am 11. Mai 1884 begangenen 25jährigen Stiftungsfeier.
Bullettino di bibliografia e di Storia delle science mathematiche e fisiche. Tomo XV e Tomo XVII. (Für die Gauss' Bibliothek.)
Astronomische Mittheilungen von Dr. Rudolf Wolf.

(Fortsetzung folgt.)

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

23. December. **№ 12.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung am 5. December, dem Stiftungstage der Gesellschaft.

Schering, zur Erinnerung an Generallieutenant J. J. Baeyer.

Ehlers, Nebendarm und Chorda dorsalis.

Schwarz legt eine Abhandlung des Herrn Professor Dr. von Mangoldt in Hannover vor: Ueber ein Verfahren zur Darstellung elliptischer Modulfunctionen durch unendliche Producte, nebst einer Ausdehnung dieses Verfahrens auf allgemeinere Functionen.

de Lagarde spricht über die arabische Evangelienharmonie des Vatikans (Erscheint in den Abhandlungen).

Sauppe legt eine Abhandlung des Herrn Professor Dr. Morf in Bern vor: Ueber drei bergellische Volkslieder.

Jahresbericht des beständigen Secretärs.

Ueber Preisaufgaben und Personalveränderungen wurde wie folgt berichtet.

Die Aufgabe der mathematischen Klasse, die für dieses Jahr gestellt war, lautete:

Die K. Gesellschaft der Wissenschaften verlangt, daß die von Eisenstein angefangene Untersuchung über den Zusammenhang der quadratischen Zerfällung der Primzahlen mit gewissen Congruenzen für die Fälle, in welchen die von Cauchy und Jacobi angewandten Principien nicht mehr ausreichen (s. Crelle, Journ. f. d. Mathematik. Bd. 37. S. 97 ff.), fortgesetzt und soweit möglich zu Ende geführt werde.

Es sind dafür zwei Abhandlungen rechtzeitig eingegangen, die eine mit dem Erkennungswort Schema versehen, die andere mit dem Motto: Gar selten thun wir uns selbst genug. Goethe.

Das Urtheil der mathematischen Klasse darüber ist folgendes:

Der Verfasser der Abhandlung mit dem Erkennungswort Schema geht von den Serretschen algebraischen Untersuchungen aus, benutzt auch die von Bachmann angewendete Eliminationsmethode der in den gesuchten Größen der quadratischen Formen auftretenden gemeinsamen Factoren und stellt mehrere solche Eigenschaften der verallgemeinerten Eisensteinschen Summen auf, welche für die »quadratische Zerfällung« von Primzahlen und von Primzahlpotenzen in Betracht kommen. Der hierdurch gewonnene Fortschritt in diesem Gebiete erledigt die von Eisenstein begonnene Untersuchung noch nicht, auch bildet er eine Förderung der Wissenschaft nicht von einem solchen Umfange, daß die K. G. d. W. dafür den Preis zuerkennen kann, wenngleich sie bereitwillig annimmt, daß dem Verfasser die Zeit gefehlt habe, um die Untersuchungen zu erweitern und die Darstellung in einer mehr angemessenen Form auszuführen.

Die andere Abhandlung führt den Titel: »Zur Theorie der Eisensteinschen Summen. Ein Beitrag zur Lösung der von K. G. d. W. zu G. für das Jahr 1885 gestellten mathematischen Preisfrage«.

Mit Benutzung der umfangreichen Untersuchungen von Kummer und Kronecker über die complexen Zahlen höherer Ordnungen zerlegt der Verfasser die verallgemeinerten Eisensteinschen Summen in ihre idealen Primfactoren und fügt zu deren genauerer Bestimmung noch neue Congruenzbedingungen hinzu. Die K. G. d. W. bedauert mit dem Verfasser lebhaft, daß demselben nach jener Arbeit keine Zeit mehr zur unmittelbaren Bestimmung der Darstellung von Primzahlen und von Primzahlpotenzen durch quadratische Hauptformen übrig blieb, und daß die K. G. d. W. sich deshalb nicht in der Lage befindet dieser Abhandlung den Preis zuerkennen zu können.

Nach diesem Urtheil ihrer mathematischen Klasse vermag also die K. G. d. W. keiner der beiden Abhandlungen einen Preis zu ertheilen [1]).

Die noch zu bearbeitenden Aufgaben sind:

1) für das Jahr 1886 von der historisch-philologischen Klasse:

Die K. Gesellschaft der Wissenschaften wünscht eine möglichst vollständige Uebersicht und kritische Erörterung der Versuche, die Nationalitäten Europas sei es durch wirkliche Volkszählungen nach der Sprache, sei es durch anderweitige Schätzungen numerisch festzustellen, an welche sich ein eigener Versuch, die Bevölkerung Europas etwa im Stande von 1880—81 nach den Nationalitäten zu gliedern, anzuschließen hätte.

1) Wenn die Verfasser sie zurückzuerhalten wünschen, werden sie ersucht eine Adresse anzugeben.

Die Aufgabe zerfällt hiernach in drei Haupttheile.

Die Volkszählungen sind auf ihre verschiedenen Methoden hin zu untersuchen und speciell sind die Differenzen im Effect für jene Länder zu erörtern, wo die Methoden von einer Volkszählung zur andern gewechselt haben (wie z. B. in der Schweiz). Es frägt sich, ob gerade bei dieser Kategorie sich für bestimmte Nationalitäten ein verschiedener Zählungsmodus empfiehlt.

Was die Abschätzungen betrifft, so wird besonderer Werth auf eine möglichst erschöpfende Untersuchung nach dem eigentlichen Ursprung jeder einzelnen gelegt. Es genügt hier selbstverständlich nicht eine genaue Nachweisung der literarischen Quellen, sondern die als werthvoll erkannten Schätzungen sind auf ihre eigenen Methoden hin gleichfalls kritisch zu erörtern.

Bei der oben bezeichneten Schlußaufgabe wird man sich selbstverständlich in manchen Fällen mit ziemlich rohen Annäherungen an die Wahrheit begnügen müssen. Aber für jene Landstriche, in denen früher genauere Feststellungen stattgefunden haben, gilt es auf alle in Frage kommenden Momente, welche im Laufe der Zeit eine Verschiebung des procentualischen Verhältnisses haben hervorrufen können, im Detail einzugehen um somit der Controle alle Hülfsmittel darzubieten.

2) für das Jahr 1887 von der physikalischen Klasse:

Es wird gewünscht eine eingehende, insbesondere auch chemische Untersuchung 1) des stickstofffreien Reservestoffs, welcher in den Samen der gelben und blauen Lupine (muthmaßlich auch anderer Lupinen-Arten) die Stelle des für gewöhnlich in den Samen der Leguminosen enthaltenen Stärkemehls vertritt, sowie 2) der Umwandlung dieses Reservestoffs bei der Keimung.

3) als neue Aufgabe für das Jahr 1888 wiederholt die mathematische Klasse, mit Rücksicht auf das Urtheil über die zwei diesmal eingesandten Abhandlungen, die für das Jahr 1885 gestellte:

Die K. Gesellschaft der Wissenschaften verlangt, daß die von Eisenstein angefangene Untersuchung über den Zusammenhang der quadratischen Zerfällung der Primzahlen mit gewissen Congruenzen für die Fälle, in welchen die von Cauchy und Jacobi angewandten Principien nicht mehr ausreichen (s. Crelle, Journ. f. d. Mathematik. Bd. 37. S. 97 ff.), fortgesetzt und soweit möglich zu Ende geführt werde.

Die Concurrenzarbeiten müssen, mit einem Motto versehen, vor Ablauf des Septembers des bestimmten Jahres an die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften portofrei eingesandt werden, begleitet von

einem versiegelten Zettel, welcher den Namen und Wohnort des Verfassers enthält und auswendig mit dem Motto der Schrift versehen ist.

Der für jede dieser Aufgaben ausgesetzte Preis beträgt mindestens fünfzig Dukaten (500 Mark).

* * *

Die Preisaufgaben der Wedekindschen Preisstiftung für deutsche Geschichte für den Verwaltungszeitraum vom 14. März 1876 bis zum 13. März 1886 waren zuletzt in den Nachrichten der K. G. d. W. 1884 S. 312 abgedruckt, leider sind aber bis zu dem festgesetzten Termin, dem 14. März d. J., keine Bewerbungsschriften eingegangen. Neue Aufgaben werden statutengemäß nächstes Frühjahr gestellt werden.

Durch ein Curatorial-Rescript vom 20. April wurde wegen der Erkrankung des Geh. Ob.-Med.-Raths Henle die Führung der Geschäfte des beständigen Secretärs bis auf Weiteres Herrn Dr. Ehlers übertragen, als aber Henle gestorben war, durch ein Minist.-Rescript des K. Kultusministeriums vom 20. Juni Sauppe zum beständigen Secretär ernannt.

Das Directorium der Gesellschaft ist am 1. Oktober d. J. von Herrn Geh. Hofrath Wilhelm Weber auf Herrn Professor Ferdinand Wüstenfeld übergegangen.

Die Gesellschaft verlor im Laufe dieses Jahres

1) aus der Zahl ihrer Ehrenmitglieder
   Herrn Johann Jakob Baeyer in Berlin, der den 11. September starb, 91 Jahre alt.
2) aus der Zahl der ordentlichen Mitglieder, und zwar der physikalischen Klasse
   ihren hochverdienten Secretär, Herrn Jacob Henle, gestorben am 13. Mai, im 76. Jahre.
   Aus derselben Klasse schied Herr J. Reinke zu Ostern aus, wegen seines Uebergangs an die Universität Kiel.
   Ausserdem starb am 24. März der Assessor der mathematischen Klasse A. Enneper im 55. Lebensjahr.
3) Von den auswärtigen Mitgliedern, und zwar der physikalischen Klasse, starben
   Henry Milne-Edwards in Paris, den 29. Juli, 85 Jahre alt.
   Carl Theodor von Siebold in München, den 7. April, 81 Jahre alt.

4) von den Correspondenten starben
   a) aus der historisch-philologischen Klasse
      Georg Curtius in Leipzig, den 12. August, im 65. Jahre.
      Ludwig Lange in Leipzig, den 16. August, im 60. Jahre.
   b) aus der physikalischen Klasse
      Wilhelm Duncker in Marburg, den 13. März, im 77. Jahre.
      Edmond Boissier in Valleyres (Schweiz), den 25. September, im 76. Jahre.
   c) aus der mathematischen Klasse
      Thomas Clausen in Dorpat.
      Philipp Gustav Jolly in München, den 24. December 1884, im 76. Jahre.

Herr Professor Reinke ging mit seinem Abgang nach Kiel aus der Reihe der ordentlichen in die der auswärtigen Mitglieder der physikalischen Klasse über.

In der Sitzung am 1. August wurde unter die ordentlichen Mitglieder der physikalischen Klasse
Herr Victor Meyer
aufgenommen.

In der Sitzung am 28. November wählte die Gesellschaft
1) zum ordentlichen Mitglied in der physikalischen Klasse
   Herrn Friedrich Merkel;
2) zu auswärtigen Mitgliedern in derselben Klasse die Herrn
   Dr. Karl Ludwig in Leipzig, vorher Correspondent seit 1861;
   Dr. Anton de Bary in Straßburg i. E., vorher Correspondent seit 1872;
3) zu Correspondenten
   a) in der historisch-philologischen Klasse
      Herrn J. F. Fleet in Bombay.
      Herrn Friedrich Hultsch in Dreden.
      Herrn Johannes Vahlen in Berlin.
   b) in der physikalischen Klasse
      Herrn Edouard Bornet in Paris.
      Herrn Dr. William Crawford Williamson in Manchester,
      Herrn Dr. Wilhelm Pfeffer in Tübingen.
      Herrn Dr. James Hall in Albany (New York).

Nebendarm und Chorda dorsalis

von

E. Ehlers.

Bei der speculativen Betrachtung des Problems von dem Ursprung des Wirbelthierkörpers oder der Formverwandtschaft der Wirbelthiere mit den Wirbellosen schlechthin ist der Bestand der Chorda dorsalis von größter Bedeutung gewesen; und so sehr die Berücksichtigung derselben für die Aufstellung und Abgrenzung der Gruppe der »Chordonier« oder »Chordata« ins Gewicht fiel, ebenso hinderlich war es für eine Feststellung verwandtschaftlicher Beziehungen zwischen den oben genannten Thierkreisen, daß ein Organ, welches der Chorda dorsalis der Vertebraten zu homologisiren wäre, bei den übrigen Metazoen nicht mit einiger Sicherheit aufzuweisen war.

In dieser Beziehung eine vielleicht fördernde Anregung zu geben, ist der Zweck der folgenden Zeilen. Seit mehreren Jahren habe ich gelegentlich in Vorlesungen wie im Verkehr mit befreundeten Fachmännern darauf hingewiesen, daß ein Homologon der Chorda dorsalis in dem als »Nebendarm« bezeichneten, bei Echinodermen und verschiedenen Würmern vorkommenden Gebilde zu suchen sein dürfte. Wenn ich jetzt diese Anschauungen der Kritik weiterer Kreise unterbreite, so leitet mich dabei einerseits die gemachte Erfahrung, daß gerade in jenen Kreisen, aus welchen so erfolgreiche Untersuchungen über die Entwicklung der Vertebraten-Chorda gekommen sind, die bisher in jeder Hinsicht unverständliche Bildung eines Nebendarmes bei einzelnen wirbellosen Thieren unbekannt oder unbeachtet geblieben war; andererseits die Ueberzeugung, daß eine Zusammenstellung der Chorda dorsalis mit einem röhrenförmigen Entodermgebilde die Aufmerksamkeit auf gewisse Bildungen während der Entwicklung der Chorda mehr als bisher lenken, und diese in einem anderen Lichte als jetzt erscheinen lassen müsse. — Weiter aber wird, falls die von mir zu erörternde Homologie Beifall finden sollte, für die zoologische Auffassung die Beziehung der Wirbelthiere oder auch der Chordonier zu einzelnen Gruppen der Metazoen, welche jetzt ganz oder mit Bedenken in den Kreis der »Würmer« gezogen werden, schärfer heraustreten; die phylogenetische Ableitung der Wirbelthiere von Würmern eine erhebliche Stütze erhalten.

Das Organ, für welches Ludwig[1]) in der bei Echinodermen vorkommenden Form den Namen »Nebendarm« vorschlug, findet sich

1) H. Ludwig. Ueber den Nebendarm der Echinoideen. Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität aus dem Jahre 1877. Göttingen 1877, pg. 688.

bei der Annelidenfamilie der Capitelliden, bei den Gephyreen Echiurus, Hamingia und Bonellia und bei den Echinodermengeschlechtern der Echiniden und Spatangiden in einer im Allgemeinen übereinstimmenden Gestaltung, jedoch mit gewissen Abweichungen und in einzelnen Fällen begleitet von besonderen Bildungen, die für unseren Zweck von Bedeutung sind, daß ich neben der Gemeinsamkeit die abweichenden Gestaltungen der einzelnen Fälle zu erwähnen habe.

Das Gemeinsame aber besteht darin, daß ein dem Darme an Mächtigkeit weit nachstehendes Rohr mit dessen entodermalem Abschnitt, neben welchem es auf einer mehr oder minder langen Strecke verläuft, solcher Gestalt verbunden ist, daß es mit seinen beiden Enden in den Darm einmündet; und daß dieses Rohr von einer epithelialen Zellschicht ausgekleidet ist, die, wie sie in die Epithelschicht des Darmes an beiden Communicationsöffnungen übergeht, mit dem Epithel des Darmrohres so weit übereinstimmt, daß nichts entgegensteht, die eine Epithelschicht aus der anderen, oder beide aus einem gemeinsamen ontogenetischen Ursprung abzuleiten. Auf die Außenfläche dieses für unsere Betrachtungen wichtigen Epithelialrohres des Nebendarmes legt sich eine ungleich ausgestaltete, die Dicke der Wandung bedingende Gewebsmasse, die hier ausser Betracht bleiben kann. — Es ist ferner die als typisch zu bezeichnende Lage des Nebendarmes diejenige, daß derselbe dem ventralen Umfange des Darmes anliegt, oder jener Fläche, welche bei den Würmern, wie sie den centralen Theilen des Rumpfnervensystemes zugewendet ist, als die neurale bezeichnet wird.

Das einfachste Verhalten zeigt der Nebendarm von Capitelliden, den wir durch Eisig's[1]) Untersuchungen genauer kennen; der Nebendarm liegt hier der ventralen Medianlinie des Darmes entweder enge an oder ist durch einen mehr oder minder weiten Abstand von dieser entfernt; er ist ein Rohr, dessen Epithelauskleidung mit derjenigen des Darmes im Allgemeinen übereinstimmt; seine vordere Mündung liegt im Bereiche der Uebergangstelle des Oesophagus in den Magendarm, seine hintere, nicht ganz sicher gestellte Einmündung liegt entweder in der Nähe des Schwanzendes (Notomastus, Dasybranchus) oder in der Körpermitte (Capitella). Auf dieses Verhalten, wie auf die Erscheinung, daß der Nebendarm am hinteren oder vorderen Ende sich zuspitzt, wird weiter zu achten sein.

In höherer Ausgestaltung erscheint der Nebendarm bei Echiurus[2]),

1) H. Eisig. Der Nebendarm der Capitelliden und seine Homologa. Zoologischer Anzeiger. Jhrg. I. 1878, pg. 148.

2) Ueber den Nebendarm von Bonellia sind wir ganz unzureichend unterrichtet; Eisig (a. a. O) bezeichnet auf die Autorität Spengel's hin die von

besonders dadurch, daß derselbe hier mit einer der inneren Oberfläche des Darmes angehörenden Flimmerrinne in Verbindung tritt. Diese Flimmerrinne erscheint nach der Darstellung, welche Spengel[1]) von der Organisation des Echiurus gegeben hat, in der ventralen Mittellinie des Darmes und zwar in solcher Ausdehnung an den zahlreichen Windungen desselben, daß sie von dem Zwischendarme ab, welcher auf den »Kropf« folgt, bis kurz vor den After verläuft, begleitet von einem Längsmuskelbande. Aus dieser Wimperrinne nun geht der kürzere Nebendarm hervor, so daß sein Lumen vorn hinter dem Zwischendarme, hinten vor dem Enddarme in die Wimperrinne einmündet; das Längsmuskelband, welches die Wimperrinne begleitet, ist in dieser Ausdehnung auf den Nebendarm übergegangen, der mithin zwischen Wimperrinne und Muskelband eingeschlossen ist, und danach wohl die Vorstellung gestattet, als sei der Nebendarm durch eine Abschnürung aus einer Strecke der Wimperrinne hervorgegangen. Uebertragen wir eine solche Vorstellung auf die Verhältnisse bei den Capitelliden, so ergiebt das einen Anhalt für das Verständnis der ungleich weit reichenden Erstreckung des Nebendarmes der Capitelliden gegen das Afterende hin.

Es lenkt aber auch die Aufmerksamkeit auf eine homologe Bildung bei einer Anzahl Sipunculiden. Seit langem ist vom Darme des Sipunculus eine Flimmerrinne bekannt, welche hinter dem Vorderdarme beginnt und am Enddarme endigt; und zwar läuft hier die Flimmerrinne, was zuerst von Théel[2]) für Phascolion Strombi ange-

Lacaze Duthiers (Annales des sciences naturelles. Zoolog. Sér. IV. T. X. pg. 70) am Mitteldarm als bandelette beschriebene Bildung als einen Nebendarm. Es ist von Interesse zu erfahren, wie sich diese Bildung zu dem Nebendarm von Echiurus verhält. — Ganz ähnlich wie bei Echiurus verhält sich offenbar der Nebendarm von Hamingia glacialis (cfr. R. Horst, Die Gephyrea . . . des »Willem Barents« Niederl. Archiv für Zoologie. Supplem. Bd. I. 1881). — Dagegen ist nicht klar, was die Flimmerrinne bedeutet, welcher vom Darm einer aus dem Mittelmeer stammenden Echiurus-Larve durch Hatschek (Ueber die Entwicklungsgeschichte von Echiurus. Arbeiten aus dem zoolog. Institut der Universität Wien. T. III pg. 21. 24.) und Salensky (Morphologisches Jahrbuch. Bd. II, p. 319) beschrieben ist. Das Organ scheint frühzeitig zu verkümmern. Es bleibt aber noch festzustellen, zu welcher Echiurus Art die beschriebene Larve gehört, und ob diese Flimmerrinne derjenigen entspricht, welche am erwachsenen Echiurus Pallasii sich findet. Vielleicht handelt es sich bei der Larve um eine Art, welche im erwachsenen Zustande weder Flimmerrinne noch Nebendarm besitzt. Bei der Variabilität, welche diesen Organen offenbar zukommt, ist eine solche Vermuthung nicht ganz unwahrscheinlich.

1) Spengel. Beiträge zur Kenntnis der Gephyreen. Zeitschrift für wiss. Zoolog. Bd. 34. pg. 493. f.

2) Hjalmar Théel. Recherches sur le Phascolion Strombi. Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar. Bandet 14. No. 2. Stockholm 1875, pg. 18.

geben wurde, in das bald mehr bald minder groß entwickelte Divertikel aus, welches dem Enddarme anhängt. An dieses Divertikel aber heftet sich, so viel ich sehe, nicht immer aber doch in einer Anzahl von Fällen unzweifelhaft jener Muskelfaden, welcher durch die Windungen der Darmschlingen hindurchzieht. So liegt es nun nahe, wie die Flimmerrinne des Sipunculus derjenigen des Echiurus so auch das Divertikel dem Nebendarme zu parallelisiren, der hier auf der niedersten Stufe seiner Bildung, aber im Anschluß an die Wimperrinne steht. Die Auffassung ist jedoch nicht einwurfsfrei; denn die Wimperrinne liegt am Darme des Sipuculus, was ich nach eigenen Untersuchungen, zur Ergänzung der vorhandenen Beschreibungen, anzuführen habe, am dorsalwärts gewendeten Umfange des Darmrohres, und zwar, da hier die Betrachtung der Darmschlingen von keinen Belang ist, an der vorderen und hinteren Strecke desselben. Allein dieser Einwurf ist durch eine Mittheilung zu entkräften, welche Hatschek[1]) gemacht hat: in der Larve trägt der Mitteldarm zu der Zeit, wo derselbe nur eine einfache Schlinge bildet, auf der inneren Fläche an der ventralen Seite eine mit äußerst kräftigen und stark sich bewegenden Wimpern versehene Linie. Ist das, woran ich nicht zweifle, die Wimperrinne in ihrer frühen Entwicklung, so zeigt uns dieselbe hier die vorhin vermißte Lagerung; der Uebergang derselben in eine dorsale Stellung erklärt sich, wenn man die starke Torsion in Betracht zieht, welche der auswachsende Darm erfährt, sobald er in die eigenthümlich gedrehte Lagerung seiner Schlingen gebracht wird. — Ich will in Kürze erwähnen, daß Flimmerrinne, Divertikel und Muskelfaden bei den verschiedenen Sipunculiden-Arten in sehr ungleicher Weise auftreten oder fehlen; ein näheres Eingehen auf die Einzelheiten dieses Verhaltens ist hier nicht erforderlich.

Unter den Echinodermen ist die Anwesenheit eines Nebendarmes bei Spatangiden und Echiniden seit delle Chiaje's ersten Angaben mehrfach erwähnt[2]). Für meine Zwecke genügt es auf den Inhalt der Mittheilungen zurückzugreifen, welche C. K. Hoffmann[3]) über den Nebendarm bei Spatangen gemacht hat. Der Nebendarm verläuft auch hier neben einer großen Strecke des Darmrohres, indem seine vordere Mündung in dasselbe auf der Grenze zwischen »Magen« und »Dünndarm«, seine hintere am Uebergang der zweiten Darm-

1) B. Hatschek. Ueber Entwicklung von Sipunculus nudus. Arbeiten aus dem zoolog. Institute der Universität Wien. T. V. 1883, pg. 39.

2) cfr. H. Ludwig a. a. O.

3) C. K. Hoffmann. Zur Anatomie der Echinen und Spatangen. Haarlem und Leipzig 1871. (Niederländ. Archiv für Zoologie. Bd. I. 1871.) pg. 37. f.

windung in die dritte liegt. Nur mit der hinteren Strecke liegt der Nebendarm dem Darme eng an, weiter nach vorn weicht er von ihm ab, und macht dadurch einen Theil der Windung des Darmes nicht mit, sondern erreicht gleichsam auf kürzerem Wege die Stelle der vorderen Einmündung. Hoffmann läßt die hintere Strecke des Nebendarms an der unteren Fläche der großen ventralen Mesenterialplatte gelagert sein, und es scheint danach, daß wir auch hier von einer »neuralen« Lagerung des Nebendarmes reden dürfen. Ein interessantes Verhalten bietet hier die Form des Nebendarms, in sofern als dessen hintere Strecke einen kreisförmigen Querschnitt besitzt, während die vordere Strecke keilförmig oder prismatisch gestaltet ist, und nun solchergestalt aus der vorderen Darmstrecke hervorgeht, daß sie an eine Rinne anschließt, welche auf der Innenfläche des Darmrohres verläuft; allerdings nicht in der Längsrichtung, wie das als das typische bei der Flimmerrinne im Darm der Gephyreen erscheint; aber die quere Stellung, welche diese Rinne hier besitzt, steht offenbar mit dem Umstande in Zusammenhang, daß die aus dieser Rinne hervorgehende Anfangstrecke des Nebendarmes vom Darmrohre abgelenkt erscheint; und ein dabei stattfindender Zug mag die Stellung der Rinne auf der inneren Darmfläche beeinflußt haben, wenn es sich nicht, was noch zu erweisen wäre, um eine Neubildung handelt. Daß in auffallender Weise die Ränder dieser Rinne eine Bildung besitzen, wie die mit kammartigen Zähnen begrenzte Flimmerrinne der Echiuride Hamingia, sei nebenbei bemerkt.

Eine Zusammenstellung der hier erwähnten Thatsachen zeigt, daß der Nebendarm bei Wirbellosen vorkommt, deren nähere Verwandtschaft zu einander sonst nicht ohne Weiteres zu erkennen ist; daß sein Auftreten mit dem einer auf der ventralen inneren Darmrohrfläche verlaufenden Wimperrinne derartig zusammenfällt, daß an einen genetischen Zusammenhang beider Organe zu denken ist; daß schließlich der Nebendarm selbst bei nah verwandten Thieren mit oder ohne Flimmerrinne in so ungleicher Ausbildung auftritt, daß die Annahme gerechtfertigt erscheint, der Nebendarm gehöre in den Kreis jener Organe, welche als in Rückbildung begriffen aufzufassen sind, woran dann die weitere Speculation anknüpfen wird, daß der jetzige Zustand des Organes auf Verhältnisse zurückweise, in welchen dasselbe in bedeutsamerer Function in Thieren vorhanden gewesen ist, welche zu den oben besprochenen Metazoen in gleiche verwandtschaftliche Beziehungen zu bringen wären. Die Annahme von Parallelentwicklung ist allerdings dabei ebensowenig abzuweisen wie zu beweisen.

Zwischen diesem Nebendarm und der Chorda dorsalis der Verte-

braten ist meiner Meinung nach eine Homologie, deren Wesen noch dahin gestellt sein mag, zu erweisen.

Vorausgesetzt ist dabei die Prämisse, daß die ventrale Fläche des Körpers der erwähnten Wirbellosen der dorsalen Fläche des Wirbelthierkörpers gleichwerthig gesetzt, beide als die gleichwerthigen neuralen Flächen des Körpers bezeichnet werden dürfen, eine Auffassung, welche ja schon seit Langem die berufensten Vertreter gefunden hat und die hier deshalb außer Discussion bleiben soll. Selbstverständlich ist es ferner, daß nicht die Chorda dorsalis in ihrem ausgebildeten Zustande oder auf den Stufen ihres Niederganges den Gegenstand für die Vergleichung mit dem Nebendarme abgiebt sondern daß nur die Verhältnisse und Formen, welche im Laufe ihrer Entwicklung sich einstellen, die Anhaltspunkte für diese Vergleichung abgeben. Aber wenn ich demnach auf das ausgebildete Organ zunächst nicht weiter Rücksicht nehme, so möchte ich einen Punkt hervorgehoben haben, den man, wie ich meine mit Unrecht, dem erfolgreichen Vergleich entgegenhalten könnte. Daß ist nicht sowohl der Umstand, daß die ausgebildete Chorda keinen Zusammenhang mit dem Darm besitzt, als vielmehr der, daß zwischen Chorda und Darm ein longitudinaler Gefäßstamm im Wirbelthierkörper eingeschoben erscheint. Wird aber in dem Fehlen eines Verbandes der ausgewachsenen Chorda mit dem Darme kein Widerspruch für einen Vergleich derselben mit dem Nebendarme gefunden, so erscheint das Auftreten eines Gefäßstammes für diese morphologischen Vergleiche ganz bedeutungslos, da das Gefäßsystem bei Thieren mit peritonealen Körperhöhlen offenbar durch die Entwicklung dieser und die Vertheilung der mesodermatischen Massen, in welchen die Gefäßbildung stattfindet, in ungleichster Weise vertheilt wird, seine Lagerungsverhältnisse daher meist nur secundäre Bedeutung haben.

Für die Homologie der Chorda dorsalis mit dem Nebendarm ist der Nachweis erforderlich, daß das Gewebe der Chorda zu dem Epithel des Darmes gleiche Beziehungen habe, wie das Epithel des Nebendarmes zu dem des Darmes, oder daß die zu vergleichenden Theile entodermatischen, resp. hypoblastischen Ursprunges seien; daß ferner die Chorda zu irgend einer Zeit die Form eines Rohres oder einer Rinne habe, oder daß sie einer solchen gleichzuachten sei, und daß endlich die sogestaltete Chorda mit dem Darme verbunden sei wie der Nebendarm mit dem Darm.

Wir sind mithin auf die Entwicklung der Chorda verwiesen; da es nun nicht in meiner Absicht liegt die zahlreichen Angaben über die Entwicklung der Chorda sämmtlich hier vorzutragen, so beschränke ich mich im Wesentlichen auf die hauptsächlichsten Angaben, welche

über die Bildung der Chorda gemacht sind nach der zusammenfassenden Arbeit, welche C. K. Hoffmann[1]) darüber geliefert hat. Der hypoblastische Ursprung der Chorda wurde schon damals von einer Mehrzahl von Forschern behauptet, vielleicht in Folge des Anstoßes, welchen die bekannten Untersuchungen Kowalewsky's über die Entwicklung des Amphioxus gegeben hatten. Das Resultat, zu welchem Hoffmann über die Genesis der Chorda beim Vogel gekommen war, daß dieselbe anfänglich aus dem Entoderm hervorgehe, weiterhin aber ein Product des Mesodermes sei, dürfte einer anderen Auslegung der Beobachtungen gegenüber wohl kaum auf die Dauer haltbar sein; denn es ist zur Zeit unseren allgemeinen Anschauungen wenig entsprechend, daß ein in seiner Structur so gleichmäßiges Organ wie die Chorda aus zwei ungleichen Keimblättern hervorgehen sollte. — Für einen theilweisen Ursprung der Chorda im Mesoderme hat sich für die Eidechse noch einmal Strahl[2]) ausgesprochen; ferner nimmt Kölliker[3]) für die Säuger den mesodermatischen Ursprung der Chorda an, und ihm tritt, wenn auch bedingungsweise, Lieberkühn[4]) bei. Diese Auffassung, welche der Lehre vom hypoblastischen Ursprung der Chorda entgegentritt, scheint aber vielleicht nur dadurch zu dieser Lehre im Widerspruch zu stehen, als die Meinungen über das, was man als mesodermatische Entwicklung zu bezeichnen habe, aus einander gehen. Das weiter zu erörtern ist hier nicht der Platz.

Dagegen sind seit dem gedachten Zeitpunkte zu den früher vorhandenen neue Zeugen für den hypoblastischen Ursprung der Chorda aufgetreten: für den Amphioxus, Kowalewsky's Angaben bestätigend und erweiternd Hatschek[5]), für Selachier (Pristiurus) Hoffmann[6]), für Knochenfische Kingsley und Conn[7]), für die urodelen

1) C. K. Hoffmann. Ueber die Entwicklungsgeschichte der Chorda dorsalis. Beiträge zur Anatomie und Embryologie als Festgabe Jacob Henle zum 4. April 1882 dargebracht von seinen Schülern. Bonn 1882, pg. 41.

2) H. Strahl. Ueber Wachsthumsvorgänge an Embryonen von Lacerta agilis. Frankfurt a. M. 1884. 4°. (S. A. aus den Abhandlungen der Senkenbergischen naturforschenden Gesellschaft.)

3) Kölliker. Ueber die Chordahöhle und die Bildung der Chorda beim Kaninchen. (Sitzgsber. der würzburg. phys. med. Gesellsch., Sitzg. vom 16. Dec. 1882).

4) Lieberkühn. Ueber die Chorda der Säugethiere. Archiv für Anatomie und Physiologie. Jhrg. 1884. Anatom. Abtheilung, pg. 436.

5) B. Hatschek. Studien über die Entwicklung des Amphioxus. Arbeiten aus dem zoolog. Institute der Universität Wien. T. V. 1882. pg. 1.

6) C. K. Hoffmann. Sur l'origine du feuillet blastodermique moyen chez les poissons cartilagineux. Archives néerlandaises. T. XVIII.

7) Kingsley and Conn. Some observations on the embryology of the Teleosts. Memoirs of the Boston Society of natural hist. Vol. III. No. VI. Boston 1883.

Amphibien (Siredon) Lampert[1]), für die Vögel C. K. Hoffmann[2]), für Säuger Selenka[3]), Heape[4]) und Bonnet[5]).

Für die in Rede stehende Vergleichung hat diese allgemeinste Thatsache, daß die Chorda aus dem Hypoblaste entspringt und daß sie sofort in ihre characteristische Lage einrückt, nur untergeordneten Werth, muß aber als eine Grundlage für das Weitere festzuhalten sein.

Dafür daß die Chorda dem Nebendarm verglichen und homologisirt werden darf, sind zwei in ihrer weiteren Entwicklung zu beachtende Erscheinungen von größerem Belang: ihre Form und ihre Verbindung mit dem Darm.

Eine dem Nebendarm gleichwerthige Chorda muß die Form eines von entodermatischen Zellen gebildeten Rohres besitzen, oder eine Gestaltung, welche mit einer Rohrbildung erfahrungsmäßig in der Entwicklungsgeschichte verknüpft werden kann. Röhrenartige Hohlorgane desselben Formenkreises entstehen aber ebensowohl durch den Abschluß einer mit Abfaltung entstandenen Rinne, wie durch die Aushöhlung eines als solide abgesonderten Stranges. Für die Homologisirung der nervösen Centralorgane oder der primären Cänäle im Urogenitalsystem der Wirbelthiere thut es keinen Abbruch, ob dieselben aus der Form einer Rinne oder eines soliden Stranges in die Röhrenform übergehen. Dem entsprechend halte ich, wenn überhaupt die Chorda als Rohr auftritt, es für gerechtfertigt, auch die Rinnenform der Chordaanlage oder ihre von Anfang an compacte Strangform für den Vergleich in Betracht zu ziehen, und solche Fälle, in welchen Hohlraumbildungen in der Chorda nicht erscheinen, als »abgekürzte Entwicklungen« aufzufassen, die der zu erweisenden Homologie keinen Abbruch thun. Daß mit der Solidification des chordalen Stranges schließlich eine von der des Nebendarmes abweichende Bildung erreicht wird, thut ja der zu erweisenden Gleichwerthigkeit ebenfalls keinen Abbruch.

---

1) Kurt Lampert. Zur Genese der Chorda dorsalis beim Axolotl. Erlangen 1883. (Inaug. Dissertation).

2) C. K. Hoffmann. Die Bildung des Mesoderms, die Anlage der Chorda dorsalis und die Entwicklung des Canalis neurentericus bei Vogelembryonen. Amsterdam 1883. 4°.

3) E. Selenka. Studien über die Entwicklungsgeschichte der Thiere. Wiesbaden 1883. Heft 2.

4) W. Heape. The development of the Mole. Quarterly Journal of microscopical science. Vol. XXIII. 1883. pg. 412.

5) R. Bonnet. Beiträge zur Embryologie der Wiederkäuer. Archiv für Anatomie und Physiologie. Jhrg. 1884. Anatom. Abth. pg. 170. Bonnet nimmt jedoch eine theilweise ectoblastische Anlage der Chorda an.

Daß die Chorda unter rinnenförmiger Abfaltung selbstständig wird und zum Rohre sich schließt, ist am klarsten vom Amphioxus erwiesen (Kowalewsky, Hatschek)[1]). Kaum weniger klar vollzieht sich dieser Bildungsgang der Chorda in der Entwicklung des Siredon pisciformis, nach der Darstellung, welche K. Lampert[2]) davon gegeben hat; diese Darstellung ergänzt nach dieser Richtung das, was Scott und Osborn[3]) über eine rinnenförmige Chorda aus der Entwicklung von Triton taeniatus gegeben haben. — Die Bildung eines Chordarohres aus einer Chordarinne hat für Vögel sehr deutlich C. K. Hoffmann[4]) dargestellt; aber es ist sehr beachtenswerth, was Hoffmann angiebt, daß in der Chordaentwicklung Grallatores und Natatores sich anders als Oscines und Rasores verhalten; bei den ersten, welche den paläontologisch als ältesten erwiesenen Vögeln nahe stehen, findet sich das chordale Rohr, und hier ist nach Hoffmann[5]) »die Chorda . . . sehr lang eine axiale Proliferation des Entoderms, resp. der oberen Darmwand, was wohl auf den phylogenetisch sehr alten Ursprung der Chorda als ein Product des Entoderms hinweist«; bei den »höher entwickelten« Oscines und Rasores scheidet dagegen die strangförmige Chordaanlage viel früher aus dem unteren Keimblatte aus.

Unter den Säugethieren entsteht bei der Maus nach Selenka[6]) die Chorda durch eine rinnenförmige Einfaltung des Entoderms. Leider ist die genauere Darstellung dieses Entwicklungganges noch nicht gegeben; es ist von Interesse zu erfahen, ob hier die eingefaltete Rinne in ganzer Ausdehnung sich gleichzeitig oder succesive der Länge nach zum Rohre schließt, oder ob, was Heape[7]) für die Chordaentwicklung des Maulwurfs angiebt, die Rohrbildung mit der Rinnenform alternirend an der Chordaanlage auftritt; die erstere also vielleicht an ungleichen Strecken zu gleicher Zeit den Abschluß zum Rohr erfährt. Diese Angaben lassen die Darstellungen, welche

---

1) B. Hatschek. Studien über die Entwicklung des Amphioxus a. a. O.

2) K. Lampert. Zur Genese der Chorda dorsalis a. a. O.

3) W. B. Scott and H. F. Osborn. On some points in the early development of the common Newt. T. M. Balfour. Studies from the morphological Laboratory in the University of Cambridge. 1880. pg. 34.

4) C. K. Hoffmann. Die Bildung des Mesoderms, die Anlage der Chorda dorsalis und die Entwicklung des Canalis neurentericus bei Vogelembryonen. Amsterdam 1883. Cfr. Taf. II. Fig. 6. 7. 8.

5) a. a. O. pg. 89.

6) E. Selenka. Studien über Entwicklungsgeschichte a. a. O.

7) W. Heape. The development of the mole a. a. O. pg. 441.

Lieberkühn[1]) und Kölliker[2]) von der Entwicklung der Chorda gegeben haben, wohl in einem anderen Lichte erscheinen. Beide Autoren schreiben der sich entwickelnden Chorda einen kanalförmigen Hohlraume zu, und Lieberkühns Darstellung von der Chordaentwicklung des Maulwurfs zeigte im Besonderen, daß die untere Canalwand an der hinteren Chordastrecke durchbrochen, der Canal nach unten offen und zu einer tiefen Rinne geworden ist. — Nach Bonnet's Angaben[3]) über die Chordaentwicklung vom Schaf ist die Chordaanlage an mehreren Stellen flach rinnenförmig eröffnet; der Entoblast fehlt hier, die Rinne geht gegen den Primitivknoten zu in einen Kanal über. Tritt also hier die Chorda röhren- und rinnenförmig auf, wie es Heape angegeben; so ist es zumal Selenka's bestimmten Angaben gegenüber wohl vor der Hand nicht ohne weiteres abzuweisen, daß die hier gegebenen Darstellungen auch in der Weise ausgelegt werden können, daß nicht der Chordakanal sich öffne und damit eine Rinne bilde, sondern daß die Rinne sich schließe, und damit der Chordakanal entstehe. Dazu würde Lieberkühn's Angabe, daß der Entoblast in die Chordarinne eintrete, und Bonnet's Mittheilung, daß der Entoblast an der Chordarinne fehle, sehr wohl passen. Lieberkühn[4]) selbst hat an eine solche Deutung gedacht, weist dieselbe aber ohne eingehendere Discussion ab. Daß hier der Verschluß einer Chordarinne zum Rohr vielleicht unregelmäsig und discontinuirlich, wie es nach Heape's Darstellung erscheint, erfolgt, thut der Deutung des Chordarohres, auf welche es hier abgesehen ist, keinen Eintrag; und auch darin würde ich keinen Widerspruch gegen dieselbe finden, wenn die erste Anlage der Chorda strangförmig erfolgte, danach ein Hohlwerden derselben, und dann eine Weiterentwicklung mit Rinnenbildung bei einzelnen Säugethieren in ungleicher Weise nachgewiesen werden sollte.

Die strangförmige Anlage der Chorda vom Hypoblast aus ist für Haie (Pristiurus) von C. K. Hoffmann[5]) bestätigt, durch Balfour's[6]) frühere Untersuchungen wissen wir, daß in der Axe dieses Stranges ein spaltförmiger Hohlraum sich zeigt. Kingsley und Conn haben

1) Lieberkühn. Ueber die Chorda bei Säugethieren. a. a. O. 1882.

2) Kölliker. Ueber die Chordahöhle. a. a. O.

3) Ich entnehme dieselben dem zoolog. Jahresberichte für das Jahr 1883. pg. 142, da mir das Original im bayerisch. ärztlich. Intelligenzblatt 1883 nicht zugängig ist.

4) a. a. O. 1882. p. 413.

5) C. K. Hoffmann. Sur l'origine du feuillet blastodermique a. a. O.

6) F. M. Balfour. A Monograph of the development of Elasmobranch Fisches. 1878. Pl. IX. Fig. 1[a]. 16.

für Knochenfische die strangförmige Anlage bestätigt; für Petromyzonten wie für ecaudate Amphibien ist die solide Chordaanlage von früher bekannt. Von den Sauropsiden legt sich die Chorda in solcher Weise bei den Lacertilien (Balfour[1]) Strahl[2])) und Schlangen an; dabei können Spuren einer Rinnenbildung auftreten; daß bei einem Theil der Vögel dies Verhalten vorwaltet, wurde bereits oben erwähnt.

Für den Vergleich des Nebendarmes mit der Chorda ist endlich der Zusammenhang beider mit dem Darm oder der Darmanlage heranzuziehen: entspricht die Chorda dem Nebendarm, so muß sie zu einer Zeit ihrer Entwicklung mit dem Darm oder der Darmanlage in solcher Weise wie der Nebendarm, das heißt am vorderen und hinteren Ende, in Verbindung stehen. In einer Reihe von Fällen ist das sicher der Fall; da aber diesen Verhältnissen eine besondere Aufmerksamkeit nicht geschenkt ist, so werden die Belege, wie ich sie damit zu bringen wünschte, wohl zahlreicher werden, sobald sie eine besondere Beachtung zu verdienen scheinen.

Bei Pristiurus ist nach C. K. Hoffmann[3]) die Chorda, welche nach vorn und hinten wachsen soll, in ihrer mittleren Strecke frei und vom Entoderm getrennt, während ihr vorderes und hinteres Ende mit diesem verbunden ist. — In gleicher Weise zeigt nach Strahl[4]) der Embryo der Eidechse vor Schluß der Rückenfurche die Chordaanlage derartig, daß ihr vorderes und hinteres Ende im Entoderm gelegen ist, während die mittlere Strecke außer Verband mit demselben steht. In beiden Fällen steht also die Chordaanlage mit der Darmanlage in solcher Verbindung wie der Nebendarm mit dem Darm. — In gleicher Weise lassen sich vielleicht gewisse Studien aus der Chordaentwicklung der Säuger ausdeuten, bei welchen das vordere und hintere Ende der Chorda als eine Einschaltung im Hypoblast erscheint, während eine kurze mittlere Strecke cylindrisch, aus der Darmwand ausgeschaltet oder vom Entoderm unterwachsen ist, und ein Lumen besitzt; Lieberkühn[5]) schildert einen solchen Zustand von einem Embryo des Meerschweinchen mit zwei Urwirbeln.

---

1) Balfour. On the early development of the Lacertilia. Studies from the morphological Laboratory in the University of Cambridge 1880. pg. 21.

2) a. a. O.

3) C. K. Hoffmann. Sur l'origine du feuillet blastodermique moyen chez les poissons cartilagineux. Archives Néerlandaises. T. XVIII. Pl. IV. Fig. 5. 6. 7. 8.

4) Strahl. Beiträge zur Entwicklung der Reptilien. Archiv für Anatomie und Physiologie. Jhrgg. 1883. Anatom. Abtheilg. pg. 39.

5) N. Lieberkühn. Ueber die Chorda bei Säugethieren. Archiv für Anatomie und Physiologie. Jahrg. 1884. Anatomische Abtheilung p. 441. 450.

Wichtiger als diese Befunde sind die Angaben über die Lagerung der sich entwickelden Chorda bei Schlangen und Vögeln; denn während in den voranstehenden Fällen die Chordaanlage nur mit dem entodermalen Darmblatte zusammenhängt, tritt bei diesen Thieren ein solcher Zusammenhang auf, daß die Chorda an ihrer hinteren und vorderen Strecke mit der Darmwand noch Zusammenhang besitzt, während diese schon völlig röhrenförmig abgeschlossen ist. In einer ganz neuerdings veröffentlichten Arbeit hat C. K. Hoffmann[1]) unter anderen die Chorda eines Schlangenembryo mit 8 Somiten beschrieben: in diesem ist das vordere Chordaende solchergestalt mit dem geschlossenen Kopfdarm verbunden, daß eine feine Rinne aus dem Darmlumen gegen die Axe der soliden Chorda führt, ein Ausdruck der Abfaltung der Chorda oder einer Communicationsöffnung zwischen dem Darm- und dem hier allerdings fehlenden Chordalumen; weiterhin liegt die Chorda frei über dem Darmblatt, bis sie mit ihren hintern Ende mit diesem wieder verschmilzt. — Ein gleiches Verhalten zeigt nach demselben Autor[2]) das Verhalten des vorderen Chordaendes zum selbständig abgeschlossenen Kopfdarm im Embryo des Haematopus ostralegus mit 7 Urwirbeln; auch hier liegt die folgende Chordastrecke frei, während ihr Hinterende in das Entoderm übergeht. Daß auch dieses Chordaende mit seinem Lumen in die dem Darm zuzuschreibende Höhe einmündet hat bereits Gasser[3]) von dem Embryo der Gans mit 22 Urwirbeln dargestellt. Die hier auftretenden Verhältnisse werden aber durch die Bildung des Canalis neurentericus beeinflußt, auf den weiter einzugehen hier nicht der Ort ist.

Mit der weiteren Entwicklung der Chorda erfolgt deren Ablösung vom Entoderm, und damit wird die Uebereinstimmung derselben mit dem Nebendarme mehr und mehr aufgehoben. Mit Rücksicht hierauf wird das Darmdivertikel der Sipunculiden, in welchem ich den Rest eines Nebendarmes sehe, darauf hin zu prüfen sein, ob auch an diesem etwa eine Loslösung von der Darmwand oder der Flimmerrinne an dem einem Ende desselben erfolgt; der große Unterschied in der Länge, welcher diesem Divertikel bei verschiedenen Individuen zukommt, läßt vermuthen, daß hier ungleiche Ausbildungen eintreten; sollte sich dabei etwa herausstellen, daß das Vorderende des Diver-

1) C. K. Hoffmann. Weitere Untersuchungen zur Entwicklungsgeschichte der Reptilien. Morphologisches Jahrbuch. Bd. 11. 1885. p. 182.

2) C. K. Hoffmann. Die Bildung des Mesoderms, die Anlage der Chorda dorsalis und die Entwicklung des Canalis neurentericus. Amsterdam 1883. pg. 31.

3) Gasser. Der Primitivstreifen bei Vogelembryonen. Cassel 1879. Taf. VIII.

tikel sich von der Flimmerrinne ablöste, während die hintere Einmündung des Blindsackes in den Darm bestehen bleibt, so könnte das der Chordaentwicklung entsprechen, deren Vorderende die Verbindung mit dem Darm früher als das Hinterende aufgiebt. — Wenn die Chorda als ein entodermales Rohr in der Weiterentwicklung solide wird und die Function eines Stützapparates übernimmt, so ist das nicht ohne Analogon; für einen solchen Vorgang liefern die soliden Tentakelaxen der Hydroidpolypen, das Gefäßblatt der Medusen bekannte Beispiele. Im übrigen wird in dieser Hinsicht auch der Nebendarm noch genauer zu prüfen sein; ich verweise deshalb auf die Abbildung, welche Spengel[1]) vom Querschnitt des Nebendarmes des Echiurus gegeben hat, da hier die epitheliale Auskleidung des Rohres im Verhältnis zum Lumen sehr dick, aber auch eigenartig zusammengehäuft erscheint, als würde mit epithelialer Wucherung das Lumen des Rohres eingeengt. —

Das selbständige Weiterwachsen der Chorda nach dem Ausscheiden aus dem Entoderm ist eine Erscheinung, welche im Wirbelthierkörper auch anderen Organen, welche epithelialen Ursprunges sind und im Mesoderm eingeschlossen werden, zukommt; damit fällt die besondere Ausgestaltung der epithelialen Zellen zusammen; daß auch in dieser Hinsicht eine gewisse Parallele zwischen den Chordazellen und den entodermalen Stützzellen in der Tentakelaxe eines Hydroiden erscheint, sei im Vorübergehen erwähnt. —

Die hakenförmige Umbiegung, welche das Vorderende der reifenden Chorda erfährt, möchte ich nicht auf einen Zusammenhang der Chorda mit dem Darme zurückführen, da ein solcher an dieser Stelle nicht mehr zu suchen ist, sondern darauf, daß in der Kopfbeuge dem Geradeauswachsen der Chorda ein Hindernis entgegentritt. Ich betone dies, weil ich der von Hubrecht[2]) angenommenen Beziehung der Hypophysis zur Chorda, und der Homologisirung der letzteren mit der Scheide eines Nemertinenrüssels in keiner Weise beistimmen kann.

Eisig[3]) hat den Nebendarm dem in der Entwicklung von Ichthyopsiden auftretenden subchordalen Strange homologisirt; ich glaube nicht, daß diese Zusammenstellung jetzt noch zu halten ist. Sicherlich ist der subchordale Strang eine entodermale Bildung, und vielleicht derartig zu characterisiren, daß er den Rest einer Verbindung zwischen Chorda

---

1) a. a. O. Ztschr. f. wiss. Zoolog. Bd. 34. Taf. 25. Fig. 28.

2) A. A. W. Hubrecht. On the ancestral Form of the Chordata. Quarterly Journal of microscopical science. Vol. XXIII 1883. pg. 349.

3) H. Eisig. Der Nebendarm der Capitelliden a. a. O.

und Darmrohr andeutet. Zieht man nun in Betracht, daß der subchordale Strang in seiner Entwicklung da, wo er mit dem Darmrohre zusammenhängt, unter der Form einer längslaufenden Rinne erscheint[1]) so erwächst mir die Vorstellung, dieser Strang möge zur Chorda und zum Darm die morphologischen Beziehungen haben, welche die Flimmerrinne des Darmes von Echiurus zu diesem und zum Nebendarm besitzt; die Bildung der Chorda löst gleichsam aus dem Darme einen zweiten Bestandtheil, der Flimmerrinne vergleichbar, heraus, der bald völlig verschwindet.

Eine Auffassung der Chorda dorsalis, wie ich sie hier vorgetragen habe, kann in der Zoologie aufs Neue Veranlassung geben, an jene Wurmformen, welche als Anneliden und Gephyreen ohne Zweifel nähere Verwandtschaft zu einander besitzen, einerseits Echinodermen, andrerseits Vertebraten oder Chordaten anzuschließen. Nicht daß ich der Meinung wäre, es müßten diese Formen, in welcher Weise immer, von einander abzuleiten sein; dafür liegen die Verhältnisse noch nicht klar zur Beurtheilung vor; wohl aber glaube ich, daß wir eine gewisse Berechtigung erhalten, diese Thierformen auf einen gemeinsamen, nicht genauer zu kennzeichnenden Ausgangspunkt zurück zu führen, in welchem das Organ, welches als Nebendarm bei den erwähnten Anneliden, Gephyreen und Echinodermen offenbar verkümmert und in Rückbildung begriffen, daher vielfach variabel ist, bei den Chordaten gleichfalls seiner ursprünglichen Bestimmung entfremdet erscheint, eine andere Stellung und Bedeutung behauptet haben mag. Dann aber wird die Stellung der Urochordaten, auf die ich bisher nicht näher eingegangen bin, zu den Vertebraten nicht so sehr durch den gemeinsamen Besitz einer Chorda, als durch die gemeinsame Verwendung der vorderen Darmstrecke für respiratorische Function gekennzeichnet; da diese aber auch bei den Enteropneusti sich findet, so liegt kein zwingender Grund vor, die Urochordaten als degenerirte Vertebraten oder als Vorläufer der Wirbelthiere anzusehen; ihnen fehlt dasjenige Characteristicum, welches den Leib der Vertebraten kennzeichnet, das ist die in den activen und passiven Theilen des Bewegungsapparates vorhandene und für dessen Functionen ursprünglich bedeutungsvolle Metamerie, welche die Gestaltung anderer Organe zu beeinflussen vermag, dort aber zurücktritt oder fehlt, wo der Bewegungsapparat selbst verkümmert ist. Für den Ausgangspunkt solch einer Thierform ist nicht unmittelbar auf Formen, wie wir sie in den gegliederten Würmern kennen, zurück zu gehen, wenn auch in

1) Balfour. A Monograph of the development of Elasmobranch Fisches a. a. O. Pl. X. Fig. 1. 1a.

den Organisationsverhältnissen derselben Bildungen, wie die peritonealen Höhlen, die an sie angeschlossenen Apparate und das geschlossene Blutgefäßsystem, vorhanden sind, wie sie in ähnlicher Weise bei den Vertebraten sich wiederholen. Ich betone das, um abzuweisen, daß ich in jetzt lebenden Anneliden mit einem Nebendarm Vorläufer der Wirbelthiere erblicken könnte.

Die Speculation könnte sich weiter wagen und daran anknüpfen, daß bei Amphioxus, und vielleicht bei Wirbelthieren allgemein, mit der Bildung des Chordarohres die Bildung des paarigen Enterocoel's auftritt, mithin im frühen Embryonalzustande ein Darmlumen vorhanden ist, welches in den paarigen Enterocoelausstülpungen, dem Chordarohre und der späteren Darmlichtung, von den ungleichen Größenverhältnissen abgesehen, eine Radiärgestalt des Urdarmes aufweist, wie sie im Gastralraume der Larve eines Corallopolypen mit den Anlagen von zwei Paaren von Dissepimentfalten auftritt[1]). Allein das würde voraussetzen, daß die Abfaltung des Chordarohres vom Urdarme den Abfaltungen, welche das Enterocoel bilden, gleichwerthig sei. Wenn auch die letzteren als ursprüngliche Organanlagen aufzufassen sein mögen, so dürfen sie doch schon deshalb zur Zeit nicht der Chordaanlage parallelisirt werden, weil bei den Echinodermen und Gephyreen die Entwicklung des Nebendarmes in eine sehr viel spätere Periode fällt, als die Bildung der Enterocoelblasen oder der zur Auskleidung der Peritonealhöhle dienenden Gewebe; und in dieser Hinsicht ist mir die Erscheinung, daß die Chorda einen Zusammenhang mit dem Darmrohre noch besitzt, wenn dieses bereits zum Rohre abgeschlossen ist, von Bedeutung gewesen; die Chorda gehört danach, wie der Nebendarm, nicht sowohl zum Archenteron als zum Darm.

Daß die Bildungen, welche zuletzt Nussbaum[2]) als Chorda der Articulaten in der Entwicklungsgeschichte dieser Thiere beschrieben hat, mit dieser Chorda doralis oder dem Nebendarm zusammenfallen, habe ich nicht ersehen können.

---

1) cfr. Lacaze Duthiers. Developpement des Coralliaires. Archives de Zoologie expérimentale. T. I. 1872. Pl. XI. Fig. 13.

2) J. Nussbaum. Vorläufige Mittheilung über die Chorda der Arthropoden. Zoologischer Anzeiger. Jhrg. 1883. pg. 291.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stuppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

30. December. **№ 13.** 1885.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 1. August 1885.

Ueber die Pyroëlektricität des Turmalins.

Von

Eduard Riecke.

Das Studium der pyroëlektrischen Erscheinungen erfordert die Verbindung von zwei ihrem Charakter nach sehr verschiedenartigen Untersuchungen. Die erste derselben besteht in der Ermittelung der Beziehungen, welche zwischen dem krystallographischen Bau der pyroëlektrischen Körper und zwischen der Vertheilung der elektrischen Ladung an ihrer Oberfläche bestehen; die zweite Aufgabe, welche erst in Angriff genommen werden kann, wenn jene erste wenigstens ihren hauptsächlichsten Zügen nach gelöst ist, besteht in der Ermittelung des die Entwicklung der Elektricität mit der Bewegung der Wärme verbindenden Gesetzes. Während bei dem Turmalin in der ersteren Richtung durch eine Reihe von sorgfältigen Untersuchungen hervorragender Forscher ein gewisser Abschluß erreicht ist, sind in der letzteren Richtung nur sehr wenige Arbeiten veröffentlicht worden[1]).

Von besonderer Bedeutung sind die Untersuchungen von Gaugain, deren Resultate in den folgenden Sätzen niedergelegt sind.

1. Wenn man eine beliebige Anzahl von Turmalinen zu einer Batterie vereinigt, indem man ihre gleichnamigen Pole mit einem

1) Becquerel, Ann. d. chim. et d. phys. II. Ser. T. 37. Gaugain, Ann. d. chim. e. d. phys. III. Ser. T. 57. Hoppe, Nachr. d. Gött. Ges. d. Wiss. 1877. S. 474.

Kupferdraht umschlingt, so ist die von denselben gelieferte Elektricitätsmenge gleich der Summe derjenigen, welche von den einzelnen Turmalinen unter denselben Umständen erzeugt worden wären.

2. Wenn man eine Reihe von Turmalinen von gleichem Querschnitt hinter einander schaltet, indem man die ungleichnamigen Pole durch Kupferdrähte verbindet, so ist die von der Säule gelieferte Elektricitätsmenge nicht größer als die von einem einzelnen erzeugte.

3. Die von einem Turmalin entwickelte Elektricitätsmenge ist proportional seinem Querschnitt und unabhängig von seiner Länge.

Beispielsweise ergaben sich bei 3 verschiedenen Prismen auf die Einheit des Querschnittes die Elektricitätsmengen

0.25 0.29 0.27.

Als Maaß für die Menge der Elektricität wurde die Anzahl der Entladungen eines zur Selbstentladung eingerichteten Elektroskops benutzt.

4. Die Elektricitätsmenge, welche ein Turmalin entwickelt, wenn seine Temperatur um eine gewisse Anzahl von Graden sinkt, ist unabhängig von der dazu erforderlichen Zeit.

Eine Säule von 17 Turmalinen kühlte sich das eine mal bei ruhiger Luft in einer Zeit von 4 Min., das anderemal in einem Luftstrom in $1^1/_4$ Min. ab; das erstemal betrug die Zahl der Selbstentladungen des Elektroskops 17, das zweitemal 19.7. Bei einem anderen Versuch mit geringerer Divergenz der Blätter des Elektroskops waren dieselben Zahlen gleich 122 und 112.

5. Die bei einer Temperaturerhöhung entwickelten Elektricitätsmengen sind ebenso groß, wie die einer gleich großen Temperaturerniedrigung entsprechenden.

Für die Versuchsanordnung von Gaugain war die Absicht maßgebend, die beobachteten Erscheinungen möglichst von den Einflüssen zu befreien, welche von der Zerstreuung der Elektricität herrühren. Bei der folgenden Untersuchung wurde diese Zerstreuung von vornherein in den Kreis der Betrachtung gezogen, da sie von großem und wesentlichem Einfluß auf den Verlauf der Erscheinungen ist. Es ergiebt sich, daß die Zerstreuung durch eine gewisse Leitungsfähigkeit der Oberfläche des Turmalins bedingt ist, und daß auch bei den Versuchen von Gaugain ihr Einfluß keineswegs ganz vermieden ist,

Die Methode der Beobachtung bestand darin, daß der Turmalin in einem Raum von höherer, möglichst konstanter Temperatur während einer gemessenen Zeit erwärmt, daß er dann, vertikal über dem Knopf eines Goldblattelektroskops an Cokonfäden hängend, der freien Abkühlung überlassen wurde. Die mit der Zeit sich ändernde Divergenz des Elektroskops bildete den Gegenstand der Messung.

Das Ziel, dessen Erreichung bei der Untersuchung angestrebt wurde, bestand einmal in der Ermittlung des Gesetzes, nach welchem bei der Abkühlung die elektrische Ladung ansteigt und wieder verschwindet, zweitens in der Ermittlung der Abhängigkeit, in welcher das jeweilig erreichte Maximum der Ladung von der Größe der Abkühlung steht, und drittens in der Bestimmung der auftretenden Ladungen nach absolutem elektrostatischem Maaße.

Bei den Beobachtungen sollte die Dauer der Erwärmung so regulirt werden, daß durch dieselbe das Maximum der Ladung, welches den gewählten Temperaturverhältnissen entsprach mit Sicherheit erreicht wurde. Zu diesem Zweck war eine Voruntersuchung auszuführen, welche den Inhalt des zweiten Abschnittes bildet, und welche den Einfluß der Erwärmungsdauer auf die Größe der elektrischen Ladung behandelt. Leider ist bei diesen Versuchen auf die Einhaltung einer konstanten Erwärmungstemperatur nicht diejenige Sorgfalt verwandt worden, welche dem weiteren Verlauf der Untersuchung nach wünschenswerth gewesen wäre. Doch dürften mit einiger Sicherheit die beiden folgenden Sätze aus den Versuchen zu entnehmen sein. 1. Bei der Abkühlung tritt das Maximum der elektrischen Ladung ein, wenn der Turmalin zuvor in seinem ganzen Inneren die Temperatur des Erwärmungsraumes angenommen hatte. 2. Die einer gleichmäßigen Erwärmung entsprechende Ladung ist nahezu dieselbe, wie die bei einer ungleichmäßigen Erwärmung auftretende, wenn die mittlere Temperatur der letzteren der konstanten Temperatur der ersteren gleich ist.

Der Verlauf der elektrischen Ladung η bei der Abkühlung folgt dem Gesetz

$$\eta = H \frac{qe^{-as} - ae^{-qs}}{q - a}$$

Hier bezeichnet s die Zeit; H den Maximalwerth, welchen die Ladung erreicht; q ist proportional der Leitungsfähigkeit der Oberfläche, a ist die in der Newtonschen Abkühlungsformel auftretende Constante,

$$a = \frac{S.h}{c.M}$$

wo unter M die Masse, unter S die Oberfläche des Turmalins, unter c seine specifische Wärme, unter h die äußere Wärmeleitungsfähigkeit zu verstehen ist.

Bei einem Crystall aus Snarum ergaben 4 verschiedene Beobachtungsreihen für h und q die Werthe in *cm*, *g*, *min*.

h =	0.0196	0.0194	0.0204	0.0195
q =	0.1052	0.1040	0.1095	0.0552.

Eine Beobachtungsreihe mit einem Crystall von Elba ergab

$$h = 0.0200 \text{ und } q = 0.0891.$$

Vor dem Beginn einer Beobachtungsreihe wurde die Zerstreuung der Elektricität in der Luft bestimmt, indem über dem Knopfe des Elektroskops eine an Cokonfäden isolirte elektrische Messingkugel aufgehängt wurde. Die Distanz derselben von den Knopfe betrug 2,5^{mm} und war geringer als die Entfernungen bis zu welchen die Turmaline dem Knopfe genähert wurden. Der Zerstreuungskoëfficient der Luft erwies sich als ziemlich konstant, der kleinste beobachtete Werth betrug 0.018, der größte 0.025, immer noch weniger als die Hälfte des kleinsten für q gefundenen Werthes.

Die Leitungsfähigkeit q des Turmalines hängt ab von der Temperatur und von der Feuchtigkeit der Luft. Die Abhängigkeit von der Temperatur macht sich schon bei einer und derselben Beobachtungsreihe geltend; berechnet man nämlich die Werthe von q aus den Beobachtungen, welche nach der Erreichung des Maximalwerthes H angestellt sind, so findet man dieselben größer als für die dem Maximum vorangehenden Beobachtungen. Dadurch erklärt sich zum Theil die Verschiedenheit der angeführten Werthe von q. Die drei ersten der für den Crystall von Snarum gefundenen beziehen sich auf die Periode nach der Erreichung des Maximums, der vierte Werth auf die Periode der ansteigenden Ladung.

Der Grad der Veränderlichkeit von q ist bei verschiedenen Erwärmungstemperaturen und verschiedenen Turmalinen ein verschiedener. Während ein Theil der Beobachtungen wenigstens für die Periode nach Erreichung des Maximums konstante Werthe von q liefert, dauert bei anderen die Aenderung von q während der ganzen Abkühlungsdauer fort. So konnte von den mit dem Elbaer Turmalin ausgeführten Beobachtungsreihen nur eine einzige durch einen konstanten Werth von q in befriedigender Weise dargestellt werden. Ein dritter brasilianischer Krystall aber zeigte Erscheinungen, welche sich von den bisher erwähnten wesentlich unterscheiden und auf welche die vorhergehende Formel nicht angewandt werden kann.

Diese besondere Natur des brasilianischen Crystalls machte sich in sehr auffallender Weise bei denjenigen Beobachtungen geltend, welche den Einfluß der Erwärmungstemperatur auf die elektrische Ladung zum Gegenstand hatten. Die Turmaline von Snarum und Elba zeigten ein ziemlich gleichmäßiges Anwachsen der elektrischen Ladung bis zu den höchsten angewandten Temperaturen.

Der brasilianische Krystall erreichte bei einer Erwärmung auf 70° bis 80° ein Maximum der Ladung, welches bei höherer Erwärmung schnell bis zu einem viel kleineren Betrage herabsank. Diese Erscheinung dürfte am besten durch die Annahme zu erklären sein, daß der Turmalin bei höherer Temperatur bis zu einem gewissen Grade leitend wird, so daß die Spannung der entwickelten Elektricität einen bestimmten Betrag nicht überschreiten kann. Dabei bleibt vorerst unentschieden, ob diese Veränderung einer direkten Wirkung der Wärme auf die ganze Masse des Turmalins, oder einer Wirkung der heißen Luft auf seine Oberfläche zuzuschreiben ist.

Jedenfalls aber ist diese bei höherer Temperatur sich einstellende Abnahme der Isolation wohl zu unterscheiden von der bei sinkender Temperatur wachsenden Leitungsfähigkeit q. Mit Bezug auf diese ist es kaum zweifelhaft, daß ihre Ursache in einer Condensation von Feuchtigkeit an der Oberfläche des Turmalins zu suchen ist. Die hiedurch gebildete leitende Oberflächenschichte ist der Grund, weßhalb jeder Turmalin im gewöhnlichen Zustand unelektrisch erscheint, weßhalb die durch eine Volumänderung bedingte Ladung nach kürzerer oder längerer Zeit wieder verschwindet. Würde es möglich sein, die Oberfläche des Turmalins in einen Zustand vollkommener Isolation zu versetzen, so würde die bei der Abkühlung auftretende elektrische Polarisation als eine permanente sich erweisen. Ersetzen wir diese Polarisation des Inneren durch eine mit derselben äquivalente elektrische Belegung der Endflächen, so berechnet sich die Dichtigkeit, welche von dieser bei vollkommener Isolation erreicht werden würde, bei dem Crystall von Snarum zu 152 elektrostatischen Einheiten für eine Abkühlung von 115°. Dagegen ergeben sich für die größten bei den drei untersuchten Turmalinen in Wirklichkeit auftretenden Dichtigkeiten die Werthe von 48, 72 und 68 elektrostatischen Einheiten. Dabei ist angenommen, daß die äquivalente Oberflächenbelegung sich auf die Säulenflächen des Turmalines inähnlicher Weise ausbreitet, wie die magnetische Belegung eines Stabmagnetes auf die Seitenflächen desselben. Es verdient hervorgehoben zu werden, daß diese Dichtigkeiten ganz von derselben Ordnung sind, wie diejenigen, welche auf der Oberfläche geriebener Isolatoren oder den Scheiben der Influenzmaschine auftreten.

I. Die untersuchten Turmaline. Methode der Beobachtung.

Die im Folgenden mitzutheilenden Beobachtungen beziehen sich auf drei verschiedene Turmaline, einen von Elba, einen von Brasilien

und einen von Snarum. Dieselben mögen mit E, B und S bezeichnet werden.

Der Turmalin E ist von grüngelber Färbung, an den Kanten durchscheinend; der Länge der Säule nach ist ein Wechsel von helleren und dunkleren Schichten zu beobachten. Die Begrenzung des Crystalls ist im Wesentlichen gebildet durch die zweite sechsseitige Säule; von den Kanten derselben ist eine durch eine Fläche der ersten sechsseitigen Säule glatt abgestumpft, während die beiden entsprechenden Kanten cylinderförmig abgerundet und gestreift sind. Am oberen Ende des Crystalls sind zwei Flächen des Rhomboëders vorhanden, die dritte ist durch einen Bruch verloren gegangen. Das untere Ende ist ziemlich senkrecht gegen die Axe durch eine muschlige Bruchfläche begrenzt. Der größte Durchmesser der Säule beträgt 14^{mm}, der kleinste 12^{mm}; die Länge des Crystalls von der unteren Bruchfläche bis zu dem Ende der Rhomboëderkante 20^{mm}. Das Gewicht des Crystalls ist 6.633 gr, sein Volumen 2.137 cbcm, sein specifisches Gewicht 3.104.

Der Crystall B ist durchsichtig und von vollkommen gleichmäßiger grüner Färbung; seine Form ist die einer dreiseitigen Säule mit gestreiften und cylindrisch gewölbten Flächen. Die Enden sind durch muschlige Bruchflächen gebildet; die eine derselben ist ziemlich eben und unter einem Winkel von etwa 80^0 gegen die Axe geneigt, die andere ist cylindrisch gewölbt und verbindet eine Kante der dreiseitigen Säule mit der gegenüberliegenden Fläche. Die Durchmesser der Säule gemessen von einer Kante bis zu der Mitte der gegenüberliegenden Fläche betragen $7^1/_2{}^{mm}$, 8^{mm} und $8^1/_2{}^{mm}$. Die Länge der Kante, welche den Ausgangspunkt der gewölbten Endfläche bildet beträgt 38^{mm}, die Länge der gegenüberliegenden Fläche 45^{mm}. Das Gewicht des Crystalls ist 6.473 gr, sein Volumen 2.077 cbcm, sein specifisches Gewicht 3.116.

Der Crystall S ist sammtschwarz, und vollkommen undurchsichtig, er zeigt in sehr regelmäßiger Ausbildung die zweite sechsseitige Säule, deren abwechselnde Kanten durch die Flächen der ersten Säule abgestumpft sind; beide Enden zeigen sehr schön die Flächen des Rhomboëders. Die Durchmesser der dreiseitigen Säule betragen 23.5 — 24.5 — 24.5^{mm}; die Kantenlänge derselben ist im Mittel gleich 24^{mm}. Die Entfernung der Rhomboëderecken beträgt 35.5^{mm}. Das Gewicht des Crystalls beträgt 37.748 gr, sein Volumen ist 12.401 cbcm, sein specifisches Gewicht 3.044.

Die Methode der Beobachtung war folgende: Der Raum eines Trockenkastens wurde auf eine konstante Temperatur erhitzt; der Turmalin in demselben während einer bestimmten Zeit erwärmt, her-

ausgenommen und mit Hülfe einer denselben umfassenden Schlinge von Cokon mit vertikal stehender Axe über dem Knopfe eines Goldblattelektroskops in geeigneter Entfernung aufgehängt. Während der Turmalin der freien Abkühlung überlassen war, wurde die Divergenz der Goldblätter beobachtet. Zu diesem Zweck wurden dieselben mittelst einer Linse auf eine matte Glastafel projicirt, auf welche ein Glasmaaßstab aufgeklebt worden war. Die Beleuchtung der Goldblätter geschah durch eine in einiger Entfernung aufgestellte Lampe, deren Strahlen durch eine Linse in paralleler Richtung auf die Goldblätter geworfen wurden. Unmittelbar nach der Herausnahme der Turmaline aus dem Trockenkasten konnte nie eine Divergenz der Goldblätter beobachtet werden. Dieselbe wuchs mit fortschreitender Abkühlung, erreichte ein gewisses Maximum, um dann schneller oder langsamer wieder zu verschwinden.

II. Einfluss der Erwärmungdauer auf die elektrische Ladung.

In den folgenden Tabellen sind die Erwärmungsdauern s in Minuten zusammengestellt mit den Temperaturen T und t des Trockenkastens und der Luft, mit den entsprechenden Maximalausschlägen A des Elektroskopes und mit der relativen Feuchtigkeit der Luft ρ.

Turmalin E.

s	A	T	t	$T-t$	ρ
10	1.8	71.5	17.6	53.9	55.7
20	5.0	71.4	18.9	52.5	55.0
30	7.8	71.5	17.3	54.2	50.0
45	11.6	72.2	17.6	54.6	50.0
60	13.4	72.8	18.1	54.7	52.0
90	15.7	73.7	18.0	55.7	52.0
120	17.3	73.0	18.2	54.8	52.0
150	18.0	72.4	18.4	54.0	51.0
240	17.8	73.0	18.9	54.1	46.0

Turmalin B.

s	A	T	t	$T-t$	ρ
10	9.8	73.3	16.4	56.9	55.0
20	14.0	74.9	17.4	57.5	55.0
30	17.8	76.9	17.4	59.5	55.0
60	17.1	75.0	17.7	57.3	49.0
90	17.7	75.5	17.4	58.1	45.0
120	17.8	75.5	17.3	58.2	45.5
150	17.6	74.8	17.9	56.9	45.0

Zu dieser Tabelle mag noch bemerkt werden, daß die für 60m angegebenen Zahlwerthe nicht unmittelbar beobachtet worden sind, sondern als Mittel aus drei bei ziemlich abweichenden Temperaturen angestellten Beobachtungen erhalten wurden. Diese drei Beobachtungen sind:

z	A	T	t	$T-t$	ρ
60	16.1	75.7	18.2	57.5	50.0
60	18.8	77.4	17.6	59.8	50.0
60	16.3	72.0	17.3	54.7	46.0

Turmalin S.

z	A	T	t	$T-t$	ρ
10	0.1	80.3	20.1	60.2	55.5
20	0.7	82.5	19.8	62.7	58.0
50	0.8	72.8	19.1	53.7	57.5
80	1.2	78.0	20.2	57.8	55.5
120	2.1	76.3	18.5	57.8	59.0
300	4.5	77.5	18.7	58.8	57.5
360	7.0	80.7	17.0	63.7	55.0
480	7.9	79.6	17.7	61.9	59.0
600	7.6	82.0	19.3	62.7	60.0

Bei kürzeren Erwärmungsdauern bis zu 30m ergab sich ein Einfluß vorhergehender Erwärmungen auf den erreichten Maximalwerth der Divergenz A, so zwar, daß dieser durch vorhergegangene Erwärmungen erhöht wurde. Die Beobachtungen mit kurzen Erwärmungsdauern wurden daher wiederholt, bis keine weitere Steigerung der Divergenz a mehr eintrat. Es wurde dieß in allen Fällen durch eine zwei bis dreimalige Wiederholung der Erwärmung erreicht.

Die Resultate der vorhergehenden Beobachtungen sind in Fig. 1 graphisch dargestellt; dabei sind diejenigen Punkte, für welche die Temperaturdifferenz $T-t$ mehr als 0.5° über dem Mittelwerth liegt, mit +, diejenigen, bei welchen $T-t$ mehr als 0.5° unter dem Mittelwerth liegt, mit — bezeichnet.

III. Einfluss der Temperatur auf die elektrische Ladung.

Turmalin E.

Die Dauer der Erwärmung betrug bei allen Beobachtungen 150m. Die bei verschiedenen Erwärmungen beobachteten Maximalausschläge sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt.

T	t	$T-t$	A	ρ
48.0	19.0	29.0	1.8	50.0
61.3	19.3	42.0	7.8	50.5
73.5	19.8	53.7	17.7	55.0
73.1	18.4	54.7	17.8	50.0
84.0	18.6	65.4	26.8	55.0
84.5	19.6	64.9	27.0	51.0

Da die Beobachtung einer größeren Divergenz der Goldblätter nicht möglich war, so wurde der Abstand des Turmalins von der Kugel des Elektroskops vergrößert. Auf diese vergrößerte Distanz beziehen sich die folgenden Beobachtungen.

T	t	$T-t$	A	ρ
93.2	19.5	73.7	12.0	51.0
104.1	19.9	84.2	15.8	53.0
104.9	18.5	86.4	17.6	53.5
113.8	17.8	96.0	18.2	54.0
129.0	19.4	109.6	19.1	50.5
139.3	17.0	122.3	21.7	59.0

Turmalin B.

Die Dauer der Erwärmung betrug bei allen Beobachtungen 70^m.

T	t	$T-t$	A	ρ
43.0	18.0	25.0	0.7	50.0
56.1	18.1	38.0	2.6	50.5
66.2	17.7	48.5	4.1	53.0
77.0	18.0	59.0	6.9	55.0
81.3	18.4	62.9	7.5	52.0
91.4	18.4	73.0	9.4	50.0
103.0	19.5	83.5	7.8	50.5
110.3	19.6	90.7	6.0	50.0
122.3	19.5	102.8	5.6	50.0
130.1	18.5	111.6	6.1	53.0

Die hier auftretende Wiederabnahme von A war bedingt durch den Umstand, daß der Turmalin bei der höheren Temperatur leitend geworden war. Die Oberfläche desselben wurde mit absolutem Alkohol und Aether gewaschen und die Beobachtungen wiederholt. Es wurden jetzt die folgenden Maximalausschläge erhalten:

T	t	$T-t$	A	ρ
42.4	19.0	23.4	1.7	55.5
52.2	18.6	33.6	3.8	57.0
64.1	18.7	45.4	7.8	57.5
71.0	18.8	52.2	7.6	58.0
75.7	18.6	57.1	9.0	54.5
78.9	18.4	60.5	11.0	60.0
96.2	18.8	67.4	9.0	55.0
105.0	19.2	85.8	7.9	54.0
113.6	19.1	94.5	4.6	55.0
120.9	18.3	102.6	3.4	58.0
134.8	19.1	115.7	4.3	55.0

Turmalin S.

Die Erwärmungsdauer betrug 420^m.

T	t	$T-t$	A	ρ
45.4	18.7	26.7	0.6	57.0
49.9	17.5	32.4	0.1	56.5
66.5	17.3	49.2	5.0	55.0
78.0	18.1	59.9	8.2	60.0
99.0	19.3	79.7	34.0	57.0

Die Entfernung des Turmalines von der Kugel des Elektroskops wurde um 7.8^{mm} vergrößert.

T	t	$T-t$	A	ρ
90.4	20.2	70.2	9.3	56.0
104.2	20.5	83.7	32.3	59.0

Die Entfernung des Turmalins von der Kugel des Elektroskops wurde um weitere 17.3^{mm} vergrößert.

T	t	$T-t$	A	ρ
109.2	20.2	89.0	16.3	60.0
120.0	20.7	99.3	20.0	61.5
127.4	21.1	106.3	20.8	60.0
136.1	21.2	114.9	26.4	67.0

IV. Die elektrischen Ladungen der Turmaline in absolutem Maasse.

An Stelle der mehr oder weniger komplicirten Form, welche die untersuchten Turmaline darbieten, setzen wir einen Kreiscylinder mit Geradendflächen von dem Volumen und dem Querschnitt der gegebenen Crystalle. Denken wir uns die Endflächen eines solchen Cylinders gleichmäßig bedeckt mit gleichen Mengen positiven und negativen elektrischen Fluidums, so werden wir die Wirkung eines Turmalins auf das Elektroskop ersetzen durch die Wirkung eines solchen Kreiscylinders. Um diese letztere zu berechnen, denken wir uns das Elektroskop zunächst abgeleitet und bestimmen die unter dieser Voraussetzung inducirte elektrische Ladung. Bei isolirtem Elektroskop ist zu dieser noch hinzuzufügen die Ladung, welche durch die Vertheilung der frei werdenden gleichnamigen Influenzelektricität gebildet wird. Die Elektricitätsmenge, welche hierbei auf die Blätter des Elektroskops entfällt, bestimmt sich durch das Verhältniß der Capacitäten der Kugel und der Goldblätter. Umgekehrt wird man unter denselben Voraussetzungen auch die auf den Endflächen des genäherten Cylinders befindlichen Elektricitätsmengen bestimmen können, wenn die elektrische Ladung der Goldblätter gegeben ist. Diese Ladung bedingt aber andererseits die Divergenz der Goldblätter, deren größerer oder geringerer Betrag den Gegenstand der Beobachtung und Messung bildet. Die Aufgabe, die elektrischen Ladungen der Turmaline oder der an ihre Stelle gesetzten Cylinder zu finden, setzt also eine Graduirung des Elektroskopes voraus, vermöge deren es möglich ist, aus der Divergenz der Goldblätter ihre elektrische Ladung in absolutem Maaße zu bestimmen. Diese Graduirung wurde dadurch bewerkstelligt, daß die Standkugel einer elektrischen Drehwage geladen und abwechselnd der absolute Werth ihrer Ladung durch die Ablenkung der Drehwage, sowie die durch sie erzeugte Divergenz der Goldblätter beobachtet wurde. Die Resultate dieser Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Dabei bezeichnet A die Divergenz des Elektroskopes, e_1 die sie erzeugende Ladung der Standkugel. Die in der Tabelle enthaltenen Werthe sind durch eine graphische Reduktion der alternirend beobachteten Werthe von A und e_1 auf gleiche Zeitpunkte erhalten worden.

A	9.8	10.1	12.1	13.0	13.7	16.4	17.1	21.1
e_1	2220	2190	2710	2730	2800	3300	3510	4310
e_1/A	226	217	224	210	205	201	205	204

Bei größeren Ausschlägen kann hiernach gesetzt werden:

$$e_1/A = 205.$$

Die der Kugel des Elektroskops genäherte Standkugel möge das Potential V, das Elektroskop das Potential Ω besitzen, die Ladung seiner Kugel sei e_2, die Ladung der Goldblätter e_3. Ganz allgemein werden dann die Gleichungen bestehen

$$\begin{aligned} e_1 &= q_{11}V + q_{12}\Omega + q_{13}\Omega \\ e_2 &= q_{21}V + q_{22}\Omega + q_{23}\Omega \\ e_3 &= q_{31}V + q_{32}\Omega + q_{33}\Omega \\ e_2 + e_3 &= 0. \end{aligned}$$

Wenn die Blätter des Elektroskopes so weit von der Kugel entfernt sind, daß die wechselseitige Einwirkung beider Conduktoren vernachlässigt werden kann, so wird:

$$\begin{aligned} e_1 &= q_{11}V + q_{12}\Omega \\ e_2 &= q_{21}V + q_{22}\Omega \\ e_3 &= q_{33}\Omega \\ q_{21}V + (q_{22} + q_{23})\Omega &= 0. \end{aligned}$$

Es sei nun q_{33} sehr groß gegen q_{22} und q_{21}, dann muß Ω sehr klein sein gegen V. Vernachlässigen wir Ω gegen V, so ergeben sich die Gleichungen:

$$e_1 = q_{11}V, \qquad e_2 = q_{21}V$$
$$e_3 = -e_2$$

Wenn also die Coëfficienten q_{11}, q_{12} und q_{22} sehr klein sind gegen q_{33}, so kann die Vertheilung der Elektricitäten auf der Standkugel nnd auf der Kugel des Elektroskopes so berechnet werden, als ob die letztere zur Erde abgeleitet wäre. Die Ladung der Goldblätter ist entgegengesetzt gleich der in der Kugel inducirten.

Zur Berechnung der Coëfficienten q_{11} und q_{12} benutzen wir die von Kirchhoff gegebenen Formeln:

$$q_{11} = a\left(\frac{a}{\xi} - \frac{\xi}{a}\right)\frac{1}{4\log q}\left\{\log(-\log q) + \Psi\left(-\frac{\zeta}{\log q}\right) - \Omega\right\}$$

$$-q_{12} = a\left(\frac{a}{\xi} - \frac{\xi}{a}\right)\frac{1}{4\log q}\left\{\log(-\log q) + \Psi(0) - \Omega_0\right\}$$

Hier bezeichnet a den Halbmesser der Standkugel. Es sei ferner b der Halbmesser der Kugel des Elektroskops, c die Entfernung der Mittelpunkte der beiden Kugeln und

$$k^2 = \sqrt{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2b^2c^2 - 2c^2a^2}$$

dann ist

$$q^2 = \frac{2ab}{c^2 - a^2 - b^2 + k^2} = \frac{c^2 - a^2 - b^2 - k^2}{2ab}$$

$$\xi = \frac{c^2+a^2-b^2-k^2}{2c}$$

$$a\left(\frac{a}{\xi}-\frac{\xi}{a}\right) = \frac{k^2}{c}$$

$$\zeta = -\frac{1}{2}\log\frac{c^2-a^2+b^2+k^2}{2bc}$$

Ferner

$$\Omega_0 = 0.05556\,(\log q)^2 + 0.002592\,(\log q)^4 + 0.000521\,(\log q)^6 + \ldots$$

$$\Omega_1 = U - \frac{1}{2}\log q\,\frac{dU}{d\zeta} + \frac{B_1}{1\cdot 2}(\log q)^2\,\frac{d^2U}{d\zeta^2} - \frac{B_2}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}(\log q)^4\,\frac{d^4U}{d\zeta^4} + \frac{B_3}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}(\log q)^6\,\frac{d^6U}{d\zeta^6} - + \ldots$$

und

$$U = \log\frac{\zeta(1+e^{-2\zeta})}{1-e^{-2\zeta}}$$

und

$$B_1 = \frac{1}{6}, \qquad B_2 = \frac{1}{30}, \qquad B_3 = \frac{1}{42}$$

Durch Entwicklung nach Potenzen von ζ ergiebt sich für U die Reihe

$$U = \frac{1}{3}\zeta^2 - \frac{7}{6\cdot 15}\zeta^4 + \frac{62}{45\cdot 63}\zeta^6 - + \text{ etc.}$$

Die vorhergehenden Formeln vereinfachen sich, wenn die beiden Kugeln einander sehr nahe kommen; setzen wir in diesem Fall

$$c = a+b+\delta$$

so wird:

$$a\left(\frac{a}{\xi}-\frac{\xi}{a}\right) = \sqrt{\frac{8ab}{a+b}\cdot\delta}$$

$$\log q = -\sqrt{\frac{a+b}{2ab}\,\delta}$$

$$\zeta = -\sqrt{\frac{a}{2b(a+b)}\,\delta}$$

$$q_{11} = -\frac{ab}{a+b}\left\{\log(-\log q) + \Psi\left(-\frac{a}{a+b}\right) - \Omega\right\}$$

$$q_{12} = \frac{ab}{a+b}\left\{\log(-\log q) + \Psi(0) - \Omega_0\right\}.$$

Ueberall bezeichnet Ψ die Funktion, welche Gauss in der Abhandlung »Disquisitiones generales circa seriem infinitam

$$1+\frac{\alpha\cdot\beta}{1\cdot\gamma}x+\frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1\cdot2\cdot\gamma(\gamma+1)}x^2$$
$$+\frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{1\cdot2\cdot3\cdot\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)}+\text{etc.}«$$

eingeführt hat (Gauss Werke. Bd. 3. S. 154).

Nun ist der Halbmesser der Standkugel $a = 6.05^{mm}$ der Halbmesser der Kugel des Elektroskopes $b = 6.97^{mm}$, $\delta = 2.5^{mm}$ und $c = 15.52^{mm}$. Hiernach ergeben sich die folgenden Werthe der zur Berechnung von q_{11} und q_{12} nothwendigen Größen.

	Nach den genauen Formeln.	Nach den Näherungformeln.
$a\left(\frac{a}{\xi}-\frac{\xi}{a}\right)$	8.425	8.058
$\log q$	— 0.6111	— 0.621
$a\left(\frac{a}{\xi}-\frac{\xi}{a}\right)\cdot\frac{1}{4\log q}$	— 3.447	— 3.240
ζ	— 0.2862	— 0.289
$-\frac{\zeta}{\log q}$	— 0.4683	— 0.465
$\log(-\log q)$	— 0.4925	
$\Psi\left(-\frac{\zeta}{\log q}\right)$	— 1.814	
Ω	— 0.0007	
$\Psi(0)$	— 0.5772	
Ω_0	0.0211	

Somit: $q_{11} = 3.447\ \{0.4925 + 1.814 - 0.0007\}$
$= 7.95$
$q_{12} = -3.447\ \{0.4925 + 0.577 + 0.0211\}$
$= -3.76.$

Zur Bestimmung der in dem Elektroskope inducirten Elektricitätsmengen ergeben sich somit die Gleichungen

$$e_2 = -\frac{3.76}{7.95}e_1, \qquad e_2 = \frac{3.76}{7.95}\cdot e_1$$

Es war aber $e_1 = 205\ A$, wo A die Divergenz des Elektroskopes. Für die in den Blättern des Elektroskopes vertheilte Elektricitätsmenge ergiebt sich somit:

$$e_2 = 97.1\ A.$$

Die Anwendbarkeit dieser Formel ist an die Bedingung gebunden, daß die Capacitäten der Kugeln zu vernachlässigen sind gegenüber der Capacität der Goldblätter. Um diese Voraussetzung zu prüfen, wurde die Standkugel der Drehwage geladen und zur Berührung mit der Kugel des Elektroskopes gebracht. Die in der Kugel nach der Berührung zurückbleibende Elektricitätsmenge konnte mit der Drehwage nicht mehr gemessen werden, bildete somit nur einen verschwindend kleinen Bruchtheil der ursprünglich der Kugel mitgetheilten Elektricitätsmenge.

In dem Falle der sich berührenden Kugeln gelten die Gleichungen

$$e_1 = (q_{11} + q_{12})V, \qquad e_2 = (q_{21} + q_{22})V, \qquad e_3 = q_{33}V.$$

Da e_3 im Vergleich zu e_1 außerordentlich groß ist, so muß auch q_{33} sehr groß sein im Vergleich zu $q_{11} + q_{12}$. Es ist aber für die sich berührenden Kugeln

$$\begin{aligned} q_{11} + q_{12} &= 3.240\ \{\Psi(0) - \Psi(-0.465)\} \\ &= 3.96. \end{aligned}$$

Somit ist q_{33} jedenfalls sehr groß gegen 3.96. Dasselbe gilt dann auch mit Bezug auf die Zahlen 7.95 und -3.76; diese repräsentiren aber die Capacitäten q_{11} und q_{12} der beiden Kugeln bei den Versuchen, welche zu der Graduirung des Elektroskopes dienten. Endlich ist noch ersichtlich, daß der Werth von q_{22} von derselben Ordnung sein muß wie q_{11}, so daß also q_{33} auch gegenüber von q_{22} als sehr groß zu betrachten ist. Die Zulässigkeit der unserer Rechnung zu Grunde liegenden Annahmen ist hiermit erwiesen.

Es sind nun schließlich noch die elektrischen Dichtigkeiten zu berechnen, welche auf den Endflächen der die Turmaline ersetzenden Cylinder anzunehmen sind.

Eine mit Elektricität von der Dicktigkeit E geladene Kreisfläche stehe senkrecht gegen den nach ihrem Mittelpunkt hingehenden Radius der Kugel vom Halbmesser b; der Abstand der Fläche von dem Mittelpunkt der Kugel sei d, der Halbmesser des Kreises r; ein beliebiger Punkt der Fläche sei bestimmt durch die in derselben genommenen Polarkoordinaten ρ und φ. Unter diesen Umständen ist die in einem beliebigen Element der Fläche enthaltene Elektricitätsmenge gleich $\varepsilon\, \rho\, d\rho\, d\varphi$; die von derselben erzeugte Ladung der Kugel

$-\frac{b}{r}\varepsilon\rho\,d\rho\,d\varphi$ und somit die durch die ganze elektrische Kreisfläche erzeugte Ladung

$$-b\varepsilon\int\frac{\rho\,d\rho\,d\varphi}{r}=-2\pi\varepsilon b\left\{\sqrt{d^2+r^2}-d\right\}.$$

Bezeichnet man durch d_1 und d_2 die Abstände, in welchen sich die beiden Endflächen eines Kreiscylinders von dem Mittelpunkt der Kugel befinden und denkt man sich diese beiden Flächen belegt mit elektrischen Schichten von derselben Dichte ε aber entgegengesetztem Zeichen, so ergiebt sich für die in der Kugel des Elektroskops inducirte Elektricitätsmenge der Werth

$$2\pi\varepsilon b\left\{\sqrt{d_1^2+r^2}-\sqrt{d_2^2+r^2}-d_1+d_2\right\},$$

ebenso groß aber von entgegengesetztem Zeichen ist dann auch die in den Blättern des Elektroskops enthaltene, also abgesehen vom Zeichen

$$e_3=2\pi\varepsilon b\left\{\sqrt{d_1^2+r^2}-\sqrt{d_2^2+r^2}-d_1+d_2\right\}.$$

Da aber $e_3=97{,}1\,A$, so ergiebt sich zur Berechnung der Dichtigkeit ε die Gleichung

$$97{,}1\,A=2\pi\varepsilon b\left\{\sqrt{d_1^2+r^2}-\sqrt{d_2^2+r^2}-d_1+d_2\right\}$$

oder für kleinere Werthe von r

$$97{,}1\,A=\pi^2r^2\varepsilon\frac{b}{d_1}\left\{1-\frac{1}{4}\frac{r^2}{d_1^2}+\frac{1}{8}\frac{r^4}{d_1^4}-\frac{5}{64}\frac{r^6}{d_1^6}\right\}$$
$$-\pi r^2\varepsilon\frac{b}{d_2}\left\{1-\frac{1}{4}\frac{r^2}{d_2^2}+\frac{1}{8}\frac{r^4}{d_2^4}-\frac{5}{64}\frac{r^6}{d_2^6}\right\}.$$

Die Querschnitte der Turmaline, die Halbmesser und Längen der sie ersetzenden Kreiscylinder sind in der folgenden Tabelle enthalten.

Turmalin	$\pi r^2\,\square^{mm}$	r^{mm}	$d_2-d_1^{mm}$
E	136.10	6.58	15.70
B	48.78	3.94	42.59
S	444.92	11.90	27.87

Bei den Beobachtungen selbst kamen verschiedene Entfernungen der Turmaline von der Kugel des Elektroskopes zur Anwendung; mit Bezug hierauf muß noch bemerkt werden, daß für den Turmalin *E* noch eine vereinzelte früher nicht mitgetheilte Beobachtung angestellt war; die derselben entsprechende Distanz lag in der Mitte

zwischen denjenigen, auf welche sich die früheren Tabellen beziehen. Diese Beobachtung wird im Folgenden gleichfalls mit berücksichtigt werden, so daß bei sämmtlichen Turmalinen 3 verschiedene Werthpaare der Entfernungen d_1 und d_2 zu unterscheiden sind. Diese sind mit den ihnen entsprechenden Formeln zur Berechnung von E in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

	Turmalin *E.*			Turmalin *B.*			Turmalin *S.*		
Stellung	d_1	d_2	$\varepsilon =$	d_1	d_2	$\varepsilon =$	d_1	d_2	$\varepsilon =$
I.	11.72	27.42	$2.34 \cdot A$	32.38	74.96	$16.4 \cdot A$	14.64	42.50	$0.85 \cdot A$
II.	16.22	31.92	$3.61 \cdot A$	47.18	89.76	$28.5 \cdot A$	22.44	50.30	$1.41 \cdot A$
III.	21.82	37.52	$5.57 \cdot A$	47.98	90.56	$29.2 \cdot A$	39.74	67.60	$3.15 \cdot A$

Für die Abhängigkeit der Dichtigkeit ε von der Abkühlung ergeben sich hiernach die folgenden Reihen zusammengehöriger Werthe von ε und $T-t$. Die jeweilige Stellung des Turmalins ist durch die beigefügten Ziffern gegeben.

Turmalin E.

$T-t$	A	ε		$T-t$	A	ε	
29.0	1.8	4.2	I.	73.7	12.0	66.8	III.
42.0	7.8	18.2		79.4	20.3	73.3	II.
53.7	17.7	41.4		84.2	15.8	88.0	III.
54.0	18.0	42.1		86.4	17.6	98.0	
54.7	17.8	41.6		96.0	18.2	101.4	
64.9	27.0	63.2		109.6	19.1	106.4	
65.4	26.8	62.7	I.	122.3	21.7	120.9	III.

Turmalin B.

$T-t$	A	ε		$T-t$	A	ε	
58.2	17.8	294	I.	23.4	1.7	50	III.
25.0	0.7	20	II.	33.6	3.8	111	
38.0	2.6	74		45.4	7.8	228	
48.5	4.1	114		52.2	7.6	222	
59.0	6.9	194		57.1	9.0	263	
62.9	7.5	214		60.5	11.0	321	
73.0	9.4	268		67.4	9.0	263	
83.5	7.8	222		85.8	7.9	231	
90.7	6.0	171		94.5	4.6	134	
102.8	5.6	160		102.6	3.4	99	
111.6	6.1	174	II.	115.7	4.3	126	III.

Turmalin S.

$T-t$	A	ε		$T-t$	A	ε	
26.7	0.6	0.5	I.	79.7	34.0	29.7	I.
32.4	1.0	0.8		83.7	32.3	45.5	II.
49.2	5.0	4.2		89.0	16.3	51.3	III.
59.9	8.2	7.0		99.3	20.0	63.0	
61.9	7.9	6.7	I.	106.3	20.8	65.5	
70.2	9.3	13.1	II.	114.9	26.4	83.1	III.

Die in diesen Tabellen enthaltenen Resultate sind in Fig. 2 graphisch dargestellt; dabei sind aber die den Turmalinen E und S entsprechenden Dichtigkeiten durch 3, die Dichtigkeiten des Turmalins B durch 6 dividirt.

Die Rechnung ergiebt für den Turmalin B eine besonders große Dichtigkeit der elektrischen Oberflächenschichte. Der Grund liegt darin, daß wir diese Schichte auf die Endflächen der Cylinder koncentrirt haben, während dieselbe in Wirklichkeit auch auf die Säulenflächen der Turmaline sich ausbreitet und dementsprechend auch auf die Mantelfläche der Cylinder auszudehnen ist. Nehmen wir an, daß die elektrische Dichtigkeit in der Mitte des Cylindermantels gleich Null sei und von hier aus gleichmäßig bis zu dem konstanten Betrage ε der Endflächen ansteige, so ergeben sich für die größten beobachteten Dichtigkeiten die Werthe:

	$T-t$	ε
E	122.3	71.8
B	60.5	67.8
S	114.9	48.3

Das Verhältniß der Dichtigkeiten von E und S ist nahezu ungeändert geblieben, die Maximaldichtigkeit von B aber ist in der That auf einen Betrag reducirt, welcher von ganz derselben Art ist, wie bei den beiden anderen Turmalinen.

V. Beziehungen der elektrischen Ladung zu den bei verschiedenen Erwärmungsdauern erreichten Temperaturen.

Die im ersten Abschnitt mitgetheilten Beobachtungen zeigen, daß zu der Erreichung des Maximums der elektrischen Ladung eine um so längere Erwärmung nothwendig ist, je größer das Volumen des Turmalins ist. Es liegt also die Vermuthung nahe, daß das

Maximum der elektrischen Ladung dann erreicht wird, wenn der Turmalin in seinem ganzen Innern die konstante Temperatur der Umgebung angenommen hat.

Wenn der Turmalin eine gegebene Temperatur t_1 besitzt, und er wird in einen Luftraum von der Temperatur t_0 gebracht, so wird er in Folge von Strahlung und Leitung allmälig die Temperatur der Umgebung annehmen. Die Zeit werde von dem Augenblick an gerechnet, in welchem die Aenderung der Temperatur beginnt. Die mittlere Temperatur des Turmalins zu irgend einer Zeit s sei $\bar{t}$; dann ist unter der Voraussetzung, daß das innere Leitungsvermögen sehr groß ist gegen das äußere

$$\bar{t} - t_0 = (t_1 - t_0) e^{-\frac{hS}{CDV} \cdot s}$$

Hier ist h die äußere Wärmeleitungsfähigkeit, S die Oberfläche, V das Volumen des Turmalins, C die specifische Wärme und D die Dichtigkeit. Nun sind die Oberflächen der Turmaline E, B und S beziehungsweise gleich 7,90 □cm, 12,09 □cm und 28,62 □cm; die specifische Wärme kann nach Beobachtungen von H. Meyer gleich 0,245 gesetzt werden; mit Benutzung der früheren Werthe von DV ergeben sich somit die Formeln:

$$\text{Turmalin } E\text{:} \quad \frac{\bar{t} - t_0}{t_1 - t_0} = e^{-4{,}86\, hs}$$

$$\text{Turmalin } B\text{:} \quad \frac{\bar{t} - t_0}{t_1 - t_0} = e^{-7{,}63\, hs}$$

$$\text{Turmalin } S\text{:} \quad \frac{\bar{t} - t_0}{t_1 - t_0} = e^{-3{,}09\, hs}$$

Hat h für alle drei Turmaline denselben Werth, so verhalten sich die Zeiten, in welchen die Temperaturdifferenz $\bar{t} - t_0$ auf denselben Bruchtheil der anfänglichen Differenz $t_1 - t_0$ sinkt, bei den drei Turmalinen wie die Brüche

$$\frac{1}{4{,}86} : \frac{1}{7{,}63} : \frac{1}{3{,}09}$$
$$= 1{,}57 : 1 : 2{,}47$$

Wenn die zu Anfang ausgesprochene Vermuthung richtig ist, so werden sich ebenso die Zeiten verhalten müssen, während welcher man die Turmaline erwärmen muß, um das Maximum der elektrischen Ladung zu erreichen; setzen wir diese Zeit für den Turmalin B gleich 90 min, so müßten die entsprechenden Zeiten für die Turmaline E und S 141 min und 222 min betragen. Der für E sich ergebende Werth ist mit den Beobachtungen wohl in Uebereinstimmung zu bringen. Bei dem Turmalin S dagegen scheint das Maximum der

elektrischen Ladung erheblich später einzutreten, als das Maximum der Temperatur. Nun sind die Beobachtungen für den Turmalin S bei sehr verschiedenen Temperaturen angestellt, und man kann vermuthen, daß hierin der Grund für die mangelnde Uebereinstimmung zu suchen sei. Mit Hülfe der in dem vorhergehenden Abschnitt mitgetheilten Tabellen können die auf verschiedene Temperaturen bezüglichen Beobachtungen auf gleiche Temperatur reducirt werden und man erhält dann für den Turmalin S bei einer Temperatur von 59,6° die folgenden Werthe der elektrischen Ladung

$\vartheta^{(\min)}$	10	20	50	80	120	300	360	480	600
ε	0,1	0,5	0,9	1,1	1,9	3,9	5,1	6,1	5,8

Das Maximum der Ladung tritt also in der That erst bei einer Erwärmungsdauer von etwa 480 $^{\min}$ ein.

Wenn der Turmalin in den auf eine konstante Temperatur T erhitzten Trockenkasten eingesetzt wurde, so wird die mittlere Temperatur $\bar{t}$, welche bei einer bestimmten Erwärmungsdauer erreicht wird, gegeben durch die Formel

$$\frac{T-\bar{t}}{T-t} = e^{-\frac{hS}{CVD}\cdot\varepsilon}$$

Dabei ist die Anfangstemperatur t als gleich zu betrachten mit der Temperatur der äußeren Luft. Wenn der Turmalin herausgenommen wird, so entwickelt sich bei der Abkühlung eine gewisse elektrische Ladung, deren Dichtigkeit aus der Divergenz A des Elektroskops berechnet werden kann. Es liegt die Vermuthung nahe, daß eine elektrische Ladung von demselben Betrage auftritt, wenn der Turmalin auf eine konstante und jener Mitteltemperatur gleiche Temperatur erwärmt worden ist. Diese Vermuthung kann in folgender Weise geprüft werden. Mit Hülfe der in dem dritten Abschnitt mitgetheilten Tabellen ist es möglich, die Temperaturdifferenz zu bestimmen, welche zu einer durch gleichmäßige Erwärmung erzeugten elektrischen Ladung gehört. Unter der gemachten Voraussetzung entspricht der gefundene Werth der Mitteltemperatur des Turmalins, ist also gleich der Differenz $\bar{t}-t$. Hat man auf diese Weise $\bar{t}-t$ bestimmt, so kann die Gleichung

$$\frac{T-\bar{t}}{T-t} = e^{-\frac{hS}{CVD}\cdot\varepsilon}$$

benutzt werden zu der Berechnung der äußeren Wärmeleitungsfähigkeit h.

Für die Turmaline E und B sind die Resultate der Rechnung im Folgenden zusammengestellt, die Werthe von ε sind mit Hülfe der im dritten Abschnitt gegebenen Tabellen auf gleiche Tempe-

raturen reducirt. Das Mittel aus den für h gefundenen Werthen ist benutzt zu der Berechnung der den einzelnen Erwärmungsdauern entsprechenden Werthe von $\overline{t}-t$.

Turmalin E.

z	ε	$\overline{t}-t$	h	$\overline{t}-t$ ber.
10	4.2	29.0	0.0158	24.2
20	12.6	36.7	0.0117	36.4
30	18.0	41.9	0.0103	44.0
45	26.3	46.1	0.0098	49.6
60	30.4	48.1		52.1
90	34.2	49.0		53.7
120	39.3	52.6		54.0
150	42.1	54.0		54.0

Der Mittelwerth von h ist 0.012.

Turmalin B.

z	ε	$\overline{t}-t$	h	$\overline{t}-t$ ber.
10	159	41.6	0.0165	41.4
20	232	53.2	0.0163	53.4
30	271	57.5		56.8
60	286	58.1		58.1
90	287	58.1		58.1

Bei B findet eine vollkommen befriedigende Uebereinstimmung zwischen den berechneten und den aus den Ladungen ε bestimmten Temperaturdifferenzen statt; bei E bleiben die auf dem letzteren Wege gefundenen Temperaturdifferenzen zurück gegen die berechneten. Wenn also der Turmalin E das einemal kürzere Zeit in einem Raume von höherer Temperatur erwärmt wird, so daß seine mittlere Temperatur einen bestimmten Betrag erreicht, das anderemal in einem Raume, dessen Temperatur gleich jener Mitteltemperatur ist so lange, bis er in seinem ganzen Inneren jene Temperatur besitzt, so ist die elektrische Ladung im letzteren Falle größer als im ersteren, doch sind die Differenzen bei dem Turmaline E nicht sehr groß. Bei dem Turmaline S dagegen sind dieselben von einem solchen Betrage, daß die zu Anfang aufgestellte Vermuthung bei ihm auch nicht annähernd als zutreffend betrachtet werden kann. Aus diesem Grunde möge von einer Mittheilung der den Crystall S betreffenden Rechnungen abgesehen werden.

VI. Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit des Turmalins.

Die in den vorhergehenden Abschnitten untersuchten Erscheinungen sind nicht allein abhängig von den Temperaturverhältnissen, welche im Innern des Turmalines herrschen, sondern auch von der Beschaffenheit seiner Oberfläche. Im Folgenden sollen andere Beobachtungen mitgetheilt werden, bei welchen ein solcher Einfluß in unzweideutiger Weise hervortritt.

Diese Beobachtungen beziehen sich zunächst auf die Art und Weise, in welcher das Ansteigen der elektrischen Ladung sich vollzieht, wenn der Turmalin nach einer Erwärmung von bestimmter Dauer aus dem Trockenkasten herausgenommen wird. Die Vertikalreihen der folgenden Tabellen enthalten die in den aufeinanderfolgenden Beobachtungszeiten auftretenden elektrischen Ladungen, wobei die jedesmal erreichte maximale Ladung = 100 gesetzt ist. Die Zahlen einer und derselben Horizontalreihe beziehen sich auf eine und dieselbe in der ersten Vertikalreihe angegebene Beobachtungszeit. Außerdem ist in den Tabellen angegeben die relative Feuchtigkeit, die Erwärmungsdauer, der derselben entsprechende Werth des Quotienten $\frac{\overline{t}-t}{T-t}$; in diesem ist $\overline{t}$ die mittlere Temperatur, welche der Turmalin bei der Erwärmung erreichte, T die Temperatur des Trockenkastens, t die Temperatur der Luft.

Turmalin E.

ρ	55.7	55.0	50.0	50.0	52.0	52.0	52.0	51.0	46.0
z^{min}	10	20	30	45	60	90	120	150	240
$\frac{\overline{t}-t}{T-t}$	0.43	0.67	0.82	0.92	0.96	0.99	1.00	1.00	1.00
2	28	28	16	32	31	34	37	39	33
4	83	68	70	64	64	64	66	68	64
6	100	92	89	84	85	87	87	87	87
8		100	99	97	94	98	99	98	98
10			100	100	100	100	100	100	100

Turmalin B.

ρ	55.0	55.0	55.0	49.0	45.0	45.5	45.0
z^{min}	10	20	30	60	90	120	150
$\frac{\overline{t}-t}{T-t}$	0.71	0.92	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00
2	35	36	40	42	40	40	39
4	78	78	75	74	74	72	69
6	100	98	96	93	89	88	88
8		100	100	100	99	99	99
10					100	100	100

Turmalin S.

ρ	58.0	57.5	55.5	59.0	57.5	55.0	59.0	60.0
ϑ^{min}	20	50	80	120	300	360	480	600
$\frac{t-t}{T-t}$	0.46	0.79	0.92	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00
2	0	12	8	14	7	7	8	8
4	28	12	25	24	16	11	15	18
6	43	25	33	33	24	24	27	37
8	57	50	50	43	38	39	39	47
10	71	62	58	57	53	54	54	63
12	86	62	67	67	64	67	67	74
14	86	75	83	77	76	77	79	86
16	100	75	92	82	82	90	87	92
18		100	100	95	91	96	92	99
20				95	93	97	100	100
22				100	98	100	100	100
24					100	100	100	100

Man sieht, daß die Entwicklung der Elektricität für die verschiedenen Erwärmungsdauern keineswegs in derselben Weise erfolgt. Im Allgemeinen tritt das Maximum der Ladung bei kürzerer Erwärmung früher ein, als bei längerer. Der Grund hierfür könnte in der verschiedenen Vertheilung der Temperatur im Inneren der Turmaline gesucht werden, oder in einer mit der Erwärmung wechselnden Beschaffenheit ihrer Oberfläche. Daß dem letzteren Umstand jedenfalls eine wesentliche Rolle zuzuschreiben ist, ergiebt sich daraus, daß der Verlauf der Ladung auch dann noch ein verschiedener ist, wenn die Erwärmungen eine hinreichende Dauer besitzen, um dem Inneren der Turmaline eine konstante Temperatur zu ertheilen. Dieß ist der Fall bei dem Turmalin *B* für die Erwärmungsdauern von 30^{min} an, bei *S* von 80^{min} an. Hier kann der Unterschied im Verlauf der Ladung nur durch eine verschiedene Beschaffenheit der Oberfläche bedingt sein. Diese ihrerseits erscheint als abhängig von der Dauer der Erwärmung und von der Feuchtigkeit der Luft.

In sehr viel stärkerem Maaße tritt der Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit auf den Verlauf der elektrischen Ladung hervor bei denjenigen Beobachtungen, welche bei verschiedenen Erwärmungstemperaturen angestellt wurden. Die Resultate dieser Beobachtungen sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt. Der Maximalausschlag des Elektroskops ist wieder gleich 100 gesetzt und auf diesen Werth sind die von 2 zu 2 Minuten beobachteten Ausschläge reducirt. *T* bezeichnet wie früher die Temperatur des Trockenkastens; ρ die relative Feuchtigkeit.

Turmalin E.

p	50.0	50.5	55.0	50.0	55.0	51.0	51.0	54.0	53.0	53.5	54.0	50.5	59.0
T	48.0	61.3	73.5	73.1	84.0	84.5	93.2	98.4	104.1	104.9	113.8	129	139.3
2	50	46	41	36	28	34	27	31	25	23	26	17	16
4	89	76	68	66	58	64	60	54	56	53	55	48	44
6	100	96	88	88	81	83	82	80	77	75	79	72	69
8	89	100	100	99	97	97	97	95	89	89	93	90	86
10	50	96	98	100	100	100	100	100	100	95	99	93	100
12	22	67	75	90	99	93	98	98	100	100	100	100	93
14		32	29	69	83	69	80	85	89	90	98	95	100
16		12	8	40	45	32	37	42	64	77	89	92	93
18				18	4	6	2	6	20	42	84	83	89
20				6	1	1				9	63	73	74
22											29	50	53
24											4	27	30
	I	II				III						IV	V

Turmalin B.

I. Beobachtungsreihe.

p	50	50.5	53.0	55.0	52.0	50.0	50.5	50.0	50.0	53.0
T	43.0	56.1	66.2	77.0	81.3	91.4	103.0	110.3	122.3	130.1
2	43	23	32	35	39	37	55	60	87	77
4	100	65	76	68	72	75	100	100	84	75
6	86	100	100	93	100	93	100	98	91	80
8	29	89	76	100	100	100	88	95	95	87
10	14	31	22	77	84	90	83	92	96	92
12				14	35	34	65	97	100	93
14				6	21	5	33	55	87	100
16								5	21	80
18										20
	I		II			III	IV		V	VI

II. Beobachtungsreihe.

p	55.5	57.0	57.5	58.0	60.0	54.5	55.0	54.0	55.0	58.0	55.0
T	42.4	52.2	64.1	71.0	78.9	75.7	96.2	105.0	113.6	120.9	134.8
2	6	13	24	51	37	36	37	33	43	50	37
4	47	42	58	63	52	66	73	71	100	73	100
6	76	66	74	80	69	88	90	93	57	82	60
8	88	76	86	95	85	100	100	100	59	100	79
10	100	92	89	95	92	99	67	66	67	100	56
12	100	97	92	99	100	84	43	44	59	76	63
14	100	100	97	100	100	70	43	44	54	82	44
16	100	100	100	99	98	66	43	44	54	82	44
18	100	95	89	76	80	59	43	41	50	82	42
20	88	79	77	61	61	53	42	37	39	82	39
22	76	66	62	45	42	43				79	
24			47	27	26					73	
	I				II	III	IV			V	VI

Turmalin S.

ρ	56.5	55.0	60.0	56.0	57.0	59.0	60.0	61.5	60.0	67.0
T	49.9	66.5	78.0	90.4	99.0	104.2	109.2	120.0	127.4	136.1
2	0	12	7	4	3	3	6	1	1	3
4	17	24	16	9	10	9	10	7	7	9
6	50	34	30	16	19	14	19	16	16	20
8	83	50	41	29	30	28	31	27	29	33
10	83	62	55	41	38	39	45	43	45	45
12	83	72	66	55	52	52	59	56	56	59
14	100	82	78	69	64	63	62	67	67	68
16	100	92	83	77	74	70	82	76	76	77
18	100	98	91	87	84	79	87	86	86	85
20	100	100	95	94	90	85	94	92	94	92
22	83	100	100	99	95	93	96	96	97	97
24	67	100	100	100	99	98	100	100	100	100
26		98	100	100	100	100	97	98	98	99
28		96	95	100	100	96	93	96	96	99
30		94	90	92	98	91	88	89	91	92
32		94	88	89	94	90	81	82		88
34		90	80	83	89	83	71	71		80
36		84	78	74	83	77	61	59		67
38		72	74	68	78	70	53	50		56
40		68	63	63	74	63	44	40		42
42			57		69	57	37	30		33
44			53		63	51	30	23		23
46			50		57	45	24	18		16
48			43		52	39	18	12		11
50			39		48	33	14	9		
52			33		43	30				
54			28		39	26				
56			26		35	23				
58			26		30	21				
60			22		28	17				
		I	II		III	IV				V

Ein Theil dieser Beobachtungen ist in den Fig. 3—6 graphisch dargestellt und zwar bezieht sich Fig. 3 auf den Turmalin *E*, die Figg. 4 und 5 auf *B*, Fig. 6 auf *S*; die gewählten Reihen sind mit denselben lateinischen Ziffern bezeichnet, wie die ihnen entsprechenden Curven.

Die vorhergehenden Beobachtungen werden ergänzt durch einige weitere Reihen, in welchen der Einfluß der Feuchtigkeit auf den Verlauf der Ladung sehr deutlich hervortritt. Dieselben beziehen sich auf den Turmalin *E*. Sie sind bisher nicht benutzt worden, da bei denselben die Distanz des Turmalines von der Kugel des Elek-

troskopes nicht gemessen worden war; die gleichfalls nicht genau bestimmte Erwärmungsdauer betrug etwa $35^{min.}$—$40^{min.}$.

p	34	39	52	52
T	78.9	75.2	78.2	79.1
t	17.6	17.9	20.0	18.7
2	32	34	31	28
4	61	63	64	60
6	78	81	87	82
8	90	93	96	94
10	98	99	100	100
12	100	100	96	95
18	91	80	28	22
23	77	57	7	2
27	64	37	1	
32	52	17		
38	31	5		
43	16	1		
47	10			
52	5			
57	2			
62	1			

Endlich sei noch erwähnt, daß am Schlusse der zweiten Reihe der mit E angestellten Beobachtungen noch eine Beobachtung ausgeführt wurde mit einer Erwärmungstemperatur von 72° und einer Abkühlung $T-t = 52.8$. Der Maximalausschlag betrug jetzt 5.6 gegenüber dem zu Anfang für $T-t = 52.2$ beobachteten Werth von 7.6. Der Verlauf der beiden Beobachtungen wird durch die folgenden Zahlen gegeben

p	T	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
58	71.0	51	63	80	95	95	99	100	99	76	61	45	27
55	72.0	35	75	98	100	85	71	60	52	39	33		

VII. Zur Theorie der Pyroëlektricität.

Wir nehmen an die Moleküle des Turmalins seien elektrisch polarisirt in der Richtung der Säulenaxe; diese machen wir zu der X-Axe eines rechtwinkligen Coordinatensystems. Bei einer beliebigen Temperatur t sei das elektrische Moment eines Volumelementes gegeben durch $\varepsilon_0\, dx\, dy\, dz$, es sei also ε_0 das elektrische Moment der Volumeinheit. Dieses wird von der Temperatur in doppelter Weise abhängig sein können; einmal in sofern mit der Temperatur die

Dichtigkeit der ponderabelen Masse, welche wir als Träger der elektrischen Polarisation betrachten, sich ändert; dann aber, weil diese Polarisation selbst von der Temperatur abhängig sein kann. Wird der Ausdehnungskoëfficient des Turmalins in der Richtung seiner Hauptaxe durch α, in der Richtung senkrecht dazu durch β bezeichnet, so wird das elektrische Moment des Volumelementes bei einer Temperatur $t + \vartheta$ gegeben sein durch

$$\varepsilon \{1 - (\alpha + 2\beta)\vartheta\} \, dx \, dy \, dz.$$

Hier ist für ε derjenige neue Werth zu setzen, welcher der Temperatur $t + \vartheta$ entspricht, also

$$\varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon_0}{dt}\vartheta = \varepsilon_0(1 + \alpha'\vartheta).$$

Somit ergiebt sich für das elektrische Moment des Volumelementes der Ausdruck

$$\varepsilon_0 \{1 - (\alpha + 2\beta - \alpha')\vartheta\} \, dx \, dy \, dz.$$

Wir nehmen an, der Turmalin habe in seinem ganzen Inneren dieselbe Temperatur $t + \vartheta$; das elektrische Moment jedes einzelnen Volumelementes kann man dadurch erhalten, daß die zu der x-Axe senkrechten Endflächen desselben mit entgegengesetzten elektrischen Schichten von der Dichte

$$\varepsilon_0 \{1 - (\alpha + 2\beta - \alpha')\vartheta\}$$

belegt werden; denkt man sich diese Belegung bei allen Volumelementen hergestellt, so werden sich die entgegengesetzten elektrischen Schichten im ganzen Inneren des Turmalins zerstören und es wird nur eine Belegung seiner Oberfläche übrig bleiben. Ist die Säule des Turmalins durch zwei Geradendflächen abgeschnitten, so ist die elektrische Dichtigkeit auf diesen gleich

$$\varepsilon_0 \{1 - (\alpha + 2\beta - \alpha')\vartheta\}$$

während die Säulenflächen selbst unelektrisch bleiben.

Bleibt die Temperatur des Raumes, in welchem sich der Turmalin befindet, längere Zeit hindurch konstant gleich $t + \Theta$, so wird in Folge der Leitungsfähigkeit seiner Oberfläche eine entgegengesetzte elektrische Schichte jener fingirten Oberflächenbelegung sich auflagern und ihre Wirkung zerstören. Der Turmalin erscheint vollkommen unelektrisch. Wenn aber die Temperatur plötzlich auf $t + \vartheta$ sinkt, so nimmt die Dichtigkeit der fingirten Oberflächenbelegung zu um

$$\varepsilon_0(\alpha + 2\beta - \alpha')(\Theta - \vartheta),$$

die Dichtigkeit der aufgelagerten elektrischen Schichte zu um

$$\varepsilon_0 2\beta(\Theta - \vartheta).$$

Es überwiegt also jetzt die Wirkung der molekularen Elektricität und die Dichtigkeit der auf den Endflächen des Turmalins frei werdenden elektrischen Ladung ist

$$\varepsilon_0(\alpha - \alpha')(\Theta - \vartheta).$$

Kühlt sich der Turmalin in freier Luft ab, so hat man zur Bestimmung von ϑ die Gleichung

$$\vartheta = \Theta e^{-as}$$

wo die Zeit von dem Moment an gerechnet wird, in welchem die Abkühlung beginnt. Für die Dichtigkeit der freien Elektricität ergiebt sich somit der Werth

I. $$\varepsilon_0(\alpha - \alpha')\Theta(1 - e^{-as}).$$

Hiebei ist vorausgesetzt, daß die aufgelagerte elektrische Schichte während der Abkühlung eine Veränderung nicht erleide. Wenn aber die Oberfläche des Turmalins leitend ist, so muß jedes Auftreten von freier Elektricität Veranlassung zu einer elektrischen Scheidung geben, welche diese freie Elektricität allmählig wieder zum Verschwinden bringt. Wir nehmen an, daß die Verminderung der freien Elektricität in jedem Augenblick der vorhandenen freien Elektricität proportional sei.

Der Turmalin werde aus einem Raum von der konstanten Temperatur $t + \Theta$ in einen Raum von der gleichfalls konstanten Temperatur t versetzt. Zu irgend einer Zeit sei seine Temperatur gleich $t + \vartheta$, die Dichtigkeit der freien Elektricität η, die Dichtigkeit der fingirten Oberflächenschichte, welche an Stelle der inneren molekularen Vertheilung gesetzt werden kann gleich ε, die Dichtigkeit der aufgelagerten Schichte gleich σ, dann ist:

$$\eta = \varepsilon - \sigma.$$

Während der Zeit ds nehme die Temperatur des Turmalins ab um $d\vartheta$; die gleichzeitige Zunahme der Dichtigkeit der freien Elektricität ist gegeben durch

$$d\eta = d\varepsilon - d\sigma.$$

Es ist aber

$$d\varepsilon = \varepsilon_0(\alpha + 2\beta - \alpha')\,d\vartheta$$
$$d\sigma = \sigma 2\beta\,d\vartheta + q\eta\,ds.$$

Somit

$$d\eta = \varepsilon_0(\alpha - \alpha')\,d\vartheta - q\eta\,ds - 2\beta\eta\,d\vartheta.$$

Andererseits ist die Temperaturabnahme während der Zeit ds

$$d\vartheta = a\Theta e^{-as}\,ds.$$

Somit ergiebt sich für die elektrische Dichtigkeit η die Differentialgleichung

$$\frac{d\eta}{dz} + (q - 2\beta a \Theta e^{-az})\,\eta = (\alpha - \alpha')\, a\, \Theta \varepsilon_0 e^{-az}.$$

Da für $z = 0$ auch η gleich Null sein muß, so ergiebt sich das Integral derselben in der Form:

$$\eta = (\alpha - \alpha')\, a\, \Theta \varepsilon_0 \frac{e^{-az} X - e^{-qz} X_0 e^{x_0 - x}}{q - a}.$$

Hier ist

$$X = 1 - \frac{x}{2 - \frac{q}{a}} + \frac{x^2}{2 - \frac{q}{a} \cdot 3 - \frac{q}{a}} - + \ldots$$

$$X_0 = 1 - \frac{x_0}{2 - \frac{q}{a}} + \frac{x_0^2}{2 - \frac{q}{a} \cdot 3 - \frac{q}{a}} - + \ldots$$

$$x = 2\beta \Theta e^{-az}, \qquad x_0 = 2\beta \Theta.$$

Mit Rücksicht darauf, daß $2\beta\Theta$ ein kleiner Bruch ist, kann man näherungsweise setzen:

$$\eta = (\alpha - \alpha')\, a\, \Theta \varepsilon_0 \frac{e^{-az} - e^{-qz}}{q - a}.$$

Der Maximalwerth von η tritt dann ein zur Zeit

II. $$z_1 = \frac{\log q - \log a}{q - a}$$

und ist gegeben durch

III. $$H = (\alpha - \alpha')\, a\, \Theta \varepsilon_0 \left\{\frac{a^a}{q^q}\right\}^{\frac{1}{q-a}}$$

Rechnen wir die Zeit von dem Augenblicke an, in welchem die Dichtigkeit der freien Elektricität diesen Maximalwerth erreicht, so erhalten wir die Gleichung

IV. $$\eta = H \frac{q e^{-az} - a e^{-qz}}{q - a}.$$

Die wesentlichen Resultate dieser theoretischen Betrachtungen sind in den Formeln I, II, III und IV enthalten. Es fragt sich, in wie weit dieselben mit den experimentellen Thatsachen in Uebereinstimmung sich befinden, in wie weit also die ihnen zu Grunde liegenden Annahmen durch die Erfahrung bestätigt werden.

Wir werden zunächst die Formel IV, welche den Verlauf der elektrischen Ladung während der Abkühlung darstellt in Anwendung bringen auf die mit dem Turmalin S angestellten Beobachtungen.

Die Ausführung der Rechnung beruht auf der Anwendung derjenigen Methoden und Tabellen, welche ich in einer in den Abhandlungen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften vom Jahre 1883 enthaltenen Arbeit: »Zur Lehre von der aperiodischen Dämpfung und zur Galvanometrie« mitgetheilt habe.

Die folgenden Tabellen beziehen sich auf die Beobachtungsreihen, welche früher mit II, III und IV bezeichnet worden sind. Bei jeder derselben ist das den Beobachtungen entsprechende Verhältniß der als konstant vorausgesetzten Größen q und a angegeben. Die Tabellen selbst enthalten die Beobachtungszeiten s, die ihnen entsprechenden Werthe der Quotienten η/H, die hieraus sich ergebenden Werthe von q. Am Fuße jeder Tabelle sind die Mittelwerthe der Größen q und a angegeben. Die letzte Columne enthält die mit ihrer Hülfe berechneten Werthe von η/H.

Beobachtungsreihe II. $a = 0.577 \cdot q$				Beobachtungsreihe III. $a = 0.577 \cdot q$			
s	η/H beob.	q	η/H ber.	s	η/H beob.	q	η/H ber.
— 10	0.78		0.30	— 11	0.74	0.0666	0.42
— 8	0.83	0.0734	0.76	— 9	0.84		0.55
— 6	0.91		0.81	— 7	0.90	0.0690	0.74
— 4	0.95	0.0795	0.93	— 5	0.95		0.87
— 2	1.00		0.96	— 3	0.99	0.0212	0.95
0	1.00		1.00	— 1	1.00		0.98
2	1.00		0.98	0	1.00		1.00
4	0.95	0.1143	0.96	1	1.00		0.99
6	0.90		0.91	3	0.98	0.0654	0.97
8	0.88	0.0968	0.86	5	0.94		0.94
10	0.80		0.81	7	0.89	0.1038	0.89
12	0.78	0.0968	0.75	9	0.83		0.84
14	0.74		0.69	11	0.78	0.1058	0.79
16	0.63	0.1074	0.64	13	0.74		0.73
18	0.57		0.58	15	0.69	0.1001	0.67
20	0.53	0.1074	0.54	17	0.63		0.62
22	0.50		0.48	19	0.57	0.1043	0.57
24	0.43	0.1074	0.44	21	0.52		0.52
26	0.39		0.40	23	0.48	0.1029	0.47
28	0.33	0.1030	0.36	25	0.43		0.43
30	0.28		0.33	27	0.39	0.1041	0.39
32	0.26	0.1134	0.29	29	0.35		0.35
34	0.26		0.26	31	0.30	0.1070	0.32
36	0.22	0.1100	0.24	33	0.28		0.29
$q = 0.1052$		$a = 0.0607$		$q = 0.1040$		$a = 0.0601$	

Beobachtungsreihe IV.

$a = 0.577 \cdot q$

s	η/H beob.	q	η/H ber.	s	η/H beob.	q	η/H ber.
— 10	0.63		0.31	14	0.70		0.68
— 8	0.70	0.0993	0.64	16	0.63	0.1077	0.62
— 6	0.79		0.79	18	0.57		0.57
— 4	0.85	0.1400	0.93	20	0.51	0.1119	0.52
— 2	0.93		0.97	22	0.45		0.47
0	0.98		1.00	24	0.39	0.1174	0.42
2	1.00		0.98	26	0.33		0.38
4	0.96	0.0985	0.96	28	0.30	0.1197	0.34
6	0.91		0.91	30	0.26		0.31
8	0.90	0.0861	0.86	32	0.23	0.1215	0.28
10	0.83		0.80	34	0.21		0.25
12	0.77	0.1004	0.74	36	0.17	0.1224	0.22

$q = 0.1095$ $a = 0.0632.$

Man sieht, daß die den Reihen II und III entsprechenden Curven in ihren absteigenden Theilen sehr gut durch die Gleichung

$$\frac{\eta}{H} = \frac{qe^{-at} - ae^{-qt}}{q - a}$$

dargestellt werden. Den aufsteigenden Theilen dagegen, welche den negativen Werthen von s entsprechen, würde dieselbe Funktion nur mit anderen Werthen von q und a genügen können; die Betrachtung der für negative s berechneten q läßt vermuthen, daß dieser der Oberflächenleitung entsprechende Coëfficient während der Abkühlung sich ändert, so daß der höheren Temperatur ein kleinerer Werth von q entspricht. Mit anderen Worten, die Oberfläche des Turmalins besitzt innerhalb der Versuchsgrenzen bei höherer Temperatur ein größeres Isolationsvermögen als bei geringerer. Weniger gut entspricht die Beobachtungsreihe IV den Voraussetzungen der Theorie. Bei ihr erreicht die Leitungsfähigkeit überhaupt keinen konstanten Betrag, sondern nimmt während der ganzen Dauer der Beobachtung zu. Die Abweichung der in der letzten Columne enthaltenen Werthe des Quotienten η/H, deren Berechnung der konstante Mittelwerth der q zu Grunde liegt, von den beobachteten Werthen findet hierdurch ihre Erklärung.

In noch stärkerem Maaße tritt diese Abhängigkeit des Coëfficienten q von der Temperatur hervor bei der Beobachtungsreihe V; von einer Mittheilung der dieselbe betreffenden Rechnung ist daher abgesehen worden.

Die Reihe I enthält für den absteigenden Theil der Curve nur wenige Beobachtungen; über dieß liegt für die Zeiten von 32^{min} an ohne Zweifel eine Störung der Beobachtung vor, durch welche eine Vergrößerung der Divergenz der Goldblätter und eine verhältnißmäßig zu langsame Abnahme der Ladung herbeigeführt wurde. Die in der folgenden Tabelle mitgetheilten Resultate bestätigen aber die Vermuthung, daß der Coëfficient q zu Anfang der Abkühlung, d. h. für den ansteigenden Theil der Curven kleinere Werthe besitze.

Beobachtungsreihe I.

$a = 1.091 \cdot q.$

ε	η/H beob.	q	η/H ber.	ε	η/H beob.	q	η/H ber.
— 16	0.34	0.0499	0.17	2	1.00		0.99
— 14	0.50		0.39	4	0.98		0.97
— 12	0.62	0.0548	0.62	6	0.96		0.95
— 10	0.72		0.72	8	0.94	0.0469	0.92
— 8	0.82	0.0557	0.83	10	0.94		0.88
— 6	0.92		0.92	12	0.90	0.0419	0.85
— 4	0.98		0.95	14	0.84		0.82
— 2	1.00		0.98	16	0.72	0.0643	0.77
0	1.00		1.00	18	0.68		0.73

Der Berechnung der Quotienten η/H wurde hiebei der Werth

$$q = 0.0552$$

zu Grunde gelegt, welcher sich als Mittel aus den für $\varepsilon = -8$ und $\varepsilon = -12$ gefundenen Zahlen ergiebt. Der entsprechende Werth von a ist

$$a = 0.0603.$$

Die übrigen Beobachtungen sind einer Prüfung hinsichtlich der Gültigkeit der Formel IV überhaupt nicht unterworfen worden. Die Aehnlichkeit ihres Verlaufes mit dem der Reihen IV und V läßt ein diesen entsprechendes Verhalten erwarten.

Mit Bezug auf die ansteigenden Theile der Curven der Fig. 6 ist zu bemerken, daß eine Uebereinstimmung derselben mit den durch Formel IV dargestellten Curven für die ersten Minuten der Beobachtung im Allgemeinen nicht zu erwarten ist, weil in diesen die Abkühlung nach einem anderen Gesetz als dem von uns angenommenen erfolgt.

Was die Constante a anbelangt, so hängt sie mit der äußeren Wärmeleitungsfähigkeit des Turmalins zusammen durch die Gleichung

$$a = 3.09\, h.$$

Somit ergeben sich aus den im Vorhergehenden gefundenen Werthen von a die folgenden vier Werthe der äußeren Wärmeleitungsfähigkeit.

0.0196; 0.0194; 0,0204; 0,0195.

Von den mit dem Turmalin E angestellten Beobachtungen eignet sich zur Berechnung nur eine einzige, und zwar die erste von den auf Seite 41 mitgetheilten mit einer Beobachtungsdauer von 62^{min}. Bei allen anderen Reihen ergiebt sich eine starke Aenderung des Coëfficienten q mit der Temperatur; bei den meisten ist überdieß die Anzahl der beobachteten Werthe eine kleine wegen der Schnelligkeit, mit welcher die Ladung nach der Erreichung des Maximums wieder verschwand.

Die für die angeführte Beobachtungsreihe sich ergebenden Resultate sind in der folgenden Tabelle enthalten.

$a = 1.091\,q$

s	η/H beob.	q	η/H ber.	s	η/H beob.	q	η/H ber.
−10	0.32		0.15	11	0.77		0.73
−8	0.61	0.0836	0.53	15	0.64	0.0819	0.60
−6	0.78		0.74	21	0.52		0.43
−4	0.90	0.0901	0.90	26	0.31	0.0906	0.32
−2	0.98		0.96	31	0.16		0.22
0	1.00		1.00	35	0.10	0.1099	0.17
6	0.91	0.0785	0.89	$q = 0.0891$		$a = 0.0972$	

Da nach dem Früheren $a = 4.86\,h$ ist, so ergiebt sich für die äußere Wärmeleitungsfähigkeit der Werth

$$h = 0.0200.$$

Eine Anwendung der Gleichung IV auf die Erscheinungen, welche der Turmalin B darbietet, dürfte von vornherein als unzulässig zu betrachten sein. Der Verlauf der dieselben darstellenden Curven ist ein wesentlich anderer als bei den Turmalinen S und E. Während bei diesen die Leitungsfähigkeit q der Oberfläche innerhalb gewisser Grenzen sich als ziemlich konstant erweist, ergiebt sich aus sämmtlichen den Turmalin B betreffenden Beobachtungen, daß die Leitungsfähigkeit seiner Oberfläche außerordentlichen Veränderungen unterworfen ist.

Die Gleichung IV besitzt die bemerkenswerthe Eigenschaft, die Constanten q und a in vollkommen symmetrischer Form zu enthalten. Es ist daher zunächst willkürlich, welche der gefundenen Zahlen als der Werth von q, welche als der Werth von a betrachtet werden soll. Die Entscheidung ist bei den Reihen II, III, IV dadurch getroffen, daß eine entgegengesetzte Annahme auf zu große Werthe der Wär-

meleitungsfähigkeit h geführt haben würde. Bei der Beobachtungsreihe I und der für den Turmalin E berechneten Reihe ist für a diejenige Zahl genommen, welche auf einen mit den übrigen übereinstimmenden Werth der äußeren Wärmeleitungsfähigkeit führte.

Wir gehen nun über zu der Prüfung der Gleichung I; zu diesem Zweck läßt sich eine Beobachtungsreihe von Gaugain verwenden; dieselbe bezieht sich auf eine prismatische Säule, deren Kanten die Längen $15.7^{mm} - 16.5^{mm} - 29.5^{mm}$ besaßen. Die Enden derselben waren mit Kupferdrähten umschlungen, von welchen der eine mit der Erde leitend verbunden war. Der andere führte zum Knopfe eines Goldblattelektroskops, welches zur Selbstentladung eingerichtet war dadurch, daß bei einer bestimmten Divergenz das eine der Blätter an eine mit der Erde leitend verbundene Metallkugel schlug. Die in einer bestimmten Zeit entwickelte Elektricitätsmenge wurde durch die Anzahl der Selbstentladungen des Elektroskops gemessen. Der Einfluß der Oberflächenleitung des Turmalins ist bei dieser Methode der Beobachtung wesentlich verringert, aber keineswegs ganz eliminirt; die Verluste, welche durch diese Leitungsfähigkeit hervorgerufen werden, sind in dem Maaße größer, in welchem die Zwischenzeit zwischen zwei Selbstentladungen wächst.

Die folgende Tabelle enthält die Beobachtungsresultate Gaugains und die Resultate ihrer Berechnung bei Zugrundelegung der Gleichung I.

z	η_1/H beob.	$\frac{a}{2.3026}$	η_1/H ber.	z	η_1/H beob.	$\frac{a}{2.3026}$	η/H ber.
0.9	0.09	0.0444	0.10	9.9	0.69	0.0515	0.68
2	0.19	0.0460	0.21	11.1	0.74	0.0519	0.72
2.8	0.27	0.0477	0.28	13	0.79	0.0528	0.78
4	0.35	0.0473	0.37	15	0.84	0.0527	0.82
5	0.43	0.0482	0.44	19.8	0.91	0.0533	0.90
5.9	0.48	0.0486	0.49	23	0.94	0.0535	0.93
6.9	0.54	0.0494	0.55	28.5	0.97	0.0534	0.96
7.9	0.60	0.0508	0.60	32.7	0.99	0.0558	0.98
8.9	0.65	0.0508	0.64	41.7	1.00		0.99

Im Mittel $a = 0.1161$.

Man sieht, daß der Werth von a während der Dauer der Abkühlung stetig und keineswegs unerheblich wächst. Der Grund hiefür dürfte in dem erwähnten Einfluß der elektrischen Leitung der Oberfläche zu suchen sein. Unter der Voraussetzung, daß der von Gaugain untersuchte Crystall eine regelmäßige prismatische Form besessen habe und daß die Werthe des specifischen Gewichtes und der

specifischen Wärme dieselben seien wie bei den von uns untersuchten Turmalinen ergiebt sich:

$$a = 4.30 \cdot h$$

und somit die äußere Wärmeleitungsfähigkeit

$$h = 0.0269$$

ein Werth, welcher erheblich größer ist, als die im Vorhergehenden gefundenen. Ein größeres Gewicht kann demselben nicht zugeschrieben werden, denn die Angaben, welche Gaugain über die Beschaffenheit des Turmalines macht, gewähren kein Urtheil über den größeren oder geringeren Grad von Richtigkeit, welcher der zur Berechnung von h benutzten Gleichung zuzuschreiben ist. Will man übrigens den gefundenen Unterschied eine reelle Bedeutung beilegen, so würde die größere Wärmeabgabe der Oberfläche bei den Versuchen Gaugains dadurch zu erklären sein, daß sein Turmalin in dem freien Raume des Zimmers, die unsrigen in einer geschlossenen Metallhülle sich abkühlten.

Eine genauere Diskussion der Gleichungen II und III würde mit Erfolg nur unternommen werden können, wenn die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit q von der Temperatur und der Feuchtigkeit der Luft bekannt wäre. Mit Bezug auf die Gleichung II genüge die Bemerkung, daß die Zeit ε_1 bis zum Eintritt des Maximalwerthes H mit wachsendem q abnimmt, vorausgesetzt daß $q > a$. Dieses Verhalten der Function ε_1 steht in Uebereinstimmung mit der bei den Beobachtungen hervortretenden zeitlichen Verschiebung des Maximums der elektrischen Ladung.

Die Gleichung III kann benutzt werden zu der Berechnung derjenigen elektrischen Dichtigkeit, welche bei vollkommener Isolation der Oberflächen auf diesen sich herstellen würde. Bezeichnen wir dieselbe durch H_0, so ist

$$H_0 = (\alpha - \alpha')\Theta\varepsilon_0 = H \cdot \left(\frac{q}{a}\right)^{\frac{q}{q-a}}$$

Es ist nicht ohne Interesse, eine Vorstellung von den größten Dichtigkeiten zu gewinnen, welche unter der obigen Voraussetzung bei unseren Versuchen erreicht worden wären. Es möge daher die Rechnung für die letzte der für den Turmalin S ausgeführten Versuchsreihen, die Reihe V mit der Erwärmungstemperatur von 136° ausgeführt werden. Aus den für die Zeiten von 30^{min} und 34^{min} gegebenen Procentzahlen ergiebt sich

$$q = 0.103 \qquad a = 0.060.$$

Somit

$$\left(\frac{q}{a}\right)^{\frac{q}{q-a}} = 3.17.$$

Es ist ferner für die betrachtete Versuchsreihe

$$H = 83$$

Somit $$H_0 = 263.$$

Würde also die Oberfläche des Turmalins vollkommen isolirt haben, so würde bei einer Abkühlung von 136° auf 21° jedes Quadratmillimeter der Endflächen sich mit einer Ladung von 263 elektrostatischen Einheiten bedeckt haben.

S. 334, Z. 6 v. u. zu schreiben: *Παρνήθιος.*

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Juli 1885.

(Fortsetzung.)

Langue internationale neo-latine ou langage auxiliaire simplifié par E. Courtonne.
Lessons introductory to the modern higher Algebra, by George Salmon D. D. from the author.
Archiv des Vereins für Siebenbürgische Landeskunde. Neue Folge. 20. Band. 1. Heft.
Monthly notices of the Royal Astronomical Society. Vol. XLV. N. 8. June 1885.
John Hopkins University Circulars. Vol. IV. No. 40. July 1885.
Boletin del Ministerio de Fomento de la Repùblica Mexicana. Tomo X. No. 43. Mayo 7. de 1885.
Atti della Regia Accademia dei Fisiocritici di Siena. Serie Terza. Vol. II. Fasc. 1. 2. 3. 4. 5.
Atti della Regia Accademia dei Fisiocritici di Siena. Serie Terza. Vol. III. Fasc. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.
R. Accademia dei Fisiocritici di Siena. Rapporti e Processi Verbali. Tom. I. Fasc. 1. 2.
Das Pontische Heraklea (Schluss. Von Prof. Dr. Herm. Schneiderwirth).
Bulletin de l'Académie Royale des sciences, des lettres et des beaux-Arts de Belgique. 54. annee. 3. serie. Tome 9. N. 5.
Report on the scientific results of the exploring voyage of H. M. S. Challenger. 1873—76. Botany. Vol. I.
Professional papers of the signal service. No. XV. Researches on solar heat and its absorption by the earth's Atmosphere. A report of the mount Whitney expedition. No. XIII. Temperature of the atmosphere and Earth's surface. Washington.
Bulletin of the Essex Institute. Vol. 15. Nrs. 1. 2. 3, 4. 5. 6, 7. 8. 9, 10. 12. Vol. 16. Nrs. 1. 2. 3, 4. 5. 6, 7—12.
Priced catalogue of the publications of the Essex Institute. Salem, Mass. U. S. 1884.
Proceedings of the Colorado scientific society. Vol. I. 1883 and 1884.

The geological and natural history survey of Minnesota first annual report 1872.
fourth — — 1875.
seventh — — 1878.
ninth — — 1880.
tenth — — 1881.
eleventh — — 1882.
twelfth — — 1883.
(Doppelt vorhanden 1. 7. 10. 11. 12., hingegen fehlen 2. 3. 5. 6. 8.)
Bulletin of the United States Geological survey. N. 2. 3. 4. 5. 6.
United States Geological survey: The copper-bearing rocks of lake superior. Tom V by Roland Duer Irving.
— — — — Comstock mining and miners. Tom IV by Eliot Lord.
Tagebuch üb. Dr. Martin Luther geführt von Dr. Conrad Cordatus 1537. Zum erstenmal herausgegeben von Dr. H. Wrampelmeyer. Halle, 1883. 1884. Heft 1—4. Geschenk des K. Kultusministeriums.

August und September 1885.

Atlas von China von F. Frh. von Richthofen. Erste Abtheilung. Nördliches China.
Verhandlungen des Naturhistorisch-Medicinischen Vereins zu Heidelberg. Neue Folge. III. Band. 4. Heft.
Abhandlungen der historischen Klasse der Kön. Bairischen Akademie der Wissenschaften. 17. Bandes. 2. Abth.
Sage und Forschung. Festrede zur F. ihres 126. Stiftungstages von Ohlenschlager. 1885.
Astronomische Bestimmung der Polhöhen auf den Punkten Irschenberg, Höhensteig und Kampenwand v. K. Oertel. 1885.
Monumenta Tridentina v. Aug. v. Druffel. Heft II. Juni bis Dezember 1545.
Agroikos. Etholog. Studie v. Otto Ribbeck. N. 1 des X. Bandes der h.-ph. Cl. der Sächsischen Ges. d. W.
Zweiundsechzigster Jahresbericht der Schles. Gesellsch. für vaterländische Cultur. Breslau 1885.
Magnetische und Meteorologische Beobachtungen a. d. K. K. Sternwarte zu Prag im J. 1884.
Zeitschr. der deutschen Morgenländischen Gesellsch. B. 39. H. II.
Zeitschr. für Naturwissenschaften für Sachsen und Thüringen. Der ganzen Reihe LVIII. Band. 4. Folge. 4. Band. 3. Heft.
Verhandl. d. K. K. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. Jahrg. 1885. XXXV. Band. 1. Halbjahr.
Mineralogische Mittheilungen v. G. vom Rath. Colemanit aus Californien v. C. Bodewig und G. vom Rath. — Ueber Vanadate und Jodsilber von Lake Valley, Donna Anna County, New-Mexiko v. F. A. Genth und G. vom Rath.
Irmischia. No. 3. 4. 5 und 6. V. Jahrgang. März, April, Mai, Juni 1885.
Zeitschr. d. Oesterreich. Gesellsch. für Meteorologie. XX. Band. Augustheft 1885.
Jahresbericht der Naturhistorischen Gesellsch. in Nürnberg. 1884.
Sitzungsberichte der Naturforchenden Gesellsch. zu Leipzig. 11. Jahrg. 1884.
Sitzungsberichte der mathem.-physikalischen Klasse der K. B. Akademie der Wissensch. zu München 1885. Heft 2.
Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellsch. in Zürich. 26. Jahrg. 1. 2. 3. 4. 27. Jahrg. 1. 2. 3 und 4. 28. Jahrg. 1. 2 und 3. 4. 29. Jagrg. 1. 2. 3. 4.
Vierter Jahresbericht des Oberhessischen Vereins für Lokalgesch. Vereinsjahr 1884—85.
Sitzungsberichte der philos.-philol. und hist. Klasse der K. B. Akademie der Wissensch. zu München. 1885. Heft II.
Irmischia. No. 7. 8. 9. Jahrg. V. Juli, Aug., Sept.
Zeitschrift der Oesterr. Gesellsch. für Moteorologie. XV. Band. Septemberheft 1885.
Flora Batava 269. Aflevering.
— — 270. Aflevering.

Bijdragen tot de Dierkunde te Amsterdam. 12. Aflevering. 3. Gedeelte.
Archives Neerlandaises des sciennes exactes et naturelles a Harlem. Tome XX. 1. Livraison.
— — — — Tome XX. 2. Livraison.
Nederlandsch-Indisch Plakaatboek 1602—1811. Door Van der Chijs. 1. Deel 1602—1642.
Notulen van de Algemeene en Bestuurs-vergaderingen van het Bat. Genootsch. v. Kunsten en Weetensch. Deel XXII. 1884. Afl. 4.
Het Kongsi wezen van Borneo. Door Dr. J. J. M. de Groot. Mitg. d. h. K. Inst. v. d. Taal-, Land- en Volkenk. v. Nederl. Indie.
Bulletin de l'Académie Royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. 54 annee. 3. serie, tome 9 et tome 10. No. 6 et No. 7.
Bulletin de la société mathematique de France. Tome XIII. N. 6 et dernier
Catalogue de la bibliotheque de la société nationale des sciences naturelles de Cherbourg. 2. partie. 3. livraison. Avril 1883.
Memoires de la société des sc. natur. et mathem. de Cherbourg. Tome XXIV. Troisieme serie, tome IV.
Annales du musée Guimet. Revue de l'histoire des Religions. 5. année. 6. année. Nouvelle série Tome XI. No. 1. 2. Janvier, Fevrier, Mars, Avril.
Oeuvres complêtes d'Augustin Cauchy. Publiées p. l'Académie des sciences à Paris. 1. serie Tome V.
Revue Internationale de l'electricité. Paris 1. année. No. 2. Juillet 1885.
Bulletin de la société mathématique de France. Tome XIII. No. 5.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. 2. serie. No. 1. 1885.
Mémoires de l'Academie des sciences etc. de Lyon. Classe des sciences vol. 27. 2. 3. Classe des lettres vol 21 et 22.
Académie des sciences etc. de Montpellier. Mémoires de la section des sciences. Tome X. III. fascicule 1883-1884. Mémoires de la section des lettres Tome VII. II. fascicule 1883—1884.
Mémoires de la société Royale des sciences de Liege. Deuxième serie Tome XII.
Lexicon Lapponicum von J. A. Friis. Probebogen.
Forhandlinger i Videnskabs-Selskabet i Christiania 1884.
Bulletin mensuel de l'observatoire meteorologique de l'univ. d'Upsal. Vol. XVI. Année 1884.
Nova acta Regiae Societatis scientiarum Upsalensis. Series III. Vol. XII. fasc. II.
La rotation et le mouvement curviligne par Rodrigo de Bonaventura Martins Pereira. Lisbonne.
Mémoires de l'Académie royale des sciences etc. de Belgique. Tome XLV. 1884.
Mémoires conronnés et mém. des savants étrangers publ. par l'Academ. roy. de Belgique. Tome XLV. 1883 et Tome XLVI. 1884.
Collection de chroniques belges inédites: Cartulaire des comtes de Hainaut. Tome II. 1883. — Correspondance du Cardinal de Granville. Tome IV. — Relations politiques des Pays-Bas et de l'Angleterre sous le regne de Philippe II. Tome IV.
Jours de solitude par Octave Pirmez. Edit. poothume.
Mémoires couronnés et autres mem. publ. p. l'Acad. de Brux. collection in 8°. Tome XXXVI.
Journal of the Royal Microscopical Society. Serie II. Vol. V. Part. 4. August 1885.
The Journal of the Linnean Society: Zoology. Vol. XVII. No. 103, 104, 105, 106, 107, 108. Botany. Vol. XXI. N. 134, 135, 136, 137.
List of the Linnean Society of London 1884—1885.
Index perfectus ad Caroli Linnaei species plantarum by F. de Mueller.
The transactions of the Linnean society of London. Botany. 2. serie. Vol. II. Part. 8.
— — — — Zoology. 2. serie. Vol. II. Part. 11. Part. 13. Part. 14. Vol. III. Part. 2. Part. 3.
Proceedings of the Royal Society. Vol. XXXVIII. N. 238.
Nature 1885. Vol. 32. N. 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830.
Proceedings of the London mathem. Soc. No. 243, 244.
Records of the Geological Survey of India. Vol. XVIII. Part. 3. 1885.

China and the Roman Orient by F. Hirth. Shanghai.
Proceedings of the scientifical meetings of the Zoological Society of London. 1885. Part. II. March and April.
Transactions of the Zoological Soc. of London. Vol. XI. Part. 10.
Philosophical transactions of the Royal society of London 1884. Vol. 175. Part. I and Part II.
The Royal society, 1. Dez. 1884. London.
Proceedings of the Royal society of London. Vol. XXXVII. No. 232, 233, 234, 235, 236, 237.
Descriptive Notes on Papuan plants by Bar. Ferd. von Müller.
Publication der Norwegischen Commission für Europäische Gradmessung. Geodätische Arbeiten. Heft 1. 2. 3. 4. Utgivet af den norske Gradmaalingskomission. Heft 1. 2. 3.
Den norske Nordhavs-Expedition 1876—1878. XIV. Zoologi Crustacea 1ª. 1ᵇ. ved G. O. Sars.
Oeversigt af Finska vetenskaps-societetens Förhandlingar. XXVI. 1883—1884.
Bidrag till Kännedom of Finlands Natur och Folk. Heft 39. 40. 41. 42.
Acta Societatis scientiarum fennicae. Tomo XIV.
Vom Meteorologischen Observatorium in Upsala.
Atti della Reale Accademia dei Lincei di Roma. Jahrg. 182. 1884—85. Vol. 1. Fasc. 16°. 17°. 18°. 19°.
Memorie della Accademia delle scienze di Bologna. Serie IV. Tomo V.
Early Proceedings of the American philosophical society. Vol. XXII. Part. I. 117. Vol. XXII. Part. II. 118. (1744 to 1838.) Vol. XXII. Part. III. 119.
Annals of the New-York Academy of sciences. Vol. III zweimal 3 u. 4, zweimal 5. u. 6.
Johns Hopkins University circulars. Vol. IV. N. 41.
Johns Hopkins University studies. Third series VIII: The Influence of Proprietors in Jersey. By Aust. Scott.
— — — — Third series IX—X: American Constitutions by Davis.
Twenty-first ann. report of the Alumni association. Year 1884—85.
Bulletin of the museum of comp. Zoology at Harvard College. Vol. XI. N. 11. Vol. XII. N. 1.
The Canadian ricord of science. Vol. 1. N. 3.
Proceedings of the canadian Institute. Toronto. Vol. XXI. N. 143.
Annales de la sociedad cientifica Argentina. Tomo XIX. Entrega 4. 5. 6.
Diario oficial de la repùblica de Chile. Año IX. N. 2, 452—2, 463.
Bulletino di bibliografia e di storia della scienze mathem. e fisiche. Tomo XVII. Octobre 1883. Roma. (Für die Gauss Bibliothek).
Royal society of Queensland proceedings 1884. Vol. 1. Part. II. III. IV.
Boletin del Ministerio de Fomento de la Rep. mexicana. Tom. X. N. 55—60, N. 61—72.
Beobachtungen des Tifliser physikalischen Observatoriums. Im Jahre 1881. 1883. 1884.
Appendix to the memoir No. 5. of Tôkiô University.
Transactions of the Connectient Academy. Vol. VI. Part. 2.
Bullettino di Bibliografia e di storia delle scienze mathematique e fisiche. Tomo XVII. Novembre 1884. Roma. Für die Gauss Bibliothek.
Mitteilungen des Alterthumsvereins zu Plauen i. V. 5. Jahresschrift.
Ackererde und Untergrund des Gutes Nikolajewsk.
— — — — Frubetschino. Von Prof. Dr. C. Schmidt.
Sitzungsberichte der K. preussischen Akademie der Wissensch. zu Berlin vom 8. Jan. 1885—30. Juli 1885. I—XXXIX.

Oktober 1885.

Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens. Aug. 1885. 33. Heft. Band IV. Seite 111—162.
Tagebuch über Dr. Martin Luther gef. von Dr. Conrad Cordatus, zum 1. Male herausgeg. v. Wrampelmeyer. Schluss-Heft.

Vorträge und Mittheilungen v. G. vom Rath.
Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. 20. Jahrg. 3. Heft.
Sitzungsbericht der mathem.-physik. Classe der Kön. B. Akademie der Wis
schaften zu München. 1885. Heft III.
Leopoldina, Heft XXI. N. 17—18.
Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. IV. B
1. Theil.
Internationale Zeitschrift für allgemeine Sprachwissenschaft. II. Band. 1. H
Mitteilungen des Vereins für Geschichte der Sadt Meissen. 1. Bandes. 4.
Archiv des historischen Vereines von Unterfranken und Aschaffenburg. 28. B
Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel. VII. Theil. 3.
Mittheilungen des historischen Vereins für Steiermark. XXXIII. Heft.
Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe
K. B. Akademie der Wissenschaften zu München. 1885. Heft III.
Untersuchungen über die Quantität und Betonung in den slavischen Spra
Des X. Bandes N. 2. Leipzig. Von Aug. Leskien.
Acta Mathematica 7:1. 7:2.
Memoire di Matematica e di Fisica della società italiana delle scienze. Na
Serie 3. Tomo V.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Anno CCLXXXII. Roma. Vol. I.
20. 21. 22. 23.
Bullettino di bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche.
XVII. Dicembre 1884. Für die Gauss Bibliothek.
Atti della società toscana di scienze naturali. Processi verbali. Vol. IV.
Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Coimbra. Vol. VI. N.

Von der historisch-litterarischen Akademie in Krakau:

Scriptores rerum polonicarum. Tom. VIII.
Acta historica res gestas Poloniae illustrantia. Tomus VIII continet: t
volumen 1. 1507—1586.
Sprawozdanie Komisyi fizyjocrafiezny.
Słownik synonimów Polskich. Tom. II.
Rocznik zazzadu Akademie Umiejetnosci Krakowie. Rok. 1884.
Rozpranoyi sprawozdania z posiedzen. Tom. XVIII.
Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens im Tifliser physikalische
servatorium im Jahre 1882. 1883.
Bulletin de l'Academie imperiale des sciences de St. Petersbourg. Tom.
Feuilles 11—20.
Tabulae quantitatum besselianarum pro annis 1885 ad 1889. Edidit Otto St
Petropoli.
Die Beschlüsse der Washingtoner Meridianconferenz v. Otto Struve. P
burg.
Jahresbericht am 25. Mai 1885 der Nikolai-Hauptsternwarte Petersburg.
— 27. Mai für die Jahre 1882—83 und 1883—84.
Proceedings of the London mathematical society. N. 245—249.
Nature. Vol. 32. N. 831, 832, 833, 834, 835.
Memoirs of the Royal Astonomical society London. Vol. XLVIII. Part. II.
Journal of the Royal microscopical society. Ser. II. Vol. V. Part. 5.
Revue internationale de l'electricité Année I. N. 4. Sept. 1885.
Monographs of the United States Geological Survey. Vol. VI and Vol. V
Smithsonian contributions to knowledge. Vol. XXIV, Vol. XXV.
Report of the commissioner of agriculture for the year 1884.
American journal of Mathematics. Vol. VIII. N. 1.

(Fortsetzung folgt).

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stoppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

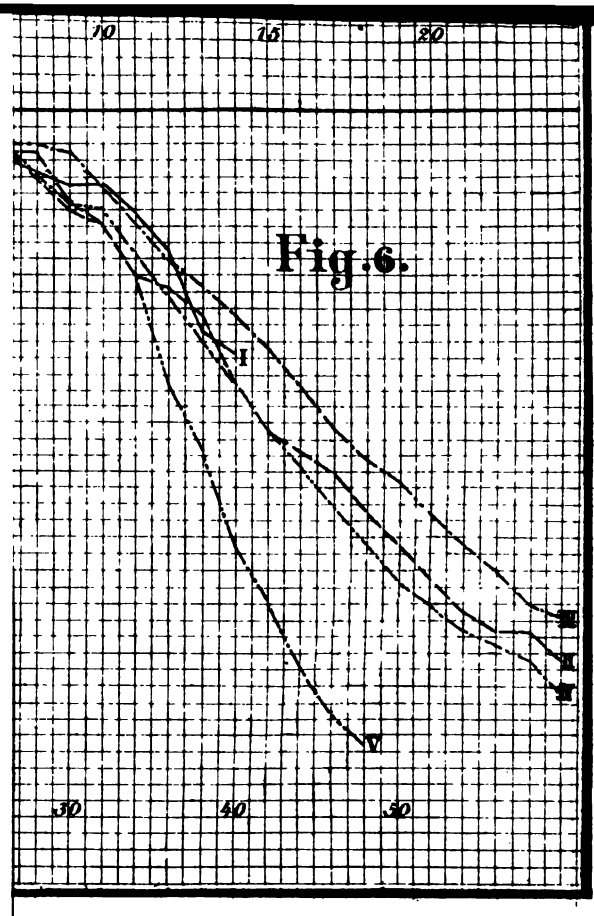


Fig. 6.

Nachrichten

von der

Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

Aus dem Jahre 1886.

Nro. 1—20.

Göttingen,
Dieterichsche Verlags-Buchhandlung.
1886.

Man bittet die Verzeichnisse der Accessionen zugleich als Empfangsanzeigen ür die der Königl. Societät übersandten Werke betrachten zu wollen.

Register

über

die Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften.

und

der Georg-Augusts-Universität

aus dem Jahre 1886.

Barré de St. Venan, Corresp., gestorben. 572.
*Bechtel, Fr., Inschrift aus Eresos. 373.
— — die Inschriften des ionischen Dialekts. 505.
Benekestiftung. 285.
Birch, Samuel, ausw. Mitgl., gestorben. 572.
*Boltzmann, L., Neuer Beweis eines von Helmholtz aufgestellten Theorems betreffend die Eigenschaften monokyklischer Systeme. 209.
Boussinesq, J., Wahl zum Correspondenten. 573.
*Brock, J., Eurycoeclum Sluiteri n. g. n. sp. 543.
Bücherverzeichnisse: 91. 260. 286. 340. 370. 385. 462. 504. 542. 568. 573.
*Bürkner, K., Achter Bericht über die Königl. Universitäts-Poliklinik für Ohrenkrankheiten. 214.

*Damsky, A., Ueber die β-Tiophensäure. 593.
Delisle, Leopold, Wahl zum ausw. Mitgliede. 573.
Dümmler, E., Corresp., Austritt aus der Gesellsch. der Wissenschaften. 572. — Erklärung der K. Gesellschaft der Wissenschaften. 572. Erklärung der philosophischen Fakultät. 603.
Duncker, Max, ausw. Mitgl., gestorben. 572.

*Ehlers, E., Lamna cornubica an der ostfriesischen Küste. 547.

*) Die mit * bezeichneten Aufsätze sind in dem vorliegenden Bande gedruckt.

Foerster, Wilhelm, Wahl zum ausw. Mitgliede. 572.
Frensdorff, F., Untersuchung der Rechte der Kaufleute in Nowgorod. 505.
Frobenius, Georg, Wahl zum Correspondenten. 573.

Gachard, L. P., Correspondent, gestorben. 572.
Gardner, Percy, Wahl zum Correspondenten. 573.

Hermann, Ludimar, Wahl zum Correspondenten. 573.
*Hoelder, O., Bemerkung zu der Mittheilung des Herrn Weierstrass: Zur Theorie der aus *n* Haupteinheiten gebildeten complexen Grössen. 241.
*— — Ueber eine transscendente Function. 514.
*Holtz, W., Spiralförmige Wirbel in Flammen. 566.
*— — Ein Vorlesungsversuch über die Adhäsion der Flüssigkeiten. 567.
*Hultzsch, E., Ueber das Drama Tâpasavatçarâja. 224.

Jahresbericht des beständigen Secretärs. 569.
*Jannasch, P., und Meyer, V., Ueber die Bestimmung des Kohlenstoff-, Wasserstoff- und Stickstoffgehalts organischer Substanzen durch ein und dieselbe Verbrennung. 278.
Imhoof-Blumer, Friedrich, Wahl zum Correspondenten. 573.

*Kielhorn, Franz, Khajurâho Inschrift des Chandella Fürsten Dhaṅga. 441.
Kiepert, Heinrich, Wahl zum Correspondenten. 573.
Koecher, Adolf, Wahl zum Correspondenten. 573.
*von Koehnen, A., Ueber die Störungen, welche den Gebirgsbau im nordwestlichen und westlichen Deutschland bedingen. 196.
— — Mittheilung über die geologische Aufnahme der Umgegend von Göttingen. 551.
*Krekeler, K., Ueber die Pentiophengruppe. 585.
*Krüger, R., Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der verticalen Intensität eines magnetischen Feldes. 199.

*de Lagarde, Kleine Mittheilungen. 121.
*— — Kleine Mittheilungen. 262.
*— — Noch einmal בת. 563.
*— — Analyse der alten arabischen Typen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften. 564.
*— — Abraham = Dusares. 565.
Lovén, Sven, Wahl zum Correspondenten. 573.

Malmstén, J. J., ausw. Mitgl., gestorben. 572.
*von Mangold, H., Ueber ein Verfahren zur Darstellung elliptischer Modulfunctionen durch unendliche Producte nebst einer Ausdehnung dieses Verfahrens auf allgemeine Functionen. 1.
Merkel, F., Rede auf Jakob Henle. 569.
*Meyer, Hugo, Ueber die Witterungsverhältnisse Göttingens. Zweiter Theil. 389.
*Meyer, Leo, Ueber das griechische ἐπιούσιος. 245.
Meyer, Victor, siehe Jannnasch.
— — Ueber die Isomerie der α- und β-Thiophensäure. 373.
*— — Ueber die sogenannte α-Thiophensäure und ihre Beziehung zu den beiden normalen Carbonsäuren des Thiophens. 523.
*— — Ueber Thiodiglykolverbindungen. 577.
*Morf, H., Drei bergellische Volkslieder 73.
Müller, Johann Heinrich, Corresp., gestorben. 572.

Petschestiftung. 384.
Piot, Charles, Wahl zum Correspondenten. 573.
Preisvertheilung. 381.

von Ranke, Leopold, auswärtiges Mitglied, gestorben. 572.
Lord Rayleigh, William, Wahl zum Correspondenten. 573.
Retzius, Gustav, Wahl zum Correspondenten. 573.

*Schering, Karl, das Deflectoren-Bifilar-Magnetometer. 185.
*Schoenflies, A., Beweis eines Satzes über Bewegungsgruppen. 497.
von Sickel, Theodor, Wahl zum auswärtigen Mitgliede. 573.

Thomson, Wyville, Corresp., gestorben. 572.

*Voigt, W., Bestimmung der Elasticitäts-Constanten von Beryll und Bergkrystall. 93. 289.
*— — Ueber die Elasticitätsverhältnisse cylindrisch aufgebauter Körper. 505.
*— — Allgemeine Formeln für die Reflexion des Lichtes in dünnen Schichten isotroper absorbierender Medien. 552.
*— — Gleichgewicht eines verticalen Cylinders aus krystallinischer Substanz unter der Wirkung der Schwere. 569.
— — Elastische und thermische Eigenschaften des Basalts. 598.
*Volkmann, P., Ueber Mac Cullagh's Theorie der Totalreflexion für isotrope und anisotrope Medien. 341.
Vorlesungsverzeichnisse. 169. 465.

Waitz, Georg, ausw. Mitglied, gestorben. 572.
Wattenbach, Wilhelm, Wahl zum auswärt. Mitgliede. 573.
*Weber, H., Ein Beitrag zu Pincaré's Theorie der Fuchs'schen Functionen. 359.
Websky, Martin, Correspondent, gestorben. 571.
Wedekindstiftung. 221.
Weiland, L., Rede auf Georg Waitz. 569.
Weingarten, Julius, Wahl zum Correspondenten. 573.
Weizsäcker, J., der Pfalzgraf als Richter über den Kaiser. 481.
Wetzstein, Johann Gottfried, Wahl zum Correspondenten. 573.
*Wieseler, F., Archäologische Excurse zu Pausanias. I. 24, 3 und I. 27. 8. I. 29. 481.
Wright, William, Wahl zum ausw. Mitgliede. 573.
Wüstenfeld, F., Fachr-ed-dîn, der Drusenfürst und seine Zeitgenossen. 2. Abteilung. 261.

Zirkel, Ferdinand, Wahl zum Correspondenten. 573.

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

3. Februar. **№ 1.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung am 5. December 1885.

Ueber ein Verfahren zur Darstellung elliptischer Modulfunctionen durch unendliche Producte nebst einer Ausdehnung dieses Verfahrens auf allgemeinere Functionen.

(Ausführlichere Mitteilung.)

Von **H. von Mangoldt.**

(Vorgelegt von H. A. Schwarz.)

In seiner Abhandlung »Zur Theorie der eindeutigen analytischen Functionen« [1]) hat Herr K. Weierstraß den folgenden Lehrsatz bewiesen: (p. 33.)

»Jede ganze eindeutige Function von x kann dargestellt werden in der Gestalt eines Products, dessen Factoren sämmtlich Primfunctionen von der Form

$$(kx+l)e^{g(x)}$$

sind, wo $g(x)$ eine rationale, für $x=0$ verschwindende ganze Function und k, l Constanten bedeuten.«

Hieran schließt sich der Satz, (l. c. p. 36.)

daß sich jede eindeutige Function von x mit nur einer wesentlich singulären Stelle im Unendlichen, aber beliebig vielen außerwesentlich singu-

1) Abhandlungen der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1876.

lären Stellen, als Quotient zweier Producte von der eben angegebenen Beschaffenheit darstellen läßt.

In neuerer Zeit sind neben denjenigen eindeutigen Functionen der complexen Veränderlichen x, welche nur für einzelne discrete Werte von x den Charakter rationaler Functionen verlieren, aber diese ausgenommen, für alle übrigen Werte von x eine Bedeutung haben, auch solche Functionen Gegenstand der Betrachtung geworden, welche, wie z. B. die elliptischen Modulfunctionen und allgemeiner die von Herrn Poincaré als »fonctions Fuchsiennes« bezeichneten Functionen, nur innerhalb eines Teiles der Ebene der complexen Veränderlichen x existiren und über die Begrenzung dieses Teiles hinaus eine analytische Fortsetzung nicht gestatten.

Die oben mitgeteilten Sätze des Herrn Weierstraß lassen sich ohne besondere Schwierigkeit auch auf Functionen dieser Art ausdehnen.

Es möge angenommen werden, die zu betrachtenden Functionen seien für die Fläche eines Kreises erklärt, welcher mit dem Radius 1 um den Nullpunkt der Ebene des Argumentes x beschrieben ist, und dessen Peripherie für die Veränderlichkeit des Argumentes x eine natürliche Grenze bilden darf. Dieser Kreis möge im Folgenden kurz als der Hauptkreis [1]) bezeichnet werden. Dann erhält man durch eine Verallgemeinerung der von Herrn Weierstraß angewandten Schlüsse die folgenden Sätze:

1. Jede eindeutige Function von x, welche im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer ganzen Function besitzt, kann dargestellt werden in Gestalt eines Productes, dessen Factoren sämmtlich die Form haben

$$(kx+l)e^{\psi(x)},$$

wo k, l Constante bedeuten, und $\psi(x)$ eine eindeutige Function von x bezeichnet, welche im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer ganzen Function besitzt.

2. Jede eindeutige Function von x, welche im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer rationalen Function besitzt, kann als Quotient zweier Producte von der eben angegebenen Beschaffenheit dargestellt werden.

---

1) Nach dem Vorgange von Herrn F. Klein, Neue Beiträge zur Riemann'schen Functionentheorie, Mathematische Annalen, Bd. 21. p. 141 ff.

Bei dem Ausdrucke der bisher angeführten Lehrsätze war es notwendig, für die Coefficienten von x in den linearen Bestandteilen $kx+l$ der vorkommenden Factoren unbestimmte Constante k anzunehmen, um auch solche Fälle mit zu umfassen, wo die darzustellende Function im Innern ihres Gültigkeitsbereiches Null- und Unendlichkeits-Stellen entweder gar nicht, oder nur in endlicher Anzahl besitzt; denn in solchen Fällen kann es erforderlich werden, einen der Coefficienten k gleich Null und andere von Null verschieden anzunehmen.

Im Folgenden soll aber der eben erwähnte Fall ausgeschlossen und vorausgesetzt werden, daß jede der in Betracht gezogenen Functionen im Innern ihres Gültigkeitsbereiches unendlich viele Null- oder Unendlichkeits-Stellen besitzt. Außerdem soll die einschränkende Bedingung aufgehoben werden, daß jede der Functionen $g(x)$ für $x=0$ verschwinden soll. Dann ist es zulässig, in den vorangehenden Sätzen die Coefficienten k sämmtlich durch 1 zu ersetzen. Gleichzeitig können die Constanten l bei denjenigen Functionen, welche nur für die Fläche des Hauptkreises erklärt sind, der Bedingung unterworfen werden, im Innern des Hauptkreises zu liegen. Hierdurch erhält man das folgende Resultat:

Jede Function, welche den Bedingungen eines der ausgesprochenen Lehrsätze Genüge leistet und im Innern ihres Gültigkeitsbereiches unendlich oft gleich Null, oder unendlich wird, kann aus Factoren von der Form

$$(x+l)e^{g(x)}, \quad \text{beziehentlich} \quad (x+l)e^{\psi(x)},$$

wo l eine im Innern des Gültigkeitsbereiches der Function liegende Constante bezeichnet, und $g(x)$ und $\psi(x)$ die oben erklärten Bedeutungen haben, durch Multiplication und Division zusammengesetzt werden.

Dabei sind die linearen Bestandteile $x+l$ der vorkommenden Factoren in jedem gegebenen Falle durch die Null-Stellen, beziehungsweise die Null- und Unendlichkeits-Stellen der darzustellenden Function vollständig bestimmt, wogegen die zu jenen linearen Functionen hinzutretenden Zusatzfactoren $e^{g(x)}$, bezw. $e^{\psi(x)}$, jedesmal in der manchfaltigsten Weise abgeändert werden können. Man könnte auch jedesmal erreichen, daß die Functionen $\psi(x)$ sämmtlich ganz und rational ausfielen, doch soll dies im Folgenden absichtlich nicht gefordert werden.

Will man für eine irgendwie gegebene Function von einer der

hier betrachteten Arten die erwähnte Darstellung wirklich ausführen, so hat man zwei Aufgaben zu lösen: Man muß erstens die Null- und Unendlichkeits-Stellen der gegebenen Function ermitteln, und zweitens wenigstens ein System der zu den linearen Functionen $x+l$ hinzuzufügenden Zusatzfactoren $e^{\varphi(x)}$, bezw. $e^{\psi(x)}$, bestimmen.

Diese beiden Aufgaben sind nun für solche eindeutige Functionen, welche für alle endlichen Werte des Argumentes x erklärt sind, in einigen Fällen gelöst, z. B. für die trigonometrischen Functionen, die Gammafunction und die elliptischen Functionen. Dagegen ist dies in dem Falle, wo die betrachtete Function nur für die Fläche des Hauptkreises eine Bedeutung hat, bis jetzt noch nicht gelungen. Allerdings ist bei manchen Functionen dieser letzteren Art die Verteilung der Null- und Unendlichkeits-Stellen im Innern des Hauptkreises vollständig bekannt, so daß man die linearen Bestandteile der Factoren, welche bei der erwähnten Darstellung dieser Functionen auftreten, ohne Weiteres angeben kann. Aber die Bestimmung der die Convergenz bewirkenden Zusatzfactoren $e^{\psi(x)}$ scheint bis jetzt noch in keinem einzigen hierher gehörenden speciellen Falle ausgeführt worden zu sein.

Im Folgenden soll nun ein Verfahren angegeben werden, durch dessen Anwendung es gelingt, für jede der »fonctions Fuchsiennes« des Herrn Poincaré, deren Geschlecht gleich Null ist, und deren Gruppe und deren Null- und Unendlichkeits-Stellen gegeben sind, ein System jener Zusatzfactoren zu ermitteln.

Dabei soll die anzuwendende Methode zuerst für einige specielle Functionen auseinandergesetzt werden, welche sich in einfacher Weise durch elliptische Modulfunctionen ausdrücken lassen, weil dies zur Vereinfachung der Darstellung zweckmäßig erscheint. Nachträglich läßt sich dann leicht zeigen, daß, und wie die gemachten Schlüsse ausgedehnt werden können, was am Schluß der Abhandlung geschehen soll.

I.

Hülfssätze aus der Theorie der elliptischen Modulfunctionen [1]).

Die complexe Veränderliche τ sei der Bedingung unterworfen, nur solche Werte anzunehmen, in welchen der Coefficient von i positiv, oder gleich Null ist.

---

1) Vgl. Formeln und Lehrsätze zum Gebrauche der elliptischen Functionen. Nach Vorlesungen und Aufzeichnungen des Herrn K. Weierstraß bearbeitet und herausgegeben von H. A. Schwarz. Art. 54.

In derjenigen Halbebene, durch deren Punkte die Werte der Größe τ geometrisch dargestellt werden, betrachte man die beiden Halbkreise, welche die Strecken $-1 \ldots 0$ und $0 \ldots 1$ zu Durchmessern haben, und die beiden Geraden, welche in den Punkten -1 und 1 auf der Axe des Reellen senkrecht stehen. Diese vier Linien begrenzen ein Kreisbogenviereck, in welchem einerseits die beiden geraden Seiten, andererseits die beiden Halbkreise einander zugeordnet werden sollen, und dessen Fläche durch P_0 bezeichnet werden möge.

Durch die Substitution $(\tau, \tau+2)$ wird die Seite $-1 \ldots i\infty$ in die Seite $+1 \ldots i\infty$, und durch die Substitution $\left(\tau, \frac{\tau}{1+2\tau}\right)$ der Kreisbogen $0 \ldots -1$ in den Kreisbogen $0 \ldots 1$ übergeführt, während die Axe des Reellen bei beiden Substitutionen in sich selbst übergeht. Durch Zusammensetzung entsteht aus diesen beiden Substitutionen eine discontuirliche Gruppe Γ_1, welche alle Substitutionen von der Form

$$\left(\tau, \frac{p'+q'\tau}{p+q\tau}\right)$$

umfaßt, wobei p, q, p', q' vier beliebige nur den Bedingungen

$$pq'-qp' = 1, \quad p \equiv 1, \quad q \equiv 0, \quad p' \equiv 0, \quad q' \equiv 1 \pmod 2$$

unterworfene ganze Zahlen bedeuten.

Je zwei Werte der Größe τ, von denen der eine durch eine Substitution der Gruppe Γ_1 aus dem anderen hervorgeht, sollen als aequivalent bezeichnet werden.

Der Gruppe Γ_1 entspricht eine Teilung des Gebietes der Variabeln τ in unendlich viele Kreisbogenvierecke, welche aus dem Viereck P_0 durch symmetrische Wiederholung in Bezug auf seine vier Seiten und durch fortgesetzte Anwendung dieses Verfahrens auf die neu entstehenden Kreisbogenvierecke hervorgehen.

Die Flächen der an das Viereck P_0 längs seiner vier Seiten anstoßenden Kreisbogenvierecke mögen in irgend einer Reihenfolge durch P_1, P_2, P_3, P_4 bezeichnet werden. Weiter sollen $P_5, P_6, \ldots P_{16}$ die Flächen der zwölf Kreisbogenvierecke bedeuten, welche sich an die Seiten des aus der Zusammenfassung von $P_0, P_1 \ldots P_4$ entstehenden Kreisbogenzwölfecks anlegen, wobei wiederum die Reihenfolge gleichgültig ist, u. s. f.

Die Function

$$k^2 = \frac{\vartheta_2^4(0|\tau)}{\vartheta_3^4(0|\tau)}$$

hat die Eigenschaft, bei allen Substitutionen der Gruppe Γ_1 ungeändert zu bleiben.

Vorausgesetzt, daß man je zwei aequivalente, auf der Begrenzung der Fläche P_0 liegende Werte von τ als nicht von einander verschieden betrachtet, gilt ferner der Satz, daß die Function k^2 für die im Innern und auf der Begrenzung des Vierecks P_0 liegenden Werte von τ jeden reellen oder complexen Wert ein- und auch nur einmal annimmt.

Die Größe $\frac{dk^2}{d\tau}$ wird für endliche nicht reelle Werte der Variabeln τ niemals gleich Null.

Den Werten $i\infty$, -1, 0, 1 der Größe τ entsprechen beziehentlich die Werte 0, ∞, 1, ∞ der Function k^2.

Es ist leicht Reihenentwickelungen anzugeben, durch welche das Verhalten der Function k^2 und ihrer Ableitung in der Nähe der eben erwähnten speciellen Werte der Veränderlichen τ näher charakterisirt wird [1]). Zunächst ergibt sich aus der Definitionsgleichung:

$$k^2 = \frac{\vartheta_2^4(0|\tau)}{\vartheta_3^4(0|\tau)}$$

eine Gleichung von der Form

$$k^2 = 16e^{i\pi\tau}[1+e^{i\pi\tau}.\mathfrak{P}(e^{i\pi\tau})].$$

Dabei bedeutet das Zeichen $\mathfrak{P}(x)$ hier, sowie im Folgenden, jedesmal eine nach Potenzen des Argumentes x mit ganzzahligen positiven Exponenten fortschreitende unendliche Reihe, welche innerhalb eines gewissen Bereiches convergirt. Aus der vorstehenden Gleichung folgt durch Differentiation eine Gleichung von der Form

$$\frac{dk^2}{d\tau} = 16i\pi e^{i\pi\tau}[1+e^{i\pi\tau}.\mathfrak{P}(e^{i\pi\tau})].$$

Zweitens hat man

$$k^2 = \frac{\vartheta_2^4(0|\tau)}{\vartheta_3^4(0|\tau)} = -\frac{\vartheta_2^4(0,\tau+1)}{\vartheta_0^4(0|\tau+1)} = -\frac{\vartheta_0^4\left(0|-\frac{1}{\tau+1}\right)}{\vartheta_2^4\left(0|-\frac{1}{\tau+1}\right)},$$

und hieraus ergibt sich

$$k^2 = -\frac{1}{16}e^{\frac{i\pi}{\tau+1}}+\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau+1}}\right),$$

$$\frac{dk^2}{d\tau} = \frac{1}{16}\cdot\frac{i\pi}{(\tau+1)^2}\cdot\left[e^{\frac{i\pi}{\tau+1}}+\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau+1}}\right)\right].$$

1) Man vergleiche zu dem Nachfolgenden: Formeln und Lehrsätze etc. Art. 35, Nr. 2—4 und Art. 37, Nr. 3.

Drittens ist

$$k^2 = \frac{\vartheta_2^4(0|\tau)}{\vartheta_3^4(0|\tau)} = \frac{\vartheta_0^4\left(0|-\frac{1}{\tau}\right)}{\vartheta_3^4\left(0|-\frac{1}{\tau}\right)} = 1-16e^{-\frac{i\pi}{\tau}}+e^{-\frac{2i\pi}{\tau}}\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau}}\right),$$

$$\frac{dk^2}{d\tau} = -\frac{16i\pi}{\tau^2}e^{-\frac{i\pi}{\tau}}\left[1+e^{-\frac{i\pi}{\tau}}\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau}}\right)\right].$$

Endlich ist viertens

$$k^2 = -\frac{1}{16}e^{\frac{i\pi}{\tau-1}}+\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau-1}}\right),$$

$$\frac{dk^2}{d\tau} = \frac{1}{16}\frac{i\pi}{(\tau-1)^2}\left[e^{\frac{i\pi}{\tau-1}}+\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau-1}}\right)\right],$$

wie sich am einfachsten aus den Gleichungen des zweiten Falles ergibt, indem man τ durch $\tau-2$ ersetzt.

Wie eine nähere Untersuchung zeigt, ist jede der hier vorkommenden Potenzreihen convergent, solange der absolute Betrag ihres Argumentes <1 ist. Daher haben die mitgeteilten Formeln für alle nicht reellen Werte von τ Gültigkeit.

Das Gebiet der complexen Veränderlichen τ möge nun durch eine lineare Substitution auf die Fläche des Kreises abgebildet werden, welcher in der Ebene der complexen Veränderlichen s um den Nullpunkt als Mittelpunkt mit dem Radius 1 beschrieben ist, und welcher fortan kurz der »Hauptkreis« heißen soll. Dabei möge zur Vereinfachung die Forderung gestellt werden, daß dem Wert $\tau = i$ der Mittelpunkt des Hauptkreises, und dem Wert $\tau = \infty$ der Wert $s = -1$ entsprechen soll. Dann wird die Abbildung durch folgende Gleichungen vermittelt:

$$s = \frac{-\tau+i}{\tau+i}; \qquad \tau = i\cdot\frac{1-s}{1+s}.$$

Der Fläche P_0 entspricht im Gebiet der Variabeln s die Fläche R_0 desjenigen Kreisbogenvierecks, welches die Punkte -1, $-i$, 1, i zu Ecken hat, und von denjenigen vier im Innern des Hauptkreises liegenden Kreisbogen begrenzt wird, welche je zwei benachbarte dieser Punkte mit einander verbinden, und auf der Peripherie des Hauptkreises senkrecht stehen. Der Teilung des Gebietes der Variabeln τ entspricht eine Teilung der Fläche des Hauptkreises in Kreisbogenvierecke, welche sämmtlich aus dem Viereck R_0 durch das Verfahren der fortgesetzten symmetrischen Wiederholung hervorgehen. Die Flächen dieser Vierecke, welche den Flächen P_1, P_2, P_3...

entsprechen, und das Viereck R_0 allseitig umgebend einen immer größer werdenden Teil der Kreisfläche erfüllen, mögen der Reihe nach durch $R_1, R_2, R_3 \ldots$ bezeichnet werden.

Weiter entspricht der Gruppe Γ_1 eine transformirte Gruppe G_1 mit den beiden erzeugenden Substitutionen

$$\left(\frac{1}{s+1}, \frac{1}{s+1}-i\right) \text{ und } \left(\frac{1}{s-1}, \frac{1}{s-1}+i\right).$$

Diejenige Substitution dieser Gruppe, welche die Fläche R_0 in die Fläche R_λ überführt sei

$$\left(s, \frac{\alpha_\lambda s+\beta_\lambda}{\gamma_\lambda s+\delta_\lambda} = \varphi_\lambda(s)\right),$$

wobei die vier Coefficienten $\alpha_\lambda, \beta_\lambda, \gamma_\lambda, \delta_\lambda$ der Bedingung $\alpha_\lambda\delta_\lambda-\beta_\lambda\gamma_\lambda=1$ unterworfen sein sollen. (Die Bezeichnung ist so zu verstehen, daß $s' = \varphi_\lambda(s)$ in R_λ liegt, sobald s in R_0 gelegen ist.) Je zwei Werte von s sollen aequivalent heißen, sobald der eine von ihnen durch eine Substitution der Gruppe G_1 aus dem andern hervorgeht.

Die Größe k^2 verwandelt sich in eine Function von s, welche durch $\psi(s)$ bezeichnet werden soll, und deren Verhalten in der Nähe der Eckpunkte des Vierecks R_0 durch folgende Reihenentwicklungen charakterisirt wird.

$$\psi(s) = 16e^{\pi}.e^{-\frac{2\pi}{s+1}}\left[1+e^{-\frac{2\pi}{s+1}}\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{2\pi}{s+1}}\right)\right],$$
$$\psi'(s) = \frac{32\pi e^{\pi}}{(s+1)^2}\cdot e^{-\frac{2\pi}{s+1}}\left[1+e^{-\frac{2\pi}{s+1}}\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{2\pi}{s+1}}\right)\right].$$

$$\psi(s) = -\frac{i}{16}e^{-\frac{\pi}{2}}.e^{\frac{i\pi}{s+i}}+\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{s+i}}\right),$$
$$\psi'(s) = -\frac{\pi}{16}\frac{e^{-\frac{\pi}{2}}}{(s+i)^2}\left[e^{\frac{i\pi}{s+i}}+\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{s+i}}\right)\right].$$

$$\psi(s) = 1-16e^{\pi}.e^{\frac{2\pi}{s-1}}+e^{\frac{4\pi}{s-1}}\mathfrak{P}\left(e^{\frac{2\pi}{s-1}}\right),$$
$$\psi'(s) = \frac{32\pi e^{\pi}}{(s-1)^2}\cdot e^{\frac{2\pi}{s-1}}\left[1+e^{\frac{2\pi}{s-1}}\mathfrak{P}\left(e^{\frac{2\pi}{s-1}}\right)\right].$$

$$\psi(s) = \frac{i}{16}e^{-\frac{\pi}{2}}.e^{-\frac{i\pi}{s-i}}+\mathfrak{P}\left(e^{\frac{i\pi}{s-i}}\right),$$
$$\psi'(s) = -\frac{\pi}{16}\frac{e^{-\frac{\pi}{2}}}{(s-i)^2}\left[e^{-\frac{i\pi}{s-i}}+\mathfrak{P}\left(e^{\frac{i\pi}{s-i}}\right)\right].$$

Bei den Substitutionen der Gruppe G_1 bleibt die Function $\psi(z)$ ungeändert.

Die Function $\psi'(z)$ wird im Innern des Hauptkreises nirgends gleich Null.

II.

Hülfssätze aus der Theorie der »Fonctions Fuchsiennes«.

Der Abhandlung des Herrn H. Poincaré »Mémoire sur les fonctions Fuchsiennes«[1]) mögen die folgenden Resultate entnommen werden, welche sich sämmtlich durch Specialisirung der auf den ersten 23 Seiten jener Abhandlung bewiesenen allgemeinen Lehrsätze ergeben:

Bezeichnet man durch $H(z)$ irgend eine rationale Function von z, welche für keinen auf der Peripherie des Hauptkreises liegenden Punkt unendlich wird, und mit m irgend eine ganze positive Zahl $\geqq 2$, so ist die unendliche Reihe

$$\sum_{\lambda=0}^{\infty} H\left(\frac{\alpha_\lambda z+\beta_\lambda}{\gamma_\lambda z+\delta_\lambda}\right)\cdot\frac{1}{(\gamma_\lambda z+\delta_\lambda)^{2m}} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} H[\varphi_\lambda(z)]\cdot[\varphi_\lambda'(z)]^m$$

für jeden im Innern des Hauptkreises liegenden Wert von z convergent, mit alleiniger Ausnahme derjenigen, welche mit einer Unendlichkeits-Stelle der Function $H(z)$ zusammenfallen, oder einer solchen aequivalent sind. Die Summe dieser unendlichen Reihe stellt eine analytische Function $\Theta(z)$ des Argumentes z dar, welche im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer rationalen Function besitzt.

Versteht man unter $[z, \varphi(z)]$ irgend eine Substitution der Gruppe G_1, so besteht jedesmal die Gleichung

$$\Theta[\varphi(z)] = \Theta(z)\cdot[\varphi'(z)]^{-m}.$$

Wenn die Veränderliche z längs eines Radius des Hauptkreises einer der Ecken des Kreisbogenvierecks R_0 unendlich nahe rückt, so wird die Function $\Theta(z)$ jedesmal unendlich klein. Denkt man sich mit einem hinlänglich kleinen Radius im Innern des Hauptkreises vier kleinere Kreise beschrieben, welche die Peripherie des Hauptkreises beziehentlich in den Punkten -1, $-i$, 1, i berühren, so kann die Function $\Theta(z)$ für das Innere dieser Kreise durch convergente unendliche Reihen dargestellt werden, welche beziehentlich folgende Formen haben.

1) Acta Mathematica, Bd. 1. p. 193—294.

$$\vartheta(z) = \frac{1}{(z+1)^{2m}} \cdot e^{-\frac{2\pi}{z+1}} \cdot \mathfrak{P}\left(e^{-\frac{2\pi}{z+1}}\right),$$

$$\vartheta(z) = \frac{1}{(z+i)^{2m}} \cdot e^{-\frac{i\pi}{z+i}} \cdot \mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{z+i}}\right),$$

$$\vartheta(z) = \frac{1}{(z-1)^{2m}} \cdot e^{\frac{2\pi}{z-1}} \cdot \mathfrak{P}\left(e^{\frac{2\pi}{z-1}}\right),$$

$$\vartheta(z) = \frac{1}{(z-i)^{2m}} \cdot e^{\frac{i\pi}{z-i}} \cdot \mathfrak{P}\left(e^{\frac{i\pi}{z-i}}\right).$$

Für die weiteren Entwickelungen ist noch der folgende Satz erforderlich, welcher sich aus bekannten Sätzen der Functionentheorie ohne Schwierigkeit ergiebt:

Wenn eine Function $F(z)$ im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer rationalen Function besitzt, wenn sie ferner bei allen Substitutionen der Gruppe G_1 ungeändert bleibt und endlich die Eigenschaft hat, daß drei ganze positive Zahlen k_1, k_2, k_3 angegeben werden können, so beschafffen, daß die Producte

$$e^{-k_1 \cdot \frac{2\pi}{z+1}} \cdot F(z); \qquad e^{-k_2 \cdot \frac{i\pi}{z+i}} \cdot F(z); \qquad e^{k_3 \cdot \frac{2\pi}{z-1}} \cdot F(z)$$

endlich bleiben, wenn die Variabele z sich beziehentlich den Punkten -1, $-i$, 1 in radialer Richtung unbegrenzt annähert, so ist die Function $F(z)$ eine rationale Function von $\psi(z)$.

(Der vierte Eckpunkt i ist dem zweiten $-i$ aequivalent, so daß für ihn keine besondere Bedingung aufgestellt zu werden braucht).

III.

Erweiterung eines Satzes des Herrn Poincaré.

Die Sätze des Herrn Poincaré, auf welche oben hingewiesen wurde, sind einer Erweiterung fähig, die für das Nachfolgende Interesse hat. Die Einschränkung nämlich, welche bei Herrn Poincaré durchgängig festgehalten wird, daß die rationale Function $H(z)$ auf der Peripherie des Hauptkreises nirgends unendlich werden soll, kann unter Umständen aufgehoben werden. In der That kann man — unter Beibehaltung der von Herrn Poincaré angewendeten Bezeichnungen — den nachfolgenden Satz aufstellen und begründen.

Wenn das ins Auge gefaßte Fundamentalpolygon

Ecken der zweiten Categorie enthält (d. h. Spitzen, welche auf der Peripherie des Hauptkreises liegen), so ist die Reihe

$$(A.)\quad \sum_{(\nu)} H\left(\frac{\alpha_\nu z+\beta_\nu}{\gamma_\nu z+\delta_\nu}\right)\cdot(\gamma_\nu z+\delta_\nu)^{-2m} = \sum_{(\nu)} H[f_\nu(z)]\cdot\left[\frac{df_\nu(z)}{dz}\right]^m$$

im Innern des Hauptkreises auch dann noch convergent, wenn eine oder mehrere der Unendlichkeits-Stellen der rationalen Function $H(z)$ auf der Peripherie des Hauptkreises liegen, vorausgesetzt, daß diese Stellen mit Spitzen des Polygonnetzes zusammenfallen, und daß die Ordnung des Unendlichwerdens der Function $H(z)$ für keine von ihnen die Zahl $2m-2$ übersteigt.

Beweis: Man nehme zunächst an, daß eine Ecke des Fundamentalpolygons mit dem Punkt -1 zusammenfällt, und setze an Stelle von $H(z)$ die specielle Function $\frac{1}{(1+z)^n}$, wo n eine ganze positive Zahl bedeuten soll. Dann läßt sich zeigen, daß die unendliche Reihe

$$(B.)\qquad \sum_{(\nu)} \frac{1}{[1+f_\nu(z)]^n}\cdot\left[\frac{df_\nu(z)}{dz}\right]^m$$

für $n\leqq 2m-2$ im Innern des Hauptkreises convergirt, obwohl die Function $H(z)=\frac{1}{(1+z)^n}$ an der Stelle $z=-1$, also für einen Punkt der Peripherie des Hauptkreises, unendlich wird.

In der That, unter der gemachten Voraussetzung enthält die ins Auge gefaßte Gruppe unendlich viele parabolische Substitutionen mit dem Fundamentalpunkt -1, u. z. bestehen diese letzteren aus den auf einander folgenden Potenzen einer Substitution von der Form

$$\left(\frac{1}{1+z},\ \frac{1}{1+z}-\frac{i}{2}c\right),$$

wo c eine reelle positive Constante bedeutet, so beschaffen, daß eine zweite Substitution von der nämlichen Form, in welcher an Stelle von c eine kleinere positive Constante vorkäme, in der Gruppe nicht enthalten ist.

Man setze nun

$$\tau = i\frac{1-z}{1+z},$$

woraus umgekehrt

$$z = \frac{-\tau+i}{\tau+i}$$

folgt, und analog

$$\varphi_\nu(\tau) = i\frac{1-f_\nu(z)}{1+f_\nu(z)} = i\,\frac{1-f_\nu\left(\frac{-\tau+i}{\tau+i}\right)}{1+f_\nu\left(\frac{-\tau+i}{\tau+i}\right)},$$

also umgekehrt

$$f_\nu(z) = \frac{-\varphi_\nu(\tau)+i}{\varphi_\nu(\tau)+i}.$$

Dann wird

$$\frac{1}{1+f_\nu(z)} = \frac{\varphi_\nu(\tau)+i}{2i}$$

und

$$\frac{df_\nu(z)}{dz} = \frac{d\left(\frac{-\varphi_\nu(\tau)+i}{\varphi_\nu(\tau)+i}\right)}{d\varphi_\nu(\tau)} \cdot \frac{d\varphi_\nu(\tau)}{d\tau} \cdot \frac{1}{\frac{dz}{d\tau}}$$

$$= (\tau+i)^2 \cdot [\varphi_\nu(\tau)+i]^{-2} \cdot \frac{d\varphi_\nu(\tau)}{d\tau},$$

also

$$\frac{1}{[1+f_\nu(z)]^n} \cdot \left[\frac{df_\nu(z)}{dz}\right]^m = \frac{(\tau+i)^{2m}}{(2i)^n} \cdot [\varphi_\nu(\tau)+i]^{-(2m-n)} \cdot \left[\frac{d\varphi_\nu(\tau)}{d\tau}\right]^m.$$

Der Transformation $\left(\frac{1}{1+z}, \frac{1}{1+z} - \frac{i}{2}c\right)$ der Variabeln z entspricht die Transformation $(\tau, \tau+c)$ der Größe τ, und dem Fundamentalpolygon in der Ebene der Veränderlichen z entspricht im Gebiet der Veränderlichen τ ein Polygon, zu dessen Begrenzung zwei parallele Gerade g_1, g_2 gehören, die auf der Axe des Reellen senkrecht stehen, und den Abstand c von einander haben. Diese beiden Geraden denke man sich bis zur Axe des Reellen verlängert, und bezeichne darauf diejenigen dem Werte τ aequivalenten Werte, welche zwischen jenen Geraden, oder auf der Geraden g_1 gelegen sind, in irgend einer Reihenfolge durch $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \tau_3 \ldots$.

Dann ist die Gesammtheit der Werte $\varphi_\nu(\tau)$ $(\nu = 0, 1, 2 \ldots \infty)$ identisch mit der Gesammtheit der Werte

$$\tau_\lambda + k.c \quad (\lambda = 0, 1, 2 \ldots \infty;\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm\infty),$$

und daher die Gesammtheit der Größen

$$\frac{1}{[1+f_\nu(z)]^n} \cdot \left[\frac{df_\nu(z)}{dz}\right]^m$$

identisch mit der Gesammtheit der Größen

$$\frac{(\tau+i)^{2m}}{(2i)^n}\cdot(\tau_\lambda+kc+i)^{-(2m-n)}\cdot\left(\frac{d\tau_\lambda}{d\tau}\right)^n.$$

Ist nun $n\leqq 2m-2$, also $2m-n\geqq 2$, so ist die Summe

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}(\tau_\lambda+kc+i)^{-(2m-n)}$$

unbedingt convergent, und für jeden Wert von λ dem absoluten Betrage nach kleiner, als eine endliche Constante M.

Ferner ergibt sich die unbedingte Convergenz der Reihe

$$\sum_{\lambda=0}^{\infty}\left(\frac{d\tau_\lambda}{d\tau}\right)^n$$

nach genau denselben Principien, welche Herr Poincaré auf p. 194—197 der cit. Abhandlung angewendet hat.

Hieraus folgt ohne Weiteres, daß auch die Reihe (B) unbedingt convergirt, w. z. b. w.

Die Richtigkeit des vorher ausgesprochenen Satzes ergibt sich nunmehr folgendermaßen: Man denke sich die Function $H(\varepsilon)$ in Partialbrüche zerlegt und demgemäß die Reihe (A) in eine Summe ähnlich gebildeter Reihen aufgelöst, welche den einzelnen Partialbrüchen entsprechen. Dann liefern diejenigen Partialbrüche, welche auf der Peripherie des Hauptkreises nicht unendlich groß werden, unendliche Reihen, deren Convergenz von vorn herein feststeht. Und jedem der übrigen Partialbrüche entspricht eine Reihe, welche dadurch auf eine Reihe von der Form (B) reducirt werden kann, daß man an Stelle von ε durch eine Gleichung von der Form $\varepsilon=e^{i\varphi}.\zeta$, wo φ eine reelle Constante bedeutet, eine neue Variabele ζ einführt. Diese letzteren Reihen sind daher ebenfalls convergent, und somit gilt dasselbe auch von der Reihe (A).

Zur Durchführung des eben erbrachten Beweises war es erforderlich, die Fläche des Hauptkreises im Gebiet der Größe ε auf das durch eine Halbebene dargestellte Gebiet der Veränderlichen τ abzubilden, und die vorkommenden von ε abhängenden Ausdrücke in Functionen von τ überzuführen. Unter Anwendung des nämlichen Verfahrens kann man durch geringe Abänderungen der vorhergehenden Betrachtungen einen später anzuwendenden Satz beweisen, der im Nachfolgenden auseinandergesetzt werden soll:

Man nehme an, daß das ins Auge gefaßte Fundamentalpolygon Spitzen enthält, welche auf der Peripherie des Hauptkreises liegen, und bezeichne durch u eine constante Zahl, welche einer solchen

Spitze entspricht. Den zugehörigen Punkt denke man sich mit dem Mittelpunkt des Hauptkreises durch einen Radius R verbunden, und verstehe darauf unter v eine Veränderliche, welche jeden auf diesem Radius liegenden Wert annehmen und insbesondere auch mit dem Werte u selbst zusammenfallen kann. Nun fasse man die folgende Reihe ins Auge:

$$\text{(C.)} \qquad \sum_{\nu} \frac{1}{[-v+f_\nu(s)]^n} \cdot \left[\frac{df_\nu(s)}{ds}\right]^n,$$

in welcher die ganze positive Zahl $n \leqq 2m-2$ sein soll. Hier denke man sich an Stelle von s irgend einen constanten, im Innern des Hauptkreises liegenden Wert eingesetzt, welcher nicht auf dem Radius R gelegen und auch keinem auf diesem Radius liegenden Werte aequivalent ist. Dann sind die einzelnen Glieder der Reihe (C) Functionen der Veränderlichen v, und es gilt nun folgender Satz

Die Reihe (C) ist für alle auf dem Radius R liegenden Werte der Veränderlichen v, den Endpunkt u eingeschlossen, in gleichem Grade convergent.

Auf diesem Satze beruht die Möglichkeit, die bestimmten Integrale einiger später vorkommenden ähnlichen Reihen durch Integration der einzelnen Glieder zu berechnen, und deswegen schien es zweckmäßig, denselben hier zu erörtern.

IV.

Darstellung elliptischer Modulfunctionen, welche sich durch die Größe k^2 rational ausdrücken lassen, durch unendliche Producte.

Man kehre nun wieder zur Anwendung der im Abschnitt I. erklärten Bezeichnungen G_1, $\psi(s)$ u. s. w. zurück, und denke sich im Innern des Hauptkreises zwei specielle Werte r, s der Variabeln s gegeben. Es soll vorausgesetzt werden, daß diese Werte von einander verschieden und auch nicht aequivalent sind. Dann wird die Function

$$F(s) = \frac{\psi(s)-\psi(r)}{\psi(s)-\psi(s)}$$

für jeden der Werte $\varphi_\lambda(r)$ unendlich klein und für jeden der Werte $\varphi_\lambda(s)$ unendlich groß, u. z. jedesmal von der ersten Ordnung, und hat zugleich keine anderen Null- und Unendlichkeits-Stellen, als die hier angegebenen. Daher kann man die Aufgabe stellen,

die Darstellung der Function $F(z)$ in der in der Einleitung angegebenen Form des Quotienten zweier unendlichen Producte wirklich auszuführen.

Diese Aufgabe ist im Wesentlichen identisch mit der anderen:

Eine Entwickelung der Function

$$\frac{d \log F(z)}{dz} = \frac{F'(z)}{F(z)}$$

in eine convergente unendliche Reihe herzustellen, welche der Zerlegung einer rationalen Function in Partialbrüche entspricht, in der Weise, daß einerseits die Null- und Unendlichkeits-Stellen der Function $F(z)$, andererseits die einzelnen Glieder der Reihe einander gegenseitig eindeutig zugeordnet sind, und daß jedes Glied der Reihe an der ihm zugeordneten Stelle von der ersten Ordnung unendlich groß wird, aber sonst im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer ganzen Function besitzt.

Die Mittel zur Herstellung einer solchen Entwickelung sind in der cit. Abhandlung des Herrn Poincaré »Mémoire sur les fonctions Fuchsiennes« enthalten.

Die beiden Arten von Functionen nämlich, welche in dieser Abhandlung durch die Zeichen $\Theta(z)$ (p. 207) und $\Lambda(z)$ (p. 238) bezeichnet sind, können beide in unendliche Reihen entwickelt werden, welche ähnliche Eigenschaften, wie die soeben geforderten besitzen. Allerdings ist es, wie man leicht zeigen kann, nicht möglich, einfach eine Function $\Theta(z)$, oder eine Function $\Lambda(z)$ mit dem Quotienten $\frac{F'(z)}{F(z)}$ in Uebereinstimmung zu bringen. Dagegen findet sich, daß der Quotient $\frac{F'(z)}{F(z)}$ auf unendlich viele verschiedene Weisen in der Gestalt eines Productes von der Form $\Theta(z).\Lambda(z)$ dargestellt werden kann. Dabei ist es — ebenfalls auf unendlich viele verschiedene Weisen — möglich, die Function $\Theta(z)$ so zu bestimmen, daß sie im Innern des Hauptkreises nirgends unendlich wird. Ist dies erreicht, so kann man durch Entwickelung der Function $\Lambda(z)$ eine Reihenentwickelung des Quotienten $\frac{F'(z)}{F(z)}$ gewinnen, welche die gestellten Anforderungen befriedigt.

Dies Verfahren läßt sich auf allgemeinere Fälle ausdehnen.

Wenn man, um möglichst große Einfachheit zu erreichen, verlangt, daß der »Grad«[1]) der Function $\Theta(z)$ so niedrig als möglich

1) Die Erklärung dieses Begriffes findet sich in der Abhandlung des Herrn Poincaré, Mémoire sur les Fonctions Fuchsiennes, Acta Mathematica, Bd. I, p. 227.

sei, so führen die eben auseinandergesetzten Ueberlegungen, auf den vorliegenden speciellen Fall angewendet, zu folgenden Resultaten:

Man setze zur Abkürzung

$$(1.) \qquad \frac{[\psi'(z)]^2}{[\psi(z)]^2 \cdot [\psi(z)-1]^2} = T(z)$$

und

$$(2.) \quad \frac{[\psi(z)]^2 \cdot [\psi(z)-1]^2 \cdot [\psi(r)-\psi(s)]}{[\psi'(z)]^2 \cdot [\psi(z)-\psi(r)] \cdot [\psi(z)-\psi(s)]} = L(z).$$

Dann wird

$$\frac{F'(z)}{F(z)} = \frac{\psi'(z)}{\psi(z)-\psi(r)} - \frac{\psi'(z)}{\psi(z)-\psi(s)} = \frac{[\psi(r)-\psi(s)] \cdot \psi'(z)}{[\psi(z)-\psi(r)] \cdot [\psi(z)-\psi(s)]}$$

$$(3.) \quad = T(z) \cdot L(z).$$

Dabei kommen den Functionen $T(z)$ und $L(z)$ die folgenden Grundeigenschaften zu:

1) Die Function $T(z)$ wird im Innern des Hauptkreises nirgends unendlich groß, sondern hat überall den Charakter einer ganzen Function. Wenn $[z, \varphi(z)]$ irgend eine Substitution der Gruppe G_1 bezeichnet, so besteht die Gleichung

$$(4.) \qquad T[\varphi(z)] = T(z) \cdot [\varphi'(z)]^{-2}.$$

Und wenn die Variabele z irgend einer der Spitzen des Polygonnetzes in radialer Richtung unbegrenzt nahe rückt, so wird die Function $T(z)$ jedesmal unendlich klein.

2) Die Function $L(z)$ kann in eine convergente unendliche Reihe entwickelt werden, deren Glieder dieselbe Form haben, wie die Glieder der Entwickelung einer rationalen Function in Partialbrüche. Es besteht nämlich die Gleichung [1])

$$(5.) \qquad L(z) = \frac{1}{T(r)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(r)]^2}{z-\varphi_\lambda(r)} - \frac{1}{T(s)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(s)]^2}{z-\varphi_\lambda(s)}.$$

Um sich von der Gültigkeit dieser Formel zu überzeugen, betrachte man für einen Augenblick den Wert z als constant und die Größe r als veränderlich. Dann haben die einzelnen Glieder der Reihe $\sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(r)]^2}{z-\varphi_\lambda(r)}$ als Functionen von r dieselbe Form, wie die Glieder der oben durch $\Theta(z)$ bezeichneten Summe als Functionen von z.

---

1) Diese Gleichung ergibt sich auch durch Specialisirung aus einer allgemeineren Formel des Herrn Poincaré, Mémoire sur les fonctions Fuchsiennes, Acta Math. I, p. 239, Nr. 8.

Daher ist die hier betrachtete Reihe convergent für jeden im Innern des Hauptkreises liegenden Wert von r, der weder mit dem Werte s, noch mit einem aequivalenten Werte zusammenfällt, und stellt eine analytische Function des Argumentes r dar, welche für den Augenblick durch $\vartheta(r)$ bezeichnet werden möge. Diese Function erfüllt die Gleichung

$$\vartheta[\varphi(r)] = \vartheta(r).[\varphi'(r)]^{-s},$$

wo $\varphi(r)$ irgend eine der Functionen $\varphi_0(r)$, $\varphi_1(r)$, $\varphi_2(r)$ . . . bezeichnet. Im Innern des Hauptkreises wird die Function $\vartheta(r)$ an der Stelle s und an jeder aequivalenten Stelle, aber auch nur an diesen unendlich groß, u. z. jedesmal von der ersten Ordnung, und in der Nähe der Ecken des Kreisbogenvierecks R_0 wird ihr Verhalten durch Reihenentwickelungen charakterisirt, welche aus den entsprechenden für die Function $\Theta(s)$ aufgestellten Entwickelungen hervorgehen, indem man die Zeichen Θ, s, m beziehentlich durch ϑ, r, 3 ersetzt.

Nun betrachte man den Quotienten $\dfrac{\vartheta(r)}{[\phi'(r)]^s}$.

Derselbe bleibt bei allen Substitutionen der Gruppe G_1 ungeändert, besitzt im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer rationalen Function, und hat schließlich die Eigenschaft, daß die Größen.

$$e^{-s.\frac{2\pi}{r+1}}.\frac{\vartheta(r)}{[\phi'(r)]^s};\quad \frac{\vartheta(r)}{[\phi'(r)]^s};\quad e^{s.\frac{2\pi}{r-1}}.\frac{\vartheta(r)}{[\phi'(r)]^s}$$

endlich bleiben, wenn die Veränderliche r sich beziehentlich den Punkten -1, $-i$, 1 in radialer Richtung unbegrenzt annähert. Daher ist jener Quotient eine rationale Function von $\phi(r)$. Diese letztere wird unendlich groß

für $\phi(r) = 0$ höchstens von der zweiten Ordnung,
für $\phi(r) = 1$ » » » » »
für $\phi(r) = \phi(s)$ von der ersten Ordnung.

Ferner wird der Quotient $\dfrac{\vartheta(r)}{[\phi'(r)]^s}$ für $\phi(r) = \infty$ unendlich klein, u. z. mindestens von der vierten Ordnung, und hat daher als Function von $\phi(r)$ notwendig folgende Form:

$$\frac{\vartheta(r)}{[\phi'(r)]^s} = \frac{A + B.\phi(r)}{[\phi(r)]^s.[\phi(r)-1]^s.[\phi(r)-\phi(s)]},$$

wo A und B zwei nicht näher bekannte, von r unabhängige Größen bedeuten, welche indessen möglicherweise Functionen von s sein können. Hieraus folgt:

$$\frac{1}{T(r)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(r)]^2}{\varepsilon - \varphi_\lambda(r)} = \frac{\vartheta(r)}{T(r)} = \frac{A + B\phi(r)}{\phi(r) - \phi(\varepsilon)},$$

und, indem man r mit s vertauscht,

$$\frac{1}{T(s)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(s)]^2}{\varepsilon - \varphi_\lambda(s)} = \frac{\vartheta(s)}{T(s)} = \frac{A + B\phi(s)}{\phi(s) - \phi(\varepsilon)}.$$

Durch Subtraction erhält man

$$\frac{1}{T(r)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(r)]^2}{\varepsilon - \varphi_\lambda(r)} - \frac{1}{T(s)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(s)]^2}{\varepsilon - \varphi_\lambda(s)} = \frac{[\phi(s) - \phi(r)] \cdot [A + B\phi(\varepsilon)]}{[\phi(r) - \phi(\varepsilon)] \cdot [\phi(s) - \phi(\varepsilon)]}.$$

Wenn man nun hier $r = \varepsilon + \zeta$ setzt, beiderseits nach Potenzen von ζ entwickelt, und die Coefficienten von $\frac{1}{\zeta}$ vergleicht, so erhält man

$$-\frac{1}{T(\varepsilon)} = \frac{A + B\phi(\varepsilon)}{\phi'(\varepsilon)},$$

oder

$$A + B\phi(\varepsilon) = -\frac{[\phi(\varepsilon)]^2 \cdot [\phi(\varepsilon) - 1]^2}{[\phi'(\varepsilon)]^2}.$$

Setzt man diesen Wert in die vorhergehende Gleichung ein, so erhält man schließlich

$$\frac{1}{T(r)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(r)]^2}{\varepsilon - \varphi_\lambda(r)} - \frac{1}{T(s)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(s)]^2}{\varepsilon - \varphi_\lambda(s)} = \frac{[\phi(r) - \phi(s)] \cdot [\phi(\varepsilon)]^2 \cdot [\phi(\varepsilon) - 1]^2}{[\phi'(\varepsilon)]^2 \cdot [\phi(\varepsilon) - \phi(r)] \cdot [\phi(\varepsilon) - \phi(s)]} = L(\varepsilon).$$

Indem man beide Seiten der Gleichung (5) mit $T(\varepsilon)$ multiplicirt, erhält man unter Berücksichtigung der Gleichung (3)

$$(6.) \quad \frac{F'(\varepsilon)}{F(\varepsilon)} = \frac{1}{T(r)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{T(\varepsilon) \cdot [\varphi_\lambda'(r)]^2}{\varepsilon - \varphi_\lambda(r)} - \frac{1}{T(s)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{T(\varepsilon) \cdot [\varphi_\lambda'(s)]^2}{\varepsilon - \varphi_\lambda(s)},$$

und hieraus unter Berücksichtigung der Gleichung (4)

$$\frac{F'(\varepsilon)}{F(\varepsilon)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{T(\varepsilon)}{T[\varphi_\lambda(r)] \cdot [\varepsilon - \varphi_\lambda(r)]} - \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{T(\varepsilon)}{T[\varphi_\lambda(s)] \cdot [\varepsilon - \varphi_\lambda(s)]},$$

oder

$$(7.) \quad \frac{F'(\varepsilon)}{F(\varepsilon)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\varepsilon - \varphi_\lambda(r)} + \frac{T(\varepsilon) - T[\varphi_\lambda(r)]}{T[\varphi_\lambda(r)] \cdot [\varepsilon - \varphi_\lambda(r)]} \right\} - \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\varepsilon - \varphi_\lambda(s)} + \frac{T(\varepsilon) - T[\varphi_\lambda(s)]}{T[\varphi_\lambda(s)] \cdot [\varepsilon - \varphi_\lambda(s)]} \right\}.$$

Hier ist nun jede der beiden vorkommenden unendlichen Reihen unbedingt convergent, u. z. nicht nur, wenn z im Innern des Hauptkreises gelegen ist, sondern selbst dann noch, wenn z mit einer der Spitzen des Polygonnetzes zusammenfällt. Außerdem bleibt die Convergenz, wie sich am einfachsten aus Gleichung (6) ergibt, eine gleichmäßige, wenn z von einer im Innern des Hauptkreises liegenden Stelle ausgehend stetig und zuletzt in radialer Richtung einer der Spitzen des Polygonnetzes unbegrenzt nahe rückt, und schließlich mit der Spitze selbst zusammenfällt. (Vgl. die im Abschnitt III. besprochene Erweiterung der Sätze des Herrn Poincaré.)

Ferner hat in der ersten Reihe der zu dem Bruche $\frac{1}{z-\varphi_\lambda(r)}$ hinzutretende, die Convergenz bewirkende Summand $\frac{T(z)-T[\varphi_\lambda(r)]}{T[\varphi_\lambda(r)].[z-\varphi_\lambda(r)]}$ die Eigenschaft, im Innern des Hauptkreises nirgends unendlich zu werden, und sogar dann noch endlich zu bleiben, wenn die Variabele z irgend einer der Spitzen des Polygonnetzes in radialer Richtung unbegrenzt nahe rückt. Gleiches gilt von dem entsprechenden Gliede in der zweiten Reihe, und daher ist durch die Formel (7) die verlangte, der Auflösung einer rationalen Function in Partialbrüche entsprechende Darstellung der Function $\frac{F'(z)}{F(z)}$ durch eine convergente unendliche Reihe von der zu Anfang dieses Abschnittes angegebenen Beschaffenheit wirklich geleistet.

Aus Gleichung (7) erhält man durch Integration zwischen den Grenzen i und z und durch Uebergang von den Logarithmen zu den Zahlen die folgende Productentwickelung:

$$(8.)\qquad \frac{\phi(z)-\phi(r)}{\phi(z)-\phi(s)} = \frac{\prod_{\lambda=0}^{\infty} \frac{z-\varphi_\lambda(r)}{i-\varphi_\lambda(r)} \cdot e^{h_\lambda(z|r)}}{\prod_{\lambda=0}^{\infty} \frac{z-\varphi_\lambda(s)}{i-\varphi_\lambda(s)} \cdot e^{h_\lambda(z|s)}},$$

wobei zur Abkürzung

$$\frac{1}{T[\varphi_\lambda(r)]} \cdot \int_i^z \frac{T(z)-T[\varphi_\lambda(r)]}{z-\varphi_\lambda(r)}\, dz = h_\lambda(z|r)$$

gesetzt wurde, während $h_\lambda(z|s)$ durch eine analoge Gleichung erklärt wird, welche entsteht, indem man den Buchstaben r durch den Buchstaben s ersetzt.

In Gleichung (7) kann an Stelle der Veränderlichen z wieder die Veränderliche τ eingeführt werden.

Bezeichnet man diejenigen Werte der Größe τ, welche den Werten $\varphi_0(r)$, $\varphi_1(r)$, $\varphi_2(r)$ . . . und $\varphi_0(s)$, $\varphi_1(s)$, $\varphi_2(s)$ . . . der Größe s entsprechen, beziehentlich durch ρ_0, ρ_1, ρ_2 . . . und σ_0, σ_1, σ_2 . . ., wobei die Größen ρ_0 und σ_0 beziehentlich mit ρ und σ selbst übereinstimmen, und setzt man zur Abkürzung

$$k^2 = \theta(\tau)$$

und

$$\frac{(\tau+i)^5 \cdot \left(\frac{dk^2}{d\tau}\right)^3}{k^4(k^2-1)^3} = \frac{(\tau+i)^5 \cdot [\theta'(\tau)]^3}{[\theta(\tau)]^3 \cdot [\theta(\tau)-1]^3} = U(\tau),$$

so hat man die Gleichungen

$$\begin{aligned}
\phi(s) &= \theta(\tau) \\
\phi'(s) &= \frac{i}{2} \cdot (\tau+i)^2 \cdot \theta'(\tau), \\
T(s) &= -\frac{i}{8}(\tau+i) \cdot U(\tau), \\
T[\varphi_\lambda(r)] &= -\frac{i}{8}(\rho_\lambda+i) \cdot U(\rho_\lambda), \\
\frac{1}{s-\varphi_\lambda(r)} &= \frac{i}{2} \cdot \frac{(\tau+i)(\rho_\lambda+i)}{\tau-\rho_\lambda} = \frac{i}{2}(\tau+i)^2 \cdot \left(\frac{1}{\tau-\rho_\lambda} - \frac{1}{\tau+i}\right), \\
\frac{d \log F(s)}{ds} &= \frac{i}{2}(\tau+i)^2 \cdot \frac{d}{d\tau} \log \frac{\theta(\tau)-\theta(\rho)}{\theta(\tau)-\theta(\sigma)}.
\end{aligned}$$

Mit Hülfe dieser Gleichungen ergibt sich aus Gleichung (7) nach kurzer Zwischenrechnung

$$\begin{aligned}
(9.) \qquad \frac{d}{d\tau} \log \frac{\theta(\tau)-\theta(\rho)}{\theta(\tau)-\theta(\sigma)} &= \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left[\frac{1}{\tau-\rho_\lambda} + \frac{U(\tau)-U(\rho_\lambda)}{U(\rho_\lambda)(\tau-\rho_\lambda)}\right] \\
&\quad - \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left[\frac{1}{\tau-\sigma_\lambda} + \frac{U(\tau)-U(\sigma_\lambda)}{U(\sigma_\lambda)(\tau-\sigma_\lambda)}\right],
\end{aligned}$$

und hieraus

$$(10.) \qquad \frac{\theta(\tau)-\theta(\rho)}{\theta(\tau)-\theta(\sigma)} = \frac{\prod_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\tau-\rho_\lambda}{1-\rho_\lambda} e^{\frac{1}{U(\rho_\lambda)} \cdot \int_1^\tau \frac{U(\tau)-U(\rho_\lambda)}{\tau-\rho_\lambda} d\tau}}{\prod_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\tau-\sigma_\lambda}{1-\sigma_\lambda} e^{\frac{1}{U(\sigma_\lambda)} \cdot \int_1^\tau \frac{U(\tau)-U(\sigma_\lambda)}{\tau-\sigma_\lambda} d\tau}}.$$

In Gleichung (7) waren die beiden Größen r und s der Bedingung unterworfen, im Innern des Hauptkreises zu liegen. Diese

Einschränkung kann nicht aufgehoben werden; denn wollte man etwa die Größe s irgend einer Spitze des Polygonnetzes in radialer Richtung unbegrenzt annähern, so würde jede der rechts als Nenner auftretenden Größen $T[\varphi_\lambda(s)]$ verschwinden, und daher die Gleichung (7) ihre Bedeutung verlieren. Deswegen ist es nicht möglich, direct aus Gleichung (7) eine analoge Entwickelung der Function $\frac{\psi'(z)}{\phi(z)-\phi(r)}$ abzuleiten, etwa dadurch, daß man s mit -1 zusammenfallen ließe. Jedoch gelingt die Herstellung einer solchen Entwickelung auf einem einfachen Umwege. In der That, man verstehe nach wie vor unter s einen Wert, der im Innern des Hauptkreises willkürlich angenommen, aber dem Werte r nicht aequivalent ist, und setze zur Abkürzung

$$T_1(z) = T(z) \cdot \frac{\phi(z)-\phi(s)}{\phi(r)-\phi(s)}.$$

Dann verhält sich die Function $T_1(z)$, ebenso wie die Function $T(z)$, im Innern des Hauptkreises überall regulär. Ferner besteht die Gleichung

$$\frac{\psi'(z)}{\phi(z)-\phi(r)} = T_1(z) \cdot L(z),$$

und hieraus ergibt sich unter Berücksichtigung der Gleichungen (4) und (5)

$$\frac{\psi'(z)}{\phi(z)-\phi(r)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left\{ \frac{T_1(z)}{T[\varphi_\lambda(r)] \cdot [z-\varphi_\lambda(r)]} - \frac{T_1(z)}{T[\varphi_\lambda(s)] \cdot [z-\varphi_\lambda(s)]} \right\}.$$

Da nun $T[\varphi_\lambda(r)] = T_1[\varphi_\lambda(r)]$ ist, so folgt hieraus

$$(11.) \quad \frac{\psi'(z)}{\phi(z)-\phi(r)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{z-\varphi_\lambda(r)} + \frac{T_1(z)-T_1[\varphi_\lambda(r)]}{T_1[\varphi_\lambda(r)] \cdot [z-\varphi_\lambda(r)]} - \frac{\phi(z)-\phi(s)}{z-\varphi_\lambda(s)} \cdot \frac{T(z)}{[\phi(r)-\phi(s)] \cdot T[\varphi_\lambda(s)]} \right\}.$$

Die Ausdrücke, welche in dem allgemeinen Gliede dieser Reihe zu der rationalen Function $\frac{1}{z-\varphi_\lambda(r)}$ hinzutreten, besitzen im Innern des Hauptkreises überall den Charakter ganzer Functionen. Daher ist die gegebene Function $\frac{\psi'(z)}{\phi(z)-\phi(r)}$ in der That in eine convergente unendliche Reihe verwandelt, in welcher jedes Glied im Innern des Hauptkreises nur an einer einzigen Stelle unendlich wird.

Versteht man nun unter z_0 irgend einen speciellen Wert von z, für welchen die Function $\phi(z)-\phi(r)$ weder gleich Null, noch un-

endlich wird, so ergibt sich aus Gleichung (11) ähnlich wie oben eine Darstellung der Größe $\frac{\phi(s)-\phi(r)}{\phi(s_0)-\phi(r)}$ durch ein unendliches Product, welche indessen hier nicht angegeben werden soll.

Durch Einführung der Variabeln τ an Stelle von s folgt aus Gleichung (11)

$$(12.) \qquad \frac{\theta'(\tau)}{\theta(\tau)-\theta(\rho)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{\tau-\rho_\lambda}+\frac{U_\lambda(\tau)-U_\lambda(\rho_\lambda)}{U_\lambda(\rho_\lambda)(\tau-\rho_\lambda)}-\frac{\theta(\tau)-\theta(\sigma)}{\tau-\sigma_\lambda}\cdot\frac{U(\tau)}{[\theta(\rho)-\theta(\sigma)]U(\sigma_\lambda)}\right\},$$

wobei zur Abkürzung

$$U(\tau)\cdot\frac{\theta(\tau)-\theta(\sigma)}{\theta(\rho)-\theta(\sigma)} = U_\lambda(\tau)$$

gesetzt wurde.

Die Formeln (7) und (11) zusammengenommen gestatten, die Darstellung jeder gegebenen rationalen Function der Größe $\phi(s)$ in der in der Einleitung erwähnten Form eines Productes, bezw. des Quotienten zweier Producte, wirklich auszuführen. Dabei sind jedoch die Functionen $\phi(s)$ und $\phi(s)-1$ selbst, sowie alle aus ihnen durch Multiplication und Division zusammengesetzten Functionen, auszunehmen; denn diese Functionen gehören gar nicht zu den hier ins Auge gefaßten, da sie nur auf der Peripherie des Hauptkreises gleich Null, oder unendlich werden, dagegen in dessen Innerem überall endlich und von Null verschieden bleiben.

V.

Darstellung elliptischer Modulfunctionen, welche sich durch die Function $j(\tau)$ rational ausdrücken lassen, durch unendliche Producte.

Aehnliche Sätze, wie diejenigen, welche im Vorhergehenden für die Function $k^2 = \theta(\tau) = \phi(s)$ entwickelt wurden, gelten von der Function

$$j(\tau) = \frac{g_2^3}{g_2^3-27g_3^2}.$$

Diese letztere hat bekanntlich die Eigenschaft, bei jeder ganzzahligen linearen Transformation der Größe τ von der Determinante 1 unverändert zu bleiben. Die Gruppe dieser Transformationen soll im Folgenden durch Γ_2 bezeichnet werden. Unter aequivalenten

Werten der Größe τ sind von jetzt an solche zu verstehen, die durch Substitutionen der Gruppe Γ_2 aus einander hervorgehen [1]).

An der Stelle $\tau = i$ und den aequivalenten Stellen wird die Fuction $j(\tau) - 1$ unendlich klein von der zweiten Ordnung, also $j'(\tau)$ unendlich klein von der ersten Ordnung.

An der Stelle $\tau = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ und den aequivalenten Stellen wird $j(\tau)$ unendlich klein von der dritten Ordnung, also $j'(\tau)$ unendlich klein von der zweiten Ordnung.

An allen übrigen im Innern des Gebietes der Variabeln τ gelegenen Stellen sind die Functionen $j(\tau)$, $j(\tau)-1$ und $j'(\tau)$ von Null verschieden.

Für den Fall, daß die Veränderliche τ sich in der Richtung der Axe des Imaginären nach dem Unendlichen entfernt, wird das Verhalten der Functionen $j(\tau)$ und $j'(\tau)$ dadurch charakterisirt, daß dieselben durch Reihen von folgenden Formen dargestellt werden können [2]):

$$j(\tau) = \frac{4(1-k^2+k^4)}{27k^4(1-k^2)^2} = \frac{1}{3^3.4^3}\cdot e^{-2i\pi\tau} + \mathfrak{P}(e^{2i\pi\tau}),$$

$$j'(\tau) = \frac{-2i\pi}{3^3.4^3}\cdot e^{-2i\pi\tau} + \mathfrak{P}(e^{2i\pi\tau}).$$

Die hier vorkommenden Potenzreihen sind convergent, sobald das Argument $e^{2i\pi\tau}$ dem absoluten Betrage nach <1 ist, so daß die angegebenen Formeln für alle nicht reellen Werte der Größe τ Gültigkeit haben.

Man setze nun wieder wie oben

$$\tau = i\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}; \qquad \varepsilon = \frac{-\tau+i}{\tau+i},$$

und bilde dadurch das Gebiet der Variabeln τ auf die Fläche des Hauptkreises in der Ebene der complexen Größe ε ab. Dann entspricht der Gruppe Γ_2 eine Gruppe G_2 von Transformationen der Größe ε, welche aus den erzeugenden Substitutionen

$$\left(\frac{1}{1+\varepsilon},\ \frac{1}{1+\varepsilon}-\frac{i}{2}\right) \text{ und } (\varepsilon,\ -\varepsilon)$$

durch Zusammensetzung ensteht, und deren Substitutionen jetzt der Reihe nach durch

---

1) Wegen der entsprechenden Gebietsteilung vgl. Formeln und Lehrsätze, Art. 55, oder: Hurwitz, Grundlagen einer independenten Theorie der elliptischen Modulfunctionen etc. Math. Annalen, Bd. 18, p. 528 ff.

2) Formeln und Lehrsätze, Art. 55.

$$[s, \varphi_\lambda(s)], \quad \lambda = 0, 1, 2 \ldots \infty,$$

bezeichnet werden mögen. Als aequivalente Werte der Größe s gelten jetzt diejenigen, welche durch Substitutionen der Gruppe G_2 aus einander hervorgehen. Den Werten ∞, $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, i der Größe τ entsprechen beziehentlich die Werte -1, $\varepsilon = \frac{-i}{2+\sqrt{3}}$, 0 der Größe s, und die Function $j(\tau)$ verwandelt sich in eine Function von s, die durch $\chi(s)$ bezeichnet werden soll.

Für $s = 0$ und die aequivalenten Werte ist
$\chi(s) - 1$ unendlich klein von der zweiten Ordnung,
$\chi'(s)$ unendlich klein von der ersten Ordnung.

Für $s = \varepsilon$ und die aequivalenten Werte ist
$\chi(s)$ unendlich klein von der dritten Ordnung,
$\chi'(s)$ unendlich klein von der zweiten Ordnung.

Sonst sind die Functionen $\chi(s)-1$, $\chi(s)$ und $\chi'(s)$ im Innern des Hauptkreises überall von Null verschieden. In der Nähe der Stelle -1 wird das Verhalten der Functionen $\chi(s)$ und $\chi'(s)$ charakterisirt durch die Entwickelungen

$$\chi(s) = \frac{e^{-2\pi}}{3^3 \cdot 4^3} \cdot e^{\frac{4\pi}{s+1}} + \mathfrak{P}\left(e^{-\frac{4\pi}{s+1}}\right),$$

$$\chi'(s) = -\frac{4\pi}{(s+1)^2} \cdot \frac{e^{-2\pi}}{3^3 \cdot 4^3} \cdot e^{\frac{4\pi}{s+1}} \cdot \left[1 + e^{-\frac{4\pi}{s+1}} \cdot \mathfrak{P}\left(e^{-\frac{4\pi}{s+1}}\right)\right].$$

Setzt man nun

$$\mathfrak{T}(s) = \frac{[\chi'(s)]^3}{[\chi(s)-1]^3 \cdot [\chi(s)]^4},$$

so folgt aus dem eben Erwähnten, daß die Function $\mathfrak{T}(s)$ im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer ganzen Function besitzt, und daß sie verschwindet, wenn das Argument s sich dem Punkte -1, oder einem aequivalenten Punkte in radialer Richtung unbegrenzt annähert.

Sind nun wieder r, s irgend zwei im Innern des Hauptkreises liegende nicht aequivalente specielle Werte von s, so hat man ähnlich wie früher

$$\frac{d}{ds} \log \frac{\chi(s)-\chi(r)}{\chi(s)-\chi(s)} = \frac{[\chi(r)-\chi(s)] \cdot \chi'(s)}{[\chi(s)-\chi(r)] \cdot [\chi(s)-\chi(s)]} = \mathfrak{T}(s) \cdot \mathfrak{L}(s),$$

wenn zur Abkürzung

$$\mathfrak{L}(s) = \frac{[\chi(s)-1]^3\cdot[\chi(s)]^4\cdot[\chi(r)-\chi(s)]}{[\chi'(s)]^5\cdot[\chi(s)-\chi(r)]\cdot[\chi(s)-\chi(s)]}$$

gesetzt wird.

Die Function $\mathfrak{L}(s)$ kann nun wieder in eine dem Resultat der Partialbruchzerlegung einer rationalen Function entsprechende convergente unendliche Reihe verwandelt werden.

Man hat nämlich die Gleichung

$$\mathfrak{L}(s) = \frac{1}{\mathfrak{T}(r)}\cdot\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(r)]^6}{s-\varphi_\lambda(r)} - \frac{1}{\mathfrak{T}(s)}\cdot\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(s)]^6}{s-\varphi_\lambda(s)},$$

welche sich durch ganz ähnliche Schlüsse, wie früher die Gleichung (5) beweisen, oder auch aus allgemeineren Formeln des Herrn Poincaré ableiten läßt. Hieraus folgt

$$(13.)\quad \frac{d}{ds}\log\frac{\chi(s)-\chi(r)}{\chi(s)-\chi(s)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{s-\varphi_\lambda(r)} + \frac{\mathfrak{T}(s)-\mathfrak{T}[\varphi_\lambda(r)]}{\mathfrak{T}[\varphi_\lambda(r)]\cdot[s-\varphi_\lambda(r)]}\right\} - \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{s-\varphi_\lambda(s)} + \frac{\mathfrak{T}(s)-\mathfrak{T}[\varphi_\lambda(s)]}{\mathfrak{T}[\varphi_\lambda(s)]\cdot[s-\varphi_\lambda(s)]}\right\}.$$

Geht man nun wieder zu der Variabeln τ über, so erhält man

$$(14.)\quad \frac{d}{d\tau}\log\frac{j(\tau)-j(\rho)}{j(\tau)-j(\sigma)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{\tau-\rho_\lambda} + \frac{V(\tau)-V(\rho_\lambda)}{V(\rho_\lambda)\cdot(\tau-\rho_\lambda)}\right\} - \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{\tau-\sigma_\lambda} + \frac{V(\tau)-V(\sigma_\lambda)}{V(\sigma_\lambda)\cdot(\tau-\sigma_\lambda)}\right\}.$$

Dabei bedeuten ρ und σ irgend zwei nicht reelle, einander nicht aequivalente specielle Werte der Größe τ; $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \ldots$ und $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \ldots$ sind der Reihe nach die dem Werte ρ, bezw. dem Werte σ aequivalenten Werte. Endlich ist zur Abkürzung

$$\frac{(\tau+i)^{11}\cdot[j'(\tau)]^6}{[j(\tau)-1]^3\cdot[j(\tau)]^4} = V(\tau)$$

gesetzt.

Durch Integration zwischen den Grenzen 0 und τ und Uebergang von den Logarithmen zu den Zahlen ergibt sich die Formel

$$(15.)\quad \frac{j(\tau)-j(\rho)}{j(\tau)-j(\sigma)} = \frac{\prod_{\lambda=0}^{\infty}\left(1-\frac{\tau}{\rho_\lambda}\right)e^{\frac{1}{V(\rho_\lambda)}\cdot\int_0^\tau\frac{V(\tau)-V(\rho_\lambda)}{\tau-\rho_\lambda}d\tau}}{\prod_{\lambda=0}^{\infty}\left(1-\frac{\tau}{\sigma_\lambda}\right)e^{\frac{1}{V(\sigma_\lambda)}\cdot\int_0^\tau\frac{V(\tau)-V(\sigma_\lambda)}{\tau-\sigma_\lambda}d\tau}}.$$

Die beiden Formeln (14) und (15) werden durch eine dritte Gleichung ergänzt, welche der Gleichung (12) analog und auf ähnlichem Wege abzuleiten ist. Dieselbe lautet

$$(16.)\quad \frac{d}{d\tau}\log[j(\tau)-j(\rho)] = \frac{j'(\tau)}{j(\tau)-j(\rho)}$$
$$= \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{\tau-\rho_\lambda}+\frac{V_1(\tau)-V_1(\rho_\lambda)}{V_1(\rho_\lambda)(\tau-\rho_\lambda)}-\frac{j(\tau)-j(\sigma)}{\tau-\sigma_\lambda}\cdot\frac{V(\tau)}{[j(\rho)-j(\sigma)]\cdot V(\sigma_\lambda)}\right\}.$$

Dabei ist zur Abkürzung

$$V(\tau)\cdot\frac{j(\tau)-j(\sigma)}{j(\rho)-j(\sigma)} = V_1(\tau)$$

gesetzt. Der Wert σ ist hier als eine Hülfsgröße anzusehen, welche im Innern des Gebietes der Variabeln τ willkürlich angenommen werden darf, nur so, daß sie nicht mit ρ, oder einem aequivalenten Werte zusammenfällt.

VI.
Verallgemeinerung.

Die bisher durchgeführten Entwickelungen können auf diejenigen von Herrn Poincaré als »fonctions Fuchsiennes« bezeichneten allgemeineren Functionen, deren Geschlecht gleich Null ist, ausgedehnt werden. Zur Vereinfachung der Darstellung mögen diejenigen Bezeichnungen angewendet werden, welche Herr Poincaré auf p. 231—238 seiner mehrfach citirten Abhandlung »Mémoire sur les fonctions Fuchsiennes« benutzt hat. Ferner erweist es sich als vorteilhaft, drei verschiedene Fälle zu unterscheiden, je nachdem die Ecken des Fundamentalpolygons R_0 sämmtlich im Innern des Hauptkreises, oder sämmtlich auf der Peripherie desselben, oder endlich teils im Innern, teils auf der Peripherie gelegen sind.

1. Fall: Alle Ecken des Polygons R_0 liegen im Innern des Hauptkreises. (Sommets de la 1ère catégorie, polygone de la 1ère famille.)

Man nehme für m das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen $\beta_1, \beta_2 \ldots \beta_n, \beta_{n+1}$, und setze

$$\lambda_1 = m\left(1-\frac{1}{\beta_1}\right);\quad \lambda_2 = m\left(1-\frac{1}{\beta_2}\right);\ \ldots\ \lambda_n = m\left(1-\frac{1}{\beta_n}\right)$$

und

$$p = \lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n-m\left(1+\frac{1}{\beta_{n+1}}\right).$$

Dann ist stets

$$p \geqq 0.$$

Weiter verstehe man unter r, s irgend zwei nicht aequivalente specielle Werte von z, und nehme außerdem, falls $p > 0$ ist, im Innern des Fundamentalpolygons p von einander verschiedene Werte $z_1, z_2, \ldots z_p$ willkürlich an, jedoch so, daß keiner von ihnen der Größe r, oder der Größe s aequivalent ist. Darauf setze man

$$\Theta(z) = \frac{[f'(z)]^n \cdot [f(z)-f(z_1)] \cdot [f(z)-f(z_2)] \ldots [f(z)-f(z_p)]}{[f(z)-a_1]^{\lambda_1} \cdot [f(z)-a_2]^{\lambda_2} \ldots [f(z)-a_n]^{\lambda_n}}$$

und

$$\Lambda(z) = \frac{[f(z)-a_1]^{\lambda_1} \cdot [f(z)-a_2]^{\lambda_2} \ldots [f(z)-a_n]^{\lambda_n} \cdot [f(r)-f(s)]}{[f'(z)]^{n-1} \cdot [f(z)-f(z_1)] \cdot [f(z)-f(z_2)] \ldots [f(z)-f(z_p)] \cdot [f(z)-f(r)] \cdot [f(z)-f(s)]}.$$

Für $p = 0$ ist das Product $[f(z)-f(z_1)] \cdot [f(z)-f(z_2)] \ldots [f(z)-f(z_p)]$ sowohl in dem Ausdruck für die Function $\Theta(z)$, als in dem für die Function $\Lambda(z)$ durch 1 zu ersetzen. Dann hat die Function $\Theta(z)$ die Eigenschaft, an keiner im Innern des Hauptkreises liegenden Stelle unendlich zu werden, während die Function $\Lambda(z)$ an den Stellen $z_1, z_2 \ldots z_p, r, s$ und den aequivalenten Stellen unendlich groß wird, u. z. jedesmal von der ersten Ordnung. Ferner besteht die Gleichung

$$\frac{f'(z)}{f(z)-f(r)} - \frac{f'(z)}{f(z)-f(s)} = \Theta(z) \cdot \Lambda(z).$$

Die Function $\Lambda(z)$ kann nun, wie Herr Poincaré gezeigt hat (l. c. p. 239 ff.), in eine dem Resultat der Partialbruchzerlegung einer rationalen Function entsprechende convergente unendliche Reihe aufgelöst werden. Durch Ausführung dieser Operation kann man für die Größe

$$\frac{f'(z)}{f(z)-f(r)} - \frac{f'(z)}{f(z)-f(s)}$$

eine Entwickelung in eine convergente unendliche Reihe erhalten, von deren Gliedern jedes nur an einer einzigen Stelle des Gebietes der Variabeln z unendlich groß wird, u. z. von der ersten Ordnung, und aus dieser Entwickelung kann schließlich eine Darstellung des Quotienten $\frac{f(z)-f(r)}{f(z)-f(s)}$ in der in der Einleitung erwähnten Gestalt des Quotienten zweier unendlichen Producte abgeleitet werden.

Im vorliegenden Falle ist es auch gestattet, die Größe s mit dem Eckpunkt α_{n+1} des Fundamentalpolygons zusammenfallen zu las-

sen, für welchen $f(z)$ unendlich wird. Hierdurch erhält man eine Darstellung der Größe $\frac{f'(z)}{f(z)-f(r)}$ durch eine unendliche Reihe, von deren Gliedern jedes nur an einer Stelle unendlich wird, und weiter eine Entwickelung der Differenz $f(z)-f(r)$ in ein unendliches Product.

2. Fall. Alle Ecken des Fundamentalpolygons sind Spitzen, und liegen auf der Peripherie des Hauptkreises. (Sommets de la 2e catégorie, polygone de la 2e famille.)

Ist zunächst $n = 2$, so gelangt man zum Ziele, indem man genau so verfährt, wie in dem oben, Abschnitt IV, behandelten speciellen Falle.

Ist zweitens $n > 2$, so setze man

$$p = n - 3,$$

bezeichne durch r, s, s_1, s_2 . . . s_p irgend welche nicht aequivalente specielle Werte der Größe z, die sämmtlich im Innern des Hauptkreises liegen, und setze

$$\Theta(z) = \frac{[f'(z)]^2 \cdot [f(z)-f(s_1)] \cdot [f(z)-f(s_2)] \cdots [f(z)-f(s_p)]}{[f(z)-a_1] \cdot [f(z)-a_2] \cdots [f(z)-a_n]},$$

$$\Theta_1(z) = \Theta(z) \cdot \frac{f(z)-f(s)}{f(r)-f(s)}$$

und

$$\Lambda(z) = \frac{[f(r)-f(s)] \cdot [f(z)-a_1] \cdot [f(z)-a_2] \cdots [f(z)-a_n]}{f'(z) \cdot [f(z)-f(s_1)] \cdot [f(z)-f(s_2)] \cdots [f(z)-f(s_p)] \cdot [f(z)-f(r)] \cdot [f(z)-f(s)]}.$$

Dann wird

$$\frac{d}{dz} \log \frac{f(z)-f(r)}{f(z)-f(s)} = \Theta(z) \cdot \Lambda(z),$$

und

$$\frac{d}{dz} \log [f(z)-f(r)] = \Theta_1(z) \cdot \Lambda(z),$$

und diese beiden Gleichungen lassen sich in ähnlicher Weise weiter behandeln, wie die entsprechenden Gleichungen des Abschnittes IV.

3. Fall. Die Ecken des Fundamentalpolygons sind teils im Innern, teils auf der Peripherie des Hauptkreises gelegen. (Sommets de la 1ère et de la 2e catégorie, polygone de la 6e famille.)

Man nehme für m das kleinste gemeinschaftliche Vielfache derjenigen Zahlen β, welche den im Innern des Hauptkreises gelegenen Ecken des Fundamentalpolygons entsprechen, und ersetze jedes-

mal, wenn die Ecke α_h des Fundamentalpolygons in eine auf der Peripherie des Hauptkreises liegende Spitze ausgeartet ist, das Zeichen β_h durch m. Dann gelten genau dieselben Formeln und Schlüsse, wie im ersten Fall, nur müssen die speciellen Werte r, s wirklich im Innern des Hauptkreises angenommen werden.

Zu dem hiermit gewonnenen Resultate ist ähnlich wie im Abschnitt IV. und V. noch eine Ergänzung hinzuzufügen. Wenn nämlich α_h eine der auf der Peripherie des Hauptkreises gelegenen Spitzen des Fundamentalpolygons bezeichnet, so ist die vorher erwähnte Formel zur Entwickelung einer Function von der Form

$$\frac{f'(z)}{f(z)-f(r)} - \frac{f'(z)}{f(z)-f(\alpha_h)}$$

nicht mehr anwendbar. Man gelangt dann zum Ziele, indem man durch s eine im Innern des Hauptkreises liegende, dem Wert r nicht aequivalente Hülfsgröße bezeichnet, sodann

$$\frac{f(z)-f(s)}{f(r)-f(s)} \cdot \frac{f(r)-f(\alpha_h)}{f(z)-f(\alpha_h)} \cdot \Theta(z) = \Theta_1(z)$$

setzt, und schließlich die gegebene Function in das Product

$$\frac{f'(z)}{f(z)-f(r)} - \frac{f'(z)}{f(z)-f(\alpha_h)} = \Theta_1(z) \cdot \Lambda(z)$$

umwandelt.

Archäologische Excurse zu Pausanias I, 24, 3 und I, 27, 8[1]).

Von **Friedrich Wieseler.**

I.

Ueber die Einlegung und Verzierung von Werken aus Bronze, zunächst und hauptsächlich von Rundwerken in menschlicher Bildung, mit Silber und anderen Materialen in der Griechischen und Römischen Kunst.

Es ist wohl zeitgemäß über diesen Gegenstand eingehend zu handeln, da er, seit dem daß Winkelmann ihn in der Geschichte der Kunst Buch 7, Cap. 2 berücksichtigte, in größerem Zusammenhange und mit gehöriger Benutzung der einschlägigen Beispiele nicht in Betrachtung gezogen ist und die Anzahl der Beispiele sich außerordentlich vermehrt hat, nicht bloß in Betreff der zunächst in Betracht

1) S. Nachrichten 1885, Nr. 10, S. 326 fg. u. 333 fg.

kommenden Rundwerke, sondern auch derer mit Thierdarstellungen und der eingelegten Arbeit oder Versilberung von menschlich gebildeten Figuren an Geräthen und Gefäßen, wovon Winckelmann und selbst die Herausgeber seiner Werke nur sehr wenige anführen. Freilich besitzen wir selbst über die an erster Stelle erwähnten Werke nicht immer die gehörige Kunde, in Folge des Umstandes, daß die Beschreiber der einschlägigen Bildwerke nicht genügend berichtet haben, um davon zu schweigen, daß manche von den auf unsere Zeit gekommenen noch überall nicht allgemeiner bekannt sind. Wenn ich nun auch nicht zweifele, daß Andere noch manche Beispiele den von mir beigebrachten werden hinzufügen können, so glaube ich doch, daß jene schwerlich etwas wesentlich Neues bringen werden.

Die Einlegung und partielle Verzierung mit Silber — denn nur von dieser soll die Rede sein, nicht von totaler Versilberung[1]) — findet sich an Rundwerken aus Bronze in menschlicher Bildung theils an der Bekleidung und dem Schmucke, theils und hauptsächlich an dem nackten Körper selbst. Außerdem trifft man hie und da Attribute, die in den Händen gehalten werden, aus Silber oder in Versilberung beigegeben.

An die Stelle des Silbers treten dann und wann Gold und Kupfer. Ersteres zeigt sich vorzugsweise an der Bekleidung und dem Schmucke; hie und da auch am Körper selbst. Das Kupfer kommt mit wenigen Ausnahmen nur an diesem vor.

Außer den Metallen sind in den uns bekannten Beispielen ver-

---

1) Beispiele ganz versilberter Bronzestatuetten sind meines Wissens erst in neuerer Zeit bekannt geworden. Das interessanteste und durch Abbildung und Beschreibung am Genauesten zur Kunde gebrachte bietet die »Römische mit Silberplatten bekleidete nackte Bronzefigur«, einen Bacchus darstellend, im J. 1865 bei Bahn in Pommern gefunden und jetzt im Berliner Museum aufbewahrt, welche von J. Friedlaender in der Arch. Ztg. XXXV, 1877, Taf. 10 abbildlich mitgetheilt und S. 78 fg. besprochen ist. Auch eine in der Gegend von Schievelbein in Pommern gefundene, aber verloren gegangene Bronzestatuette, von welcher a. a. O. S. 79 die Rede ist, »soll Spuren von Versilberung gehabt haben«. Da es nicht zu entscheiden ist, ob diese eine totale, nicht bloß eine partielle gewesen ist, kann sie hier nicht in Anschlag gebracht werden. Dagegen scheint es keinem Zweifel zu unterliegen, daß die einst mit Silber patinirte Bronzestatue der Juno Regina hierhergehört, deren Kopf mit hohlen Augen von Duruy-Hertzberg »Gesch. des Röm. Kaiserreichs« Bd I, S. 297 abbildlich mitgetheilt ist. — Auch ganz versilberte Bronzereliefs, wie deren ein fragmentirtes neulich in das Berliner Museum gekommen ist (Arch. Ztg. XXXVII, 1879, S. 104) sind selten, noch seltener als versilberte Terracottareliefs an Gefäßen, über welche zu vergleichen Klügmann Annali d. Inst. arch. T. XLIII, p. 6 fg. u. 195 fg.

wendet Edelsteine und Halbedelsteine (sicher nur einige Male, an den Augen und am Schmuck), Email oder Schmelz (nicht selten an den Augen, nur in einem Falle vielleicht an der Gewandung), Glas (nur ausnahmsweise an den Augen), Elfenbein (zwei Male für die Augen), Alabaster (nur ein paar Male für die Augen und für die Gewandung), Bernstein (ein paar Male für die Augen). Von Perlen kenne ich nur ein sicheres Beispiel an dem Ohrringe einer Venus (s. unt. S. 36)[1]).

Bei der ganz überwiegenden Mehrzahl der erhaltenen Bronzen findet sich die Anbringung eingelegter Arbeit oder Hinzufügung von Schmuck und Attributen aus anderen Stoffen in sehr bescheidenem Maaße. In den meisten Fällen handelt es sich bloß um die Augen. Zwei und besonders drei Beispiele an einem und demselben Werke gehören schon zu den Seltenheiten. Andererseits fehlt es aber auch nicht an Bronzen, an welchen das Gegentheil zu Tage tritt. Die betreffenden Werke sind fast durchweg von geringen Dimensionen.

Es wird zweckmäßig sein die wichtigsten bekannten Werke dieser Art zum Behufe einer Totalanschauung genauer aufzuführen.

Wir erwähnen zuerst die durch den Reichthum ihrer Verzierungen vor allen hervorragende Statuette der Athena, welche schon vorlängst in den Bronzi di Ercolano II, t. V und jüngst in der Arch. Ztg. XL, 1882, Taf. 2 nach einer Photographie wiederum herausgegeben und S. 27 fg. von Konrad Lange besprochen ist. »Die technische Ausführung ist eine für den kleinen Maaßstab ungemein sorgfältige. Ein Theil der auffallender Weise nach oben gerichteten Aegisschuppen, und zwar immer eine Reihe um die andere an der Vorderseite, ferner das Rankenornament des Helms, die Aermelknöpfe, die Sandalenschnallen, ja sogar die Nägel der Hände und Füße, sind von Silber eingesetzt. Auch das Weiß der Augen besteht aus Silber; die Pupillen, die wahrscheinlich wieder aus Bronze eingefügt waren, sind jetzt herausgefallen«. Zudem war der gegenwärtig nicht mehr vorhandene Ring an der linken Hand, den die Akademiker von Herculaneum a. a. O. pag. 18 erwähnen und noch Gerhard und Panofka »Neapels ant. Bildwerke« S. 167, n. 11, von Silber. Diese Gelehrten berichten auch, daß die Patera auf der rechten Hand der Figur »Spuren von Vergoldung« zeige. Von der Vergoldung der Patera sagt Winckelmann »Sendschreiben von d. Herculanens.

1) Von der Anwendung des Niello habe ich in Betreff der Rundwerke in menschlicher Gestalt keine Angabe gefunden (vgl. jedoch unten S. 39), wohl aber hinsichtlich einiger eingelegten Figuren an Geräthen und Gefäßen; vgl. Héron de Villefosse in Fr. Lenormant's und J. de Witte's Gazette archéologique, A. IV, 1878, p. 111 (s. unten S. 35, Anm. 1), auch unten S. 41 fg.

Entdeckungen« §. 58 (»Werke« II, S. 57 fg.) auch nichts; von ihm werden als mit Silber eingelegt auch nur erwähnt »die Nägel, die Buckeln auf dem Helme, und ein Streifen an dem Saume des Gewandes« (über welchen bei den anderen Beschreibern nichts verlautet)[1].

Unter den bekleideten Figuren mag dann genannt werden auch die Athenische Kanephoros, ein »Griechisches« Werk »du plus beau style« in der Nationalbibliothek zu Paris, welche schon Letronne Annali d. Inst. arch. VI, 1834, p. 226, Anm. 2 hervorgehoben und Chabouillet Cat. génér. et rais. des. cam. et pierr. grav. de la bibl. imp. u. s. w. p. 516 fg., n. 1066 verzeichnet hat: non seulement les yeux sont incrustés d'argent, mais la ceinture, la bordure du péplus et les seins (nach Letronne: les bouts de sein) sont ornés d'incrustations d'argent; nach Letronne auch le strophium[2].

---

1) Lange hält dafür, daß in der Bronze die Copie nach einem Jugendwerke des Phidias zu erkennen sei. Er äußert auch: »Ob man aus der reichen Verzierung der Copie mit Silber auch auf ein reiches Original, etwa von Goldelfenbein, schließen soll, das lasse ich dahin gestellt.« Ich meines Theils bin fest davon überzeugt, daß an Nachbildung eines goldelfenbeineren Bildes nicht gedacht werden darf, noch weniger als in Betreff der gleich zu erwähnenden Kanephoros an die einer größeren Statue mit Goldschmuck, welcher für die Attischen Kanephoren allerdings bezeugt ist (vgl. gleich unten auf dieser Seite Anm. 2). Hätten die Verfertiger der beiden in Rede stehenden Werke eine Nachbildung eines mit Gold bekleideten und geschmückten beabsichtigt, so würden sie statt des Silbers Gold verwandt haben.

2) Chabouillet fügt noch hinzu: Sur le bout de la tête, qui est ouvert, devait être placée une corbeille. Es ist wohl möglich, daß dieser Korb auch aus Silber war. An einem Kruge aus Bronze im Nationalmus. zu Neapel findet sich nicht der Bacchische Kopf und das Pedum, sondern nur das Gewinde um die brennende Ara und der Fruchtkorb versilbert (Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildwerke, 1828, S. 190 unten). Silberne *κανᾶ* werden auch in Inschriften erwähnt (Corp. inscr. Gr. n. 1570, b, 3 und 2855, 20). Aber es ist wohl noch wahrscheinlicher, daß der Korb der Pariser Kanephore aus Bronze war. Dagegen halte ich einen Korb aus Goldgeflecht für durchaus unwahrscheinlich, jedenfalls die Annahme, daß der Künstler durch dieses Material die wirkliche Beschaffenheit des Korbes der Kanephoren habe wiedergeben wollen. Freilich urtheilte E. Curtius anders, als er in der Archäol. Ztg. 1880, S. 27 fg. die Ansicht aufstellte, daß die archaische Bronzestatuette einer Kanephoros aus Pästum, jetzt im K. Museum zu Berlin, einen mit Gold bekleideten aus Holz geflochtenen Korb auf dem Kopfe getragen habe. Ich zweifle selbst daran, daß in Wirklichkeit das *κανοῦν* der Kanephoren von Gold oder irgendwie mit Gold geschmückt gewesen sei. Woher hat man diese Kunde? Etwa aus den Scholien zu Aristoph. Lysistr. 646: *ταῖς πομπαῖς ἐκαπηφόρουν αἱ παρθένοι· ἐφέρουν δὲ καὶ λοπάδας πυρὰς ὁλοχρύσους*? Aber wer wird glauben wollen, es sei des Scholiasten Meinung gewesen, daß wie die *λοπάδες* so auch die gar nicht ausdrücklich erwähnten *κανᾶ* ganz von Gold waren? Die Stelle ist offenbar

In derselben Sammlung befindet sich auch ein Mercur von Bronze, »une des plus belles figurines« derselben, über welchen es bei Chabouillet p. 503, n. 2997 heißt: sa chlamyde était ornée d'incrustations en argent, dont il reste encore deux étoiles et quelques filets. Les yeux sont incrustés d'argent; la bourse et le caducée — étaient sans doute également incrustés.

Ganz besonders beachtenswerth ist aber die im J. 1824 zu Pompeji aufgefundene, im Museo Borbonico V, 36 abbildlich mitgetheilte, mehrfach, zuletzt bei Duruy-Hertzberg Gesch. des Röm. Kaiserreichs Bd. I, S. 440, wiederholte Statue des »Caligula«, das den Dimensionen nach beträchtlichste Werk dieser Art, zugleich auch dadurch ausgezeichnet, daß die eingelegte Arbeit dem größten Theile nach in figürlichen Darstellungen besteht. Nach Finati Il regal Museo Borbonico, Napoli 1842, p. 156, n. 70 ha gli occhi e le labbra intarsiati di argento — la corazza e intarsiata di lavori di argento, fra quali primeggia una quadriga guidata da Apollo (vielmehr Sol)

---

sehr stark verderbt. Im cod. Ravennas steht *ἀσπίδας* statt *λοπάδας*. Daß jenes nicht das richtige Wort ist, liegt auf der Hand. Aber es hat wohl mehr als Wahrscheinlichkeit, daß jenes aus einem seltenen Worte verderbt ist, welches wesentlich dieselbe Bedeutung hatte, wie das in den anderen Handschriften stehende *λοπάδας* oder vielmehr das Wort, welches für dieses einzusetzen ist; denn daß auch *λοπάδας* verderbt ist, unterliegt keinem Zweifel. Es ist schwer zu glauben, daß die Kanephoren außer dem *κανοῦν* auf dem Kopfe auch noch Näpfe oder Schalen in der Mehrzahl oder auch nur in der Einzahl getragen hätten, in dem *κανοῦν* oder in den Händen, in beiden oder in einer, wie man denn auch gemeint hat, daß sie den in der Lysistr. 647 fg. erwähnten *λοχάδων ὁρμαθόν* in der Hand gehabt hätten. Vermuthlich befand sich aber dieser in dem *κανοῦν*. Irre ich nicht, so haben wir dafür noch einen Beleg in den Scholien zu Lysistr. 647, und zwar in der besten Handschrift. Hier heißt es von den Kanephoren: *οὕτως ἐπόμπευον ὁρμαθοὺς ἔχουσαι τῶν λοχάδων.* Im cod. Rav. steht hinter *ἐπόμπευον* noch *καὶ*. Sollte nicht ursprünglich geschrieben sein: *ἐν κανοῖς*? Auch das *καὶ* in den Schol. z. Vs. 646 scheint ein Ueberbleibsel von *καν*— zu sein. Für das *ἀσπίδας* des cod. Rav. in diesem Scholion giebt es wohl keine so wahrscheinliche Veränderung als die in *σπαθίδας*. Nach Pollux VII, 36 *σπαθίδα ἐκάλουν τὸ σπαθητὸν ἱμάτιον*, vgl. auch Hesych. *σπαθίς· ἱμάτιον σπάθῃ ὑφασμένον*. Danach ist für *λοπάδας* sicherlich zu schreiben: *λώπας*. *Λώπη* wird bei Hesych. erklärt als *ἱμάτιον, περίβλημα*. Hinter dem aus *καν*— entstandenen *καὶ* ist ausgefallen: — *ἠφορηθεῖσαι*. Auch *πνὰς* ist ohne Zweifel verderbt und zwar aus *τιμίας*. Die Kanephoren trugen also werthvolle ganz aus Goldfäden gewebte Himatien. In den Scholien z. Lysistr. 1194 heißt es *χρυσοφορεῖσθαι γὰρ αἱ κανηφόροι*. Ob der goldene Schmuck, welchen Lykurg für hundert Jungfrauen beschaffte (Pseudoplutarch Vit. X orat. Lyc., Pausan. I, 29, 16) nur in jenen Gewändern bestand, oder hauptsächlich in Kränzen, wie man angenommen hat, mag dahingestellt bleiben; daß er nicht die doch nicht zum eigentlichen *κόσμος* gehörenden *κανᾶ* betraf, scheint uns unzweifelhaft.

radiato e al disotto la figura allegorica della terra posta in mezzo di un toro e di una capra[1]). Vgl. auch unten S. 39.

---

1) Von rein decorativen Gegenständen, wie Zweigen, Kränzen, Guirlanden, auch Köpfen und Masken, phantastischen Gestalten u. s. w., welche mit Silber in Bronze eingelegt sind, haben wir weit mehr Beispiele als von menschlichen Einzelfiguren und von Gruppen, hinsichtlich deren dasselbe der Fall ist. Für das Erstere giebt Nachweisungen Marquardt »Das Privatleben der Römer«, Th. I, Leipzig 1879, S. 672 fg. Es zeigt sich namentlich an Geräthen und Gefäßen, so wie an Schmucksachen; bei den Bronzestatuetten aus den verschütteten Städten am Vesuv kommt es mehrfach an den Postamenten vor. Das Andere finden wir, abgesehen von dem Panzer des »Caligula«, an dem im J. 1845 in einem Grabe bei Turricium (Terlizzi) unweit von Ruvo in Apulien gefundenen, im Nationalmuseum zu Neapel aufbewahrten, durch Martorelli's Werk de regia theca calamaria, Neap. 1756, bekannten Tintenfasse, welches von diesem in die Zeit Trajan's versetzt wird. Da die Beschreibungen von Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 221 fg. und von Finati Gal. des petits Bronzes du Mus. roy. Bourbon p. 67 fg. in technischer Beziehung durchaus ungenügend sind, wird es zweckmäßig sein die Angaben Martorelli's mitzutheilen. Dieser hat in Bd. I vor p. 1 eine Abbildung gegeben und bemerkt dazu auf p. 2 und 3: »omne atramentarium . . . ex aere conflatum est, atque octogonae pyramidis inversae partem belle refert: majus operculum initio fuso argento ejus ori adglutinatum, vel tempestatis spatio, vel hominum injuria distractum mihi obtulere. . . . Pessinus, & ginglymus adjecti sunt ex cupro . . . . Durior artificis labor se prodit in septenis icunculis aeri imprimendis: & sane prius ferro in unaquaque atramentarii facie tenues furculos duxit, & bonam partem introrsum aes complanando leviter, rudes imagines veluti inumbravit, inde iis partibus, quas inciderat, argentea filamenta, atque admodum tenues lamellas nihil eminentes applicuit . . . . Itaque sic exprimi ab Neapolitano artifice schema nostrum curavimus, ut quod in charta candorem praesefert, id omne argenteum tibi sit. Cum autem sceptra Deorum, flagellum Aurorae, Jovis fulmina, Martis hasta, herbulae illae, decussataeque lineolae sub eorum pedibus ad ingenium incisae exiles admodum sint, licet argenteae, albore eas donare haud valuit sculptor: arduum sane fuit, imo ἀδύνατον exacte tenuia omnia filamenta ex argento in charta fingere, quae in aereos furculos immissa vestes Deorum, Martis thoracem, clypeum, & cassida intuentibus vasculum exhibent; ut taceam tam sexcentas lineolas illas, quae Veneris peplum exornant, quam flosculos, qui Aurorae vestem exhilarant. Demum operimentum majus, eo quod patentius, principe metallo honestavit faber atramentarius; ideoque vitem auream cum capreolis, pampinis, racemisque inter duos circulos argenteos curatissime elaboratos, scilicet ἀναλημβάδος duarum coronidum instar conclusam apponendam excogitavit«. — Ferner treffen wir figürliche Darstellungen an dem Deckel des Arzneikästchens im Mus. nazion. zu Neapel, vgl. Bronzi di Ercolano p. 271 = C. A. Böttiger's Kl. Schriften herausg. von Sillig, Bd. I, Taf. II, wo alles Nackte, die Köpfe, Arme und Füße des Aesculap und der Hygiea mit Silber eingelegt sind, und der Deckel des Römischen, jetzt im Berliner Museum aufbewahrten Arzneikästchens, abgebildet in den Jahrbüchern von Alterthumsfreunden im Rheinlande

Unter den Beispielen von Reiterstatuetten ist von ganz besonderem Interesse die Alexanders d. Gr. aus Herculaneum (Bronzi di Ercol. II, 61 u. 62, Mus. Borb. III, 53, Denkm. d. a. Kst. I, 40, 170 u. s. w.), indem sie Anbringung verschiedener Materiale nicht bloß an dem Reiter, sondern auch an dem Rosse zeigt, vgl. Win-

XIV, Taf. II, besprochen von Urlichs ebenda S. 35 fg. und von C. Friederichs »Berlins ant. Bildwerke« II, n. 1222, nach dessen Angabe von der Figur des Aesculap wiederum nur das Nackte von Silber eingelegt ist. — Dann gehört hierher »ein Gürtelstück oder Bauchbeschirmung von Erz, ohngefähr eine Elle lang und sechs bis acht Zolle breit. Die auf demselben eingelegten silbernen Zierrathen stellen dar eine Jagd wilder Thiere und sind von dem besten Geschmack« (Winckelmann's Werke V, S. 429 fg., Anm. 588, nach dem das Stück in der Florentinischen Sammlung antiker Bronzen sich befindet). — Einige Beispiele aus dem Mus. nazion. zu Neapel sind in dieser Abhandlung gelegentlich erwähnt. Dazu gesellen sich andere erst jüngst durch die Gazette archéol. bekannt gewordene. So die Bronzevase von Gap im Mus. zu Lyon, abgebildet A. III, 1877, pl. 8 u. 9 und besprochen von J. de Witte p. 81, die auch in technischer Beziehung beachtenswerth ist, indem, nach Anm. 1, toutes les figures ont été dessinées à nouveau avec le plus grand soin, au moyen du burin, sur l'incrustation d'argent déjà mise en place (vgl. J. Marquardt Privatleben der Römer S. 663), und das beträchtlichste unter den in Gallien gefundenen Werken dieser Art, die A. IV, 1878, pl. 19 abbildlich mitgetheilte Pyxis de bronze incrusté trouvée à Vaison, über welche Héron de Villefosse im Text p. 110 fg. Mittheilungen macht, die ich nicht verfehlen will hier zu wiederholen: »0,045 de hauteur; elle a la forme d'un petit cylindre en bronze, décoré de dix figures. — Toutes les parties du corps de ces différents personnages, qui ne sont pas recouvertes de draperies, sont formées de plaques d'argent incrustées dans le bronze. — Les trois colombes, l'ombrelle, la stèle sur laquelle s'appuie Adonis et les bandelettes sont aussi en argent. Les draperies qui recouvrent les deux Grâces sont simplement ciselées dans le bronze, tandis que celles de Vénus et d'Adonis sont formées d'une pâte noire enchâssée dans les filets d'or qui indiquent les plis du vêtement. Cette même nielure, également rehaussée de filets d'or, a été employée pour les ailes des Amours, excepté pour le petit Amour accroupi. — Le dessus, de forme ronde, est orné d'une couronne d'or, en feuilles de laurier, disposée entre deux doubles bordures, en argent. — Le dessous n'offre rien de particulier, à part trois petits boucliers d'argent (peltae), d'un mince relief«. — Endlich mag noch ein in dem Flusse Tyne bei Newcastle upon Tyne gefundenes Römisches Schildbeschläge erwähnt werden, welches in L. Lindenschmit's Alterthümern unserer heidnischen Vorzeit Bd. III, H. IV, Taf. III herausgegeben ist. Die betreffende gewölbte Erzplatte ist nach Lindenschmit's Angabe »ganz mit Verzierungen bedeckt, welche theils in gravirten Umrissen, theils in punktirten Linien dargestellt sind. Die auf der Abbildung hell gehaltenen Stellen sind blankes Erz, die dunkleren haben die Farbe einer durch die Zeit schwärzlich gewordenen Versilberung«. Es handelt sich meist um menschliche Figuren aus dem Leben und der Mythologie, auch um einen Adler und einen Stier (mit Halbmond darüber). Auch Gegenständliches kommt vor.

ckelmann IV, 6, 21, S. 240. Das Pferd »hat die Augen, wie auch eine Rose an den Zügeln auf der Stirne, und einen Kopf der Medusa auf dem Brustriemen, von Silber: die Zügel selbst sind von Kupfer«; der Reiter »hat ebenfalls die Augen von Silber und der Mantel ist mit einem silbernen Heft auf der rechten Schulter zusammengehängt«. In dem Sendschreiben über die Herculan. Entdeckungen §. 58 (Werke II, S. 57) heißt es: »auch der Zügel ist von Silber«; auch von Finati R. Mus. Borbon. p. 164, n. 94 und im Text zu dem Mus. Borb. III, 43 B, p. 4 werden gli arredi (oder gli arnesi) di argento elegantemente lavorati erwähnt. Eine andere Angabe s unten S. 46, A.

Es fehlt auch nicht an Beispielen unbekleideter ganzer Figuren, die mit Schmuck und Attributen aus Silber oder Gold mehr oder weniger reichlich ausgestattet sind oder in stärkerem Maaße eingelegte Arbeit aus Silber oder Kupfer am Körper selbst zeigen.

Die sich im Spiegel beschauende Venus des Berliner Museums »ist nackt, trotzdem aber reich geschmückt mit silbernen Arm- und Fußringen und mit einem in Silber eingelegten Halsband. Besonders merkwürdig ist aber der in einem Ohre erhaltene Ohrring, bestehend in einer mit Golddraht befestigten Perle« (Friederichs Berins ant. Bildw. II, 1928). Auch der aus Draht gewundene Armschmuck und Beinschmuck der nackten Venusstatuette aus Herculaneum (Bronzi II, 14, Denkm. d. a. Kunst II, 26, 283) ist von Gold. In beiden Fällen sind die Augen nicht von Silber, wohl aber ist in dem letzteren die Basis mit silbernen Zierathen geschmückt (Gerhard und Panofka Neap. ant. Bildw. S. 174). An der sehr schönen nackten Statuette des Mercurius im Britischen Museum, welche in der Diöcese von Lyon gefunden wurde und nach Ch. Newton aus der Periode zwischen Augustus und den Antoninen stammt, sind Augen und Caduceus von Silber, Halsband und Spange der Chlamys von Gold, s. den Text zu Denkm. d. a. Kunst II, 29, 314, S. 480 fg. der dritten Ausg.

Noch wichtiger ist die vielbesprochene und verschieden gedeutete, bei Piombino im Meere gefundene, jedenfalls auf eine altpeloponnesische Kunstschule zurückzuführende kleine nackte Bronzestatue des Louvre, welche von Einigen für ein archaistisches, von Andern, wohl richtiger, für ein wirklich archaisches Werk gehalten wird (zuletzt von Overbeck Gesch. der Griech. Plastik I, S. 179, Fig. 39 der dritten Aufl. in zwei Abbildungen veröffentlicht). Bei dieser Figur sind jetzt freilich die Augen ganz hohl, daß aber ursprünglich les yeux étaient incrustés en argent, indiquaient quelques parcelles de ce métal qui subsistaient encore lorsque la statue a été

apportée au Musée (de Longpérier a. a. O. n. 69, p. 17). Außerdem waren die Augenbrauen, die Lippen und die Brustwarzen (le bout des seins) verkupfert, wie schon Letronne in den Annali d. Inst. arch. VI, 1834, p. 230 bemerkte und auch de Longpérier a. a. O. p. 16 angiebt, der sie als incrustés en cuivre rouge bezeichnet; nicht mit einem Silberblättchen bedeckt, also versilbert, wie Raoul-Rochette annahm, dem K. O. Müller im Hdb. d. Arch. §. 307, Anm. 7 Glauben schenkte. Die in Rede stehende Statue ist um so beachtenswerther, als sie, wenn sie wirklich archaisch ist, aus noch früherer Zeit stammt, als die von Pausanias I, 24, 3 erwähnte des Kleoitas und auch von einem Peloponnesischen Künstler herrührt.

Besonders auffallend sind die beiden folgenden Beispiele. An der in den Specimens of ant. sculpture II, 28 abgebildeten, zuletzt von Ad. Michaelis Anc. marbles in Great-Britain p. 737 fg., n. 128 besprochenen bekleideten Herme eines Satyrs aus Pompeji sind the white of the eyes, the teeth, the budding horns and the tips of the dewlaps of silver; the pupils of the eyes, now open, were once probably filled with gems or enamel. Diesem, früher einmal angezweifelten, Werke steht zunächst der in den Spec. of ant. sculpt. II, 57 abgebildete Satyrkopf aus Römischer Zeit, an welchem the eyes, teeth and characteristic dewlaps are in silver.

Endlich mag nur noch von einem interessanten Porträtkopf aus der Diadochenzeit die Rede sein. Ueber diesen zuerst bei Smith and Porcher Discoveries at Cyrene pl. LXVI abgebildeten Kopf heißt es in Ch. Newton's Guide to the Bronze Room des Brit. Mus., 1871, p. 49, n. 12: The eyes have been formed by vitreous pastes, inlaid portions of which still remain in the sockets. The eyelashes are indicated by indented lines. The lips are formed of a separate piece of bronze, the junction of which may be traced along the edge of the lip. It is probable that the lips were covered with a thin coat of brass or some artificial substance which served to distinguish their colour from that of the face. In Betreff der Lippen bemerkt Trivier in Fr. Lenormant's u. J. de Witte's Gaz. arch. IV, 1878 (wo der Kopf auf pl. 8 wiederum abgebildet ist), p. 60: les lèvres sont rapportées d'un bronze d'un autre alliage et de couleur plus rouge que celui de la fonte générale.

Die Beispiele eingelegter Arbeit von Silber und Gold an der Bekleidung sind verhältnißmäßig selten.

Was die von Silber betrifft, so nehmen den ersten Platz ein die Statuette der Athena aus Herculaneum, die »Athenische Kanephoros« des Louvre und die Statue des »Caligula« aus Pompeji, über welche Werke S. 31 fg. u. 33 fg. Genaueres mitgetheilt worden ist.

Wie es mit der von Müller im Handb. der Archäol. d. Kunst §. 96, S. 76, n. 4 als »hieratisch« erwähnten Statue der Minerva in Betreff der pièces de rapport von Silber steht, vermag ich nicht zu sagen.

Andere mir bekannt gewordene Beispiele mit Silber eingelegter oder geschmückter Gewänder sind folgende.

Bei der Victoria aus Herculaneum Denkm. d. a. Kunst II, 73, 924 (925) ist außer dem Halsbande und dem Kranz am Globus auch die Saumverzierung am Gewande mit Silber eingelegt, wie auch Finati a. a. O. p. 166, n. 101 bezeugt. Das Letzte findet sich auch an der Kanephoros zu Paris (s. oben S. 32), an der noch außerdem die ceinture mit Silber eingelegt ist. Man vergleiche dazu die beiden unten S. 41 erwähnten Bronzen, an denen die betreffende Saumverzierung von anderem Stoffe ist, und die marmorne archaistische Artemisstatue in den Denkm. d. a. Kunst I, 10, 38 und bei Overbeck Pompeji S. 544, Fig. 281 d. viert. Aufl. Noch mehr Silber findet sich an dem Gewande einer weiblichen Statuette de la belle époque de l'art — vêtue d'une longue robe talaire, à longs plis, artistement rangés —, la poitrine est couverte d'un pallium ou mantille en argent, qui est coupé carrément au dessous des seins (A. Comarmond Descript. des antiquités et objets d'art du palais-des-arts de la ville de Lyon p. 236, n. 103). An der Statuette einer Göttin sind außer den Rosetten an der Stephane auch les attaches de ses manches en argent (J. J. Dubois Descr. des ant. de M. le comte Pourtalès-Gorgier p. 114, n. 609). Die sehr schöne Selene des Berliner Museums, vermuthlich ein Werk des vierten Jahrhunderts (Friederichs Berlins ant. Bildw. II, n. 1845, S. 395), hat einen mit silbernen Sternen übersäeten Mantel. Bei der schönen Minerva zu Wien mit Augäpfeln von Silber ist der lange Aermelchiton mit silbernen Knöpfen versehen (Sacken und Kenner Samml. S. 304, n. 1208). An der hübschen Artemis der Pariser Nationalbibliothek (Chabouillet a. a. O. p. 495, n. 2957) sind nur die Knöpfe der Aermel der Tunica incrustés d'argent. Daß die Aermelknöpfe und die Sandalenschnallen der Minerva von Herculaneum von Silber sind, haben wir schon oben S. 31 gesehen, die silberne Spange an der Chlamys Alexanders d. Gr. schon oben S. 36 kennen gelernt.

Dann und wann findet sich eingelegter Schmuck aus Silber, auch Vergoldung oder Verkupferung an der Rüstung und den Schutzwaffen von Kriegern. Das älteste mir bekannte Beispiel ist die Pallas Promachos »in altgriechischem Style« zu Wien, deren Augen eingesetzt waren, mit einem silbernen Gorgoneion an der Aegis (Sacken und Kenner Samml. S. 228, n. 1132). An einer kleinen Minervabüste

in den Uffizien zu Florenz aus viel späterer Zeit fand ich das Gorgoneion vergoldet (Götting. Nachrichten 1874, S. 570). Ueber das Material des Gorgoneion an der Minerva von Herculaneum (oben S. 31) erhalten wir keine genauere Angabe. Es wird also wohl von Bronze sein. Der eigenthümliche Umstand, daß von den Schuppen an der Aegis immer eine Reihe um die andere von Silber eingesetzt ist, kann von dem Streben nach bunter Abwechselung und zugleich auch von der Absicht, eine gestreifte Haut anzudeuten, wie bei den »Tigern« zu Florenz (s. unten S. 46) hergeleitet werden. Dieselbe Minerva giebt ein Beispiel eines mit Silber eingelegten Helms bei einer kleinen Figur. An der von Levezow »Jupiter Imperator« im J. 1826 bekanntgemachten Statuette eines Römischen Imperators ist nach C. Friederichs Berlins ant. Bildw. II, S. 463, n. 2129a »der Panzer in seiner die Brust bedeckenden Hauptmasse mit einer dünnen Kupferplatte belegt, aus welcher die jetzt leeren Ornamente ursprünglich etwa mit Silber ausgefüllt oder auf andere Weise hervortraten; an den Schulterstücken aber und an dem Bauchschutz sind deutliche Spuren vorhanden, daß sie ganz mit Silber belegt waren«. An dem »Caligula« des Mus. naz. zu Neapel (oben S. 33 fg.) hat nach K. Lange's schriftlicher Mittheilung »der Panzer braune Farbe, ist also von einer anderen Bronzemischung als das Uebrige. Auf ihm in Conturen angebracht Darstellungen aus eingelegtem Silber und Ausfüllung mit schwarzer Farbe« (Niello?). Ein anderes interessantes Beispiel betrifft die Reliefdarstellung an einem »mit versilberten geschmackvollen Bordüren verzierten« Gefäße. »An beiden Henkeln sieht man unbeschuhte bärtige Kämpfer mit Hosen, versilberter Halskette und Wehrgehenk, die linken von oblongen Schildern bedeckten Arme über einandergelegt. Diese Schilder sind mit versilbertem Φ bezeichnet, wie man es auch bei zwei unter dieser Gruppe bemerklichen Schildern — wahrnimmt« (Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 196 fg.). Das Bildwerk wird auch von Finati Gal. d. pet. Bronzes p. 49 beschrieben und ist im Museo Borbon. VIII, t. XV, n. 1 abbildlich mitgetheilt[1]). An einem zweihenkligen Becken sind Wehrgehenk und Rand des Schildes versilbert (Gerhard und Panofka a. a. O. S. 191).

1) Die Beschreibung Finati's weicht von der Gerhard's und Panofka's insofern ab, als von der Versilberung der Halskette und des Wehrgehenks nicht die Rede ist, wie auch im Text zu dem Mus. Borb. a. a. O. darüber nichts gesagt wird. Die Angaben über das Aussehen der versilberten Schildzeichen sind in beiden ersterwähnten Schriften ungenau. Nach den Abbildungen im Mus. Borb. zu schließen, sind Donnerkeile gemeint. Ohne Zweifel handelt es sich um Gallier.

Für die Verbindung des Goldes mit der Bronze an der Bekleidung einer Statue dieses Materials, die nicht als kleines Werk zu denken ist, haben wir eine Andeutung in Kallistratos' Stat. VII, deren Belang nicht verringert wird, wenn man auch annimmt, daß die Statue selbst nur fingirt ist: *Ἐκόσμει δὲ αὐτὴν παῖρα Περσική, χρυσῷ καταστικτος — χιτὼν δὲ ἐξ ὤμων ἀπαγόμενος εἰς πόδας πλαμῶνι χρυσέῳ κατὰ τῶν στέρνων ἐσφίγγετο — τὸ πέδιλον δὲ αὐτῷ ξανθοτάτῳ χρυσῷ κατήνθιστο.* Eine in der Umgegend von Lyon gefundene Statuette des Mercur ist nach J. J. Dubois Descr. des antiques — Pourtalès-Gorgier p. 111, n. 588 sogar survêtue d'une espèce de dalmatique composée de deux feuilles d'or. Bei dem oben S. 36 erwähnten schönen Mercur ist die Spange der Chlamys von Gold. An der Mütze eines Vulcan zu Wien zeigen sich Spuren von Vergoldung, vgl. Sacken und Kenner »Die Sammlungen des K. K. Münz- und Antiken-Cab.«, Wien 1866, S. 303, n. 1201. Damit kann etwa verglichen werden, daß auf dem Silberrelief in Froehner's Musées de France pl. 5 die Mütze und die Chlamys des Ganymedes sowie der Köcher der Artemis vergoldet sind. Die Vergoldung der Fußbekleidung findet sich selbst an einer berühmten Marmorstatue, dem Hermes des Praxiteles (Treu in der Arch. Ztg. XXXVIII, 1880, S. 44).

Außerordentlich selten findet sich Kupfer zu der Gewandung oder an derselben verwandt. Ein Beispiel bietet die zu einem Dreifuß gehörende Büste einer Bacchantin mit silbernen Augen, an welcher »das Fell an der Schulter mit einem Kupferplättchen belegt« ist (Sacken und Kenner a. a. O. S. 310, n. 1326). — Eine kupferne Gewandspange findet sich vermuthlich bei einer zu Wallenburg entdeckten, ins Museum zu Basel gekommenen Mercurstatuette, an welcher bei W. Vischer Kl. Schriften, herausg. von Ach. Burckhardt Bd. II, S. 425 mit Unrecht als das Bemerkenswertheste bezeichnet wird, daß die Augen von Silber gewesen zu sein scheinen Wir hören nämlich außerdem, daß die Chlamys »oben mit einer rosenförmigen Agrafe geziert ist, die von rothem Metall oder wenigstens roth angelaufen zu sein scheint, und diese Verschiedenheit der Farbe sich auch an der Brustwarze wahrnehmen läßt«. J. J. Bernoulli »Museum in Basel, Catal. für die antiquar. Abtheilung«, Basel 1880, giebt S. 49, n. 133 an: »Augen einst incrustiert, einzelne Theile gefärbt (Fibula, Brustwarze)«. Ich meines Theils zweifle nicht, daß es sich um rothes Kupfer handelt, welches wir an den Brustwarzen wiederholt finden. Auf dem Deckel eines jetzt im Berliner Museum befindlichen Römischen Arzneikästchens aus Bronze bemerkt man an dem Kleide des Aesculap »undeutliche Spuren von röthlichem

Metall, etwa Kupfer« (Urlichs in den Jahrb. von Alterthumsfreunden im Rheinlande XIV, S. 36, der auf Taf. I eine Abbildung gegeben hat). Inzwischen sagt Friederichs Berlins ant. Bildwerke II, S. 258 von dem »röthlichen« Metall nichts, wohl aber erwähnt er »eine schwarze Masse, mit der sämmtliche Verzierungen ausgefüllt sind, vermuthlich Niello«.

Wenn L. J. F. Janssen De Grieksche, Romeinsche en Etrurische Monumenten van het museum van Oudheden te Leyden, p. 258, n*. 32 unter den Griechischen und Römischen Statuen die einer »schenkster« aufführend bemerkt: zij is gekleed in eene dubbele tunica, die op beide schouders door een' knoop bevestigd is en welks zoomen med looden randjes ingelegd zijn, so drängt sich leicht der Gedanke auf, daß es sich in Betreff der Saumverzierung nicht sowohl um Blei als um schlechtes Silber handeln möge.

Aeußerst interessant ist die Saumverzierung an der Gewandung der etwa lebensgroßen Jungfrau aus Herculaneum in ächt Attischer Tracht mit Augen aus anderem Material als Bronze und einer ricca tenia con lavori di argento intarsiata, welche schon oben S. 31 bei Gelegenheit der Gewandverzierung mit Email kurz erwähnt ist. Die in den Bronzi di Ercolano II, 75, bei Clarac Mus. de sculpt. IV, 773, 1926 und im Mus. Borbonico II, 5 abbildlich mitgetheilte Figur ist eine von jenen, welche Müller im Hdb. d. Arch. §. 422, Anm. 7 mit der Pallas der Villa Albani (§. 96, A. 7) rücksichtlich des Stiles zusammenstellte und L. Julius in den Mittheilungen des Deutschen archäol. Inst. in Athen III, S. 15 fg. als Copien von Werken Peloponnesischer Künstler betrachtet. Von Finati werden im R. Mus. Borbon., 1842, p. 143, n. 15 nur im Allgemeinen als beachtenswerth bezeichnet gli ornati intarsiati in rame alle estremità del manto e della tunica. Um so erwünschter ist uns die Beschreibung K. Lange's (dessen sehr beachtenswerthe schriftliche Mittheilungen über Neapolitanische Bronzen uns eben jetzt zu Theil geworden sind): »Der Saum an Chiton und Diploïs ist dadurch hergestellt, daß man auf der Oberfläche der Bronze in Form eines Zickzackornaments gleichschenklige längliche Dreiecke ausgetieft und abwechselnd mit einer anderen Masse ausgefüllt hat. Diese Masse ist jedenfalls eine Metalllegirung, wahrscheinlich eine von der gewöhnlichen etwas verschiedene Bronze, bei der an Stelle der grünlichen Oxydation eine mehr röthlich braune Farbe getreten ist«[1]).

1) Lange erwähnt auch, daß an der Basis der Gruppe des Dionysos und des Satyrs in den Denkm. d. a. Kunst II, 32, 368 über dem unteren Lesbischen Kyma sich ein entsprechendes Zickzackornament befinde. Wir können uns nicht entbrechen, seine detaillirten Angaben über die Ornamente der Basis

Von einem Gewande aus Alabaster geben Winckelmann's Werke V, S. 147 fg. u. S. 445, Anm. 648 Beispiele.

Von Verzierung an der Bekleidung eines Rundwerks in menschlicher Gestalt durch Schmelz ist meines Wissens kein Beispiel auf uns gekommen, wenn nicht W. Abeken »Mittelitalien« S. 426 Recht hat, indem er »eine der Herkulanischen Tänzerinnen mit einem zackigen röthlichen Saum« (die eben besprochene) hieherzieht. Daß es deren im Alterthum gab, unterliegt keinem Zweifel. Wenn Apulejus Florida p. 128 an einer Bronzestatue zu Samos die tunica picturis variegata erwähnt, so dachte dabei schon Feuerbach Gesch. d. griech. Plastik, herausg. von H. Hettner, Bd. I, S. 40 mit Recht an Emailmalerei, über welche zuletzt gesprochen hat H. Blümner »Das Kunstgewerbe im Altertum« I, 1885, S. 207 fg. [1]). Daß es an dem Felle und dem Gefieder von Thieren an Beispielen von eingelegtem Email nicht fehlt, werden wir unten sehen.

Auch von purpurfarbigen Gewändern an Bronzestatuen, wie sie von Plinius Nat. hist. XXXIV, 98 erwähnt werden, kennen wir kein Beispiel.

Anlangend die Hinzufügung von Attributen aus Silber oder in Versilberung, ganz oder zum Theil, so haben wir dafür ein inschriftliches Zeugniß in Betreff einer Bacchusstatue aus Bronze mit silbernem Thyrsus und silbernem Cantharus bei Gruter Inscr. ant. p. LXVII, n. 2, womit verglichen werden kann, daß der Thyrsus des »Ampelos« an dem Henkel eines Bronzegefäßes aus Pompeji mit einem Pinienconus aus Silber versehen ist (Finati Gal. des petits Bronzes du mus. roy. Bourbon, Naples 1843, p. 28) und daß an einem tanzenden Flügelknaben am Henkel eines Kruges aus Herculaneum Cantharus, Rhyton und Flügel von Silber sind (Winckelmann's Werke II, S. 82, Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 182). Beispiele von erhaltenen Rundwerken sind etwa der silberne Caduceus bei Mercur und die silberne Börse desselben oben S. 33, sicher der Caduceus oben

---

hier mitzutheilen. Die aufrechtstehenden Dreiecke am Zickzackornament »sind aus einem anderen Stoff dünn eingelegt, der jetzt schwarze Farbe gegenüber dem Grün der Bronze hat. Auf der oberen Fläche der Basis ein Lorbeerzweig, der in zwei Armen nach r. und l. ausgeht und sich in der Mitte vereinigt. Früchte und Blätter wechseln bei ihm ab. Die Blätter sind aus dünnen Silberplatten; die Früchte mit ihren Stengeln sowie der mittlere Hauptstengel des Kranzes aus dem erwähnten schwarzen Stoff. In der Mitte des Kranzes eine Rosette, von deren Blättern die innere Hälfte schwarz, die äußere silbern, der mittlere Kreis silbern ist«. Sollte der »schwarze Stoff« nicht Niello sein?

1) Ueber das hohe Alter der Emailtechnik vgl. Virchow »Das Gräberfeld von Koban« S. 137 fg., auch W. Helbig »Das Homerische Epos aus den Denkmälern erläutert« S. 303.

S. 36. Der hübsche Apollo aus Pompeji (Overbeck Pompeji Fig. 283 d. viert. Aufl.) hat an seiner Leier silberne Saiten (Finati Mus. Borbon. p. 153, n. 66, Overbeck a. a. O. S. 545) und bei der trefflichen Fortuna-Isis aus Herculaneum (Denkm. d. alten Kunst II, 73, 925 (927)) sind nicht allein die Ornamente an der Basis mit Silber ausgelegt, sondern auch die Lotosblume auf dem Kopfe der Figur ist von Silber, wie die Akademiker in den Bronzi di Ercolano II, p. 97 ausdrücklich angeben.

Die meisten Beispiele von Zuthaten aus anderem Stoffe betreffen den Schmuck des Körpers selbst. Sie finden sich unter den Götterdarstellungen begreiflicherweise hauptsächlich bei denen der Venus, dann zunächst bei denen des Mercur, von welchem Gotte ja ganz besonders viele Statuetten aus Bronze auf uns gekommen sind. In den bei Weitem meisten Fällen ist der Schmuck mit Silber eingelegt oder versilbert. Einen Kranz aus Silber hat ein Hercules zu Wien, dessen bärtiger Kopf zugleich auch silberne Augen hat (Sacken und Kenner Samml. S. 296, n. 1124). An einem großen Gefäße aus Ruvo zu Neapel hat une figure de femme à demi-nue sur un cygne, wohl Venus, deren Augen versilbert sind, le front orné d'une couronne de myrte en argent (Finati Gal. d. pet. Bronzes p. 31, vgl. Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 194 fg. und Winckelmann's Werke II, S. 81). Von einem goldenen, bzw. vergoldeten Kranze findet sich ein Beispiel an einer Venusstatuette einer Gruppe zu Turin, welche außerdem mit zwei goldenen Bändern an beiden Armen geschmückt ist; vgl. Nachrichten von der K. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen 1877, S. 684 fg. Dazu kommt ein anderes an der Protome di Lucio Vero armato (so!) di corona civica dorata di buonissima stile (Cataloghi del mus. Campana, Ser. II, p. 11, n. 66). Dann und wann findet sich ein Kranz von Silber zugleich mit einem silbernen Stirnbande. Ein Amor (oder knabenhafter geflügelter Bacchus) des Mus. zu Neapel erscheint avec la couronne de lierre et le bandeau argentés. Les yeux sont incrustés en argent (Finati Gal. d. pet. Bronzes p. 29, Gerhard und Panofka a. a. O. S. 193, Bronzi di Erc. I, 7, O. Jahn Lauersforter Phalerae Taf. III, n. 3). Augen und Epheukranz versilbert auch an einer Bacchusstatuette im Collegio Romano (Beschreib. der Stadt Rom III, 3, S. 493). An einem vase en trèfle figuré par une superbe tête de femme, richement coiffée à l'asiatique aus der Sammlung Borgia im Nationalmuseum zu Neapel le diadème et les plis de la coiffure et les yeux sont incrustés d'argent (Finati Gal. d. pet. Bronzes p. 48, n. 658). Eine verzierte mit Silber eingelegte Tänia kommt vor bei der schon oben S. 41 erwähnten Herculanensischen Tänzerin und bei zwei ihrer le-

bensgroßen Genossinnen (Finati Mus. Borb. p. 148 fg. n. 44, Bronzi d'Erc. II, 73 und R. Mus. Borb. II, 8 u. 6)[1]), bei der überlebensgroßen Victoria von Brescia (Mus. Bresciano illustr. I, t. XXXVIII—XL)[2]), bei welchen drei letzten Statuen sie, abgesehen von den aus anderem Materiale eingesetzten Augen, den einzigen Schmuck ausmacht; eine einfachere an der bei Korinth gefundenen Venusstatuette im Mus. de Ravestein I, p. 345, n. 448, und bei der Büste einer Bacchantin von einem Dreifuß zu Wien (Sacken und Kenner Samml. 309, n. 1304). In diesen beiden Fällen bildet die »bandelette d'argent« und die »Binde« den einzigen Schmuck der Figuren. Ein Beispiel von einer männlichen Figur, einer Copie nach einem berühmten Marmorwerke des Praxiteles, bietet die unterlebensgroße Bronzestatue des Apollon Sauroktonos in der Villa Albani mit nach Winckelmann's Zeit (s. Werke VII, S. 122) eingesetzten neuen Augen (E. Braun »Die Ruinen und Museen Roms«, S. 677, n. 61), dessen »Diadema« schon Winckelmann Werke V, 7, 2, 8, S. 134 als zu den erhaltenen »mit Silber durchbrochenen« (oder besser, wie S. 429, Anm. 585 bemerkt wird »mit Silber eingelegten«) Stücken gehörend hervorhob. Also ist die Tänia selbst doch wohl von Bronze. Von Brunn wird in der Beschr. der Glyptothek König Ludwig's I, S. 274 n. 302 erwähnt »ein jugendlicher Kopf, vielleicht eines siegreichen Athleten, mit schlichtem Haar, um welches ein schmales Band gelegt ist«, ein Werk, in welchem er es für gestattet erachtet, »einen Nachguß,

1) Ueber diese Tänien theilt mir K. Lange Folgendes mit: »Die Bänder in den Haaren sind bei den drei Figuren mit Rosetten verziert, die bei zweien in einfache Mäander, bei einer aber« der oben an zweiter Stelle aufgeführten, »in Kreisbögen eingeschlossen sind. Jede Rosette besteht aus vier Blättern, »deren zwei aus Silber, zwei aus der« schon oben S. 41 als an der Gewandung vorkommend »erwähnten rothbraunen Legirung eingelegt sind, und zwar derart, daß einmal die beiden horizontalen, einmal die beiden verticalen Blätter aus Silber bestehen. Die Mäander und Kreisbögen sind aus der rothbraunen Masse hergestellt«.

2) Was das Kopfband der Victoria von Brescia betrifft, so nimmt Müller im Hdb. der Arch. §. 306, A. 5 die Angabe an, daß es silbern sei. Im Text des Mus. Bresc. p. 139 heißt es: sulla benda e intarsiato in argento un ramo di ulivo. H. Dütschke giebt in der Beschreibung des Mus. patrio in den Ant. Bildwerken in Oberitalien IV, S. 153, n. 375, an, »daß sich an Kopfband und rechter Hand sogar noch Spuren der Vergoldung erhalten haben« und durch das Haar »ein mit je drei stilisirten Lorberblättern ornamentirtes Band gehe«, ohne von Silber auch nur ein Wort zu sagen. Das Wahrscheinlichste ist wohl, daß die Blätter (rücksichtlich deren wir lieber an solche vom Oelbaum als an solche vom Lorbeer denken möchten) in das aus Bronze bestehende Band mit Silber eingelegt sind. Ob das Band außerdem vergoldet war, ist wohl noch genauer zu untersuchen.

eine durch Abformung über dem Original gewonnene Copie« einer Bronzestatue »der Kunstrichtung und Zeit des Polyklet« zu erkennen, mit vergoldeten Lippen und Augen, die jetzt hohl sind. Brunn fügt hinzu: »auch an dem Bande war wohl Einzelnes mit Silber eingelegt«. Cum redimiculo aurif. (aureo Pigh. (?), aurifico (?) Forcellini Lex. s. v. aurificus) war nach Gruter's Inscr. p. LXVII, n. 2 die Statue des Bacchus mit den oben S. 42 erwähnten Attributen dargestellt. Dreimal finden wir die bronzene Stephane weiblicher Figuren mit Rosetten von Silber verziert (in den uns genauer bekannten Beispielen je dreien): an der zu Athen gefundenen schönen Statuette ohne andere silberne Zuthaten bei Froehner Coll. J. Gréau, Bronzes ant. pl. XXVII, welcher jene p. 194, n. 935 der ersten Hälfte des fünften Jahrhunderts v. Chr. zuschreibt, an der durch die Abbildungen bei Sacken »Die Bronzen d. K. K. Münz- u. Ant.-Cab. zu Wien« Taf. V, n. 1 und bei Overbeck Griech. Kunstmyth. II, 1, Taf. I, n. 1 bekannten Statuette der Hera, an welcher nach Sacken S. 17 die Augen mit tiefen Sternen aus Silber sind, und an der schon oben S. 38 erwähnten Statuette einer Göttin bei Dubois Coll. Pourtalès-Gorgier n. 609. Eine Venusstatuette, welche ich im J. 1874 im Stadtmuseum zu Trient sah, hat eine vergoldete Stephane. Eine sehr schöne Statuette derselben Göttin im Mus. Fol zu Genf zeigt diese mit zwei goldenen Haarnadeln und Ohrringen geschmückt (Cat. du Mus. Fol, I, p. 27, n. 1281). Eine Venusstatuette mit einem collier d'or in der Gazette arch. I, 1875, pl. 33, vgl. p. 127. Ein silbernes Halsband lernten wir schon oben S. 38 bei einer Statuette der Victoria kennen. Auch das Brustbild der mit silbernen Augen versehenen »Pomona« (gewiß des Attis) in den Bronzi di Ercol. I, 10 hat ein geschmücktes Halsband von Silber, wie p. 48 ausdrücklich hervorgehoben wird. Ein »silbern eingelegtes« Halsband an einer jugendlichen männlichen sehr schönen Herme, die zugleich »silberne« Augen hat, beschreibt Friederichs Berlins ant. Bildw. II, S. 485, n. 2240. Eine goldene torques nach Gallischem Brauch trafen wir bei der Statuette des Mercur auf S. 36, sowie silberne bei den Galliern auf dem S. 39 erwähnten Relief. Sie finden sich auch in besonderen erhaltenen Exemplaren sowohl aus Gold als auch aus Silber. Häufiger kommt Arm- und Beinschmuck vor, meist aus Silber, dann und wann auch aus Gold. Den schon oben S. 36 für Venus beigebrachten Beispielen kann hinzugefügt werden die nackte Statuette der früheren Sammlung Hertz (Cat. of the collect. formed by B. Hertz, London 1851, p. 130, n. 15) mit silbernen »pupils« und Armbändern von Silber. Sehr interessant ist die figurina alata (Victoria?) aus Pompeji, über welche Finati Mus. Borb. p. 153, n. 65 berichtet:

È mancante del braccio destro, ed è osservabile l'armilla di oro che cinge il sinistro, fregiata nel mezzo da un piccolo smeraldo mal concio dal tempo e dal fuoco. Am linken Arme eines Mercurs zu Wien befindet sich ein später hinzugefügter gewundener doppelter Ring aus Silberdraht, vgl. Sacken und Kenner Samml. S. 300, n. 1158 und besonders Sacken »Die Bronzen« S. 56, zu Taf. XXXIII, F. 11. — Auch auf dem bekannten Bronzerelief aus Paramythia (Denkm. d. a. K. II, 27, 293) sind »kleine Zierden wie Armbänder« eingelegt, und zwar mit Silber (s. Hirt in Böttiger's Amalthea I, S. 250 fg., Müller's Handb. der Arch. §. 311, A. 5).

Um schließlich auch entsprechende Beispiele von Thieren aus Bronze zu geben, so erwähnen wir, daß es nach Winckelmann's Werken Bd. V, Anm. 588, S. 430 in der Florentinischen Sammlung antiker Bronzen ein paar kleine Tiger giebt, an welchen die Streifen des Fells mit eingelegtem Silber nachgeahmt sind; nach Friederichs Berlins ant. Bildw. II, S. 496, n. 2332 die Flecken des Felles eines Panthers durch eingelegtes Silber markirt sind; nach Chabouillet a. a. O. p. 525, n. 3107 an einem weiblichen Panther les mouchetures de la robe (welche an einem anderen unter n. 3106 aufgeführten Exemplare par un pointillé gebildet sind) sont figurées par des incrustations d'argent et de cuivre rouge; nach Adr. de Longpérier a. a. O. p. 212, n. 989 an einem Karpfen les écailles sont argentées und Friederichs a. a. O. S. 500, n. 2413, a, auch eine »froschartige Figur, mit Silber verziert«, als aus dem Orient gebracht erwähnt. Dazu füge man hier etwa noch das oben S. 36 berührte Geschirr des Pferdes Alexander's, so wie das des springenden Pferdes aus Herculaneum (Finati R. Mus. Borbon. p. 163, n. 91, Bronzi di Ercol. II, 65)[1]) und einen Widderkopf aus Bronze zu Wien mit einer kupfernen Binde (Sacken und Kenner Samml. S. 310, n. 1346).

Bei kleinen Thieren aus Bronze, die zum Schmuck an fibulae gedient haben, findet man mehrfach auch gefärbtes Glas und na-

1) Das an letzterer Stelle erwähnte $1^3/_4$ Palm hohe springende Pferd wurde mit der Reiterstatuette Alexanders zusammen gefunden. Beide Pferde stammen ohne Zweifel aus demselben Atelier. Nach Finati ist jenes ornato di testiera e broglia di argento. Die Herculanensischen Akademiker sagen p. 251 nur, daß le borchie o rosette von Silber seien. K. Lange notirte sich: »Gebiß und Zügel aus Eisenblech (?) angesetzt. Ebenso die Zäumung des Kopfes. Immer an einem Kreuzungspunkte zweier Riemen eine silberne Rosette«. Hinsichtlich der Reiterstatuette Alexanders (»auf der Oberseite von deren Basis um den Rand herum rosettenartige aus Silber und einem dunkelen Stoffe eingelegte Ornamente«) bemerkte er über das Pferd nur: »Kopfzäumung wie bei 4894«, dem einzelnen springenden Pferde, »mit sechs silbernen Rosetten«.

mentlich Email verwendet, und zwar dieses meist zur genaueren Bezeichnung des Felles, auch des Gefieders. Beispiele bei Adr. de Longpérier p. 179, n. 783 (loup), p. 189, n. 835 (panthère mâle), n. 836 u. 837 (panthère femelle), p. 192, n. 855 (sanglier), p. 194, n. 867 (cheval), p. 200, n. 911 (chèvre), p. 206, n. 952—954 (paon). Von Friederichs wird in Berlins ant. Bildw. II, S. 496, n. 2331 ein Panther mit roth emaillirten Augen, »dessen Flecken durch rothes und blaues Email wiedergegeben sind«, erwähnt, »gewiß der Henkel einer Vase«. Zwei Farben finden wir auch bei den Flecken der Panther bei A. de Longpérier n. 835 (roth und grau) und n. 837 (weiß und blau), nur eine (roth) bei n. 836.

Wenden wir uns jetzt zu den aus Silber und anderen Materialen bestehenden eingelegten Bestandtheilen des menschlichen Körpers sowie auch der Versilberung, Vergoldung, Verkupferung und Emaillirung der betreffenden Theile, so mögen zuerst diejenigen Beispiele betrachtet werden, bei denen es sich um thierische Zuthaten zu der Menschengestalt handelt.

Dahin gehören die Flügel von Silber, welche wir oben S. 42 als am Henkel eines Kruges bei einem tanzenden Knaben (gewiß Amor) vorkommend erwähnt haben. Aber von einem Rundwerke kennen wir kein Beispiel von silbernen oder goldenen, nicht einmal eins von versilberten oder vergoldeten oder emailirten Flügeln, obgleich dieselben im Alterthum ohne Zweifel vorgekommen sind.

Dagegen treffen wir Hörner und bocksartige Warzen (φῆρσα), welche den Satyrn eigenthümlich sind, in einigen Fällen an Rundwerken, nicht bloß an den beiden oben S. 37 erwähnten, sondern die silbernen Hörner auch bei der zugleich mit silbernen Augen versehenen Büste des jugendlichen »Faun« im K. K. Antiken-Cab. zu Wien nach Sacken und Kenner Sammlungen S. 304, n. 1204. Vielleicht waren auch an der Statuette des Faune couronné de lierre in der Nationalbibliothek zu Paris, über welche Chabouillet a. a. O. p. 508, n. 3023 berichtet: les yeux sont incrustés d'argent; deux trous au front indiquent la place des deux cornes, die Hörner aus Silber. Freilich eine sehr geringe Anzahl von Beispielen für einen Bilderkreis, aus welchem uns so sehr viele Bronzedarstellungen erhalten sind.

Gehen wir zu dem gewöhnlichen Menschenkörper über so handelt es sich zunächst und hauptsächlich um die Augen[1]).

1) Die Literatur über eingesetzte Augen zuletzt bei J. Marquardt »Das Privatleben der Römer« Th. I, Leipzig 1879, S. 668, Anm. 12, u. S. 669, A. 1 (ebenso schon früher »Röm. Privatalterthümer«, Abth. II, Leips. 1867, S. 280 fg., Anm. 51 u. 52). Vgl. auch Welcker zu Callistrat. Stat. III, p. 690 der Jacobs'schen Ausg. Was den inschriftlich (Orelli 4185) vorkommenden faber ocula-

Die Einsetzung der Augen, welche schon in Aegypten und im Orient statthatte, läßt sich in Griechenland bereits zur Zeit des archaischen Stils nachweisen, obgleich die größte Zahl der Bronzewerke aus der betreffenden Zeit, an denen wir jetzt nicht mehr arm sind, nichteingesetzte Augen zeigen. Belege dafür sind unten in der Detailbesprechung der Augen von Silber (S. 50) und der von Schmelz (S. 54) beigebracht. Andere werden durch Rundwerke an die Hand gegeben, an welchen man ausgehöhlte Augen gewahrt: durch die schon von Winckelmann Werke VII, S. 122 erwähnte, vermeintlich Etruskische »älteste vorhandene Figur aus Erz im Barberinischen Palaste«, welche sich jetzt im Palazzo Sciarra befindet und von A. Michaelis in Gerhard's Arch. Anzeiger 1863, S. 122* fg. als eine mit den Aegineten zusammenzustellende Bronzestatue eines Epheben genauer beschrieben wird; die schon oben S. 38 berührte »altgriechische« Athena zu Wien und den unten S. 57 Anm. berücksichtigten Zeuskopf aus Olympia.

Die Augen sind aus verschiedenen Materialen eingesetzt. In den bei Weitem meisten Fällen ist der Stoff ein anderer als der des Bildwerks. Aber es giebt doch auch mehrfache Belege dafür — obgleich es bisher nicht gehörig beachtet ist —, daß die Augen von Bronzen aus Bronze eingesetzt wurden, ganz oder zum Theil. Für Beides, hauptsächlich das Erstere, hat K. Lange bloß im Mus. naz. zu Neapel folgende Beispiele gefunden: n. 4994 »Angler« (Mus. Borbon. IV, 55) »die Augen aus Bronze, aber besonders eingesetzt und mit einfachen tiefen Löchern versehen zum Einsetzen der Iris«; für das Erstere n. 4998 (Aphroditestatuette), 5077 (laufender Eros); 5592 (sogenannte Berenice (Bronzi di Ercol. I, 63. 64, Mus. Borb. VII, 12)[1]), 5596 (»Tolomeo Alessandro« (Bronzi di Ercol. I, 69. 70), mit der Bemerkung, daß »das eine Auge ausgefallen«), 5600 »Tolomeo Sotere II« (Br. d. Erc. I, 67. 68), 5608 »Archaischer Apollokopf« (Br. d. Erc. I, 71. 72, Denkm. d. alten Kunst II, 11, 118), 5631 »alter männlicher Porträtkopf«. Ein Beispiel steht in stofflicher Beziehung vereinzelt da: n. 5000 »Eros mit Gans, Wasserausguß, Augen aus anderer Bron-

---

riarius betrifft, so glaubt Froehner Les mus. de France p. 5, A. 5, que c'était un fabricant d'instrument de chirurgie à l'usage des médecins oculistes.

1) Freilich giebt Finati R. Mus. Borbon. p. 145, n. 27 an: aveva gli occhi e le labbra intarsiate di argento. Aber weder im Texte zu den Bronzi di Erc. noch in dem von Finati herrührenden zu dem Mus. Borb. VII, 12 ist von silbernen Augen die Rede. Vielleicht beruhte Finati's frühere Angabe über diese auf dem Umstande, daß er die Augen als eingesetzte erkannte und deshalb als moderne Arbeit betrachtete und wegen der silbernen Lippen auch silberne Augen voraussetzte.

zemischung eingesetzt, die nicht oxydirt ist, mit einfachen Löchern«. Beispiele für die partielle Einsetzung von Bronze, welche meist die Iris betreffen, bei Augen aus Silber (unten S. 51 fg.), Email (unten S. 54 fg.) und aus Elfenbein (unten S. 59).

Unter den erhaltenen Beispielen sind die von silbernen Augen die zahlreichsten, dann kommen die Augen aus Email.

Silberne, bzw. versilberte Augen finden sich so häufig, daß es ganz überflüssig ist, alle einzelnen Beispiele aufzuzählen; das um so mehr, als wir in dieser Abhandlung bei den Bildwerken, die in Betreff anderer Theile des Körpers oder an der Gewandung oder am Schmucke eingelegte Arbeit zeigen, auch angegeben haben, ob und in welchem Material die Augen eingelegt sind. Die Art des Materials läßt sich freilich in den nicht so seltenen Fällen nicht genauer bestimmen, in denen die Augen ausgefallen sind, was schon im Alterthum selbst vorgekommen ist, und zwar nicht bloß durch absichtliche oder unabsichtliche Beschädigung des betreffenden Werkes, sondern auch in Folge ungenügender Befestigung bei der Einsetzung, wie uns denn ein solches Beispiel solcher von selbst ausgefallenen Augen schriftlich bezeugt ist durch Plutarch de Pyth. or. 8.

Die Zahl der Beispiele eingesetzter Augen begegnen uns aber nicht allein an statuarischen Rundwerken, sondern auch an Gefäßen und Geräthen aus Bronze, und hier handelt es sich wiederum ganz vorzugsweise um silberne Augen. Im Collegio Romano befindet sich »ein Gefäß aus einem behelmten Kopf gebildet, dessen Augen früher eingelegt waren« (Beschreibung der Stadt Rom III, 3, S. 492). Ein anderes Beispiel eines Gefäßes in Kopfform, an welchem die Augen jetzt gleichfalls nicht mehr erhalten sind, bietet die Gazette archéol. V, 1879, pl. 13. In beiden Fällen hat die Annahme silberner Augen doch wohl die größte Wahrscheinlichkeit. Sicher stehen dieselben in folgenden drei Fällen. An einem großen einhenkligen Gefäße im Mus. nazion. zu Neapel, welches von Gerhard und Panofka »Neapels ant. Bildw.« S. 237, Schrank IV, verzeichnet ist, finden sich anscheinend sogar fünf Beispiele: »Die drei breiten Füße sind durch (je) eine Sphinx mit silbernen Augen gebildet. Ein halbbekleideter Jüngling, Apollo« — oder wahrscheinlicher Dionysos — »bildet den Henkel, der unter der Basis des Jünglings in das Brustbild eines Amor endet. Beide Figuren haben eingesetzte Augen« (doch wohl auch aus Silber?). An einem ovalen Gefäße aus Bronze im Mus. nazion. zu Neapel findet man Bacchische Frauenköpfe, deren »Augen mit Silber ausgelegt sind«, angebracht (Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 168, n. 32). In der vormaligen Campana'schen Sammlung befand sich ein manico di vaso con maschera di satiro

barbato con occhi intarsiati di argento (Cataloghi del museo Campana Cl. II, p. 4, n. 27). Doch glauben wir ausdrücklich bemerken zu müssen, daß silberne Augen denen aus Bronze gegenüber die verschwindende Minderheit ausmachen, ein Verhältniß, das, wenn auch in geringerem Maaße, selbst dann bestehen bleibt, wenn man die Beispiele von Augen aus Email und anderen Materialen hinzuzählt. Die Augen von Silber finden sich, ähnlich wie die übrige eingelegte Arbeit in Silber, fast durchaus nur an sorgfältigeren Werken. Doch würde man sehr irren, wenn man sie als eine wesentliche Eigenschaft solcher Werke betrachten wollte. Es giebt eine Anzahl von Rundwerken aus Bronze mit eingelegter Arbeit oder mit hinzugefügtem Schmuck aus Silber und Gold, an denen die Augen nicht von Silber sind. Ja von den schönsten Bronzen, welche uns überkommen sind, haben die meisten keine silbernen Augen. Das älteste sichere erhaltene Beispiel eingesetzter Augen aus Silber giebt meines Wissens entweder eine aus Sicilien stammende figurine de Mars de très ancien style, welche Adrien de Longpérier Bronzes du Louvre p. 23, n. 93 erwähnt, oder die oben S. 36 fg. besprochene Statue des Apollo in demselben Museum, welche im Meere bei Piombino entdeckt wurde, aber sicherlich aus der Peloponnesos stammt. Im eigentlichen Griechenland wurden gefunden: zu Athen die Zeusstatuette, welche Froehner Collect. Julien Gréau, Bronzes ant., p. 184, n. 909 verzeichnet; zu Paramythia in Epirus die von Köhler Ges. Schriften, herausg. von Stephani, VI, S. 34 beschriebenen Statuetten; in der Peloponnes der in Paciaudi's Monum. Peloponnes. II, p. 69 schon vorlängst bekannt gemachte Bronzekopf[1]). Bei den ersten Beispielen handelt es sich um silberne Augen allein. Dasselbe gilt von einem Mercur »aus der Blüthezeit der Griechischen Kunst« zu

1) Ich würde im Obigen auch die zu Pagonda auf Euböa gefundene Artemisstatuette aufgeführt haben, welche W. Vischer in der Arch. Ztg., 1861, Taf. CLIV, 4. 5, herausgegeben und A. Burckhardt in dessen Kl. Schriften II, T. XVI wiederholt hat, wenn ich den Ausspruch Vischer's: »die Augen sind ausgebohrt, waren also ohne Zweifel mit Silber eingelegt«, für richtig halten könnte. Ganz dieselbe Behauptung stellt J. Friedlaender in der Arch. Ztg. 1877, S. 79 in Betreff der oben S. 39 erwähnten Imperatorstatuette des Berliner Mus. auf. Aber so apodiktisch darf man über das einstige Material ausgehöhlter Augen von Bronzen nicht urtheilen, wie aus dem Folgenden klar werden wird. In Betreff des Berliner Imperators wird die auch von Friederichs getheilte Annahme silberner Augen wohl das Richtige treffen. Ueber die Artemis habe ich auch durch eine Photographie Kunde, welche mir Vischer vor Jahren schickte. Man sieht ganz deutlich, daß nur die Pupille tief eingebohrt ist, so daß etwas hineingesetzt werden konnte; das Weiße des Auges ist vollkommen und deutlich vorhanden, besteht also sicherlich aus Bronze.

Wien, welchen Sacken und Kenner Sammlungen, S. 305, n. 1210 aufführen. Daß zudem manche der in den verschütteten Städten am Vesuv gefundenen Bronzen mit Augen und anderer eingelegter Arbeit aus Silber und anderen Stoffen nicht bloß von Griechischen Künstlern herrühren, sondern auch in Griechischen Ländern verfertigt sind, läßt sich wohl kaum in Zweifel ziehen. Die große Masse der betreffenden Beispiele gehört selbstverständlich der Griechisch-Römischen Kunstübung an. Manche stammen aus den westlichen Provinzen des Römischen Kaiserreichs.

Nachdem wir nur noch erwähnt haben, daß sich silberne Augen auch bei Thieren aus Bronze finden (z. B. — um von dem kolossalen Pferdekopf aus Palazzo Colobrano im Mus. Borbon. III, 10 zu schweigen —[1]) bei dem oben S. 35 fg. beschriebenen Bukephalos und dem cavallo d'ottimo disegno und dem Hunde, welche Fil. Buonarroti Osservaz. sopra alc. medaglioni ant. p. XII erwähnt, bei der Ziege in Sacken's und Kenner's Samml. S. 308, n. 1261, dem Widderkopf und dem Bockskopf, ebenda S. 310, n. 1334 u. 1335, dem Kopf eines jungen Stiers S. 310, n. 1341, dem Rehbock im Mus. naz. zu Neapel n. 4924, über welchen K. Lange angiebt: »Augen von Silber eingesetzt und ein Kreis hineingeritzt« — vgl. das schöne seltene Rhyton aus Bronze, in der Form eines Hirschkopfs, welches silberne Augen zeigt, bei Finati Gal. des pet. Bronzes p. 36 —, bei einem Löwen, s. de Longpérier Bronzes du Louvre p. 183, n. 799, wie in einer Aegyptischen Bronze bei einem Luchs, vgl. Mus. Fol I, p. 278, n. 1289, auch bei einem Raben, s. ebenda n. 1290), haben wir schließlich noch Folgendes zu bemerken.

Die Augen von Silber sind entweder allein aus diesem Material oder aus ihm und einem anderen.

In jenem Falle war gewöhnlich die Iris, auch wohl die Pupille angedeutet. Beides wird von Sacken und Kenner Samml. S. 283, n. 522 besonders hervorgehoben an einer vortrefflichen Büste des Augustus: »mit silbernen Augäpfeln, Sterne und Pupillen markirt«.

Doch findet es sich auch, daß Keins von Beiden statthat.

---

1) Ueber diesen schon von Vasari und neuerdings von Reumont für ein Werk Donatello's gehaltenen Kopf notirte sich K. Lange: »Augen aus Silber eingesetzt, Pupille darin aus Bronze und mit einem nicht sehr tiefen Loch versehen«. Dagegen heißt es im Text z. Mus. Borb. III, 10, p. 3: è osservabile, che il bulbo degli occhi è ricoverto da una lamina di ferro. Wir müssen dahingestellt sein lassen, welche Angabe das Richtige trifft, können aber nicht umhin darauf aufmerksam zu machen, daß Lange fragweise bei dem springenden Pferde und dem Bucephalus Alexanders das als Eisenblech bezeichnet, was von Anderen Silber genannt wird (s. oben S. 36).

Bei dem »mystic Bacchus« (Triton) in den Spec. of ant. sc. I, n. 55. 56 sind, wie der Erklärer hervorhebt, die silbernen Augen without any indications of the pupils (auch die Iris ist nicht angedeutet), wie das auch an den bronzenen Augen noch in späterer Zeit bei besseren Werken mehrfach vorkommt, z. B. bei einer prächtigen großen Cybelebüste in der Nationalbibliothek zu Paris (Chabouillet a. a. O. n. 2917).

Von den aus Silber und einem anderen Materiale eingesetzten Augen besteht in der Regel das Weiße aus Silber. Das Uebrige anlangend, so haben wir in neuerer Zeit einige genauere Kunde erhalten. An einer bei Wopernow in der Gegend von Schievelbein gefundenen Statuette, über welche zuletzt Friederichs Berlins ant. Bildw. II, S. 508, n. 2500 und J. Friedlaender in der Arch. Ztg. XXXV, 1877, S. 79 gesprochen haben, waren nach dem letzteren die Augen, von denen eins erhalten ist, mit Silber ausgelegt, die »Pupille« (Iris?) von bläulichem Glas oder Schmelz[1]). Eigenthümlicher ist das, was wir durch A. de Longpérier Bronz. du Louvre p. 147, n. 637 über eine Büste des Scipio Africanus hören: le globe des yeux est recouvert d'une lame d'argent qui laisse voir le bronze à la place de l'iris. A. de Longpérier scheint nicht angenommen zu haben, daß die Iris besonders eingesetzt gewesen sei. Bei dem oben S. 36 erwähnten Mercur des Brit. Museums waren nach ausdrücklicher Angabe die Pupillen der silbernen Augen mit keinem anderen Materiale gefüllt. Auch der Erklärer der oben S. 37 beschriebenen Satyrherme in den Specim. of ant. sculpt. II, 28 bemerkt ausdrücklich: the pupils are excavated but without the appearance of having been filled up with gems or other similar material. Anders urtheilte A. Michaelis (s. oben S. 37). Desgleichen ist K. Lange in Betreff der oben S. 31 fg. besprochenen Athenastatuette der Ansicht, daß die hohlgelassene Iris mit Bronze gefüllt gewesen sei. Dazu kommen noch drei Beispiele aus den verschütteten Städten am Vesuv, über welche mir durch K. Lange schriftliche Kunde zu Theil geworden ist: n. 5613 des Mus. naz. zu Neapel (die schon oben S. 43 berührte Apollostatuette) »Augen aus Silber, Iris aus Bronze«; n. 5617, »Kopf des Tiberius«, Augen aus Silber und Bronze eingesetzt und gravirt; n. 5632

1) Vermuthlich gehört hieher auch der Dionysos in der Gruppe mit dem Satyr n. 4995 des Mus. naz. zu Neapel (oben S. 47, Anm.), bei dem nach K. Lange's Notizen die aus Silber eingesetzten Augen »tiefe Löcher für eine verlorene Masse« zeigen (welches, was beachtenswerth, bei den silbernen Augen des Satyrs nicht der Fall zu sein scheint), und der unten S. 62 unter der Rubrik »Lippen« erwähnte Knabe zu Oldenburg. S. auch unten S. 58, Anm.

»Caligulakopf (Bronzi di Erc. I, 57. 58), Augen aus Silber, Iris aus röthlich oxydirter Bronze, in der Mitte ein kleines tiefes Loch für die Pupille«. Entsprechende Beispiele werden wir unten S. 54 fg. bei Augen aus Email und S. 59 bei einem aus Elfenbein finden.

Sacken und Kenner Samml. S. 289, n. 727 führen eine herrliche bekränzte Büste des Hercules »mit silbernen Augäpfeln, goldenen Sternen« auf. Das wäre etwas sonst nicht Nachweisbares, wenn auch nicht durchaus Unmögliches. Aber Sacken sagt in den ant. Bronzen des K. K. Münz- u. Ant.-Cab. I, Wien 1871, S. 102 über die auf Taf. XXXV, n. 9 abgebildete mit Lorbeer bekränzte Büste des Herakles nur: »die Augäpfel waren mit Silber belegt«. Von goldenen Augensternen ist gar nicht die Rede. Die Abbildung zeigt Pupillen, die wie eingebohrt aussehn. Sollte an Bernstein (s. unten S. 59 fg.) zu denken sein?

Eine merkwürdige Besonderheit sind die »silbernen Pupillen« bei der schon oben S. 45 erwähnten Venus der einstmaligen Hertz'schen Sammlung nach dem Catal. p. 130, n. 15, da man doch annehmen muß, daß das übrige Auge aus Bronze ist (es ist doch gewiß nicht daran zu denken, daß mit pupil nicht die Pupille oder Iris, sondern das ganze Auge gemeint sei).

Außer Statuen von Bronze mit silbernen Augen gab es vermuthlich auch solche mit goldenen. Schon Gori hat im Mus. Etruscum Vol. II, p. 208 als Worte des sogenannten Caecilius Balbus (Teuffel-Schwabe Gesch. d. Röm. Literatur §. 212, A. 6, S. 410) bei Joannes Saresberiensis angeführt: »eum qui aureos Jovis oculos eruit«. Die hier bezeichneten eingesetzten Augen kann man sich entweder als solche denken, die ganz aus Gold waren, oder als solche, bei denen wenigstens das Weiße aus Gold bestand oder vergoldet war, nicht aber als solche, die nur eine goldene Iris oder Pupille hatten. Freilich verlautet nichts über das Material der betreffenden Jupiterstatue oder Jupiterstatuen. Dasselbe muß doch wohl als in Bronze bestehend gedacht werden, auf welche auch die nach den obigen folgenden Worte: aut argento gemmisque sublatis vestem nititur excaecare, zunächst führen. Auch wenn man Marmor annimmt, darf man die »goldenen Augen« als ebenfalls bei bronzenen Statuen vorgekommen betrachten, da sie, wenn man sie bei Marmorstatuen anbrachte, gewiß auch bei Bronzen gebräuchlich waren. Die mehrfach bei Marmorwerken vorkommende Anwendung von Metall in Betreff der Augen ist sicherlich von der Bronzetechnik her auf jene übertragen. Von Augen allein aus Gold an menschlich dargestellten Figuren kenne ich allerdings kein auf uns gekommenes Beispiel; ob Comarmond sichere Kunde von bezüglichen erhal-

tenen Werken hatte, als er Descr. des antiq. du palais-des-arts de la ville de Lyon p. 194 schrieb: souvent le globe de l'oeil était en or, ist sehr die Frage. Das verschlägt aber um so weniger, als ein doppelter Löwe aus Bronze mit goldenen Augen bekannt ist (Sacken und Kenner Samml. S. 291, n. 906).

Von kupfernen Augen bei Bronzen ist meines Wissens kein Beispiel vorhanden. Doch scheint bei dem berühmten Kopf des Antinous aus Palazzo Mondragone bei der Herstellung der Augen Kupfer verwendet zu sein, s. meinen Text zu den Denkm. d. a. Kunst Bd. I, n. 388, S. 94 fg.

Wenn Janssen der »Schenkin« des Leydener Museums (s. oben S. 41) mit Recht bleierne Augen zuschriebe, so würde das ein ganz vereinzelt dastehender Fall sein. Aber die Angabe hinsichtlich der Augen spricht ganz besonders dafür, daß er auch in Betreff des Gewandsaumes Silber mit Blei verwechselte.

Wenden wir uns jetzt zu der Anwendung von Schmelz und Glas behufs der Herstellung des ganzen Auges oder doch des Weißen des Auges oder der Iris und der Pupille, so haben wir als ältestes uns bekanntes hiehergehörendes Beispiel aufzuführen den von Cerigo stammenden Kopf des Berliner Museums, welchen Brunn in der Arch. Ztg. 1876, Taf. 3 u. 4 abbildlich mitgetheilt und S. 24 fg. besprochen hat. An ihm sind nach Brunn »die Augen aus einem von der Bronze verschiedenen Material eingesetzt; das Weiße, aus einem jetzt gelblich gewordenen Stoffe, hat sich noch erhalten; die Augensterne dagegen, wahrscheinlich aus einem dunkelen Steine gebildet(?), sind ausgebrochen«. Hinsichtlich der Bronzeköpfe des Augustus und der Livia von Neuilly-le-Réal bei Froehner Mus. de France pl. 1 u. 2 und jetzt auch bei Duruy-Hertzberg a. a. O. S. 136 u. 137 bemerkt Froehner p. 5: les yeux sont incrustés en émail blanc avec des pupilles noires aujourd'hui ternies. Vgl. auch A. de Longpérier Br. du Louvre n. 640 bis p. 149, wo aber die Farbe des Email nicht angegeben ist. Hier sind offenbar die schwarzen Pupillen nicht aus einem dunkelen Stein gebildet gewesen, sondern auch aus Email, ebenso wie die blauen bei den silbernen Augen der Bronze von Wopernow (oben S. 52). Gleichermaßen verhält es sich hinsichtlich des Bronzekopfes der Julia Titi zu Brescia nach H. Dütschke Ant. Bildwerke in Oberitalien IV, S. 138, n. 345: »Die Augen sind mit weißer Masse ausgefüllt, die Augäpfel waren aus schwarzem Schmelz«. Dasselbe gilt von den Augen der im Jahre 1817 zu Pompeji gefundenen Statuetten des Apollon und der Artemis im Mus. Borbon. VIII, 59 und 60, und jetzt auch bei Overbeck Pompeji S. 541, Fig. 279 u. 278 der vierten Aufl. Die Augen

des Apollo sind jetzt hohl, die der Artemis dagegen erhalten. Diese zeigen an dem Augapfel weiße, an der Pupille dunkele Farbe. Damit stimmt überein K. Lange's Angabe: »Augen aus einer weißen Masse eingesetzt, auf der die Pupille schwarz gefärbt und mit einem eingeritzten kleinen Kreise versehen ist«. Nach Finati Gal. d. pet. Bronzes p. 24, n. 21 waren an der Bronzestatuette eines jungen behelmten Mannes aus Herculaneum (Mars: Bronzi di Ercol. T. II, p. 67 fg. zu t. XVIII) les yeux incrustés en mastic rouge (offenbar nicht die ursprüngliche Farbe). Mehrere Beispiele verdanke ich den Notizen K. Lange's. »Bei dem Satyr mit Schlauch als Brunnenfigur n. 111495« — gewiß der in Overbeck's Pompeji S. 548, Fig. 285 abgebildeten Figur — sind »die Augen aus weißem zum Theil zerstörten Stoff eingesetzt«. Auch bei dem »Römischen männlichen Porträtkopf n. 5601« findet man die »Augen weiß eingesetzt«. Die Nummern 2626 u. 2627 »zwei Läufer oder Faustkämpfer als Gegenstücke« (Bronzi di Ercol. II, 58. 59) haben die »Augen aus drei Stoffen, weiß, grau und schwarz eingesetzt«; desgleichen der »Ptolemäos Philometor« n. 5590 (Bronzi di Erc. I, 65. 66 und Mus. Borbon. VII, 12) [1]). An der »lebensgroßen Statue des Apollon mit Lyra in archaisch-eklektischen Formen«, zuletzt abgebildet bei Overbeck Pompeji S. 544, Fig. 282, sind die »Augen weiß, braun, schwarz«. Auch an n. 5594 »dem unbärtigen Athletenkopf mit herakleischen Zügen und einem von einer Binde umwundenen Kranz im Haar« wohl dem »Tolomeo Filadelfo« (Bronz. di Erc. I, 61. 62 u. Mus. Borbon. VIII, 12), gewahrt man »eingesetzte Augen aus weißer, brauner und schwarzer Masse (Glaspaste?)«. An der »Statue eines Mädchens n. 5603 ist das Weiße im Auge aus weißem Stoff eingesetzt, die Iris aus Bronze hergestellt«. Von n. 4989 heißt es: »Römischer männlicher unbärtiger Porträtkopf aus der letzten Zeit der Republik oder Anfang der Kaiserzeit: von der Füllung der Augen scheint nur die bronzene Pupille des rechten Auges antik zu sein«. Daran schließen sich vermuthlich zwei sehr beachtenswerthe Fälle, in denen die Iris aus Bernstein eingesetzt ist; s. unten S. 59 fg. [2]). Von Augen aus Schmelz und Stein ist mir überall kein sicheres Beispiel bekannt geworden.

---

1) Aehnliche Farbenabstufungen auch bei Köpfen mit eingesetzten Augen aus Elfenbein (?) und Stein, s. unten S. 57.

2) Wenn Friederichs Berlins ant. Bildw. I, S. 517 der ersten Aufl. die Ansicht aussprach, daß in den verschütteten Städten besonders solche Bronzen, »die nicht von früheren Werken copirt zu sein scheinen, von einer die natürliche Farbe imitirenden Glasmasse« verfertigt seien, so spricht die obige Aufzählung keineswegs für ihn.

Glas anlangend, so heißt es über die Bronzebüste in der Gazette arch. VI (1880) pl. 20 u. 21, p. 135: Les yeux étaient en verre de couleur bleue foncée.

Das älteste aus dem Boden Italiens ausgegrabene Metallwerk mit eingesetzten Augen aus Smalt betrifft ein Thier, das Goldlöwchen aus der Zambra (Abeken Mittelitalien S. 237). Aus viel späterer Zeit gehören hieher zwei Fische, die an Fibeln angebracht waren, vgl. Adr. de Longpérier Bronzes du Louvre p. 212, n. 988 und 989 (der schon oben berücksichtigte Karpfen mit versilberten Schuppen, an welchem l'oeil est incrusté d'émail rouge). Auch an dem schon oben S. 46 erwähnten Panther des Berliner Mus. sind nach Friederichs a. a. O. die Augen roth emaillirt. Augen aus schwarzem Glase hat ein von Sacken und Kenner Samml. S. 309, n. 1287 verzeichneter liegender Löwe von äußerst roher Arbeit.

Daß Griechen und Römer den Rundwerken aus Bronze Augen aus Edelsteinen und Halbedelsteinen einsetzten, darf schon von vornherein angenommen werden, da es in Betreff von goldelfenbeinernen, silbernen und selbst marmornen bezeugt ist. Aber hinsichtlich der Figuren in Menschengestalt, namentlich derer von bedeutenderen Dimensionen, fehlt es fast durchaus an wohl erhaltenen sicher prüfbaren Beispielen. In Jahn's Jahrb. für Philol. u. Pädagog. 1826, I, S. 482 wird berichtet, daß an der überlebensgroßen Victoria zu Brescia die »Augen aus Onyxsteinen bestehen«. Dazu bemerkt Feuerbach Gesch. d. griech. Plastik S. 41: »letztere sah ich nicht mehr; die Augensterne sind hohl, müssen aber allerdings mit Steinen gefüllt gewesen sein«. Wie kommt es, daß Feuerbach nicht angiebt, aus welchem Materiale das Weiße der Augen bestehe? Man muß deshalb doch wohl annehmen, daß es aus Bronze hergestellt sei, wie bei der oben erwähnten früher Hertz'schen Bronze mit silbernen Pupillen. Hohle Augen zeigt auch die Abbildung in dem Mus. Bresciano illustrato t. XXXVIII fg., dessen Text übrigens überall nichts über die Augen berichtet. Jetzt sind die Augen ausgefüllt. In Jahn's Jahrb. a. a. O. wird außerdem erwähnt »eine 4½ Schuh (?) hohe bronzene und schwer vergoldete Statue eines gefangenen Königs mit Onyxaugen«. Damit ist ohne Zweifel die vergoldete Bronzefigur gemeint, welche von Dütschke Ant. Bildw. in Oberitalien IV, S. 152, n. 374 beschrieben und im Mus. Bresc. I, tav. LII, n. 1, sowie in Clarac's Mus. de sculpt. pl. 834 B, n. 2161 I abgebildet ist. Daß diese »Onyxaugen« habe oder gehabt habe, giebt weder Dütschke noch ein anderer der Erklärer an. Aller Wahrscheinlichkeit nach findet hinsichtlich der Victoria und der »Bronzefigur« in dem Berichte bei Jahn eine Verwechselung von buntem Email mit Onyx statt.

Ich habe trotz alles Nachforschens nur ein durch gute Auctorität bezeugtes, auf uns gekommenes Beispiel für eingesetzte Augen bei einer Bronze in Menschengestalt finden können, und zwar nur bei einem Werke geringerer Dimensionen, nämlich dem von Sacken und Kenner Samml. S. 289, n. 730 mit folgenden Worten beschriebenen: »Jüngling mit reichem Haar, Büste von hoher Schönheit, edel und fein, die Augensterne Sapphire, die Lippen waren von Silber. 5½ Z.«. Auch hier scheint es sich um die Herstellung des Weißen der Augen aus Bronze zu handeln.

Wohl aber bieten K. Lange's schriftliche Notizen zwei einschlägige Beispiele aus Herculaneum. Ueber die »Tänzerinnen« schreibt er: »bei sämmtlichen Augen ist das Weiße aus weißem Stoffe, wie mir schien, Elfenbein, die Iris aus grauem und die Pupille aus schwarzem Stein eingesetzt«, und über den sogenannten Seneca (Bronzi di Ercol. I, 35. 36): »Augen aus weißem Stein (nicht Elfenbein), Iris aus schwarzem polirten Stein, Pupille war aus anderem Stoff eingesetzt(?), fehlt aber«. Winckelmann spricht Werke V, S. 139, §. 13 von marmo Palombino. Finati giebt R. Mus. Borb. p. 143, n. 45 und p. 157, n. 73 sowohl rücksichtlich der »Tänzerinnen« als auch des Seneca an, die Augen seien incastrati di pasta vitrea, in Betreff des letztern mit dem Zusatze di color naturale, somit dürfen wir, trotzdem daß wir den Angaben Lange's an sich mehr Glauben schenken als denen Finati's, jene doch nicht ohne Nachprüfung von Seiten eines Dritten als sicher dahinstellen. Hat Winckelmann (der keine Ursache hatte den schwarzen Stein auch zu erwähnen) Recht, so gehört dieser Fall zunächst zu den unten S. 59 zu erwähnenden [1]).

1) Winckelmann spricht Werke V, 7, 2, 13, S. 138 »von Steinen, die in dem Augapfel einiger großen Köpfe von Erzt, die Farbe der Iris nachzuahmen, eingesetzt worden«; giebt aber die betreffenden Köpfe nicht an. E. aus'm Weerth's Angabe in den Jahrb. von Alterthumsfreunden im Rheinlande XXVII, 1859, S. 91 fg., daß an einem zu den bedeutendsten Rheinischen Bronzefunden gehörenden (seitdem verschwundenen) Amor mit Augäpfeln von Silber die »aus kleinen Edelsteinen bestandenen Pupillen ausgefallen« sind, beruht gewiß nur auf Vermuthung. Sicher steht dasin Betreff Ad. Boetticher's Annahme (Olympia S. 242) hinsichtlich des halblebensgroßen bronzenen Zeuskopfes »mit verlorengegangenen, vielleicht aus Edelsteinen eingesetzten Augen«; ferner der Brunn's, welcher es für »wahrscheinlich« erachtet, daß sowohl der auf Polyklet zurückzuführende Kopf eines jugendlichen Athleten (Glyptoth. n. 302, S. 374 der viert. Aufl.) als auch der auf die Zeit des Praxiteles zu versetzende (Glypt. n. 299, S. 271) aus Silber und bunten Steinen eingesetzte Augen gehabt habe. Bei allen diesen Fällen halte ich die Benutzung von Edelsteinen von vornherein für unwahrscheinlich. Aus der Zeit der archaischen Kunst sind uns nur Augen aus Email (s. oben S. 54 fg.) und aus Silber (s. oben S. 51 fg.) bekannt. Außer diesen beiden Materialen kann in den betreffenden Fällen noch ein anderes verwandt

Von Werken aus anderen Materialen sind meines Wissens nur zwei erhalten: der in Winckelmann's Werken V, S. 435, Anm. 611 erwähnte »weibliche Kopf im Capitolinischen Museo und zwar im Zimmer der Philosophen« mit »Augäpfeln von Chalcedon«, die auch Platner Beschr. d. Stadt Rom III, 1, S. 221, n. 49 hervorhebt, während Bottari, der im Mus. Capitolin. I, 57 von der als »Cleopatra« bezeichneten Marmorherme mit Augen ohne Pupille oder Stern eine Abbildung gegeben hat, im Text p. 32 gar nichts über die Augen sagt; ferner der jüngere von den beiden Centauren des Aristeas und Papias (Denkm. d. alten Kunst II, 47, 598), an dessen einem Auge man nach E. Braun Ruinen und Museen Roms S. 183 einen farbigen Stein bemerkt (welche Angabe wohl noch einer weiteren Prüfung bedarf)[1]). Zwei kennen wir durch Schriftsteller: die schon von Buonarroti Osserv. sopra alcuni medaglioni ant. p. XII angeführten vier silbernen Statuen von Engeln cum gemmis Alabandinis in oculis und die berühmte Statue der Pallas Parthenos zu Athen von Phidias. Dieser stellte das Weiße der Augen aus Elfenbein her; aber *οὐ καὶ τὰ μέσα τῶν ὀφθαλμῶν ἐλεφάντινα εἰργάσατο ἀλλὰ λίθινα, ὡς οἷόν τ' ἦν ὁμοιότητα τοῦ λίθου τῷ ἐλέφαντι ἐξευρών* (Platon. Hipp. maj. 12, p. 290 B). Maximus Tyrius bezeichnet diese Athena des Phidias Dissert. XIV, 6 als *γλαυκῶπιν*. Auch das *ἄγαλμα* der Athena von un-

sein, obgleich dieses nicht gerade wahrscheinlich ist. Für die »Tänzerinnen« nimmt Lange, wie wir eben sahen, zwei Materiale an, Elfenbein und Stein, diesen von zwei verschiedenen Farben. Die uns bekannten Beispiele aus späterer Zeit, der eben erwähnte Amor aus den Rheinlanden und die oben S. 37 u. 52 besprochene Satyrherme aus Pompeji sind vermuthlich mit den oben S. 52 u. Anm. behandelten Werken zusammenzustellen. Bei der Herme, rücksichtlich deren Michaelis an erster Stelle Gemmen annahm, ist ja noch nicht einmal die Frage entschieden, ob die Höhlung im Auge wirklich ausgefüllt gewesen ist, wie das auch in Betreff anderer Fälle statthat. Für Augen aus Silber und Stein fehlen bis jetzt sichere Belege ebensowohl, wie für solche aus Email und Stein.

1) Zu den Werken aus Marmor, in deren Augen vermuthungsweise Edelsteine vorausgesetzt sind, gehört der Antinous Mondragone nach Winckelmann Werke V, S. 140, §. 14, nach dessen Annahme sogar, »um die wahren Farben sowohl der Iris als des Sterns nachzuahmen«, in jedes Auge »zwei verschiedene Edelsteine« eingesetzt sein sollen. Das wäre ein Fall, welcher mit dem bei den »Tänzerinnen« und dem »Seneca« nach Lange's Vermuthung zusammengestellt werden könnte. Aber die Phidias'sche Pallas Parthenos hatte, wie wir gleich sehen werden, offenbar nur einen und denselben Edelstein in den Augen. Uebrigens hat Winckelmann's Annahme von Edelsteinen in den Augen des Antinous auch für mich große Wahrscheinlichkeit, und ebenso die Heydemann's »Die ant. Marmor-Bildw. zu Athen« S. 268, n. 732, daß an einem Frauenkopf aus weißem alabasterartigen Gestein die Augensterne aus Edelstein gewesen seien.

bekanntem Material im Tempel des Hephästos zu Athen erwähnt Pausanias I, 14, 5 als γλαυκοὺς ἔχον ὀφθαλμούς, indem er hinzufügt, daß sich dieses auf den Libyschen Mythos beziehe, nach welchem Athena als Tochter Poseidons und der Limne Tritonis gelte und deshalb γλαυκοὺς ὀφθαλμοὺς habe, wie auch Poseidon. Daher dachte Winckelmann a. a. O. S. 140 fg. an den Stein, welchen wir jetzt Aquamarin nennen, die Alten Beryll. Daß dieser von den Gemmenschneidern gern zur Darstellung von Meergottheiten benutzt wurde, ist bekannt. De Pauw nahm für die Parthenos blasse Smaragde an (Recherches sur les Grecs T. I, p. 114).

Auch für Thiere giebt es nur ein paar sichere Belege. Plinius berichtet Nat. hist. XXXVII, 66 über Cyprus: Ferunt in ea insula tumulo reguli Hermiae juxta cetarias marmoreo leoni fuisse inditos oculos e zmaragdis ita radiantibus etiam in gurgitem ut territi thynni refugerent, diu mirantibus novitatem piscatoribus donec oculis mutavere gemmas. Dieses Beispiel kann auch für Bronzelöwen gelten. An dem »ungemein lebendigen« Löwenkopf aus Bronze, welchen Sacken und Kenner Samml. S. 268, n. 112 aufführen, fehlen leider die eingesetzten Augen. Nach Ch. Newton's Annahme waren die Augen des erhaltenen ehernen Schlangenkopfs an dem bekannten aus der Beute von Platää gestifteten Weihgeschenk aus Silber oder Edelstein eingesetzt (Travels and discoveries in the Levant Vol. I, p. 44). An Silber allein glaube ich nicht, eher an Edelstein allein. An dem eine Schlange darstellenden goldenen Armband aus Pompeji sind die Augen aus Rubinen hergestellt, vgl. Overbeck Pompeji S. 622, z. Fig. 318 d. viert. Aufl.

Augen von Elfenbein kennen wir abgesehen von K. Lange's obiger (S. 57) Vermuthung in zwei Beispielen. Das eine bietet der Kopf des sogenannten L. Junius Brutus im Capitolinischen Museum (Visconti Iconogr. Rom. pl. II, n. 1. 2, Righetti Scult. d. Campidoglio I, 79, vgl. Platner Beschr. d. Stadt Rom III, 1, 117 fg.); das andere findet sich an der weiblichen Büste im Mus. naz. zu Neapel n. 4896 (Bronzi di Ercol. I, 37. 38), über welche K. Lange berichtet: »Augen aus Elfenbein eingesetzt, Iris aus Bronze, Pupille durch eingeritzten Kreis gekennzeichnet«.

Von einem weiblichen Bronzekopfe mit eingesetzten Augen aus Alabaster ist schon in Winckelmann's Werken V, S. 436, A. 612 und S. 449, A. 657 ein Beispiel beigebracht, welchem wir kein anderes hinzufügen können.

Ueber Augen aus marmo Palombino vgl. Winckelmann Werke V, S. 139, §. 14 und oben S. 57.

Entsprechendes trifft man auch bei Marmorwerken, vgl. außer

dem Antinous Mondragone: Heydemann »Die ant. Marmorbildwerke zu Athen« n. 732 und Brunn Glyptoth. n. 90, S. 114 der vierten Aufl. [1]). In der Villa Ludovisi findet sich Kopf und Brust eines bärtigen Satyrs aus bläulichem Marmor mit aus weißem Marmor eingesetzten Augen (Platner Beschr. d. Stadt Rom III, 2, S. 586, n. 32, Th. Schreiber »Die ant. Bildwerke der V. L. zu Rom« S. 105 fg. n. 82).

Für die Verwendung des Bernsteins am Auge zur Herstellung der Iris hat K. Lange zwei Beispiele aus dem Mus. naz. zu Neapel, gewiß aus den verschütteten Städten, in seinen Notizen aufgeführt: n. 4992 »Männlicher Porträtkopf aus der letzten Zeit der Republik oder dem Anfang der Kaiserzeit, Augen aus einem eigenthümlichen mir unbekannten weißen Stoff, die Iris des rechten Auges aus hellem Bernstein eingesetzt«, n. 4990 »Weiblicher Römischer Porträtkopf aus dem Anfange der Kaiserzeit, Augen aus unbestimmbarer weißer Masse, Iris aus Bernstein eingesetzt«.

Aus dem Gebiete der Thierfiguren giebt es schon ein viel früheres Beispiel. An einem der zu Olympia gefundenen Greifenköpfe aus sehr alter Zeit haben sich Augen aus Bernstein erhalten, vgl. Ad. Boetticher Olympia S. 182.

Von der Verwendung von Perlen an den Augen ist mir kein sicheres Beispiel bekannt geworden [2]).

Von Augenbrauen und Augenwimpern, die durch verschiedenes oder doch verschieden gefärbtes Material hergestellt wären, ist mir kein anderes Beispiel bekannt als die verkupferten Augenbrauen der oben S. 36 fg. besprochenen Apollostatue des Louvre, an erhaltenen Marmoren Spuren von bronzenen Augenbrauenhärchen (Heydemann a. a. O.) und bronzenen Augenwimpern (Brunn Glyptoth. a. a. O., Ad. Boetticher Olympia S. 246, F. 5), welche letzteren sich an einer Etruskischen Bronzestatuette noch erhalten haben, nämlich der überall wegen feiner Detailausführung beachtenswerthen Venus bei Friederichs Berlins ant. Bildw. II, S. 471, n. 2155 [3]).

1) Wenn Quatremère de Quincy Jupiter Olympien p. 48 der damals sogenannten »Barberinischen Muse« yeux incrustés avec de l'argent zuschreibt, so geht das auf Winckelmann V, 7, 2, 14, S. 140 zurück, der sich die Augen der »Muse« ebenso eingesetzt denkt, wie die des Antinous Mondragone, »wie der Rand eines dünnen Silberblechs einwerts an den Augenliedern umher schließen läßt«. Davon muß, nach dem Schweigen Brunn's zu urtheilen, jetzt nichts mehr zu sehen sein.

2) Panofka erwähnt in den Ant. du cab. du comte Pourtalès-Gorgier p. 113 zu pl. XIX eine »bedeutende Anzahl von Bronzen«, an denen les yeux sont encastrés en argent, et souvent même la prunelle est exprimée par des perles fines. Er hält sie aus mehreren Gründen für modern.

3) Ueber eine eigenthümliche Angabe der Augenwimpern ist schon oben

Auch versilberte Kopfhaare erinnere ich mich sonst nicht angetroffen zu haben, als etwa bei ganz mit Silber überzogenen oder versilberten Bronzefiguren (s. oben S. 30, Anm.); wie ich denn auch kein sicheres Beispiel für vergoldetes Kopfhaar kenne, das sich an einem nicht auch am ganzen Kopfe oder auch am übrigen Körper vergoldeten Bronzewerk fände. Feuerbach giebt a. a. O. freilich als unzweifelhaft an, daß »einzelne Theile an Bronzestatuen, wie die Haare, vergoldet seien, oder versilbert«; aber er bringt leider keine Belege dafür bei. Daß bei Marmorwerken die Kopfhaare allein vergoldet vorkommen, ist eine bekannte Thatsache[1]).

Am Kopfe der Bronzen finden sich außer den Augen am Meisten aus anderem Material hergestellt oder mit demselben belegt die Lippen. Winckelmann kannte kein hiehergehörendes Beispiel; Fea hat zu dessen Werken V, S. 430, A. 589 eins aus Paciaudi's Monum. Peloponnes. II, p. 89 beigebracht, einen Bronzekopf, welcher außer silbernen Augen auch Lippen von Silber hat. Müller und Welcker erwähnen im Handb. der Arch. §. 307, A. 3 nur zwei betreffende Werke, den jugendlichen Athletenkopf zu München (Brunn Glyptoth. n. 302, S. 374 d. viert. Aufl.) mit vergoldeten Lippen und die schon oben S. 36 fg. berücksichtigte Bronze aus Piombino im Louvre mit übersilberten oder vielmehr mit Kupfer eingesetzten Lippen. Uns sind aber noch folgende Beispiele bekannt geworden: 1. von mit Silber eingelegten oder versilberten Lippen: an dem »Caligula« aus Pompeji zu Neapel (s. oben S. 33), der schönen Büste der sogen. Berenice aus Herculaneum ebenda (s. oben S. 48), von deren, wie im Text z. Mus. Borb. VII, 12, p. 4 ausdrücklich angegeben wird, bei der Auffindung noch mit Silber belegten Lippen jetzt nur noch die mit dem Silber ausgefüllte Vertiefung zu gewahren ist; dem Kopfe der »Io« (vielmehr eines Flußgottes, Brunn Arch. Ztg. XXXII, 1875, S. 112) zu Wien, von einem Griechischen Meister der besten Zeit in vortrefflicher Ausführung, mit silbernen Augen und Lippen, vgl. Sacken und Kenner Samml. S. 307, n. 1239; dem schon oben S. 57 erwähnten Jüngling mit Augensternen von Sapphiren, ebenda; der »Libera«, ebenda (Sacken und Kenner S. 290,

S. 37 nach Newton berichtet. Auch Smith und Porcher sprechen davon, indem sie notched lines erwähnen. Auf der von ihnen gegebenen Abbildung ist namentlich an dem unteren Lide des linken Auges eine feine Zahnung zu sehen.

1) An der Satyrbüste von Vienne im Louvre sind die Haare roth bemalt, schwerlich in Folge des Gebrauchs der Alten de mettre de la couleur écarlate sur les idoles de Bacchus, wie Fröhner Notice de la sculpt. ant. p. 278, n. 276 annimmt; eher zur Unterlage für Vergoldung.

n. 731: »Augen und Lippen waren von Silber, ein schönes Werk Griechischer Kunstübung«); dem Jupiterkopfe zu Wien (Sacken und Kenner S. 263, n. 10: »Augen und Lippen waren, wahrscheinlich von Silber, eingesetzt. Würdevoll und edel. Griechisch«); dem Herculeskopfe zu Lyon, welchen Comarmond Descr. des antiq. du palais-des-arts de la ville de Lyon p. 194 u. p. 150, n. 155, zu pl. 10, n. 155 bespricht: les yeux et les lèvres étaient probablement en argent (die beiden letzten Beispiele haben, wenn auch das Material ein anderes gewesen sein sollte, jedenfalls deshalb ein Interesse, weil doch wohl der Umstand, daß auch die Lippen eingesetzt waren, sicher steht); — 2. von kupfernen oder verkupferten Lippen: an einer Büste Mercurs aus Unterägypten mit silbernen Augen und kupfernen Brustwarzen, die ebenso wie die Lippen von rothem Kupfer sind (de Longpérier Bronzes du Louvre p. 54, n. 241); an der sehr interessanten, im Moore bei Löningen im Großherzogthum Oldenburg gefundenen Statuette eines Knaben, dessen Photographie in der Größe des Originals mir vorliegt (sie zeigt nach meinen Notizen vor dem Originale das Weiße an den Augen versilbert, offene Pupillen; das Innere der Lippen und die Brustwarzen waren anscheinend verkupfert); — 3. von einer besonderen, der Farbe der Lippen entsprechenden Bronzemischung: an dem oben S. 37 aufgeführten Kopfe aus der Cyrenaica, nach der Meinung von Trivier a. a. O., die auch mit der von Newton a. a. O. und schon vorher von Smith und Porcher a. a. O. p. 94 an zweiter Stelle geäußerten wohl übereinstimmt, während die von jenem an erster Stelle geäußerte Annahme einer Bedeckung der Lippen with a thin coat of brass minder wahrscheinlich ist und der Gedanke Smith's und Porcher's an Bedeckung with a thin plate of silver auch nach meinem Dafürhalten keine Berücksichtigung verdient. Auch hinsichtlich der Herculanensischen »Tänzerinnen«, bei denen die Lippenränder durchgängig vertieft sind, »sich aber nichts von dem Stoffe erhalten hat, der die Lippen ursprünglich bedeckte«, hält es K. Lange für durchaus wahrscheinlich, daß dieser in einer Metalllegirung von röthlich brauner Farbe (wie er sie für die Saumverzierung der einen Tänzerin, s. oben S. 41 annimmt) bestanden habe, die »jedenfalls nur von ganz minimaler Dicke gewesen sein könne«. Ueber die kleine Gruppe des Dionysos und des Satyrs n. 4995 (oben S. 41, A.) notirte er sich: »die Lippenscheinen aus einer röthlich oxydirten dünnen Metallmasse zu bestehen«; über die bekannte Statue des sitzenden Hermes (Denkm. d. a. Kunst II, 28, 309) »Lippenränder vertieft, an der Unterlippe noch eine Spur bräunlich rother Farbe(?) erhalten«. — 4. Von emaillirten Lippen haben wir ein Beispiel: an dem Römischen Mer-

curkopf in den Specim. of ant. sculpt. II, 57 (»has silver eyes, and lips that have been enameled«), wenn diese Angabe das Richtige trifft. Leider haben Sacken und Kenner a. a. O. S. 294, n. 1107 in Betreff des herrlichen »Menelaus« mit Augäpfeln von Silber nichts Anderes angeben können, als daß Lippen und Brustwarzen auch eingesetzt waren.

Von silbernen Zähnen finden sich nur Beispiele bei den beiden oben S. 36 erwähnten Satyrn, und bei einem Sannio, dessen Augen ebenfalls von Silber sind (Denkm. des Bühnenwesens Taf. XII, n. 11, nach Ficoroni De larvis scen. et fig. com. t. IX, n. 2). — Viel eigenthümlicher ist es, daß nach K. Lange's Angabe bei dem mit Dionysos gruppirten Satyr des Mus. naz. zu Neapel (oben S. 41, A. n. 62) »die obere Reihe der Zähne, die allein sichtbar wird, aus einem schwärzlichen Stoffe« hergestellt ist.

Wenn Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 184 von einer Fortuna mit Füllhorn angeben: »Augen und Ohren waren eingesetzt«, so ist ohne Zweifel nicht anzunehmen, daß diese wie sicherlich jene aus anderem Material waren. Das Verfahren stückweise zu arbeiten, ist ja von erhaltenen Bronzen her zur Genüge bekannt (ein in neuerer Zeit zu Tage gekommenes interessantes Beispiel in der Arch. Ztg. 1877, S. 77). Besonders angesetzte Ohren auch bei einem männlichen Porträtkopf im Museo patrio zu Brescia (Dütschke Ant. Bildwerke in Oberitalien IV, S. 137, n. 342). Nicht einmal hinsichtlich der Augen steht es sicher, daß sie nicht aus Bronze waren, s. oben S. 48.

Gehen wir jetzt vom Kopfe zum Körper über, so haben wir zuerst einen ganz vereinzelt dastehenden Fall in Betreff der Brust zu signalisiren. An einer Büste des Silen aus Römischer Zeit in der Nationalbibliothek zu Paris sind nach Chabouillet Cat. génér. et rais. des cam. et pierr. grav. de la bibl. imp. p. 505 fg., n. 3011 les yeux et les poils de la poitrine incrustés d'argent.

Häufiger, als bekannt ist, sind die Brustwarzen aus Silber oder versilbert und aus Kupfer oder verkupfert. Jenes hat nach Froehner's Ansicht statt gehabt an der zu Metz in der Mosel gefundenen Statuette des Poseidon bei Froehner Coll. J. Gréau, Bronzes ant., pl. XXXVII, welcher angiebt, daß ihr Stil sich dem Griechischer Werke aus dem fünften Jahrhundert annähere und ihr prunelles et mamelles évidées pour recevoir des incrustations d'argent zuschreibt p. 214, n. 995. Doch kann die Annahme nur dann als sicher betrachtet werden, wenn von dem Silber an der Stelle der Warzen noch Spuren übergeblieben sind. Die Warzen waren, was immerhin interessant ist, eingesetzt. Dasselbe gilt von dem oben auf dieser Seite erwähnten Wiener »Menelaus«, in Betreff dessen der Umstand,

ob die Brustwarzen von Silber oder von Kupfer gewesen, noch ganz dahingestellt bleiben muß. Ein sicheres Beispiel bietet die oben S. 32 beschriebene Kanephoros der Pariser Nationalbibliothek; ferner der Mercur zu Lyon, an dem auch die Augen von Silber sind (A. Comarmond Descr. des antiq. du palais-des-arts de la ville de Lyon p. 214 fg., n. 61); die Venus zu Brüssel Mus. de Ravestein T. I, 1871, p. 344, n. 447. Mehr noch kommt Kupfer oder Verkupferung vor. Zwei Beispiele, darunter das älteste, sind schon oben S. 36 fg. u. S. 40 besprochen. Zwei andere, beide auch von Bronzen mit silbernen Augen, die zweite auch mit kupfernen Lippen, erwähnt de Longpérier Bronzes du Louvre p. 49, n. 214 u. p. 54, n. 241. Für beide Male ist cuivre rouge angegeben. Endlich bietet zwei Beispiele der Catal. des Mus. de Ravestein I, den bei Pästum gefundenen »Narcisse«, p. 351, n. 459 (»en cuivre«), und den aus der Nähe von Viterbo stammenden Mercur, p. 356, n. 464 (»cuivre rouge«), und eins die Gazette arch. II (1876), pl. 18, vgl. p. 55; den aux Fins d'Annecy entdeckten Mercur (cuivre rouge). In diesen drei Fällen sind nur die Brustwarzen von anderem Stoffe. Auch in Betreff des Baseler Mercurs haben wir oben S. 40 Verkupferung der Brustwarzen als wahrscheinlich vermuthet[1]). — Von vergoldeten Brustwarzen, wie sie nach den Ausgrabungsberichten (Fiorelli Pomp. antiq. hist. I, 1, p. 165) eine Marmorstatue gehabt haben soll, vgl. Overbeck Pompeji S. 536 der viert. Aufl., habe ich bei Bronzewerken keine Spur angetroffen.

Endlich finden sich silberne oder versilberte Nägel an Händen und Füßen, worüber in diesen Nachrichten 1885, Nr. 10 mit Beziehung auf Pausanias I, 24, 3, wo es sich um das älteste uns bekannte Beispiel handelt, ausführlich die Rede gewesen ist. Den dort S. 327 fg. aus Köhler's Ges. Schriften VI, S. 34, und Winckelmann's Werken V, S. 154, §. 8, s. oben S. 31, beigebrachten Beispielen, bei welchen es sich um ganze Figuren handelt, können hier noch zwei identische eigenthümliche von einem einzelnen Daumen hinzugefügt werden, vgl. Finati Gal. des pet. Bronzes du Mus. Roy. Bourbon p. 34: Deux grands pots qui servaient de mesure pour des liquides; leur anse présente une tête de Pan surmontée de deux autres têtes Faunesques de profil et à l'extrémité supérieure on voit un pouce avec l'ongle en argent[2]).

1) Beachtenswerth, daß, soviel ich weiß, unter den Bronzen der verschütteten Städte am Vesuv kein einziges sicheres Beispiel von Brustwarzen aus anderem Stoffe vorkommt.

2) Die Herausgeber von Winckelmann's Werken Bd. VIII werfen sogar in Beziehung auf die Nägel der »Pallas von Portici« S. 184 u. d. W. Nägel

II.

Die erhaltenen Denkmäler mit Darstellungen der Troezenisch-Attischen Sage von Aegeus, Aethra und Theseus, soweit diese die zu Troezen vorgefallenen Ereignisse betrifft.

Manche Bildwerke sind mit Unrecht hieher gezogen; doch fehlt es auch nicht an solchen, die sich ohne Zweifel auf die betreffenden Sagen beziehen.

Um zuerst über jene zu sprechen, so soll nach Becchi und O. Jahn die Bergung des Schwertes und der Krepiden durch Aegeus andeutungsweise im Beisein der Aethra vor dem Abschiede jenes von dieser dargestellt sein auf dem Wandgemälde in Gell's N. Pompejana I, t. 16 und im Mus. Borbonico II, 12, auch in Raoul-Rochette's Choix de peint. de Pompéi pl. IV, sowie an der Bronzeschale im Mus. Borb. IV, 28, 6; vgl. G. Becchi im Text zu dem M. Borb. II, 12 und O. Jahn in Zimmermann's Zeitschr. für Alterthumswissenschaft 1842, S. 884 und »Arch. Aufsätze«, 1845, S. 185, Anm. 5. K. O. Müller hatte im Handb. der Archäol. §. 412 das Wandgemälde auf den Abschied des Theseus von der Aethra bezogen. Noch J. Rutgers hält in den Annali d. inst. arch. Vol. XXXV, 1863, p. 467 die Deutung von Becchi und Jahn für richtig. Aber schon H. Schulz bezog im Bullett. d. Inst. arch. 1841, p. 124 das Wandgemälde auf Argos und Io und ihm folgt mit Recht W. Helbig Wandgemälde der vom Vesuv verschütteten Städte Campaniens S. 38, n. 131, welcher S. 39 bemerkt, daß auch das unter n. 134 verzeichnete vollständig übereinstimmende Wandgemälde auf Argos und Io zu beziehen sei. Wie man in Betreff der Darstellung auf der Bronzeschale der Deutung Quaranta's auf Aegeus und Aethra hat folgen können, ist unbegreiflich. Auch die Beziehung des Gemäldes auf dem früher im Besitz Palagi's, jetzt im Mus. civico zu Bologna (Cataloghi p. 62, n. 78) befindlichen, in Gerhard's Auserles. Vasenbildern II, 158, abbildlich mitgetheilten Krater auf den Abschied zu Troezen durch Jahn Arch. Aufsätze S. 184 fg. Anm. 5, dem Welcker im Müller'schen Handb. d. Arch., 1848, S. 687 folgt, trifft gewiß nicht das Wahre. Schon Rutgers spricht a. a. O. dagegen. Gerhard selbst hat im Text zu den Auserl. Vasenbild. Bd. III, S. 91 fg. durchaus nicht an den betreffenden Abschied, sondern an einen ganz anderen gedacht.

die Frage auf: »ist das ägyptischer Geschmack?« Sie berufen sich deshalb auf Creuzer's Comm. Herod. I, 365. Die Frage ließe sich mit demselben Rechte in Beziehung auf die silbernen Augen u. s. w. stellen. — Mit den silbernen menschlichen Nägeln vergleicht Winckelmann Werke V, 7, 2, 8, S. 134 fg. die Hufe von Elfenbein an den vier vergoldeten Pferden, die Herodes Atticus auf dem Isthmos von Korinth setzen ließ (Pausan. II, 1, 5).

Das zuerst genauer bekanntgewordene unter den sicher hiehergehörenden Bildwerken ist das mehrfach behandelte Relief der Villa Albani, jetzt Torlonia, welches verkehrt abgebildet ist in Winckelmann's Monum. inediti 96 = Millin's Gal. myth. pl. CXXVIII, n. 482, richtig und genauer bei Zoega Bassiriliev. ant. t. XLVIII = Lübker Reallexikon des klassischen Alterthums, sechste Aufl. S. 1175. Dieses Relief, dessen im Allgemeinen richtige Deutung schon durch Zoega a. a. O. T. I, p. 226 gegeben ist, zeigt die Hebung des Felsen und Entdeckung der unter demselben von Aegeus geborgenen Gegenstände durch den mit einer Chlamys bekleideten Theseus in unmittelbarer Verbindung mit seinem Abschied von der Aethra im Beisein von weiblichen Figuren[1]).

1) Das von Winckelmann in einem Weinberge zu Ostia entdeckte Basrelief, »9 Palmen lang, 5¼ breit und einen Palm dick«, war bei der Auffindung in zwei Stücke zerbrochen (Winckelmann Briefe an Bianconi 14, Werke II, S. 307 fg.). Schon Zoega bemerkte a. a. O., daß das Werk nicht geendigt worden sei. Der gehobene, noch von Theseus gehaltene Fels, unterhalb dessen das Schwert und die Schuhe des Aegeus zum Vorschein kommen, nimmt etwa die Mitte des Ganzen ein und kann als Trennungszeichen der beiden übrigens als eng mit einander zusammenhängend dargestellten Abtheilungen gelten. Links von dem Felsen, hinter dem Rücken des Theseus, erblickt der Beschauer zwei Mädchen, etwa aus dem Gefolge der Aethra. Unmittelbar hinter dem Felsen kommt der Obertheil eines Mädchens zu Gesicht; dann dicht neben dem Felsen, so daß ein Theil ihres Unterkörpers noch durch den unteren Theil des Felsen verdeckt wird, wiederum ein Mädchen; darauf in hoher, fülliger Gestalt, Aethra, welche den Kopf etwas von einer männlichen Figur abwendet, die zumeist nach rechts dasteht, indem sie nach der Aethra hinschaut und die linke Hand auf den linken Arm dieser legt, während ihr rechter Arm auf einem aufrechtstehenden Parazonium zu ruhen scheint (Theseus von Aethra Abschied nehmend). Alle Mädchen, auch die beiden hinter dem Rücken des felshebenden Theseus, wenden ihr Gesicht nach dieser Gruppe hin. Die meisten der Erklärer, auch Zoega, haben sich geirrt, wenn sie Aethra als zu der Gruppe mit der Felshebung gehörend betrachteten. In diese gehört sie allerdings noch mehr als ihr Gefolge, da sie ja der Sage nach dem Sohn den Felsen zeigte. Aber der Künstler hat die Aethra nicht zwei Male darstellen wollen oder können. Deshalb läßt er den Beschauer voraussetzen, daß sie in der ersten Scene zwar gegenwärtig gewesen, aber sich schon nach einem nahe liegenden Platze entfernt habe. Es sieht ganz so aus, als sei auch die hinter dem Felsen befindliche Jungfrau eben im Begriff den Schauplatz der ersten Handlung zu verlassen und sich auf den der zweiten zu begeben. Das Mädchen neben dem Felsen in der rechten Hälfte des Reliefs wird dasselbe schon vorher gethan haben sollen. Schließlich wird Theseus mit den unter dem Felsen gefundenen Gegenständen nachkommen. — Es ist wunderbar, daß E. Braun »Die Ruinen und Museen Roms« S. 710 fg. die Darstellung auf der dem Beschauer zur Rechten befindlichen Hälfte des Reliefs nicht auf den Abschied des Theseus von der Aethra, sondern auf den des Aegeus von dieser bezogen wissen will, aus dem einzigen Grunde, »weil die Aethra durch den Schleier als jungfräuliche Gemahlin allzu deutlich hervorgehoben und bezeichnet sei«! Finden wir doch

Dem den Fels hebenden Theseus dieses Reliefs entspricht nach F. von Duhn in der Arch. Ztg. 1877 S. 171 fg., n. 104, die Reliefdarstellung an einer Stele aus grauem Marmor, welche Kumanudes in den Anfang des dritten Jahrhunderts v. Chr. setzt. Duhn kann sich mit Recht schwer entschließen, die Erfindung der Composition so tief hinabzurücken. Nach ihm »ist es natürlich, daß man die Darstellung der allen bekannten und sofort erkenntlichen Bronzegruppe auf der Akropolis entnahm« (Paus. I, 27, 8). »Bestätigt wird« — fährt

---

Penelope — um nur diese eine zu nennen — in bildlichen Darstellungen, in denen sie als bekümmerte langjährige Gemahlin des Odysseus und Mutter des Telemachos zu fassen ist, in ganz entsprechender Tracht! Irrig ist es auch, wenn Braun bemerkt: »Aethra ist als Protagonistin größer dargestellt als alle anderen Figuren dieser Composition«. In wiefern Aethra als »Protagonistin« gelten könne, ist schwer zu begreifen. Die bedeutendere Größe und Fülle ihrer Gestalt ist daher zu erklären, daß sie als reife Frau gefaßt wird, während Theseus als angehender Jüngling gelten soll und die anderen weiblichen Personen auf beiden Hälften der Reliefplatte als ihm etwa gleichalterige Jungfrauen. Jene Darstellungsweise der Aethra spricht auch ganz entschieden dagegen, daß in der mit ihr gruppirten jugendlichen männlichen Figur Aegeus gemeint sein solle, der ebenfalls größer und etwas bejahrter hätte dargestellt sein müssen, ganz abgesehen davon, daß die betreffende Figur dem sicheren Theseus auf der ersten Hälfte der Relieftafel durchaus gleicht. Bei so bewandten Umständen bedürfen wir für den Erweis der Beziehung der jugendlichen männlichen Figur in der zweiten Hälfte des Reliefs auf Theseus nicht der Bemerkung Braun's, nach welcher, wenn nicht der Umstand, daß Aethra »noch mit dem hochzeitlichen Schleier dargestellt« sei, gegen Theseus spräche, es »namentlich passend erscheinen« müßte, »daß Theseus nach Verrichtung der Prüfungsthat den Fuß auf den symbolisch angedeuteten Felsblock gleichsam wie auf eine Trophäe aufsetzte, zumal ein neuerdings aufgefundenes athenisches Votivrelief diesen verhängnißvollen Stein vor dem Standbild dieses Heros liegend anzugeben scheine«. Dieses Votivrelief ist ohne Zweifel das bei Le Bas Voy. archéol. en Grèce et en Asie Min. P. 2. 3, Mon. fig. pl. 50 abgebildete. Ueber die Seltsamkeit der Braun'schen Beziehung des Steins auf demselben bedarf es wohl keiner Bemerkung. Auch dessen Meinung, daß der Gegenstand, auf welchen Theseus in dem Relief der Villa Albani tritt, ein Fels sei, wird schwerlich Beifall finden. Allerdings ist derselbe noch nicht genügend erklärt. Aber, täuscht uns nicht Alles, so ist mit dem betreffenden scheibenähnlichen Runde die von R. Schöne richtig erkannte Walze zum Ebnen von Wegen und Plätzen gemeint, welche auf Bildwerken mehrfach vorkommt, wo es sich um eine Straße oder den Vorplatz einer Baulichkeit handelt. Sie deutet vermuthlich den Platz der Handlung als einen von dem in der ersten Hälfte der Relieftafel verschiedenen an (über die Lage des Felsen Pausanias II, 32, 7). Ebensogut wie Odysseus auf einem Pompejanischen Wandgemälde sich auf einer solchen vor seinem Palaste befindlichen Walze niedergelassen hat (Mus. Borbon. I, 8 = Panofka Verlegene Mythen Taf. IV, 2), kann auch Theseus auf dem Relief Albani augenblicklich den Fuß darauf setzen. — Es ist mir erfreulich von dem kundigen Corrector dieser Abhandlung, Dr. Hubo, zu vernehmen, daß auch er von selbst auf die Annahme einer solchen Walze verfallen sei.

er fort — »dieser Zusammenhang durch den Stil: die trotz der Kleinheit des Reliefs so scharf ausgedrückten Formen des Theseus zeigen etwas straffes, markirtes und angestrengtes, wie wir es uns sehr wohl in der Zeit des ersten Triumphes der Kunst über die Schwierigkeiten der körperlichen Form denken können, der Epoche, die in Attika durch Werke wie die Tyrannenmörder, später durch die Metopen des sogenannten Theseion und durch die Schöpfungen des Myron uns besonders klar wird«.

An die Marmorreliefs reihen wir zunächst an das Terracottarelief in Campana's (uns nicht zugänglichen) Ant. opere in plastica t. CXVII, welches nebst den beiden in demselben Werke folgenden, auch auf Theseus bezüglichen zu einem und demselben Friese gehörenden mit einem »Anfluge hieratischer Strenge« ausgeführt ist. Es zeigt die Aufhebung des Steines, unter dem Schwert und Sandalen sich befinden, im Beisein der Aethra (Stark in Gerhard's Arch. Ztg. 1860, S. 123)[1]).

1) Ob ein anderes, auch zu einem Friese gehörendes Terracottarelief hieher gehört, steht minder sicher, ist aber keineswegs unmöglich, ja ganz wahrscheinlich. Wir meinen das in den Monum. d. inst. arch. VI. VII, t. LXXXIII herausgegebene, von J. Rutgers in den Ann. a. a. O. p. 464 fg. eingehend besprochene. Daß sich dasselbe auf die Theseussage bezieht, unterliegt keinem Zweifel. Der Beschauer erblickt zumeist nach links das Meer am Ufer, an demselben das Vordertheil eines Schiffes, vor diesem einen in den Wellen stehenden jungen Mann, der mit Ausnahme der vom Halse auf den Rücken hinabfallenden Chlamys ganz unbekleidet ist und in der Linken einen stangenartigen Stab hält. Er gleicht dem unzweifelhaften Theseus auf der zu demselben Friese gehörenden, auf derselben Tafel abgebildeten Platte durchaus, nur daß dieser, der im Kampf gegen Skiron dargestellt ist, gegen welchen er mit einem Pedum ausholt, ein Schwert an der Seite hat und mit Krepiden an den Füßen bekleidet ist. Der junge Mann auf der uns hier angehenden Platte blickt trauernd hin nach einem in tiefe Trauer versunkenen Weibe, das, ihm gegenüber, auf einem Felsen am Meeresgestade unterhalb eines Baumes sitzt und sich mehr als Jungfrau denn als Matrone ausnimmt. Rutgers meint, daß, da an Theseus' Abschied von Aethra vor der Abreise nach Athen durchaus nicht gedacht werden könne, der von Ariadne dargestellt sei. Aber dagegen lassen sich noch viel mehrere Bedenken erheben, zu denen auch das gehört, daß auf den betreffenden Friesreliefs sich kein anderer Beleg für die Darstellung der Ariadnesage findet. Prüfen wir die Gründe, welche Rutgers gegen die Annahme der Abfahrt nach Athen beibringt, genauer! Er bemerkt an erster Stelle, daß eine Version der Sage, nach welcher die Reise dorthin zu Wasser gemacht sei, weder sich finde noch als einmal vorhanden vorausgesetzt werden könne; an zweiter, daß das Schwert und die Fußbekleidung des Aegeus auf dem Relief nicht hätten fehlen dürfen. Was das Erste betrifft, so scheint es so, als habe Rutgers das Scholion des Tzetzes zu Lykophron Vs. 494 nicht gekannt, wo es Vol. II, p. 649 Müller von Aegeus heißt: *καὶ αὐτὸς μὲν ἀπεδήμει πρὸς Ἀθήνας· τῇ δὲ Αἴθρᾳ ἐνεύλισται, ἐὰν υἱὸς ἐξ αὐτῆς γεννηθῇ, θεῖξαι αὐτῷ τὴν πέτραν, καὶ (αὐτὸν καλέσασα) λαβόντα τὸ ξίφος, καὶ ἐνδεσάμενον τὰ ὑποδήματα, ὅταν αὐτῷ ἐφαρμόσωσι, καὶ δυνηθῇ κινῆσαι τὸ ξίφος, πλεῖν εἰς Ἀθήνας, ὃ καὶ ἐποίησεν αὐτῷ*

Zahlreichere Beispiele bieten die Gemmen. Die mir bekannt gewordenen, nicht durchaus gleichen, sind (abgesehen von den durch Raspe im Catal. der Tassie'schen Abdrücke II, p. 510, n. 8658 und 8659 ohne nähere Angaben beschriebenen) der von Toelken im Erkl. Verzeichniß der ant. vertieft geschnittenen Steine der K. Preuß. Gemmensammlung Kl. II, Abth. 2, n. 144, S. 72 unter den Werken des älteren Griechischen Kunststils verzeichnete, schon von Borioni Collect. Antiquit. t. 55 herausgegebene Carneol und die von demselben Kl. IV, Abth. 2, n. 179, S. 275 aufgeführte Paste; der früher im Pfälzischen Museum befindliche (vgl. Beger Thes. Palatin. p. 60), dann nach

---

θεὶς διὰ γνωρισμὸν τοῦ πατρός. Das αὐτὸν κελεῦσαι habe ich eingesetzt; die letzten Worte von ὃ καὶ an fehlen in den Handschriften Müller's. Ob sie weggelassen sind von Einem, der sich erinnerte, daß andere Schriftsteller anders berichten? Von diesen giebt Apollodor Bibl. III, 16, 1 nur an: Θησεὺς δὲ — ὡς ἐγενήθη τέλειος, ἀποσάμενος τὴν πέτραν τὰ πέδιλα καὶ τὴν μάχαιραν ἀνωρεῖται, καὶ πεζὸς ἐπείγετο εἰς τὰς Ἀθήνας. Ausführlicher spricht über die Sache Plutarch im Theseus. Wir hören durch ihn, daß Aethra von Aegeus den Auftrag erhielt, den Sohn ihm der Sicherheit wegen möglichst heimlich zuzuschicken (Cap. III); dann, daß Aethra dem Theseus befahl πλεῖν εἰς Ἀθήνας, nachdem er τὰ πατρῷα σύμβολα unter dem Felsen hervorgezogen habe: ὁ δὲ τὴν μὲν πέτραν ὑπέδυ καὶ ῥᾳδίως ἀνέωσε, πλεῖν δὲ ἀπέγνω, καίπερ οὔσης ἀσφαλείας καὶ δεομένων τοῦ τε πάππου καὶ τῆς μητρός. — καὶ τῶν κακούργων ἕκαστον ἐξηγούμενος Πιτθεὺς ὁποῖος εἴη καὶ ὁποῖα δρᾶν περὶ τοὺς ξένους ἐπιοῦσι τὸν Θησέα κομίζεσθαι διὰ θαλάττης. Τὸν δὲ πάλαι μὲν, ὡς ἔοικε, λελῃστότως διέκαιεν ἡ δόξα τῆς Ἡρακλέους ῥᾳστῆς — (C. VI) Δεινὸν οὖν ἐποιεῖτο καὶ οὐκ ἀνεκτὸν ἐκεῖνον μὲν ἐπὶ τοὺς πανταχοῦ πονηροὺς βαδίζοντα καθαίρειν γῆν καὶ θάλατταν, αὐτὸν δὲ τοὺς ἐμποδὼν ἄθλους ἀποδιδράσκειν —. Τοιούτῳ φρονήματι καὶ τοιούτοις λογισμοῖς ἐξώρμησεν — (C. VII) . Καὶ πρῶτον μὲν ἐν τῇ Ἐπιδαυρίᾳ Περιφήτην ὅπλῳ χρώμενον κορύνῃ — ἀπέκτεινεν· ἡσθεὶς δὲ τῇ κορύνῃ λαβὼν ὅπλον ἐποιήσατο καὶ διετέλει χρώμενος. Auf das Scholion des Tzetzes allein möchte ich allerdings, auch wenn die letzten Worte von diesem selbst herrühren, kein zu großes Gewicht legen. Aber wird man es nach den Stellen Plutarchs für unwahrscheinlich halten, daß eine Version der Sage existiren konnte, nach welcher Theseus dem Auftrag des Aegeus, den ihm Aethra mittheilte, sowie den Bitten dieser und ihres Vaters nachgab, indem er sich im Hafen von Troezen einschiffte; dann aber seinen Wünschen entsprechend in der Epidauria landete und den übrigen Weg zu Fuße machte? Bei dieser Annahme läßt sich voraussetzen, daß er Schwert und Fußbekleidung in das Schiff gethan hatte. Waren sie ihm doch zuvörderst nicht nöthig, wohl aber der κοντός, denn um den handelt es sich, nicht aber um die Keule, die Theseus erst in der Epidauria sich gewinnt und die, wenn auch in der Form eines Pedum, auf dem andren Terracottarelief des Frieses ganz folgerecht dem Theseus bei dem Kampfe gegen Skiron in die Hand gegeben ist. Auch der von Rutgers mit Recht gar nicht veranschlagte Umstand, daß das Weib auf dem in Rede stehenden Relief sich mehr wie eine Jungfrau ausnimmt, verschlägt nichts; man vergleiche, um nicht mehr beizubringen, die Bemerkung von O. Jahn in den Ann. d. Inst. arch. XXX, p. 261, Anm. 1.

Frankreich gekommene, jetzt in der K. Ermitage zu Petersburg aufbewahrte, von Gravelle Recueil de pierr. grav. ant. Vol. II, pl. 53 und von La Chau et Le Blond Descript. du cab. d'Orléans T. I, pl. 89 herausgegebene Carneol, mit dem fast nackten Theseus, welcher den Felsen hebt, unter oder vor dem ein Schwert und ein Paar Schuhe liegen. Außerdem findet sich in Gravelle's Recueil T. I, pl. 66 eine Gemme mit einem nackten jungen Theseus, der einen Stein hochhebt, unter welchem bloß ein Schwert liegt. Ebenda wird auf p. 27 noch 'ein anderer Stein mit folgenden Worten erwähnt: »S. A. R. Madame avoit dans son cabinet une cornaline du même sujet, mais d'une composition differente; elle est d'un travail plus parfait que celle-ci, & le fait historique y est representé dans un plus grand détail; car au-lieu qu'ici on ne voit seulement que l'épée d'Egée, dans l'autre on y remarque encore ses chaussures«. Dann ist noch zu erwähnen der Scarabäus aus »sardoine«, welchen Chabouillet Catal. génér. et rais. des camées et pierr. grav. de la bibl. impériale p. 241, n. 1795 verzeichnet und als travail grossier bezeichnet (das Werk ist abgebildet in Caylus' Rec. d'antiquit. Gr., Etr. et Rom. T. VI, pl. XXVI, n. 5 und D'Hancarville's Antiq. Gr., Etr. et Rom. T. III, pl. XXVIII, n. 13 und erwähnt in Köhler's Ges. Schriften herausg. von Stephani V, 2, S. 184, XXXVII, wo es in den dritten Zeitraum der Etruskischen Steinschneidekunst versetzt wird), und endlich der von L. Müller Descr. des intailles et camées ant. du Mus.-Thorvaldsen p. 102, n. 840 beschriebene onyx rubané, wo Theseus nu l'un genou appuye contre un rocher. — Diesen Gemmen reihen sich andere an, welche den Augenblick nach der Findung des Schwertes (zuweilen mit Hinzufügung der den Theseus genauer bezeichnenden Keule) zur Darstellung bringen: der Achat der Sammlung der Pariser Nationalbibliothek bei Chabouillet a. a. O. n. 1796 (Thésée nu, le pied droit posé sur un rocher, tenant sous son bras l'épée d'Égée), drei Stücke, welche in der Sammlung Hertz vereinigt waren, vgl. Catalogue of the collection formed by B. Hertz, London 1851, p. 40, n. 775 Theseus, whose right arm reposes upon a rock, contemplating the sword, which he holds in his left hand; the club is near him, cornelian (aus der Sammlung Nott, Abdruck bei Cades in den Impr. gemm. d. inst. arch. cent. I, n. 69), n. 776 dieselbe Darstellung auf einer greenish antique paste, n. 777 Theseus contemplating the sword, nicolo. Weiter gehört hieher eine früher im Besitze Gerhard's (jetzt im K. Museum zu Berlin?) befindliche Glaspaste (Theseus das Parazonium betrachtend, indem er sich auf einen Felsen stützt, über welchen die Chlamys ausgebreitet ist; am Boden die Keule). Mit dieser Paste vergleicht Heydemann im Bullett. d. Inst. arch. 1868, p. 158 fg. einen Stein der Samm-

lung Cotugno: corniola di lavoro non troppo cattivo, che ci mostra un giovine colla clamide che guarda attentamente una spada.

Außerdem kommt nicht bloß die Hebung des Felsen, sondern, nach einer Annahme, auch der Abschied des Theseus von der Aethra vor auf Münzen. Jene zeigt sich in mehreren Exemplaren auf Bronzemünzen von Athen, welche um so beachtenswerther sind, als ihr Typus sich ohne Zweifel auf das von Pausanias erwähnte Werk auf der Akropolis bezieht. Ein Exemplar hat schon Fernow zu Winckelmann's Werken II, S. 371, A. 125 als im Borgianischen Museum zu Velletri befindlich signalisirt, ein anderes T. Combe Vet. populorum et regum numi, qui in museo Britannico adservantur, London 1814, t. 6, n. 16 herausgegeben und Müller im Hdb. d. Arch. §. 412, 1 aufgeführt, ein drittes, zum Theil besser erhaltenes findet sich bei Beulé Monnaies d'Athènes, p. 398. Hier sieht man den ganz nackten jugendlichen Theseus an den Felsen fassend, der nicht ganz so hoch ist wie er selbst, und zwischen Theseus' Fuße und dem Felsen steht ein Schwert; anscheinend auch ein Schuh. Auch auf Bronzemünzen von Troezen ist die Handlung dargestellt, nicht bloß auf den längst bekannten unter Septimus Severus geprägten (Millingen Anc. coins, 1831, p. 64 fg., der auf Sestini Mus. Fontana T. I, t. II, n. 18 verweist — ein Citat, welches nicht richtig ist) —, Mionnet im vierten Supplementbande der Descr. p. 268 fg., n. 205, Wiczay Mus. Hedervar. I, t. XXXI, 698), sondern auch auf solchen aus der Regierungszeit des Commodus, Geta und Philippus jun., vgl. Imhoof-Blumer u. Percy Gardner Num. comment. on Pausanias, repr. from the Journ. of Hellen. stud. 1885, p. 49, 12 u. pl. M, n. XI. Auch hier erscheint Theseus ganz nackt, wesentlich in derselben Haltung, aber von Schwert und Krepiden keine Spur. — Den Abschied glaubte Millingen dargestellt auf einer unter Sept. Severus geprägten Bronzemünze von Troezen, welche er a. a. O. pl. IV, n. 22 herausgegeben hat, nachdem sie schon vorher von Mionnet a. a. O. unter n. 204 so beschrieben war: Héros à moitier couvert de la chlamyde, tenant transversalement par derrière une lance de la main droite tandis qu'une femme, vêtue de la stola et inclinée, lui attache le parazonium au côté. Imhoof-Blumer u. Gardner erkennen a. a. O. p. 48, 7 wahrscheinlicher: Hippolytus and Phaedra (or her nurse), who approaches him in attitude of supplication.

Auf bemalten Vasen erinnere ich mich nicht eine auch nur annähernd ähnliche Darstellung gefunden zu haben. Wenn es in Müller's Hdb. d. Arch. a. a. O. heißt: »Theseus des Aegeus Waffen unter dem Stein hervorholend, häufig in Volci, Ann. III, p. 47«, so ist das ein Irrthum; in den Annali werden bloß erwähnt imprese di Teseo, combattimento col Minotauro, Antiope und Elena. Gerhard

bemerkt auch in den Auserl. Vasenbildern Bd. III, S. 32, A. 1, daß ihm eine derartige Darstellung aus Vasenbildern nicht bekannt sei.

Duhn ist der Ansicht, daß das Bronzewerk auf der Akropolis allen übrigen entsprechenden Darstellungen zu Grunde gelegen habe. Aber selbst in Betreff der wenigen ihm bekannt gewordenen erhaltenen Bildwerke — er erwähnt außer dem von ihm behandelten Athenischen Marmorrelief, nur das Relief in der Villa Albani und »verschiedene Gemmen« — wird man Bedenken tragen ihm beizupflichten. Wenn er als ausgemacht annimmt, daß das Rundwerk aus Bronze auf der Akropolis zu Athen als alterthümliches zu betrachten sei, so ist zu bemerken, daß Pausanias das Alter des Werkes und dessen Stil mit keinem Worte andeutet. Die Abhängigkeit des Athenischen Marmorreliefs von dem Bronzewerk anzunehmen, ist gar kein Grund vorhanden. Erkennen konnte man den auf jenem dargestellten Gegenstand jedenfalls auch ohne das Bronzewerk im Gedächtniß zu haben. Als Original wird das Relief allerdings nicht betrachtet werden können. Wer wird aber leugnen wollen, daß zu Athen noch ein anderes Original bestanden haben könne, oder daß das Original in Troezen zu suchen sei? Die Stele, an welcher sich das Relief befindet, »trägt das Ehrendecret für Telesias, einen Troezenier von Geschlecht, der in Athen ein Priesterthum inne hatte, nach Kumanudes' sehr plausibler Vermuthung das des Hippolytos, und den Verdiensten seiner Vorfahren nicht nachstand, deswegen gemeinsam von Athenern und Troezeniern geehrt wurde«. Der Typus der oben erwähnten Troezenischen Münzen mit der Hebung des Felsen läßt mit Wahrscheinlichkeit auf das Vorhandensein eines berühmten Werkes auch an diesem Orte schließen, welches immerhin der älteren Kunst angehört haben kann. Das dem Stil nach von dem durch Duhn vorausgesetzten des Rundwerkes auf der Akropolis ganz verschiedene Relief Albani als Nachbildung auch nur in Betreff des felshebenden Theseus zu betrachten, wird sich jetzt schwerlich Jemand entschließen wollen[1]). Uebrigens liegt dem Relief Albani ein Griechisches Original zu Grunde, aller Wahrscheinlichkeit nach ein unter dem Einfluß der Attischen Kunstübung stehendes. Sicher ist nur, daß dem Gegenstande nach entsprechende Darstellungen schon zur Zeit der archaischen Kunstübung gearbeitet sind.

1) Freilich äußerte auch Ampère L'histoire Romaine à Rome, Bd. III, Paris 1862, p. 421, über das Relief Albani handelnd, in Betreff des Werkes auf der Akropolis: c'est le plus ancien original que l'on connaisse de ce bas-relief.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

18. Februar. **№ 2.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung den 6. Februar 1886.

Wüstenfeld legt eine Abhandlung vor: »Fachr-ed-din der Drusenfürst und seine Zeitgenossen. 1. Abtheilung«. (Erscheint in den Abhandlungen.)

Paul de Lagarde, Kleine Mittheilungen.

Schering legt eine Abhandlung des Herrn Professor Karl Schering in Straßburg vor: »Das Deflectoren-Bifilar-Magnetometer«.

von Koenen, Mittheilung über große Dislocationen.

Riecke legt 1. einen Aufsatz von Herrn Professor Boltzmann in Graz vor: »Neuer Beweis eines von Helmholtz aufgestellten Theorems betreffend die Eigenschaften monokyklischer Systeme«.

2. eine Mittheilung des Herrn Dr. Krüger: »Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der vertikalen Intensität eines magnetischen Feldes«.

Vogt meldet eine Abhandlung an: »Bestimmung der Elasticitätsconstanten für Beryll und Bergkrystall«.

Sitzung am 5. December 1885.

Drei bergellische Volkslieder.

Von **H. Morf.** Bern.

Das heutige Bergell ist arm an dialektischen Volksliedern. Sei es, daß der nüchterne Sinn seiner Bewohner sie von jeher das Lied vernachlässigen ließ, sei es, daß das Ueberhandnehmen des lombardischen Dialekts und der italienischen Litterärsprache zur Aufnahme fremder Lieder an Stelle der eigenen geführt hat — wer nach berg. Volksliedern frägt, wird zunächst zur Antwort bekommen, daß er von etwas spricht, das nicht existirt.

Ich habe sie auch bekommen, diese Antwort, am Schenktisch des Gasthauses zur Post in Vicosoprano (Visavrán) und wie zu einer ausdrücklichen demonstratio ad aures zog unten ein Hochzeitszug vorbei, der italienische Lieder sang.

Eine Hochzeit ist ein Ereigniß in Vicosoprano. Das mußte auch der Fremde sich ansehen. Vielleicht mochte doch ein Volkslied zum Vorschein kommen. An der Einladung zum Singen fehlte es nicht. Die Wirthsstube zierte die aus dem Deutschen übersetzte Inschrift:

Indu' ca 's canta
Va er tü giügent;
Ca cantär nu ama[1])
La cattiva gent.

Es war aber nichts zu vernehmen von einheimischem Gesang als die erste und wie es schien einzige Strophe — denn sie wurde beständig wiederholt — der Maitinęda von Roticcio (*Rutitš*)[2]), welche schon der verdiente G. Maurizio in seiner *Stria*[3]) p. 25 abgedruckt hat.

Der Verfasser der *Stria* selbst erklärte mir, daß es ihm unbekannt sei, ob mehr Strophen des Gedichtes existiren. Was in der Stria sonst an dialektischer Poesie sich eingestreut finde (p. 1 ein Kuhreigenfragment; p. 140 ein Gebetchen; p. 165 zwei Maitinedastrophen; und hie und da ein Spruch, wie p. 29, 26) sei alles, was er an berg. Volksdichtung kenne.

An spätern Abenden glaubte der eine und der andere der Stammgäste des Gasthauses sich zu erinnern, daß sowohl das Lied

---

1) Ist ein Italianismus. *amare* ist dem berg. ursprünglich fremd wie dem rätischen. Es sagt wie dieses *vęir dyrdyęnt*. Doch ist *amęr* jetzt viel gebraucht.

2) Ein Dörfchen oberhalb Vicosoprano, am Südabhang, daß sich rühmen darf, das ganze Jahr die Sonne zu sehen, was nicht alle Dörfer des Bergell können, daher *bęl Rutitš* I, 1.

3) *La Stria ossia i stinqual da l'amur, tragicomedia nazionale bargajota*, Bergamo 1875, VI, + 188 S. 8°. zirka 5000 Zehnsilbler in den verschiedenen Dorfdialekten der Thalschaft (St.). Ich hörte übrigens immer *štingual* sprechen und finde es auch so geschrieben. Gedruckt ist sonst im berg. Dialekt meines Wissens: 1) F. J. Stalder, *Die Landessprachen der Schweiz* Aarau 1819. p. 407 f. (die Parabel vom verlorenen Sohn, im Dialekt von Soglio (cf. *servicei*, 15; etc.), mit orthographischen und andern Aenderungen, die nicht immer Verbesserungen sind, wiederabgedruckt von Biondelli, *Saggio* p. 42); 2) E. Lechner, *Das Thal Bergell*[2], Leipzig 1874, 12°, p. 88—95 (drei Lieder des gewandeten Dichters T. Maurizio); 3) auf fliegenden Blättern drei Gelegenheitsgedichte desselben Verfassers; 4) G. Papanti, *I parlari italiani in Certaldo* p. 631 f. (unterberg. Version von Bocaccio, *Dec.* I. IX). Außerdem besitze ich von den ungedruckten Liedern T. Maurizio's eine Kopie, die der liebenswürdige Verfasser selbst für mich herzustellen die Gefälligkeit hatte (M.).

von Roticcio einst mehr Strophen gehabt habe, als daß er selbst auch vor Jahren noch dieses oder jenes andere Lied habe singen hören oder singen können. Und was erst nur in verworrenen Tönen aus der Vergangenheit herüber an ihr Ohr schlug, das gewann allmählig, indem einer dem andern in heiterem Wettstreit die Erinnerung an weitzurückliegende Knabenjahre wachzurufen bemüht war, faßbare Gestalt. Sechs weitere Strophen der genannten Maitineda (I) kamen zum Vorschein; weiter der Sang des Schmid (II) und endlich brachte der kundige Wirt von einem Ausflug nach dem benachbarten La Stampa das Lied der Heirathslustigen (III) nach Hause, das er unter stürmischem Beifall der Gäste in kongenialem Vortrag mir in die Feder diktirte.

Ich gebe diese Liederchen (resp. Liederfragmente) in phonetischer Notirung (nach Böhmer) [1]). Der kurzen Formenlehre des Dialekts von Sopraporta, speziell von V. (Vicosoprano), in der ich die Abweichungen Sottoporta's, speziell Soglio's (S.) nur dann erwähne, wenn sie besonders bemerkenswerth erscheinen, schicke ich keine Lautlehre voran, weil ausführlicher als Ascoli, *Saggi ladini* p. 272—279 zu sein der Raum nicht gestattet. Redolfi, *Die Lautverhältnisse des berg. Dialekts* (*Zeitschr. f. rom. Phil.* VIII, 161—204) ist leider fast werthlos. (*cf. Gött. gel. Anzeigen 15. Oktober 1885*). Alle grammatischen Daten, für welche keine Quelle gesetzt ist, beruhen auf eigener Beobachtung. Mein Gewährsmann ist ein 15jähriger Knabe von V., der indessen, wie die ganze Jugend des Dorfes schon ziemlich italianisirt ist und dessen Angaben ich deshalb größtentheils bei dem freundlichen Wirth und den nicht minder freundlichen Gästen nachher kontrolirte. Doch herrschte auch in deren Angaben nicht immer Uebereinstimmung; die meisten waren viel im Ausland gewesen und nicht selten fiel der Vorwurf *uqvę kambyá la lingua!* Nachträgliche Belehrung verdanke ich der Liebenswürdigkeit des Herrn Pfarrer J. U. Michael in V. Nur in zweiter Linie und vorzüglich für einige syntaktische Bemerkungen benütze ich geschriebene

1) *i*, *u*, *v*, *œ* sind geschlossen. Tonloses finales *a* ist etwas verdunkelt, in S. fast *ǫ*. In geschlossener Finalis, wo *a* in der Schrift fast allein herrscht (cf. *Arch.* II. 443) tönt ein wirkliches *a* kaum im isolirt gesprochenen Wort; in der zusammenhängenden Rede trübt es sich sehr, klingt dem ę nahe (cf. Gartner, Rät. Gram. § 200 *dǫ́dęš* etc., aber *mętar*); desgleichen vortoniges *a*, auch das des Artikels. Ich schreibe der Einfachheit halber immer das *a* des isolirten Wortes. *u* in der Endung der 2. p. pl. (*us* statt *as* = *ęs*), wie *Stria* öfters steht, habe ich nie gehört; ebenso wenig in der 3. p. pl. *un*, wie ich einmal (*füssun* 18, 23) gedruckt finde. Wohl aber lautet ein deutliches *u* vor *m* im imperat.: *dyédum* I, 3; *krę́gum*; cf. *Bę́rgum* = *Bergamo*; tgi trovum? M.

Texte, deren Beispiele — in ihrer eigenen leider sehr schwankenden Orthographie — ich mit cf. einführe, wenn ich sie nur zum Vergleich mit meinen eigenen Beobachtungen anziehe; fehlt cf., so steht der schriftlichen Beobachtung keine mündliche zur Seite. — Die berg. Kunstpoesie ist reich an Italianismen; auch mischt sie gelegentlich die einzelnen Dorfdialekte. Die *Stria* ist für das unterberg. nicht maßgebend, da sie dasselbe durchaus nicht consequent durchführt und auch selbstgemachte Formen bringt, die in Wirklichkeit nicht vorkommen.

I.

S*v* n kuẹ́la mọ̆ta da kuẹl bẹl Rutĭ́tš
Ọ k ẹ n vœ́iy[1]) na bẹ́la, ọ k ẹ nu n vœ́iy brĭk.

O vẹ tšǫ̆ Magẹ̆t ẹ dy*v*́dum sagatsę́r,
Ka kuišt a*ŋ* l ẹ l a*ŋ* ka yẹ m vœ́iy maridę́r.

O vẹ tšǫ̆ Magẹ̆t ẹ dy*v*́dum fęr kum fẹ*ŋ*,
Ka kuišt a*ŋ* l ẹ l a*ŋ* ka yẹ t vœ́i*χ* fęr da l bẹ*ŋ*.

Ẹ da tántam bọ́ra k ẹ a vogadyá
L ẹ la p*v* pití*ŋ*a kuẹ́la ka m a fermá.

Ẹ da tántam bọ́ra k ẹ a mẹ̆s im vœ́ga
L ẹ la p*v* pití*ŋ*a kuẹla ka m a tulẹt*χ* la vœ́ya[2])

Ẹ s*v* la muntáña al krẹš ęrb ẹ fẹ*ŋ*,
Ẹ dyọ la plan*v*́ra šta l mẹ karo bẹ*ŋ*.

Ẹ s*v* la muntáña al krẹš ęrb ẹ flur,
Ẹ dyọ la plan*v*́ra šta l mẹ t*χ*ęr amúr.

---

1) Die (fallenden) Diphthonge, deren zweiter Theil *i* ist, zeigen in der berg. Aussprache eine starkhervortretende palatale Spirans, die je nach dem folgenden Laut tönend oder tonlos sein kann. Ich höre in V. *pẹ́iyga*, *pẹ́i*χ*s*, *tẹ́i*χ*šta*, *vẹi*χ*r* (cf. Gartner § 93). Wörter die mit einem solchen Diphthong schließen, zeigen sie besonders deutlich (am isolirten Wort und in Pausa: *χ*): *kavái*χ, *kaštẹ́i*χ, *dọ́i*χ; auch *fī*χ, *bī*χ, (S. *bę́i*χ) etc.

2) Intervokales *y* ist in V. stark reduzirt. Die Engebildung ist ohne Energie, der so entstehende halbvokalische Uebergangslaut bei den einzelnen Individuen verschieden stark, meist aber gut vernehmbar in *vœ́ᵉa*, *fœ́ᵉa*, *méᵉar* etc. Auf die Frage, ob sie sich bewußt wären, in diesen Wörtern ein *y* zu sprechen, antworten die Leute mit entschiedenem ja; für *sea* (conj. von *esar*, das ich ebenfalls deutlich als *séᵉa* höre, verneinen sie dies eben so entschieden.

II.

Marúga la mi *tχ*ę́ra,
Tv šta ent al tę buη lętχ;
Ę yę pǫ́var faráir
Tv́ta nœtχ sǫt al vadrę́tχ.

Marúga la mi *tχ*ę́ra,
Tv va sv naǧarína;
Ę yę pǫ́var faráir
Tv́ta nœtχ sǫt la pruína.

Marúga la mi tχę́ra,
Tv šta nt al lętχ paltsę́da;
Ę yę pǫ́var faráir
Tv́ta nœtχ sǫt la rugę́da.

Marúga la mi tχę́ra
Tv ǧgv́ra brǫk ę suníη;
Ę yę pǫ́var faráir
Am turmę́nt ku i karbuníη.

Marúga la mi tχę́ra
Tv líka latχ ę flur;
Ę yę pǫ́var faráir
Vampíš dal tę amúr.

III.

O día día, ka m dǫ́l vn galuη!
Tœr yę l tulę̌s bęη —
Ma nu l fadyará da l buη.

O día día, ka m fur vna kǫ́šta!
Tœr yę l tulę̌s bęη —
Ma l fa par ę pǫ́šta.

O dia dia, ka m furmíg vn pę!
Tœr yę l tulę̌s bęη —
Sǫma ka l manka la fę.

O dia dia, tχi brvǧúr in šta gamba!
Tœr yę l tulę̌s bęη —
Ma mai nu m dumanda.

Auf den 24. Dezember, an welchem ein Kalb (in der Kindersprache *puǧíη*) geschlachtet wird, hörte ich folgenden Spruch:

Gv́tsa, gv́tsa kurtalíŋ!
La dumáŋ l ẹ l di d puǧíŋ.
Gv́tsa, gv́tsa bẹl gvtsę̄r,
Ka dumáŋ l ẹ l di d nadę́l.

Formenlehre.

1. Nomen.

Ueber Spuren eines alten Nominativ *-s* cf. *Gött. gel. Anzeigen* 1885 p. 862 n. Der plur. des masc. ist lomb. (= sing.). *i* ist noch erkennbar in Wörtern auf *l, n, t*: *kavál-kaváiχ, avdẹ́l-avdẹ́iχ, bẹl-biχ, baril-barij*, M; *an-añ* (aber *an*, Stalder, 29); *tvt-tvtχ, grant-grantχ*, St. 53, 5 etc. Doch ist namentlich bei den letztern schon starke Verwirrung: Angleichung des sing. an den plur: *vn fantχ* cf. St. 61, 23 etc.; Stalder 31, abgel.: *fantχaría*, cf. Salvioni, *Fonetica del dial. di Milano*, p. 131 c, *fantget*, M.; *vn guantχ*; *vn dẹntχ*, abgel. *dentχadv́ra* S., so auch *vn kavẹ́iχ* statt **kavẹ́l*; Differenzierung: *i mat* = Knaben, *i matχ*, kollekt. = Knabenschaft, abgel. *matχḗt(a)* (aber *mateta*, St. 30, 28) *i pañ* = das Kleid; analogische Anfügung von *i*: *tv́tχi* neben *tvtχ*, St. 17, 21; 40, 11; 75, 20 etc., wegen häufigem *tvtχ i* + Nomen und, da berg. auch *tant* im masc. prädikativ konstruirt und dann mißverstanden wird (*dree tantal temp*, St. 4, 2; 23, 14; 73, 9; 112, 28; 114, 24; 120, 1; 129, 10; 156, 5) auch *tantχi* neben seltenerem *tantχ*; ebenso *kuantχi* (cf. *Sag. lad.* 279; Salvioni p. 132). *i* in *certi*, Papanti 631, 5, *fedeli* St. 9, 7; 17, 26, *sciuri* St. 63, 8: 116, 27 etc. sind Italianismen (cf, St. 31, 15, *karo*, I, 12 und Salvioni *l. c.*) Unveränderlich sind *vẹ́il* (St. 51, 5), *ǽil* und selbstverständlich auch die schon im sing. *iχ* haben: *fiχ, famẹ́iχ, fǽiχ*. — Pluralreste auf *-a* sind selten und nur als fem. sing. kollektivisch gebraucht: *la lẹ́ŋa la brv́ǧa, la fǽ(y)a la krọ́da* (cf. St. 42, 17). — Unregelm. *ọm-ọ́man*. — Ueber den plur. fem. cf. *Sag. lad.* 274, *Zeitschrift* IV 153, *Arch.* II 443: *lan dọ́na, lam píña, laŋ gámba*[1]).

---

1) Es haben auch *-an*: das allein oder mit einem apposit. Nomen stehende volle Personalpronomen der 1. und 2. p.: *nuältran dona*, St. 132, 19; 108, 6 etc.; das einem Zahlwort vorausgehende Demonstrativ: *quistan du muntanela* (*Stria* 6, 11. 17, 30. 25, 12. 103, 13; ebenso das ganz isolirt stehende Substantiva:

. . . um sent rabomber
Melodian in bun nomber. (M. cf. St. 26, 8; 124, 8).

Das prädikative Adj. hat kein Pluralzeichen:

Lan nötč en ciörta (St. 105, 17; 155, 23)
Lan matan l'en ben är povran gnocca (ib. 8, 3)
Lasciär indär suleta lan mantan. (ib. 6, 32)
Lan nossa šort la s'en mudäda (ib. 43, 13; 128, 5).

Eine Spur der *s*-Bildung: Redolfi § 131 n. gegen *Sag. lad.* 554. Ueber den einzigen plur. auf *án* (*lam maṭán*) cf. *Arch.* VII. 443; er ist im Verschwinden.

Die Abstrakta auf *-orem* sind masc. (cf. St. 10, 10; 13, 5; 43, 14 etc.). Neben dem fem. *granda* (cf. St. 74, 2 etc.) findet sich viel häufiger ein ital. *gran* (St. 54, 22 etc.; Papanti 632, 2, 18).

Personalpronomen (cf. Gartner § 108) *yę* (S. *dyę*)[1]; *tv*; *lv*, *lę*; *nọ*; *vọ*; *lur*, *lę́ir* (S. *lęr*). *Vọ* ist auf Anrede an eine einzelne Person beschränkt, sonst *vualtar*, wie lomb. (Biondelli p. 31; cf. Gartner p. 91) *lv*, *lę* als Anrede dem berg. früher nur Respectspersonen gegenüber bekannt (cf. St. 35, 20), ist heute in V. ziemlich verbreitet. Ich finde weniger häufig *nualtar* (St. 32, 16; 80, 15; 136, 13, 15) als *nọ* (St. 4, 24; 6, 22; 10, 6 etc.). Alle diese Formen sind auch acc. cf. St. 40, 19: *sa tü m tö ję* = wenn Du *mich* nimmst; 74, 10: *E tü dalonc pö la t manäva* = und *Dich* führte sie dann weit fort. Also gen.: *da yę*, *da tv*; dat.: *ę yę*, *ę tv* etc. — „Man" wird reflexiv gegeben: *as va* und dieses *as* wird ebenso leicht mit dem Reflexivum selbst verbunden: *Sa's vol für | sempr' e l'agnel, sci.as.as fa maiär | dal luf*, St. 77, 27 ss.; 72, 9, 10 etc. (aber z. B. 43, 17) als mit andern Affissi, die ihm folgen: *s'as la vol änch tortürä* St. 117, 10, 15; 76, 17; 112, 12, 13; 138, 11 ss.; 151, 4 etc.[2]). In St. 64, 32: *c'un av possa creir* ist das *un* nicht, wie man ers meinen könnte = man (*homo*), sondern Druckfehler statt *um*.

Es haben sich wie im lomb. und osträt. konjunktive Formen gebildet (weitere Parallelen, *Zeitschrift* IV. 151), die für die 1. und 2. pp. einfache Verkürzungen der volleren Formen sind: von *yę*: *ę* (sehr geschlossener Laut, S. geradezu *i*), nachstehend *ya*, *a*; von *tv*, nur nachstehend, *t*, *at*; von *vọ*: *u*, *v*, *f*. Die 1. p. plur. wird mit *um* + 3. p. sing. des Verbums gebildet (cf. Flecchia *Atti Accad. Lincei* 1876, p. 277), nachgestellt *um*, *m*. Die 3. pp. gehen auf das stammbetonte *ille* zurück, *al* (= *lv*); *i* (= *lur*); *la* (= *lę*); *la*, nachgestellt *lan* (= *lę́ir*). Darin ist das berg. vom heutigen lomb. und engad. verschieden, daß es diese Pronomina nur in syntaktisch ver-

---

Der einzige unregelmäßige Fall, der mir in St. aufgestoßen ist: *quellan bellan figürra* (132, 32); auch M. hat dergleichen. — cf. p. 88).

1) *m* braucht St. im Munde des Bondner und Castasegner: 93, 13, 15; 97, 22; 117, 29 ss.; 130, 25 ss.

2) Das berg. hat, wie man sieht, diese Konstruktion konsequent ausgebildet. Französischen Einfluß wird doch wohl auch Schuchardt hier nicht annehmen wollen (*Zeitschrift* IV. 153).

langter Inversion nachstellt[1]), mithin auf der Stufe des altlomb. und alteng. stehen geblieben ist (Stürzinger p. 15 ff.; Maschka mail. Konjugation 19). Beisp.:

Sing. 1. pers. *ẹ a* (ich habe) cf. I, 2, 4, 6 etc.; ẹ *suŋ; suŋa sv la drẹ́tχa štrę́da?* Die tonlos gewordene Finalis des Verb's wird wieder tönend: *díga bẹŋ?*[2]), auch analogisch: *fúdya pulít?*, aber *vẹ̌sa* (hätte ich, cf. St. 3, 21; 12, 9; 77, 13 etc.). Schließt ein Vokal (*a*) das Verb: *áya?* (habe ich); *dǧaráya?*

2. pers. *vẹ́ñat? kága díǧat?* cf. St. 43, 7; *dǫ́rmat? kága făt? indú văt? tχi ẹ̆t?* cf. St. 11, 10; 17, 20; 23, 21 etc. Siehst Du? heißt regelrecht *vẹ̆t?* cf. St. 84, 11; dann, mit Wiederholung des Pronomens *vẹ́tat?* (nach andern *vẹ́dat?*)

3. pers. cf. III, 3, 6, 9. *la vẹñ; pǫ́rtal? val bẹŋ? ẹl buŋ? sa la?* ẹ *la ñida?* (*pǫrt la?* S.).

Plur. 1. pers. *umá, am? umvǫ́l, vǫ́lum?* tgi trovum? M.

2. pers. *upurtá, purtáf? vẹf? sẹf? kapif? ñif? inkúga dǧẹf? kága fadyẹ́f? indú indyẹ́f?* tönend: *sẹv ñi?*

3. pers. *i fan, fáni?*[3]) *ẹ́ni ñi?* Das *a* der finalis fällt: *dǫ́rmni? vǽini? díšni?* St. 71, 2; *dgessni*, M. Im fem. *la díǧan* und indem das *n* der Verbalendung gleichsam ans Pronomen tritt *dišlan?* St. 83, 31; *alan?* St. 83, 7; *elan*, M.[4]).

Das Verb kömmt, wenn die Deutlichkeit es gestattet, auch ohne ausgesetztes Subjekt vor: es fehlt ẹ St. 158, 7 etc.; *al* III, 12; *u* z. B. St. 93, 8 und in der Fragestellung: *pertχẹ́ sẹ ñi?* und hier scheint dieses Fehlen für die außerpräsentischen Formen geradezu Regel: *afragurdarásas?* cf. St. 64, 32 etc. *um* ist selbstverständlich immer unentbehrlich, cf. 36, 33.[5]).

---

1) Die Inversion des Subjects ist im Gegensatz zur St. in M.'s Gedichten nach einleitender adverbialer Bestimmung und im Nachsatz recht häufig, z. B. *'vant quindasc di am datχ rasciun ę Paul.* Das ist deutscher Einfluß; der Dichter lebte Jahrzehnte lang in Deutschland.

2) S. *díǧa?* z. B. *kę díǧa?* analogisch an *díǧat? díǧal?*

3) S. *vánnaiχ, ánnaiχ, ẹ́nnaiχ, vẹ́nnaiχ; kapíšnaiχ, vǽlanaiχ.* S. hat an Stelle gemeinberg. finalis *-i* immer *aiy, aiχ* mit sehr nach *ǫ* geneigtem *a*; z. B. *pręsẹ́ppaiχ, matrimǫ́nnaiχ, vítsaiχ, sarvítsaiχ, prẹ́tsaiχ, ǽllaiχ.*

4) Der Vorgang ist nicht identisch mit dem von Schuchardt, *Zeitschrift* IV, 152 f. aus dem friaul. angeführten (*son-in* = **son-i*). — Der Umstand, daß die so entstandene enklitische Pluralform *lan* nicht einmal so viel Vitalität besitzt, um auch das vorangestellte Subjekt (*la*) nach sich zu ziehen, spricht entschieden gegen die Meinung Schuchardt's, (daß das berg. plural *-n* der Nomina verbalen Ursprunges sei) mithin für die Erklärung Ascoli's, *Arch.* VII, 442 f.

5) Ich setze *u* wie das unveräußerliche *um* der Uebersichtlichkeit halber in's Paradigma der Konjugation.

sa(v)ẹ́ir (*sa(v)ẹ́* S.).
sa, sa, sa, umsá, usa(v)ẹ́, san; (*sábbia* S.).

plağ̌ẹ́ir (*plağ̌ẹ́* S.) = *tağ̌ẹ́ir* (*tağ̌ẹ́* S. cf. oben p. 86).
plęš, plęš, plęš, umplęš, uplağ̌ẹ́, plęğan; plęğa. tağ̌ẹ́ir wird gewöhnlich mit *dyọ* verwendet: *ka tv tęğa dyọ!* (*yẹ taš dyọ* S.). — *jacēre* (rät.) fehlt; es ist ersetzt durch *az bvtęr dyọ; az lugęr dyọ; as patęr dyọ.* Die Kuh liegt: *la văka l ẹ patęda giọ;* er liegt (im Bett): *l ẹ lugá dyọ,* (auf dem Boden): *l ẹ bvtá dyọ.*

štu(v)ẹ́ir.
štọ, štọ, štọ, umštọ́, uštuẹ́, štọn konjugirte der Knabe; andere mischten — wie ich das auch im präs. des synonymen *debēre* am Rhein gefunden habe — conj. und ind.: *yẹ štọa dir, tv štọa, l štọa, umštọa, i štọan* aber *uštuẹ́; štuẹ̆s; štọ́.* In S. hörte ich *dyẹ štuf andẹ́,* aber *tv štúa, l štọ.* Das Verbum ist offenbar gefährdet; der gewöhnliche Ausdruck ist *vẹir da* (*fẹ̀r*) cf. St. 27, 20; daher die Unsicherheit in den Formen bei direkter Nachfrage. — *debĕre-du(v)ẹir* ist kaum gebräuchlich; ich hörte das part. *dọ́.*

krẹ́ir (*krẹ́* S.).
krẹk, krẹ, krẹ, umkrẹ́, ukradẹ́ krẹn; krẹ́ga.

dir (*di* S.).
dik, diš, diš, umdiš, udğ̌ẹ́, dığ̌an; dğ̌ẹ́iva (*dğ̌ẹ́va* S.) *dğ̌ará; dıga; dğ̌ẹ̆s; di! dğ̌ẹ! ditχ* (*-a*).

tœr (*tœ* S.).
tœ́iχ, tœ, tœ, umtœ́, utulẹ́, tœn (*tœiχ tal, tœ́lan* S.) *töja* St. 69, 2; 103, 11. *tœ! tulẹ́* (häufiger: *tχápa; tχapá*) pt. *tulẹtχ,* auch *tœtχ* (in St. immer so: 13, 3; 102, 24; 109, 25; 111, 18; 121, 11; 122, 24).

trẹr (*trẹ*) = *trahere, *tirare.*
Ich habe die Konjugation nur aus S.: *tir, tíra, tira, umtíra, utradyẹ́, tíran; tradyẹ́va; tradyará; tratχ.* Also ganz rät.[1]). (cf. St. 86, 16; 93, 20; 108, 15).

ñir (*ni* S.).
vẹñ, vẹñ, vẹñ, umvẹñ, uñí, vẹ́ñan (S. hat *ñ* nur in der 1. p. s.). *ñiva* (*niva* S.) *ñirá* (*nirá* S.); *vẹ́ña; ñis* (*nis* S.); *vẹ!* (cf. *Stria* 44, 31; 116, 8), *ñi* (*ni* S.)! *ñi, ñida* (*ni* S.). — Der imper. ist meist mit *tšọ* (*tša* S.) verbunden, I, 3, und in dieser Verbindung hat sich das ursprüngliche *vẹn* (*vẹñ,* cf. *Stria* 87, 16) zu *vẹ* verkürzt; so wird auch am Rhein *vẹñ* zu *ve* z. B. in *vegiú,* das ich in einer Liederhandschrift

1) Aus V. habe ich das Comp. *surtrẹ̀r* (überziehen) mit *yẹ surtir* und *usurtirá.*

lese (cf. Gartner § 189); man braucht indessen, wie rät., auch das Adverb allein: *tšǫ!*

tañír flektirt wie *ñir* (imper. *tẹñ*), nur daß die ursprüngliche Konjugation sich erhalten hat im impf. (*tanẹ́iva*) neben *tañíva* und im fut. (*tañará*). Dieses auch in S., impf. aber *taniva* oder *tañíva*, wie denn *ñ* in diesem Verb in S. auch andere Formen ergreift: *utañí* oder *utaní*. imp. *tẹn! tañí!* pt. *tañí*.

Glossar.

bǫ́ra, Sägeblock I, 9.
brǫ́ka, Gebse II, 14.
dyǫ ist auch präpos. z. B. *indẹ́r dyǫ Bǫnt, dyǫ Milán* I, 12.
dyvdẹ́r, helfen I, 5.
fẹr kum fẹn, so auch engad. heuen I, 5. — *da l buṇ*, es ernst meinen, III, 3; cf. St. 2, 19; 22, 20; 39, 21 etc.; aber — *da l bẹṇ*, wohlthun I, 6 (*bẹṇ* ist auch I, 12 subst.). — *par ẹ pǫ́šta* III, 6 oder — *ẹ pǫ́šla* (St. 165, 12) Spaß treiben; (sonst heißt *e posta* absichtlich St. 140, 27; 164, 11).
flur f., Rahm II, 18.
galúṇ, Schenkel, Bein III, 1.
kurtalíṇ, dim. v. *kurtẹl* Messer.
likẹ́r, lecken II, 18. cf. St. 2, 17; 34, 6.
mankẹ́r la fe, treulos sein III, 9.
mǫta oder *mǫt*, m. Abhang, Hügel I, 1.
nažarína eigentl. *ažarina* (*n* ist präpos.) n. p. Weiler oberhalb V. II, 6.
paltsẹ́r, ruhen II, 10.
pitíṇ dim. v. *pit*, klein I, 10.
sagatsẹ́r (yẹ sagẹ́ts), mit der breiten Sichel (*sagẹ́ts*) schneiden I, 3. cf. St. 7, 22.
sǫ́ma, nur III, 9.
sunúṇ, Melkeimer II, 14.
tœr III, 2, 5 etc. Zu dieser Konstruktion habe ich augenblicklich keine Parallele; man sagt im berg. ganz gewöhnlich (*par*) *fẹr yẹ l fadyẹ́s*, (*par*) *dir yẹ l dž̌ẽs* = thun würd' ich es schon etc.
vadrẹ́tχ, Gletscher II, 4.
vœga, Holzriese I, 9, cf. p. 18.
ǧgvrẹ́r, mit Wasser und Besen ein Gefäß auswaschen II, 14.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

October 1885.

(Fortsetzung.)

Adresses at the complimentary dinner to Dr. Benj. A. Gould.
Untersuchungen über die Rotationszeit des Planeten Mars v. G. van de Sande Bakhuyzen. Leyden.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde von Nederlandsch-Indie. 4. Folge. Theil X. 4. Heft.
Academie royale de Belgique. Bulletin. 54. année. 3. serie. Tome 10.
Archiv für Brakteatenkunde. 1. Band. 1. Heft. Wien.
Die Vergangenheit und Gegenwart der Königl. Ungar. naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Gesch. für die Besucher der Ausstellung.
Ungarische Revue VIII—IX. Heft. 1885. Okt. Nov.
Mittheilungen des Vereins der Aerzte in Steiermark. XXI. Vereinsjahr 1884.
Die Bukowiner Landesbibliothek u. d. K. K. Universitätsbibl. in Czernowitz.
Zeitschrift der Oesterreichischen Gesellschaft für Meteorologie. XX. Band. Okt. 1885.
The Canadian ricord of science. Vol. I. N. 4.
The Canadian Journal Toronto Upper Canada from the year 1852. Aug. Sept. Okt. Nov. Dec. 1853. 1854. 1855. Complete. In quarto.
Supplement to the Canadian Journal. 1854.
The Canadian Journal Toronto. in octavo.
Complete 1856, 1857, 1858, 1859, 1860, 1861, 1862, 1863, 1864, 1865.
January, April, July 1866.
Jan. Sept. Dec. 1867.
Dec. 1868.
April, July, Nov. 1869.
April, Okt. 1870.
May, Aug. 1871.
Febr., July, Dec. 1872.
May, Nov. 1873.
April, Aug. 1874.
March, July, December 1875.
Boletin del ministerio de fomento de la republica Mexicana No. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84.
Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indie. Deel XLIV. 8te Serie. Deel V.
Catalogus der Bibliotheek van de Koninkligke Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indie.
Archives du Musée Teyler. Serie II. Vol. II. Deuxieme partie.
Verhandelingen rakende Natuurligken en Geopenbaarden Godsdienst, utgeven door Teylers Godgeleerd Genootschap. Nieuwe serie 11. Deel. 2. Stuk.
Berichte über die Verhandlungen der K. Sächsischen Gesellsch. der Wissenschaften zu Leipzig. Philologisch-Historische Classe. 1885. III.
Systematic census of Australian Plants. Sec. annual supplem. 1884.

November 1885.

Ueber ein die Flächen kleinsten Flächeninhalts betreffendes Problem. Festschrift für K. Weierstraß v. H. A. Schwarz.
Mittheilungen des Vereines der Aerzte in Steiermark. XXI. Vereinsjahr 1884.
J. Henle. Nachruf v. Waldeyer.
Dekaden u. Monatsberichte des K. sächs. meteorologischen Instituts für 1884.
Jahrbuch des K. sächs. meteorologischen Institutes 1884. Zweiter Jahrgang.

33ster Jahresbericht der Naturhistorischen Gesellschaft zu Hannover für 1882—1883.
Leopoldina. Halle. Heft XXI. 13—14, 15—16, 19—20. Fehlt 1 Nummer dazwischen.
Politische Correspondenz Friedrich's des Großen. 13ter Band.
Bulletino di Bibl. e di Storia delle science matematiche e fisiche di Roma. Tomo XVIII. Gennaio 1885. (Für die Gauss'-Bibliothek.)
Atti della reale Accademia dei Lincei. Anno CCLXXXII. Rendiconti. Vol. I. fasc. 24.
Nature. Vol. 33 No. 836, 837, 838, 839.
Report of the Voyage of H. M. S. Challenger. Zoology. Vol. XII.
Monthly notices of the R. astronomical society. Vol. XLV. No. 9. Supplementary number.
Proceedings of the Cambridge philos. society. Vol. V. Part. IV. 1885.
Journal and proceedings of the R. Society of New South Wales for 1884. Vol. XVIII.
Transactions and proceedings of the R. Society of Victoria. Vol. XXI.
Proceedings of the scientific meetings of the Zoological society of London 1885. Part. III. May and June.
Cours de Mécanique par M. Despeyrons avec notes par M. G. Darbond. Tome second.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. Deuxieme série. No. 2. 1885.
Travaux et mémoires du bureau international des Poids et Mesures. Tome IV.
Bulletin de l'Académie Royale de Belgique. 54e. année. 3. serie. tome 16. No. 9—10.
Tijdschrift voor indische Taal-, Land- en Volkenkunde. Deel XXX. Aflevering 3—4.
Notulen van de Algemeene en Bestuursvergaderingen van det Bataviasch Genootschap van Kunsten en Wetenschap. Deel XVIII. 1885. Afl. 1.
Verhandelingen van het Batav. Genootsch. v. K. en W. Deel XLV. Afl. I.
Mémoires de l'Académie Imperiale des sciences de St. Petersbourg. VII. série.
Tome XXXII. No. 14, 15, 16, 17, 18.
Tome XXXIII. No. 1. 2.
Zeitschrift d. Oesterreichischen Gesellschaft für Meteorologie. XX. Band. Nov.-Heft. 1885.
Ungarische Revüe. Fünfter Jahrg. X. Heft. Dez. 1885.
Sveriges Geologiska Undersökning.
Ser. Aa. No. 87. No. 93. No. 95.-96.
Ser. Ab. No. 8.
Ser. C. No. 68. No. 71. No. 73. No. 74. No. 75. No. 76. No. 77.
Second Geological Survey of Pennsylvania 1874. 1875.
Annual report of the Board of Regents of the Smithsionian Institution for the year 1883.
Memoirs of the American Academy of Arts and sciences. Centennial vol. Vol. XI. Part. II. N. 1.
Proceedings of the American Academy of A. a. S.
New series Vol. XII. from May 1884 to May 1885.
Embryology of the Ctenophorae by Al. Agaxsiz.
Publications of the Cincinnati Observatory. No. 8.
Proceedings of the Academy of natural sciences of Philadelphia. Part II. April to July 1885.
Bulletin of the American geographical society. 1885. No. 1.
Johns Hopkins university circulars Vol. IV. No. 42. No. 43.
Monographs of the Un. St. Geological Survey. Vol. VIII.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Andrerseits finden sich diese Pron. auch pleonastisch, wie lomb. und osträt. etc.

dyę i pọrt, S.; cf. Stalder 17. (*ti ti sa*, Papanti, 632, 11, 14); in V. hörte ich nichts derartiges; wohl aber in der Frage: *súŋa yę? vẹ̈t tv? vẹ̈t tv?* und *chi et tü?* St. 11. 10; 25, 3. etc. — Hingegen ist *al bap al vẹñ, la mama la vẹñ* die Regel. *ęl lv buŋ?* Nach Relativpron.: *vna ka la fila*[1]). cf. St. 65, 8; 112, 15; Papanti 632, 16. — *U* steht nach *vọ* (*vualtar*) meist nicht: *voaltar se rivaa* St. 54, 13; 4, 9; 108, 6; 152, 19, doch wohl wo ein Satzglied dazwischen steht St. 109, 16. *vulęv vọ?* cf. St. 143, 7 und nach Relat. 30, 25; 32, 18. — *i saš i krọdan, lan dona la vẹñan* ist Regel; nach Relat.: Papanti 632, 19; St. 6, 21: *lan čiävra ca la passan giò.*

Von diesen Pron. stehen *al, la, um* nach der Negation *nu*; die übrigen voran: *kuęl nu l vęl nagọt*; cf. St. 77, 25; 78, 3; 163, 3 etc.; *nu la fan altar* St. 82, 25[2]); *n um al vọl* oder gewöhnlich mit vorgeschlagenem *u*: *u n um al vọl*, cf. St. 5, 24, 26; 6, 7, 24 etc. Aber: *u nu vulę́*; *i nu pọn* etc.

Die Formen des konjunktiven Objectspron. sind: 1. p. *am, m*; pl. *as, s*[3]); 2. p. *at, t*; pl. *af, f*; 3. p. dat. für beide gen. und num. (Gartner § 113) *ai, i,* (*aiy, aiχ* etc.)[4]); acc. *al, l*; *la, l*; pl. *ai, i*; *lan*; refl. *as, s*; (inde = *an, n*; ibi = *ai, i*). Die oralen Finalkonsonanten können tönend, die dentalnasalen labial- etc. nasal werden je nach dem folgenden Laut. Sie stehen sämmtlich dem Subj. pron., auch *um*, nach[5]); dabei geht der dat. dem acc. voran, dieser und *ai* dem *an*. Beim imperat. steht das Pron. nach[6]); wenn er negiert ist voran; mit dem inf. im Gegensatz zum lomb. (Gartner § 111) voran, eventuell auch vor dem verb. fin. Als Beisp. einmal die Konjugation des refl. Verbums *az ragurdę́r*: ę *m ragọrt, tv t ra-*

---

1) Mit dem absol. Pron.: *Ma l'e propri 'l Signur c'at manda lü*, St. 42, 7. Die Anfügung des absol. Pron. ist überhaupt beliebt, 42, 26; 85, 13; 119, 2 etc.

2) Aber: *ca la num vol ben*, Stria 165, 10; die einzige Ausnahme, die ich bemerkt habe.

3) Ist eigentlich das Reflexivum der 3. p., hier herrschend geworden durch *um*: nach *um ag ragọrda*, dann auch *u g ragurdá* cf. p. 82 n.

4) Ist eigentlich nicht Pron., sondern Ortsadverb.

5) *nul la sa* = sie weiß es nicht, St. 109, 32 und *La zẗica al la penza ent ün moda* = der Kopf denkt es auf eine (seine) Weise, 30, 14, beide gleichartig (acc. neutr. vor subj. fem.), habe ich als einzige Ausnahmen bemerkt.

6) Es kann auch voranstehen: *az da* neben *das*; *az di* neben *dis;* cf. St. 100, 21; 136, 255; 137, 10; Stalder 22.

gǫ́rda, *al az ragǫ́rda*, *um az ragǫ́rda*, *u f ragurdá*[1]) *i z ragǫ́rdan*. Weiter: *yę iχ kañúš* ich kenne sie; *daiχ* gib ihm, ihr, ihnen, sie, dort; *az al diš* er sagt es uns oder: man sagt es. *la s truvę̄va* sie befand sich cf. St. 121, 20, aber *as la truvę̄va* man fand sie cf. p. 79. *riunif! ragǫ́rdat! yę nu lam pǫs avdęir*; *i l štǫn fęr*; *u l vę da fęr* oder *uvę da l fęr*; *nu iy al dir! tv m a prasantá ę lv; nu t al vǫl dir; nu m n a datχ nagǫ́t*; *kradę́mal! krę̨m! krę̨gum! lv l ad vę*; *tv d bíta dyǫ; ai n e da quii*, St. 115, 19; *nu 'v ralegrá* St. 108, 21; 114, 21; *ei corar dree* ihm nachzulaufen, St. 1, 23; *ai vę́dat?* cf. St. 27, 14, 17; 30, 6, 22; 32, 24; 37, 29; 77, 3; 79, 32, 97, 31; 109, 32; 110, 1; 135, 7; 168, 12 etc. etc.

Nicht selten sind auch sie pleonastisch gebraucht: *e lii 'i tocäva* St. 99, 19; 104, 25; 108, 23; 109, 21; 129, 13; 136, 13; 146, 27. mit charakteristischem Anakoluth: *Je quistan raba num plăšan nagǫ́t* St. 105, 24; 119, 4; 23, 13.

Possessivpronomen. Das attributive hat den Artikel, der bei Verwandtschaftsnamen wegbleiben kann (cf. St. 2, 29; 30, 18; 31, 9; 43, 4 etc., Stalder 12 etc., 25): *mę, tę, sę* fem.: *mi, ti, si*; *nǫs, vǫs*, *sę* fem.: *nǫ̈sa, vǫ̈sa, sę. la mi tχę́ga* pl.: *lam mi tχę́ga*; *i školair ę i sę libar*. Eine besondere absolute Form existirt nur für das fem.: *kuę́lan rǫ́ga l ęn mía* (*tía, sía*) cf. St. 39, 20; Stalder 31; 1, 19: *lan mía* (sc. *vắka*); auch in Nachstellung verwendet: *fían mía* (cf. *Sag. lad.* 274); in: *ę ciäsa sia* St. 108, 29; 29, 24; 48, 15, 100, 4 etc. mag auch ital. Einfluß vorliegen, wie in *per amur mio* St. 42, 21. Aber: *kuęl l ę tę*; *i mę* = die Meinigen, cf. St. 2, 22; 3, 22; 10, 30; 14, 5; 73, 12; 79, 18 etc.

Demonstrativum. *Kuišt líbar* (*kilǫ́*); *kuíšta*; *kuíšti*; *kuíštan*; (S. *kueš́t*). *Kuęl líbar* (*lǫ*; *la* S); *kuę́la*; *kuíχ* (S. *kuę́iχ*); *kuę́lan*; neutr. *kuęl lǫ*. *Kuęl* ist auch determin.; seltener das einfache *illud*: *chi e 'l ca clama*? St. 42, 2; *Chi e 'l c'usę*? M. Ich bin's, der ... wird gegeben durch: *je nu sun mia je, ca d'amur mör*, St. 106, 17; 148, 21; 152, 1; 157, 10. — Daneben die verkürzten Formen *šta*, *šti* (cf. St. 50, 245 etc.); die letztere ist wohl Schuld, daß auch in dem volleren *kuíšti* sich das plur. *-i* erhalten hat; Pápanti 632, 6 steht eine sing. Form *stu*. — Der bestimmte Artikel ist *al, l; la, l; i; lan*; mit Präpos.: *dal* (*indę́r dal bap*[2]); *dala, dla* (cf. St. 60, 8); *dal*;

1) Oder *u z ragurdá* cf. St. 118, 13; 45, 28 s.; 93, 7 s.; 107, 22; 114, 15; 125, 27, 30; 137, 1; 143, 7; 162, 12. Das berg. ist also im Begriff in jene Phase einzutreten, die Ascoli *Arch.* VII. 456 n. erkennt. cf. lomb. Maschka, *Mail. Conjugation* p. 41. So sagt man berg. auch *ag at lavá?*

2) Noch *andä ter me bap* in Stalder 18, 20; cf. *Arch.* VII, 586.

dai (cf. St. 69, 21, sonst schreibt er immer *dii*, *di*); *ęl*, *ęi*; *par al*, (cf. St. 60, 19 etc.) gewöhnlich *pal*; *pei*; *kul*, *kui*[1]). Der unbest. Art.: *vn*, *vna*, *na* (*vŋ*, *vŋa* gilt als veraltet). — *ipse* = *štęs*, *štęsa*: *lv štęś l ę ñi. idem* = *l išt̨ęs* (cf. St. 51, 33, 60, 9 etc.).

Interrogativum: *tχi* (S. *ki*) ist adj. und subst. cf. III, 10. *kual*, St. 43, 19; 64, 16; 158, 11. *quid* = *kága?* (S. *kę*). *tχę?* (noch in Stampa, cf. St. 110, 20), ist in V. erhalten in *partχę́?* S. sagt auch *cossa?* St. 17, 20; 127, 9. In der indirekten Frage folgt die Konjunktion *ka*: *as vę ben chi ca quel pangeir tocca*, St. 1, 24; 9, 26; 20, 22; 29, 2; 143, 26 etc. (*ka* fehlt 20, 33); ebenso wenn *tχi* beziehungsloses Relativ ist: *Chi ca tegn cu la Francia e riguardaa* . . . St. 19, 17; 9, 30; 16, 14, wo man das Anakoluth bemerke.

Relativum: *ka*, ist vielmehr rel. Adverb. *Der Mann, dem ich das gethan* wurde mir in S. übersetzt: *l'ọm ka dyę* (*iy*) *a futχ kuęl la*; *l'ọm ka dyę sọm andatχ* etc., cf. *Je'n vezg' ün' altra c' ai tremla 'l barbogg*, St. 96, 21; *üna parsuna | ch' ii vöi forsa trop ben.* St. 144, 5. Doch hört man auch schon das ital. *al qual*(*e*).

Irgend ein: *kualtχí*, subst. und adj. cf. St. 21, 31; 26, 17; 59, 26; *varín* ebenso, cf. St. 152, 30; *qualčidün* subst. St. 108, 4; 123, 19; *Qua* adj. z. B. *qua volta* St. 127, 18; 126, 7, 11; 134, 20 (alle Fälle unterberg.). Etwas: *vargọt*(*a*). — Kein: *nadyín* subst. und adj., cf. St. 48, 13; 67, 8; bei nachfolgendem Verb fehlt gewöhnlich *nu*, cf. St. 55, 24; 79, 22, doch 47, 33; *varín* ... *nu* St. 84, 26; *nu* ... *brik* (*brikat* S.): *yę nu a ledyí brik lübar* (*brikat lübbar* S.); *Ca e bricat stria nul fagiess l'amur* St. 78, 3; 142, 12 (oberberg.). Nichts: *nagọt*(*a*). — Jeder: (*minca tant* = von Zeit zu Zeit, M.); *oñín* adj. und subst., *ọñi* sind die einzigen in St. gebrauchten: 36, 29; 54, 25; 55, 23; 20, 1; 57, 25. — Ganz: *tvt*, z. B. *tüt la si raba* St. 109, 27. Als drädikative Bestimmung eines Adjektivs flektirt es gewöhnlich: *tüta suleta* St. 4, 5; 13, 20; 84, 14; aber 30, 21; eigenthümlich 128, 16. — Alle: *tít̨χ*(*i*) cf. p. 78, fem. *tít*(*an*). *tütan* finde ich nur entweder substantivisch gebraucht, *per tüttan* M., *sev tütan chilò?* St. 103, 22; 130, 34, oder vor einem Zahlwort: *tütan dua* St. 20, 20; 22, 21; sonst *tvt* z. B. *tvt lam' máta* (rät.), aber *tvtχ i ọman. In tüttan stan rivolta* M. ist vereinzelt gegen *Tüt quistan prova* St. 73, 3 etc. Auch *tvt kuant* (*tvkuánt*) masc. pl. *tvkuántχ i dǐgạn* (St.: *tvtχ kuantχ* 87, 29; 93, 5 etc.; *tvtχi kuantχ* 43, 29; 46, 27 etc.;

1) Nach Analogie der Präp. *ent* (*ent l ort*, im Garten) und der damit zusammengesetzten wie *svnt* (St. 19, 15; 38, 17 etc.), sagt man auch *kunt* z. B. *cunt i nos bastun*, St. 44, 1; 31, 27; Papanti 632, 1. cf. auch *pet* Stalder 15; 31.

tvtχi kuantχi 69, 27 etc.; *tvtχ kuantχi* 55, 9; 79, 4; 167, 9) ist vor fem. unverändert, St. 167, 7. Neutr. *tvkuánt* sehr häufig; cf. St. 5, 16 etc.

Zahlwörter. *vn, dọ̈iχ* (S. *dúiχ*), *trę* (*trẹ*), *kuatar, tšiŋk, sẹ̈iš,* (*seš*), *sęt* (*sạt*), *œtχ, nœif* (*nœf*), *dẹ̈iš* (*deš*), *índaš, dọ̈daš* (*dọ̈ddaš*), *trẹ̈daš* (*trẹ̈ddaš*), *kutọ̈rdaš* cf. St. 166, 27 (*katọ̈rdaš*), *kuíndaš, sẹ̈daš* (*sẹ̈ddaš*) *dišsẹ̈t* (*dišsạ̈t*), *diğdœ́tχ, diğnœ́if* (*-nœ́f*) *vintχ, vintχín, vintχadọ̈iχ, vintχœ́tχ, trẹ́nta* (*trạnta*), *kuranta* cf. St. 70, 11, *tšiŋkuínta, sašánta, satánta, utχánta,* cf. St. 42, 19, *nunánta* (*nuánta*), *tšẹnt* (*tšẹ́nt*), *mili.*

Außer *vn* flektirt nur *dọ̈iχ*, das im fem. eine attributive Form *du* eine absolute *dua* hat. *du vắka.* — *kuantan vắka? dua.* cf. St. 20, 20; 102, 6. Rest des neutr. plur.: 200 = *du tšẹnt*, 2000 = *du mili* (rät.).

Die Ordinalia (nach freundlicher Mittheilung des Herrn Pfarrer Michael): *prvm, sagọ́nd, tęrts, kuárt, kuínt, sẹšt, sẹ̈tim* oder *setęval, œtχę́gim, novę́gim* oder *novę́val, detχę́gim* oder *dę́tχim* oder *değę́val, vndağę́val, dodağę́val* etc. *vintχę́val* oder *vintχę́gim.*

2. Verbum.

Das Passiv wird, wie im lomb., meist mit *esse*, seltener mit *venire* (rät.) gebildet. Das Reflexivum läßt *esse* (lomb.) und *habere* (engad.) zu, wie am Rhein (cf. *Arch.* VII 456), wo indessen *esse* durchaus das volksthümliche ist. Bezeichnend ist, daß der mehr deutsche M. (cf. p. 80 n.) ausschließlich *habere* (cf. Lechner 90, 9), der mehr italianisirte Verfasser der St. ausschließlich *esse* verwendet (in St. ist mir nur einmal, mit einem uneigentlichen verb. refl., *habere* begegnet 43, 11) 31, 3; 43, 11; 46, 26 etc. Der Knabe brauchte *avę́ir: ye nu m a mia lavá.* — Das part. praes. ist Adjektiv. Das Gerundium ist, wie im rät., nicht recht volksthümlich; ich habe etwa *la va kantánt* gehört. Geschriebene Texte haben es öfters. *fagiand* St. 2, 16 etc., *indyand* St. 58, 17 etc. und namentlich *bragiand* (von *bragir*, cf. St. 83, 24) Papanti 632, 7 St. 92, 1 etc. scheinen zu beweisen, daß ursprünglich im berg. wie im lomb. (cf. Mussafia, *Bonvesin* § 122) und engad. *-ant* herrschend war. *end* (*tulend* St. 12, 25; 10, 15; 13, 17; 15, 20 etc.) und *ind* (*unind* St. 71, 27; 73, 1; 98, 11) sind also wohl mehr künstlich rekonstruirt (cf. mail., Maschka p. 25 und eng., Stürzinger p. 35), wie sich denn einmal auch *fagiend* findet, St. 98, 18. — Ein impf. fut. ist in V. und S. so wenig wie im rät. vorhanden; indessen scheint es aus dem lomb. allmälig einzudringen (z. B. in Castasegna: *sarę́s*). — Das perf. hist. fehlt der heutigen Generation; Stalder's Spezimen verwendet es noch konsequent. St. und M. brauchen noch ziemlich häufig 1. und 3. pp. G. Maurizio

konjugirt in seiner kleinen handschriftlichen Grammatik: *špérat, špérat, špérat; umšpérat, ušperátas, šperátan*; außer ihm wußte niemand die 2. p. pl. zu bilden.

Das *-o* der lat. 1. pers. ist gefallen und, wie im engad., nicht ersetzt (lomb. *-i*); es zeigt sich also der reine betonte Stamm: der dabei in den Auslaut tretende Konsonant ist immer tonlos: *škrívar -ẹ škrif*; *mangẹ́r-mank*; *kriblẹ́r-kripl*; *drumbẹ́r-drọmp* (S.: *lumbrẹ́-lọmpr*); *kœ́gar-kœš*; *lẹ́dyar-lẹtχ*; *kambyẹ́r-kampχ*; *štvdyẹ́r-štvtχ*, *šfœyẹ́r-šfœ́iχ*. — Die 2. p. sing. hat ihr *s* verloren, so daß überall, mit Ausnahme des ind. präs. derer auf *-are* die 3. pp. sing. (und die 1. p. pl.) zusammenfallen. — Die 2. p. pl. ist im ind. präs. nach dem imperat. gebildet; sonst ist *s* bewahrt; Ascoli's Erklärung, *Sag. lad.* 201 s. n., mag wohl kaum auf das berg. ausgedehnt werden. Auch im conj. präs., und nicht nur im impf., wie im rät. und lomb., ist der Ton zurückgezogen, so daß sonst alle 2. pp. plur. auf *ˌas* ausgehen. *as* im fut. ist analogisch an ein früheres *upurtarás* angehängt. — Im ganzen conj. präs. herrscht die Endung der lat. III. (*-am*). — Die lat. III. ist bis auf den inf. mit der II. zusammengefallen. — Als negativer imperat. sing. dient in V. ausschließlich der inf. (*nu purtẹ́r kuẹl lọ*, cf. St. 73, 13 etc.), in S. daneben, wie mail. (cf. Maschka p. 47) auch das verb. fin. (*nul purtẹ́* oder *nul pọ́rta*). Als 1. p. pl. des imper. figurirt die entsprechende Person des Konjunktivs, entweder mit *ka: k um az ragọ́rda, k um vẹ́da*, cf. St. 76, 9; 51, 3; 69, 2; 77, 2; 82, 22; 86, 19 etc. (das Häufigste); oder mit einfacher Inversion des Pronomens: *ragọ́rdamas*, cf. *lasciam* St. 24, 15; 28, 25; Stalder 23. Beides kombinirt: *Seam fedel e c'um en töu tgüra*. M. Aber auch die lomb. Form ist eingedrungen; ich hörte *dẹm, štẹm, avdẹ́m, indyẹ́m* (cf. St. 86, 3; M.) und lese außerdem *vandem* St. 133, 3 (aber 4) und *spedim*, M. — Außer den unten anzuführenden finde ich noch folgende starke Partizipien, von denen indessen manche den Stempel der Entlehnung tragen: *arts*; *cun-, sücess* St. 39, 1; 83, 4 etc.; *decis* St. 12. 16 etc.; *racolt*, M.; *incort* St. 99, 25; *kọrts* cf. St. 13, 10 etc.; *uffeis*, M.; *sofert*, St. 118, 5; *rifless*, St. 20, 9 (aber *rifletü*, St. 22, 24; 51, 12); *e-, prelett*, St. 66, 1; 116, 28; *mẹ̆s*; *mort* M.; *mọrts*; *suspeis*, M.; *pẹrts* (*pẹrts* S.), *de-, e-, propost*, St. 68, 14; 114, 16; 121, 2; *im-, surpreis*, St. 8, 26; 27, 9; M.; *impress* 111, 12; *reis*, M.; *rott*, St. 118, 31; *skritχ, sottoscritč*, St. 118, 17, aber *prescritt*, St. 112, 26; *risolt*, St. 135, 6; *steis*, St. 12, 1; *distint*, St. 8, 26; *stretg*, M.; *persuás*, cf. St. 51, 11 etc.; *assunta*, St. 160, 6; *inteis*, St. 22, 11; 32, 7 etc.; *stort*, St. 102, 26; *ọntχ*, cf. St. 122, 12; *divis*, M.; *rivolt*, St. 99, 29; die Liste ist gewiß unvollständig; manche andere Form bei Redolfi, deren verbale Verwendung ich aber nicht belegen

kann. — Die Kongruenzverhältnisse des part. pf. sind schwankend; gewöhnlich kongruirt es mit vorangehendem Objekt, St. 39, 12; 98, 22; 135, 11 etc.; ebenso beim Reflex., St. 31, 3; 148, 4; ja sogar: *la s'era imaginäda*, St. 109, 30; aber 151, 8; wegen Kongruenz mit grammatischem Subjekt cf. St. 151, 10; 152, 24; 157, 14; 165, 6.

Der stammhafte Wechsel hat, wie im rät. der analogischen Ausgleichung, wenn auch nicht in voller Integrität, widerstanden, z. B.:

lat. *a*: *pagęr-pęk; valẹ́ir-vęl; parẹ́ir-pęr; tažẹ́ir-tęš-utažẹ́*, aber *tažẹ́-taš-utažẹ́* S.; (*parlẹ́-pęrl* [1]) S.); *mašnẹ́r* (mahlen) *-mẹ́išn* (*mẹ̄šn* S.) deutet auf ē.

lat. *ĕ*: *nagẹ́r-nẹk* (läugnen) (*nęk* S.); *sagẹ́r-sẹk*; *sarẹ́r*, *sę̆r* (*są̆r* S.); *tsarẹ́r* (öffnen) *-tsę̆r* (*tsą̆r* S.); *satarẹ́r-satę̆r* (*satą̆r* S.). Dazu die faktitiva auf *-antẹ́r* cf. *Arch.* VII 506, Gartner § 36: *yẹ -ẹ́nt*: *ardžantẹ́r* (spülen), *badantẹ́r* (ergötzen), *as-nagantẹ́r* (ertrinken), *škurantẹ́r* (aufscheuchen), *švgantẹ́r* (trocknen), *astoškantẹ́r* (rät. *tissintar*), *muventär* etc., *Stria* 6, 22; 36, 26; 73, 20; 73, 24.

lat. *ĭ*, *ĕ*: *pagẹ́r-peis* (*pẹs* S.); *razgẹ́r-reisk* (*rẹsk* S.) = **rĭs(e)co* [2]); *plagẹ́r-plẹk*; *manẹ́r-mẹŋ*; (*panẹ́-pẹn* S.); (*tsarkẹ́-tsẹrk* S.); *sakẹ́r-sẹk; sumyẹ́r-sumeiχ-suméya.*

lat. *ŏ*: *murír-mœr; az-ïnsumyẹ́r* (träumen) *-ie m-insœ́mχ; duvrẹ́r-drǫf* (*drœf* S.); *dyugẹ́r-dyǫk* (*dyœk* S.); *tru(v)ẹ́r-trǫf* (*trœf* S.) [3]); *ragurdẹ́r-ragǫ́rt* (*ragǫrt* S.).

lat. *ō*. *ŭ*: *muštrẹ́r-mǫštr* (*musẹ́r-mǫs* S.); *kǫ́rar-ukurẹ́; fudyir-fvtχ-ufudyí.*

lat. *au*: *ludẹ́r-lǫt.*

Regelmäßige Konjugationen (ich gebe alle Abweichungen S.'s).

purtẹ́r (*purtẹ́* S. und stammbetont *pǫrt-*)

Ind. präs.: *pǫrt, pǫ́rta, pǫ́rta, umpǫ́rta* (S. häufiger *am-*), *upurtá, pǫ́rtan.*

impf.: *purtęva* (*purtẹ́va* S.), *umpurtẹ́va, upurtẹ́van.*

fut.: *purtará, umpurtará, upurtarásas, purtarán.*

---

1) Das oberberg. Wort ist *tχantχẹ́r* (rät.), welches in S. unbekannt ist.

2) *ĭ* nach *risecáre* etc., cf. *Zeitschrift* VIII. 214. So auch das rät.: *radzdyẹ́r-rẹ́tstχ* (Silvaplana); *raggá-risk, rígg*ęl (Bonaduz), *ragdyẹ́-rẹgdyę* (Tavetsch) etc. cf. Gartner p. 186. n.

3) Dies z. B. sind nicht mehr die ursprünglichen stammbetonten Formen von V; man sollte *yę drœ́if, trœ́if, dyœk* erwarten. cf. Redolfi § 44 s. Hier hat Angleichung, nicht des betonten an den unbetonten Stamm stattgefunden, wohl aber der Stämme mit *ŏ* in off. Silbe an die mit *ŏ* in geschlossener.

Conj. präs.: *pǫ́rta, umpǫ́rta, upǫ́rtas, pǫ́rtan.*
impf.: *purtǎs, umpurtǎs, upurtǎsas, purtǎsan.*
Imp.: *pǫ́rta, purtá.* Part. pass.: *purtá* (*purtę* S.), *purtęda.*

Scharf ist das berg. vom rät. geschieden durch den Mangel an inchoativen Verben der ersten Konjugation. Bildungen mit *ęd-* sind häufig, sie dienen aber dem unbetonten wie dem betonten Stamme, haben also rein wortbildenden und nicht mehr flexivischen Werth, wie dies rät. doch noch mehr der Fall ist als Gartner § 155 zugeben will. Beisp.: *batadyę́r -yę batę́tχ*; *barkadyę́r* (steuern), *danadyę́r* (schädigen), *manadyę́r* (lenken), *natadyę́r* (reinigen), *sakadyę́r* (plündern), *šparkadyę́r* (mit Ruthen schlagen), *štadadyę́r* (sömmern), *štiradyę́r* (in die Länge ziehen), *toradyę́r* (bespringen), *vogadyę́r* (Holz riesen), *žblankadyę́r* (bleichen).

vę́ndar [1]).
Ind. präs.: *vęnt, umvę́nt, u(v)andę́* [2]), *vę́ndan.*
impf.: *vandę́iva* (*vandęva* S.). fut.: *vandará.*
Conj. präs.: *vę́nda.* impf. *vandę́s.*
Imp.: *vęnt, vandę́* [3]). Part. pass.: *vandú, vandúda.*

durmír (*drumí* S., betonter Stamm: *drǫ́m-*).
Ind. präs.: *dǫrm, umdǫ́rm, udurmí, dǫ́rman.*
impf.: *durmiva.* fut. *durmirá.*
Conj. präs.: *dǫ́rma.* impf. *durmís.*
Imp.: *dǫrm, durmí.* Part. pass. *durmí, durmída.*

Inchoativ: *kapír* (*kapí* S.)
kapíš, umkapíš, ukapí, kapíšan; kapíva; kapirá: ka yę kapíša; kapís; kapíš, kapí; kapí.

Die bemerkenswerthesten unregelmäßigen Verba sind:
ę́sar (*ęsar* S.).
suŋ, ę, ę, umsę́, usę́, ęn (*sǫm, ę, ę, amsę́, usę́, ęn* S.); *ę́ra* (*ę́ra* S.);

---

1) St. läßt in der Sprache der Bondner öfters *-ar* weg (lomb.): *perd* 152, 9; *riflett* 118, 21; 156, 9, 14, 15. *ess* 127, 1 (aber *essar* 128, 1) und *bev* 126, 4 gehören sicher nicht nach S.

2) Wie *y* so ist auch *v* zwischen Vokalen gefährdet; es fällt in der zusammenhängenden Rede ganz, ohne daß Uebergangslaute deutlicher hervorträten (wie bei *y*, p. 76 n.): *uandę́*; so hat in der *Stria* das impf. immer *-ea* statt *-eva.* Sogar im Anlaut: *yę uŋ́* = ich gehe; *cága œt?* = was willst Du; *vn da Isavrán* = ein Vicosopraner, so daß in S. der Ortsname geradezu *Isavrę́n* oder *Savrę́n* heißt.

3) St. hat einige Male *-ei*: *ardei* 76, 13; *dęci* 111, 4; 144, 16. (Stampa und V.).

2. p. pl.: *uẹ́ras; sará* 2. p. pl. *usarásas; sẹ́a* (cf. p. 4 n.); *fvs; štatχ(-a)*; auch *dyv: yẹ suŋ dyv, Stria* 27, 6; 110, 24; 128, 32; 133, 28; Papanti 631, 5; 632, 16. fem. St. 121, 26 unflektirt 109, 9; cf. Mussafia, *Beitr. zur Geschichte d. rom. Spr.* 546. Diez, *Gramm.* [3]. II. 150; *Romania* II. 130.

(a)vẹ́ir (*avẹ́* S.).
a, a, a, umá, u(a)vẹ́, an; (a)vẹ́iva (*vẹ́va* S.); *vará; abbia* [1]) ist wohl ital. (*Stria: agia* und selten *ab(b)ia* 142, 24; 144, 6; M. immer *abbia*). *vẹ̆s; dyv.*

dẹr (*dẹ* S.).
duŋ, da, da, umdá, udẹ̆t, dan (*dǫ́iχ* [2]), *udẹ́* S.); *dẹ́iva* (selt. *dẹ́va*) (*dẹ́va* S.); *dará; dẹ(y)a; dẹ̆s* oder *dẹ̆s* (*dẹ̆s* S.); *da! dẹt!* (*dẹ*, aber *nu dẹt* S.); *datχ(-a)*.

štẹr (*stẹ* S.) = *dẹr*.

indẹ́r (*andẹ́* S.). = **amdare, vadere,* **deire,* **am* + *deire. vuŋ, va, va, umva, uindyẹ̆t, van* (*vǫ́iχ, udyẹ́* S.); *indyẹ́iva* (St. daneben *ingeva* 43. 30; 165, 7.) (*dyẹ́va* S.); *indyará* (*dyará* S.); *vẹ́da, u(v)ẹ́das; indyẹ̆s* (*dyẹ̆s* S.); *va! indyẹ̆t* (*dyẹ* aber *nu dyẹt mia* S.); *indatχ* (*-a*) (*andatχ* S.).

fẹr (*fẹ* S.).
fatχ, fa, fa, umfa, ufadyẹ́, fan (*fǫ́iχ* S.); *fadyẹ́iva* (*-ẹ́va* S.); *fadyará; fádya; fadyẹ̆s; fa! fadyẹ́! fatχ* (*-a*).

avdẹ́ir (*avdẹ́* S.) = *videre.*
vẹts [3]), *vẹ, vẹ, umvẹ, uavdẹ́, vẹn,* (*vẹtχ* S.); *ves(s)a* St. 27, 9; 34, 26. imp. *vẹ!*, was indessen auch: komm! heißen kann; deshalb wird gewöhnlich *guárda!* (*guẹ̆rda* S.) gesagt; *avdé!*.

vulẹ́ir (*vulẹ́* S.).
vǽiχ, vǫl [4]), *vǫl, umvǫ́l, uvulẹ́, vǽ(y)an* (S.: *vœiχ, vœl, vœl, umvœ̃l, uvulẹ́, vǽlan.*) *vöja* St. 28, 5; 115, 3.

pudẹ́ir (*pudẹ́* S.).
pǫ̆s, pǫ, pǫ, umpǫ́, upudẹ́, pǫ̆n; possa St. 126, 15 etc.

---

1) Ich höre deutlich *bb*; andrerseits notirte ich auch *uábyas* 2. p. pl. für V.

2) *dǫ́iχ, štǫ́iχ, vǫ́iχ, fǫ́iχ* sind Analogieformen, deren lautliche Basis *dǫ, štǫ, vǫ,* (*fǫ*) (= lomb., ital.) sich strenge scheidet von der oberbergellischen (= rät.); die Anfügung des *i* an *dǫ* etc. geschah nach dem Muster von *yẹ vǽiχ*; cf. *tǽiχ*.

3) Compos.: *je preved Stria* 67, 20.

4) Den hier zu erwartenden und wohl auch ursprünglichen Diphthong *œ* zeigt noch die Frageform: *vœ̃t?* (aus **vœlt*) cf. p. 80.

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

10. März. **№ 3.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 6. Februar 1886.

Bestimmung der Elasticitäts-Constanten von Beryll und Bergkrystall.

Von

W. Voigt.

Festschrift zum 60jährigen Doctorjubiläum des Herrn Geh.-Rath Prof. Dr. F. Neumann in Königsberg.

Einleitung.

Die Beobachtungen, welche ich im Folgenden mittheile, zerfallen in drei Theile: die Bestimmung der Dimensionen der benutzten Krystallstäbchen, die Messung ihrer Biegungen und die ihrer Drillungen bei bekannter mechanischer Einwirkung.

Die Dicken und Breiten wurden mittelst eines Sphärometers beobachtet, welches analog den gewöhnlichen von Hermann und Pfister in Bern gefertigten construirt war mit dem einzigen Unterschied, daß an Stelle der Wasserwaage, deren Ausschlag die erfolgte Berührung des Messungsobjects anzeigt, ein Hebel angebracht war, der in einem bestimmten Augenblick die Schließung eines Telephons unterbrach. So war es möglich ohne eine feste Aufstellung zu arbeiten und die Beobachtung sehr wenig anstrengend zu machen.

Theoretisch wird die Messung mit dem Sphärometer von dem Druck abhängig, mit welchem der obere bewegliche Theil des Sphärometers auf dem Messungsobject in dem Augenblick lastet, wo die Wasserwaage oder das Telephon das Signal giebt; denn jener auf die äußerst kleine Berührungsstelle concentrirte Druck erzeugt daselbst eine Vertiefung, welche je nach der Elasticität der gedrückten Substanz eine verschiedene Größe besitzt und einen Fehler der Messung verursacht, wenn die Elasticität der Substanz sich von derjenigen des stählernen Tellers des Sphärometers unterscheidet.

Um zu entscheiden, ob dieser Fehler der Beobachtung zugänglich ist, habe ich eine genau fixirte Stelle eines Glasstäbchens bei verschiedenen Drucken, die von etwa 10 bis 150 gr. variirten, wiederholt gemessen. Die Mittel aus je 8 bis 10 Beobachtungen, fortschreitend von den kleinsten bis zu den größten Drucken, gaben für die Dicke

950,0 950,2 949,9 949,8 Trommeltheile des Sphärometers;

eine Abnahme der Dicke mit wachsendem Druck ist also kaum mit Sicherheit zu constatiren und für den vorliegenden Zweck absolut zu ignoriren.

Bei den eigentlichen Messungen habe ich meistens beträchliche Drucke angewandt in der Meinung, Fehlerquellen, die durch unsichtbare Stäubchen und unvollkommene Politur verursacht werden, dabei vollständiger unschädlich zu machen. In der That dürften diese als sehr kleine Unebenheiten auf der eigentlichen ebenen Grenzfläche aufzufassenden Theile durch einen kräftigen Druck erheblich zusammengedrückt werden.

Bei den Messungen der Dimensionen wurden die Krystallstäbchen längs eines auf dem Tischchen des Sphärometers befestigten in Millimeter getheilten Lineales hingeschoben, um die Messungen in constanten Entfernungen von den Kanten und in gleich weit von einander abstehenden $(n+1)$ Punkten vorzunehmen. Bei den Dickemessungen wurden 2 Beobachtungsreihen bei feststehendem Lineal nächst der Mittellinie des Stäbchens angestellt und zwischen ihnen das Stäbchen um die Längsrichtung gedreht. Das Mittel aus beiden giebt dann sehr nahe die Dicken in der Mittellinie selbst; zwei andere Reihen von Messungen wurden in $^1/_6$ der Breite Abstand von den Seitenkanten gemacht. Alle Beobachtungsresultate sind in den folgenden Tafeln so zusammengestellt wie die beobachteten Stellen etwa gegeneinander gelegen haben. Jede angegebene Zahl ist das Mittel aus 3—5 Einstellungen, die nie um $0{,}0005^{mm}$ differirten. Man bemerkt, daß die Flächen der Stäbchen stark uneben sind und daher die Genauigkeit der einzelnen Ablesungen größer ist, als eigentlich nöthig.

Das Mittel der vier auf einen Querschnitt bezüglichen Messungen ist als mittlere Dicke des Querschnitts selbst betrachtet und angegeben. Diese Zahlen stellen sich sehr genau durch die Formel dar;

$$1) \qquad D = D_0 + D_1 x + D_2 x^2.$$

Für die Berechnung ist nur die Abweichung δ der Dicke von einem Nährungswerth benutzt, wie dieselbe in den Beobachtungstafeln eingeführt ist, und berücksichtigt, daß die Beobachtungen in 1, 2, 3 . . . α $n$teln der Gesammtlänge von der Mitte des Stäbchens

angestellt sind. Demgemäß sind die $(n+1)$ Messungen durch die Formel darzustellen:

$$\delta_\alpha = \delta_0 \pm \alpha\delta_1 + \alpha^2\delta_2, \quad \alpha = 0, 1, 2 \ldots, \qquad 1a)$$

worin

$$\delta_1 = D_1\frac{l}{n}, \quad \delta_2 = D_2\frac{l^2}{n^2}$$

ist. Die Werthe δ_0, δ_1, δ_2 sind aus den Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, in die Formel für δ_α eingesetzt und die so erhaltenen Werthe unter »ber.« den beobachteten Mitteln gegenübergestellt, um ein Urtheil über die Uebereinstimmung der Formel mit der Messung zu gestatten.

Die Beobachtungen der Breiten sind auf den Mitten der Schmalseiten angestellt in zwei entgegengesetzten Lagen der Stäbchen. Bei den Bergkrystallstäbchen variirten die Breiten erheblich; sie sind daher für diese ebenfalls nach der Formel:

$$B = B_0 + B_1 x + B_2 x^2 \qquad 2)$$

oder

$$\beta_\alpha = \beta_0 \pm \alpha\beta_1 + \alpha^2\beta_2, \qquad 2a)$$

wo

$$\beta_1 = B_1\frac{l}{n}, \quad \beta_2 = B_2\frac{l^2}{n_2}$$

ist, berechnet wie die Dicken.

Die Biegungen der Stäbchen habe ich mittelst eines neuen Apparates beobachtet, der hauptsächlich construirt wurde, um das sehr anstrengende Messen von Größen, die nur wenige Hundertelmillimeter betrugen, mit dem Mikrometermikroscop zu umgehen und um Beobachtungen bei wechselnder Temperatur anstellen zu können.

Das Stäbchen liegt, wie gewöhnlich, auf zwei Schneiden; die Belastung greift an einem kleinen Stahlcylinder an, der quer über die Mitte des Stäbchens hinweggelegt wird; durch ein doppeltes Gelenk wird vermieden, daß die Belastung ein Drehungsmoment um die Längsaxe des Stäbchens ausübt.

Etwa 10^{cm} über dem Stäbchen befinden sich zwei sehr leicht gearbeitete, parallele, horizontale Stahlaxen, die sich zwischen Spitzen drehen und je eine kleine Rolle und einen Planspiegel tragen. Ein ganz feiner Platindrath ist mit seiner Mitte in eine flache Rinne des eben erwähnten Stahlcylinders gelegt, so daß er fast genau auf dem Stäbchen aufliegt und schlingt sich mit seinen beiden Enden um jene Röllchen; kleine Gewichte von ca. 8 gr. an beiden Enden spannen ihn straff. Bei einer Biegung des Stäbchens senkt sich also der

kleine Stahlcylinder, der Platindrath wird herabgezogen, die Röllchen drehen sich ein wenig; diese Drehung wird an den Spiegeln mit Fernrohr und Scala abgelesen und giebt das Maaß der erfolgten Biegung.

Beide Spiegel drehen sich in entgegengesetzter Richtung; dadurch wird jede Verschiebung oder Erschütterung des ganzen Apparats oder des Fernrohrs mit Scala unschädlich, wenn man die Summe der an beiden Spiegeln beobachteten Drehungen der Rechnung zum Grunde legt.

Die Reibung der Spiegelaxen in den Spitzen ist sehr gering und constant, da stets derselbe Druck auf sie ausgeübt wird. Man kann sie fast vollständig zum Verschwinden bringen, wenn man bei jeder Ablesung den ganzen Apparat durch leise Schläge an den ihn tragenden Wandtisch erschüttert; indeß habe ich es practischer gefunden, die Reibung dadurch zu eliminiren, daß ich, unter möglichster Vermeidung von Erschütterungen, bei der Belastung zunächst den gewünschten Werth etwas überschritt und die definitive Stellung durch Entlastung erreichte, also die Einstellung bei Belastung und Entlastung von höheren Zahlen her vornahm. Die Differenz beider Ablesungen ist von der Reibung frei, wenn diese als constant an beiden Stellen angesehen werden kann. Hierfür ergab sich die Prüfung dadurch, daß man eine beliebige Einstellung erst von größeren dann von kleineren Zahlen aus vornahm; die dann stattfindende Differenz (sie ist in den folgenden Tafeln über die Biegungen für die beiden Rollen unter ρ_1 und ρ_2 angegeben) ist direct die Wirkung der Reibung. Sie wechselte von Tag zu Tag etwas an Größe, vielleicht in Folge der Schwankungen der Temperatur, hielt sich aber während einer Beobachtungsreihe merklich constant.

Die Temperatur wirkt auf die Ablesung an dem Apparate nicht, wenn sie nur in der Zeit von Belastung bis Entlastung constant bleibt.

Die Auswerthung seiner Angaben geschah direct dadurch, daß zwei recht große Biegungen bei möglichst gleichen Umständen an demselben Apparat erst mit den Mikrometermikroscop, dann mit Fernrohr und Scala bestimmt wurden.

Die erstere ergab für 2 Lagen des Stäbchens in Scalentheilen σ des Mikroscopes ($\sigma = 1/1009^{mm}$)

1. Lage:	226,3	226,9	226,9	225,9	226,3	226,9	226,7	226,2
2. Lage:	227,2	227,7	226,9	226,1	226,8	227,9	226,9	226,0

im Mittel also $226{,}8^{\sigma}$; die Ablesung mit Spiegel und Fernrohr unter Berücksichtigung, daß von der Tangente auf den Bogen zu reduciren ist:

1. Lage:	900,6	900,6	900,1	899,3	900,6	899,9	900,0	899,1
2. Lage:	903,6	902,9	902,1	902,7	903,9	902,6	903,2	904,9

im Mittel also $901{,}7^{\mu}$.

Hiernach wird $1^{\mu} = 0{,}0002493^{mm}$.

Die zweite Biegung mit dem Mikroscop gemessen gab:

1. Lage:	104,7	104,9	104,5	104,0	104,5	104,3
2. Lage:	103,5	103,5	103,2	103,8	103,5	103,7

im Mittel $104{,}0^{\sigma}$.

Die Ablesung mit Spiegel und Fernrohr:

1. Lage:	415,8	416,8	415,8	415,2	415,2	416,1
2. Lage:	412,6	413,1	414,8	412,8	413,3	412,8

also im Mittel $414{,}5_{\mu}$.

Hiernach ist $1^{\mu} = 0{,}0002487^{mm}$.

Beide Werthe differiren nur um ca. 2 ‰; ich halte den ersten für etwas zu groß; indeß ist die Abweichung so gering, daß wir einfach das Mittel benutzen wollen und also setzen

$$1^{\mu} = 0{,}0002490^{mm}.$$

Diese Zahl ist bei der Berechnung der Beobachtungen angewandt.

Die direct beobachteten Biegungen sind noch mit einem Fehler behaftet, der von der Eindrückung der messingenen Lagerschneiden durch die Belastung herrührt. Da die Einrichtung des Apparates sehr dicke Stäbe aufzulegen nicht gestattete, bei welchen die Biegung unmerklich gewesen wäre und die Beobachtung jenen Fehler fast rein ergeben hätte, so habe ich einmal dasselbe Stäbchen in sehr verschiedenen Längen beobachtet und durch die Combination den Fehler bestimmt, ferner aber auch durch einen kleinen Hülfsapparat die Belastung nicht auf die Mitte des Stäbchens sondern direct auf seine unterstützten Enden wirken lassen und dadurch die Eindrückung der Lager rein erhalten. Hierbei ergab sich, daß keine merkliche Zusammendrückung der ganzen Unterlage, sondern nur eine Eindrückung des direct unter den Stäbchen liegenden Theiles der Schneide stattfand. Diese oft wiederholten Beobachtungen ergaben keine sehr gute Uebereinstimmung, sondern wichen bis zu 1^{μ} der Scala von einander ab, was wahrscheinlich in der Unregelmäßigkeit der Lagerschneiden sowie der Oberfläche der Stäbchen seinen Grund hat. Als wahrscheinlichsten Werth habe ich für die schmaleren Stäbchen von Beryll eine Eindrückung von $3{,}3^{\mu}$, für die breiteren von Bergkrystall von $2{,}8^{\mu}$ gefunden; die erstere bezieht sich auf eine Belastung von 60 g, die zweite auf eine von 56 g. Für eine Reihe von Beobachtungen sind neu angefertigte stählerne Auflageschneiden benutzt worden. Deren Durchdrückung ergab sich durch die besondern Beobachtungen für die Beryllstäbchen gleich $2{,}4^{\mu}$ für 60 g Belastung.

Die in Rechnung gezogene Eindrückung (eine etwa vorhandene des in der Mitte des Stäbchens aufliegenden Cylinders ist dabei mit eingerechnet) ist in den Biegungstafeln unter der Beziehung η' angegeben; sie ist je nach der Breite der benutzten Stäbchen etwas verschieden angenommen.

Die Durchdrückung der Lagerschneiden halte ich für eine der unangenehmsten Fehlerquellen bei den Biegungsbeobachtungen an sehr kurzen Stäbchen und kenne kein Mittel sie mit voller Zuverlässigkeit zu eliminiren, da man nicht sicher sein kann, ob sie auf dasselbe Stäbchen nicht je nach dem verschiedenen Auflegen verschieden wirken kann.

Die Drillungen wurden mittelst des an andrer Stelle beschriebenen[1]) Tortionsapparates beobachtet. Hier war die Reibung in den Axen größer, mit der Belastung und auch mit der Stellung der Rollen variabel; es war also nicht angängig, in derselben einfachen Weise wie bei den Biegungen zu verfahren, sondern es mußte das complicirtere früher[2]) beschriebene Verfahren zur Elimination angewandt werden, darin bestehend, daß die Stellung während der Belastung durch das Mittel aus zwei Einstellungen bestimmt wurde, die einmal von größeren, das andere Mal um ebenso viel von kleineren Belastungen her erreicht wurden. Die Stellung im entlasteten Zustande wurde durch die Ablesung nur bis auf einen constanten Fehler, die hier, als am selben Ort und bei derselben Belastung, constante Reibung, bestimmt und dieser unbekannte Fehler durch die Combination mehrerer Beobachtungen mit verschiedenen Belastungen eliminirt. Als kleinste Belastung wurde die je nach Umständen passend beschwerte Waagschale benutzt; ihr Gewicht ist gleichfalls als unbekannt beibehalten, da es bei der Elimination des genannten Fehlers von selbst herausfällt. Die angewandten Belastungen sind in den Drillungstafeln durch $G+$ der Anzahl der zugefügten Gramme angegeben. Die ihnen entsprechenden Drehungen, gemessen durch die Differenz der Bewegungen der um L von einander entfernt auf dem Stäbchen befestigteten Spiegel ist nach angebrachter Reduction von der Tangente auf den Bogen unter σ angegeben; ρ ist die an dem beweglichen Spiegel beobachtete Größe der Reibung, d. h. die Differenz der von oben und von unten erhaltenen Einstellung. Die Scala befand sich in zwei Perioden um 5163 resp. 5176^{mm} von den Spiegeln entfernt; ihre Angaben mußten corrigirt werden, da die Vergleichung mit dem Normalmeter die Scala als beim Aufkleben

1) W. Voigt, Pogg. Ann. Erg. Bd. VII, p. 185, 1875.
2) ib. p. 189.

zwar gleichmäßig aber bedeutend gedehnt erwies. 1^{μ} der Scala fand sich um

$$0{,}00374^{mm}$$

zu lang.

Die Angaben rR, lR zeigen an, ob die Drillung mittelst der rechten oder linken Rolle des Torsionsapparates geschah; ihre Radien, d. h. die Hebelarme, an welchen die Belastung angriff, waren resp. gleich $36{,}85^{mm}$ und $36{,}73^{mm}$; wurde an beiden Rollen gedrillt, so ist der mittlere Werth $36{,}79^{mm}$ bei der Berechnung benutzt.

Formeln für das hexagonale System.

Was die Berechnung der Elasticitätsconstanten aus den Beobachtungen anbetrifft, so definiren wir dieselben für das hexagonale System unter der Voraussetzung, daß die Z-Coordinantenaxe in die krystallographische Hauptaxe, die X- in eine Nebenaxe fällt, durch die Formeln:

$$\begin{aligned} -X_x &= c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z & -Y_z &= c_{44}y_z \\ -Y_y &= c_{12}x_x + c_{11}y_y + c_{13}z_z & -Z_z &= c_{44}z_z \qquad 3) \\ -Z_z &= c_{13}x_x + c_{13}y_y + c_{33}z_z & -X_y &= \frac{c_{11}-c_{12}}{2}x_y \end{aligned}$$

Bezeichnet man mit

$$S = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11}-c_{12}}{2} \end{vmatrix} \qquad 4)$$

die Determinante des Systems Coefficienten c_{hk} und mit S_{hk} den Coefficienten des $h$ten Elementes der $k$ten Reihe dieser Determinante (oder umgekehrt) so gelten die Relationen:

$$S_{11} = S_{22},\ S_{12} = S_{23},\ S_{44} = S_{55},\ S_{66} = 2\,(S_{11} - S_{12}); \qquad 5)$$

sämmtliche S_{hk} für die $h \lesseqgtr k$ und $h+k \gtreqless 5$ verschwinden mit Ausnahme von S_{22}.

In diesen Größen giebt sich der Coefficient der linearen Dilatation E in einer durch die Richtungscosinus α, β, γ gegen dies Coornatensystem gegebenen Richtung durch die Formel:

$$6) \qquad SE = S_{11}(1-\gamma^2)^2 + S_{33}\gamma^4 + (S_{44}+2S_{13})\gamma^2(1-\gamma^2);$$

derselbe ist also rings um die krystallographische Hauptaxe constant

Von dem reciproken Werth $1/E = E$, den man gewöhnlich den Elasticitätscoefficienten nennt, hängt dann die Biegung eines rechtwinklichen Prismas von der Länge L, Breite B, Dicke D nach der Formel ab:

$$7) \qquad \eta = \frac{PL^3}{4ED^3B} = E\frac{PL^3}{4D^3B}.$$

Ist das beobachtete Stäbchen nur nahezu prismatisch und die Dicke und Breite, wie oben angegeben (Formel 1) u. 2)) nach einer Function zweiten Grades mit der Länge variirend, so ist an Stelle von D und B ein mittlerer Werth zu setzen, der sich bestimmt aus:

$$8) \qquad \begin{aligned} (D) &= D_0 + \frac{n^2}{40}\left(\delta_2 - \frac{2\delta_1^2}{D_0}\right) \\ (B) &= B_0 + \frac{n^2}{40}\left(\beta_2 - \frac{\beta_1^2}{B_0}\right). \end{aligned}$$

Die Drillung eines rechteckigen Prismas hängt nicht durch einen einzigen Coefficienten mit den Elasticitätsconstanten zusammen. Dieselben üben ihren größten Einfluß auf jene indessen durch einen constanten Factor, den man als den Coefficienten der Drillung T bezeichnen kann, der wieder durch die Relation $1/T = T$ mit dem gewöhnlich Torsionscoefficienten zusammenhängt.

Dieser Coefficient der Drillung ist in den obigen Größen bestimmt durch die Relation:

$$9) \quad ST = S_{44} + (2(S_{11} - S_{12}) - S_{44})\gamma_2^2 + 4(S_{11} + S_{33} - S_{44} - 2S_{13})\gamma^2\gamma_1^2$$

worin γ, γ_1, γ_2 resp. die Cosinus der Winkel bezeichnen, welche die Drillungsaxe, die größere und die kleinere Querdimension mit der krystallographischen Hauptaxe bilden; T ist also wie E rings um die Hauptaxe constant.

Sind diese sämmtlichen drei Richtungen krystallographische Symmetrieaxen, d. h. Normale zu Symmetrieebenen so bestimmt sich der Drillungswinkel τ, der bei der Wirkung eines Drehungsmomentes N auftritt, aus der Formel:

$$10) \qquad \tau = \frac{3LN}{TD^3B\left(1 - \frac{3}{16}\lambda\frac{D}{B}\sqrt{\frac{T}{T'}}\right)}.$$

Hierin ist T' der Werth, welcher aus T wird durch Vertauschung von γ_1 und γ_2, λ eine complicirte Function des Argumentes $\frac{D}{B}\sqrt{\frac{T}{T'}}$, welche indeß für Werthe desselben, die $^1/_3$ nicht übersteigen, merklich constant $= 3{,}361$ ist.

Ist der gedrillte Körper nicht streng prismatisch, so kann man an Stelle von D und B in der vorstehenden Formel (10) einfach das arithmetische Mittel der Dicken und Breiten auf dem beobachteten Längenstück einführen.

Die im Folgenden beobachteten Stäbchen sind folgendermaßen gegen die Krystallaxen orientirt.

Die mit (0°) bezeichnete Gattung fällt mit der Längsrichtung in die krystallographische Hauptaxe. Die Lage der Querrichtungen ist hier ohne Einfluß. Es entspricht dieser Gattung der Werth:

$$S\mathrm{E}_0 = S_{33} \qquad S\mathrm{T}_0 = S_{44}. \tag{11}$$

Die mit (45°) bezeichnete Gattung liegt mit der Längsrichtung um 45° gegen die Hauptaxe geneigt, die kleinere Querdimension fällt in den Hauptschnitt. Demgemäß ist

$$S\mathrm{E}_{45} = \frac{1}{4}(S_{11} + S_{33} + S_{44} + 2\,S_{13}). \tag{12}$$

Die mit (90°) bezeichneten Stäbchen liegen mit der Längsrichtung normal zur Hauptaxe; je nachdem die Bezeichnung A oder B zugefügt ist, liegt die kleinere oder die größere Querdimension parallel der Hauptaxe. Es gilt dann für A und B:

$$\begin{aligned} & S\mathrm{E}_{90} = S_{11} \\ \text{für } A: \quad & S\mathrm{T}_{90} = 2(S_{11} - S_{13}) \\ \text{für } B: \quad & S\mathrm{T}'_{90} = S_{44}. \end{aligned} \tag{13}$$

Die Beobachtung der Drillung an der Gattung (90°) B giebt also keinen anderen Coefficienten, als die der Gattung (0°), indessen genügen auch die anderen fünf Bestimmungen zur Berechnung aller Constanten c_{hk}, deren Anzahl ja höchstens fünf ist und sich, wenn die Voraussetzung zutrifft, daß die Moleküle nach allen Richtungen hin in gleicher Weise auf einander einwirken, gar auf drei reducirt.

In dem letzteren Falle gelten nämlich nach Poissons Rechnung die Relationen:

$$c_{13} = c_{44} \qquad c_{12} = \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \text{ d. h. } c_{11} = 3\,c_{12}. \tag{14}$$

Zur Berechnung der allgemeinsten fünf Elasticitätsconstanten c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{33}, c_{44} aus den fünf Determinantenverhältnissen

$$\frac{S_{11}}{S} = s_{11}, \quad \frac{S_{12}}{S} = s_{12}, \quad \frac{S_{13}}{S} = s_{13}, \quad \frac{S_{33}}{S} = s_{33}, \quad \frac{S_{44}}{S} = s_{44}$$

hat man die folgenden fünf Gleichungen:

15)
$$\begin{aligned}
&\text{a)}\quad c_{11}s_{11}+c_{12}s_{12}+c_{13}s_{13} = 1\\
&\text{b)}\quad c_{12}s_{11}+c_{11}s_{12}+c_{13}s_{13} = 0\\
&\text{c)}\quad 2c_{13}s_{13}+c_{33}s_{33} = 1\\
&\text{d)}\quad c_{13}(s_{11}+s_{12})+c_{33}s_{13} = 0\\
&\text{e)}\quad c_{44}s_{44} = 1.
\end{aligned}$$

Aus Gleichung c, und d, folgt:

$$c_{13} = \frac{-s_{13}}{s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2}, \qquad c_{33} = \frac{s_{11}+s_{12}}{s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2},$$

das erstere in a) und b) gesetzt gestattet zu bestimmen:

16)
$$c_{11} = \frac{s_{11}s_{33}-s_{13}^2}{(s_{11}-s_{12})(s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2)}$$
$$c_{12} = \frac{s_{13}^2-s_{12}s_{33}}{(s_{11}-s_{12})(s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2)},$$

endlich giebt c) direct:

$$c_{44} = \frac{1}{s_{44}}.$$

Dabei ist nach Obigem:

17)
$$s_{11} = E_{90}, \quad s_{12} = E_{\infty}-\tfrac{1}{2}T_{90}, \quad s_{13} = 2E_{45}-\tfrac{1}{2}(E_{90}+E_0+T_0)$$
$$s_{33} = E_0, \quad s_{44} = T_0.$$

Diese Determinantenverhältnisse s_{ik} bestimmen nicht nur Dehnung und Drillung, sondern auch andere elastische Deformationen in viel einfacherer Weise als die eigentlichen Elasticitäts-Constanten.

Setzt man ein beliebiges Stück eines hexagonalen Krystalles einem allseitig gleichen Drucke p aus, so nehmen die Dilatationen parallel den Hauptaxen x_s, y_s, z_s und die Aenderungen der Winkel zwischen den Axen y_s, z_s, x_s die folgenden Werthe an:

18)
$$\begin{aligned}
x_s &= -p(s_{11}+s_{12}+s_{13}) = y_s\\
z_s &= -p(2s_{13}+s_{33})\\
y_s &= z_s = x_s = 0.
\end{aligned}$$

Die Coefficienten von p in den Formeln für x_s, y_s und z_s wird man als Compressionscoefficienten bei allseitigem Druck normal und parallel zur Hauptaxe besonders bezeichnen können; wir setzen:

19)
$$A_{90} = s_{11}+s_{12}+s_{13} \qquad A_0 = 2s_{13}+s_{33}.$$

Der Coefficient der cubischen Compression ist dann:

20)
$$M = A_0+2A_{90} = s_{33}+2(s_{11}+s_{12})+4s_{13}.$$

Zwei Ebenen, deren Normalen die Richtungscosinus α_1, β_1, γ_1 und α_2, β_2, γ_2 gegen die Hauptaxen haben und mit einander den Winkel χ einschließen, erleiden bei allseitig gleichem Drucke p eine Aenderung dieses Winkels $\delta\chi$, die gegeben ist durch:

$$\delta\chi \cdot \sin\chi = -p(s_{13}+s_{33}-s_{11}-s_{12})(2\gamma_1\gamma_2-(\gamma_1^2+\gamma_2^2)\cos\chi). \quad 21)$$

Sie hängt also nur von dem einen Coefficienten:

$$B = s_{13}+s_{33}-s_{11}-s_{12} \text{ ab.}$$

War der Winkel χ ein rechter, so folgt einfacher:

$$\delta\chi = -p\,2B\gamma_1\gamma_2, \quad 22)$$

$\delta\chi$ ist dann also $= 0$ wenn eine der beiden Normalen senkrecht zur Hauptaxe liegt, ein Maximum findet statt wenn beide 45° mit der Hauptaxe einschließen; dies Maximum ist $= -pB$.

Läßt man auf einen mit seiner Axe der Hauptaxe des Krystalls parallel gelegten Cylinder von beliebigem Querschnitt auf die Grundflächen den normalen Druck p_0, auf die Mantelfläche den normalen (constanten) Druck p_1 wirken, so erhält man

$$\begin{aligned} x_x &= -(p_1(s_{11}+s_{12})+p_0 s_{13}) = y_y \\ z_z &= -(p_1 2 s_{13}+p_0 s_{33}) \\ y_y &= z_x = x_y = 0. \end{aligned} \quad 23)$$

Erwärmt man einen hexagonalen Krystall gleichförmig um ϑ Grade, so gilt:

$$\begin{aligned} x_x &= +\vartheta(q_1(s_{11}+s_{12})+q_0 s_{13}) = y_y \\ z_z &= +\vartheta(q_1 2 s_{13}+q_0 s_{33}) \\ y_y &= z_x = x_y = 0. \end{aligned} \quad 24)$$

Hierin geben die q_0 und q_1 das Maaß der Wärmeabstoßung parallel und senkrecht der Hauptaxe. Kennt man die Größe der thermischen lineären Dilatation parallel und senkrecht zur Hauptaxe a_0 und a_1 und sind die s_{ik} durch Elasticitätsbeobachtungen bestimmt, so folgen aus:

$$\begin{aligned} a_0 &= q_1 2 s_{13}+q_0 s_{33} \\ a_1 &= q_1(s_{11}+s_{12})+q_0 s_{13} \end{aligned} \quad 25)$$

die Werthe q_0 und q_1 für die betreffende Substanz. Finden sich dieselben einander gleich, so würde die Wärmeabstoßung nach allen Richtungen die gleiche und die durch eine gleichförmige Abkühlung hervorgebrachte Deformation der durch einen allseitig gleichen Druck erzeugten vollständig gleich sein.

Anmerkung. Ich muß an dieser Stelle ein Mißverständniß noch einmal berühren, welches ich schon früher[1]) hervorgehoben habe, daß aber trotzdem in die von Herrn O. E. Meyer veranstaltete Ausgabe von Herrn Geheimrath F. Neumanns Vorlesungen über Elasticitätstheorie übergegangen ist. In diesen Vorlesungen wurde eine Ableitung der elastischen Gleichungen für gewisse krystallinische Medien mitgetheilt und als von Poisson herrührend bezeichnet; da nun außerdem vorher die Hauptarbeiten Poissons über Elasticität genannt und die letzte von ihnen[2]) als die Anwendung der eigenthümlichen Methode Poissons auf krystallinische Medien enthaltend bezeichnet worden war, so haben die damaligen Hörer das Mitgetheilte als den wesentlichen Inhalt jener Arbeit angesehen. So habe ich in meinen ersten (unselbständigen) Publicationen jene Endformeln immer kurz als die Resultate der Poisson'schen Theorie bezeichnet.

Hierin liegt aber ein Irrthum. Die von Neumann mitgetheilten Formeln sind unter der Voraussetzung erhalten, daß die Moleküle der Krystalle keine Polarität besitzen, während Poisson in seiner letzten Arbeit die Polarität zuläßt, also zu viel allgemeinere Resultaten gelangt. Daher ist es auch mißverständlich, wenn Herr O. E. Meyer gewissen Beobachtungen kurz als mit der Poisson'schen Theorie nicht als vereinbar bezeichnet[3]); Thatsache ist nur, daß sie den speciellen Relationen, welche sich nach der Poisson'schen Methode für Moleküle ohne Polarität ergeben, widersprechen. Mit der allgemeinen Poisson'schen Theorie sind jedenfalls alle Resultate vereinbar, welche den aus anderen und in mancher Hinsicht allgemeineren Principien abgeleiteten Cauchy'schen, Neumann'schen und Kirchhoff'schen Formeln nicht widersprechen.

Ferner muß ich Einspruch erheben gegen die Art, wie Herr O. E. Meyer die Genauigkeit der von mir angestellten Elasticitätsbeobachtungen beurtheilt[4]). Er stellt in dem genannten Werke nicht directe Beobachtungswerthe einander gegenüber, die unter verschiedenen Umständen erhalten sind, sondern Zahlen, die nach ganz verschiedenen Formeln, von denen die eine von mir ausdrücklich als unzulässlich bezeichnet ist, aus den Beobachtungen berechnet

---

1) W. Voigt, Berl. Ber. Bd. XXXVII, p. 971, 1883.
Bd. XLII, p. 999, 1884.
2) Mém. de l'Ac. Bd. XVIII, 1842.
3) F. Neumann, Vorlesungen über Elasticität p. 200.
4) ib. p. 201.

sind. Wenn dann die Resultate stark differiren, so ist dies doch gewiß nicht die Schuld der Beobochtungen. Ueber das Verhältniß zwischen Beobachtungen an derselben Substanz, die unter verschiedenen Umständen angestellt sind, habe ich an anderer Stelle ausführliche Angaben gemacht.

Im Folgenden sind die Beobachtungen so ausführlich mitgetheilt, daß man über die Zuverlässigkeit eines jeden Resultates leicht ein Urtheil gewinnen kann.

Beobachtungen am Beryll.

Das Beobachtungsmaterial lieferte ein prachtvolles säulenförmiges Fragment eines großen Krystalles aus dem Ural, welches parallel der Hauptaxe circa 50^{mm}, parallel den Nebenaxen circa 20^{mm} maß. Ich verdanke derselben meinem verehrten Kollegen Prof. C. Klein und benutze die Gelegenheit, um ihm für die großartige Liberalität, mit welcher er dies dem Mineralogen höchst werthvolle Stück der physikalischen Untersuchung geopfert hat, den allerwärmsten Dank auszusprechen.

Der Beryll ist ein so besonders günstiges, ja unvergleichliches Object für Elasticitätsbeobachtungen, weil er nur in holoedrischen Formen und fast nie verzwillingt beobachtet ist, also mit Sicherheit als Repräsentant des einfachen hexagonalen Systems hingestellt werden kann.

Das schöne Krystallfragment, welches ich benutzen durfte, war von fast regelmäßig sechsseitigen Querschnitt, auf den Flächen wie gewöhnlich parallel der Hauptaxe gestreift. Dieser Streifung entsprachen im Innern zahlreiche röhrenartige mehr oder weniger feine Längsspalten, welche bei der Zerlegung des Krystalls in Stäbchen sorgfältig vermieden werden mußten. Um dies leichter zu können wurden soviel als möglich die Breitseiten der Stäbchen parallel der Hauptaxe gelegt; offenbar war dadurch die Möglichkeit vergrößert störungsfreie Präparate zu erzielen. Wie aus dem Vorstehenden sich ergiebt, war indessen zur Bestimmung aller Konstanten die Beobachtung der Drillung von Stäben, deren Längs- und Breitenrichtungen senkrecht zur Hauptaxe lagen (Gattung 90^0 A) nicht zu umgehen; diese Gattung zeigte demgemäß die zahlreichsten kleinen, die Stäbchen ganz durchsetzenden Sprünge und eine ziemliche Anzahl ist bei der Herstellung, bei der Einspannung und schließlich noch bei der Drillung bei mäßigen Belastungen zerbrochen. Die erst bei den Beobachtungen gesprungenen ergaben unverhältnißmäßig kleine Werthe der Torsionsconstanten T (d. h. geringen Widerstand gegen die Torsion) und durften, da offenbar eben jene Sprünge die Ursache der Abweichung waren, von der Schlußberechnung ausgeschlossen werden.

Bei dieser unangenehmen Eigenschaft jener Gattung Stäbchen mußten schließlich alle sprungfreien kurzen Stückchen ausgenutzt werden und durch einige Vorsicht sind noch bei Längen von nur etwa 10^{mm} gute und sichere Resultate erreicht worden, wenn gleich natürlich den ungünstigeren Umständen entsprechend der wahrscheinliche Fehler der Endresultate hier größer ist, als bei den übrigen Gattungen.

Da die klar ausgeprägte Krystallform des Berylls die Bestimmung der Orientirung der Stäbchen noch weiter durchzuführen gestattete, als nach ihrem optischen Verhalten allein möglich gewesen wäre, so habe ich die günstige Gelegenheit benutzt, um außer der Bestimmung der Constanten auch noch eine andere Aufgabe zu lösen.

Die Theorie ergiebt, wie ich früher gezeigt habe [1]), das Resultat, daß bei holoedrischen hexagonalen Krystallen Richtungen, die durch Drehung um die Hauptaxe zur Deckung gebracht werden können, elastisch gleichwerthig sind. Dieses mit dem mineralogischen Verhalten des Systems in so eigenthümlichem Widerspruch stehende Resultat konnte am Beryll geprüft werden. Die zunächst für die Biegungsbeobachtungen bestimmten Stäbchen normal zur Hauptaxe, welche, wie oben ausgeführt, ihre Breitenseiten parallel der Hauptaxe hatten, sind zum Theil so geschnitten, daß die Längsrichtung in eine krystallographische Nebenaxe (Gattung 90^0 B I) fällt, zum Theil so, daß sie den Winkel zwischen zweien halbirt (Gattung 90^0 B II). Die hiermit angestellten Beobachtungen sind unten mitgetheilt.

Ferner ergiebt die Theorie das Resultat, daß die Torsionscoefficienten der beiden Gattungen 90^0 B I und II nicht nur unter einander sondern auch mit dem an der Gattung 0^0 erhaltenen übereinstimmen sollen; auch dieser Punkt ließ sich durch die Beobachtung prüfen.

Zu den unten folgenden Beobachtungstafeln ist nach den bezüglichen allgemeinen Bemerkungen in der Einleitung wenig mehr zu bemerken. Die große Kostbarkeit des Materials, welche die öftere Wiederholung der Beobachtungen unwahrscheinlich erscheinen läßt, rechtfertigt die ausführliche Mittheilung der angestellten Messungen.

Die Querdimensionen sind in Trommeltheilen des Sphärometers ($= 1/992{,}7^{mm}$) angegeben. Die Berechnung der δ_0, δ_1, δ_2 ist oben besprochen. Die Anordnung der für δ gegebenen Zahlen entspricht der Vertheilung der Messungen auf der Breitseite des Stäbchens, die mittleren Reihen sind sehr nahe der Mitte, die äußeren um etwa $^1/_6$ der Breite vom Rande entfernt beobachtet.

Die Biegungen und Torsionen sind in Millimetern der Beobachtungsscala (gleich $0{,}000249^{mm}$) unter Anwendung der Reduction von

1) W. Voigt, Wied. Am. Bd. XVI p. 408, 421 u. 427, 1882.

der Tangente auf den Bogen angegeben, die für die Berechnung anzuwendenden Dicken D nach der Formel (8) berechnet, für die Breite B ist das arithmethische Mittel der beobachteten Werthe genommen; dabei ist um wirklich den Mittelwerth zu erhalten der am Anfang und Ende gemessene Werth nur mit halben Einfluß verwendet. Dasselbe ist bei den zur Berechnung der Torsionsbeobachtungen bestimmten Werthe mit den auf der beobachteten Länge liegenden Messungen geschehen. L ist die benutzte Länge, ϑ die Beobachtungstemperatur, ρ das Maaß der Reibung der Axen, P die Belastung, γ_i' die Durchdrückung der Lager bei den Biegungsversuchen. Bei den Torsionsversuchen ist das Gewicht der Waagschaale G unbestimmt gelassen und die Anzahl der zugefügten Gramme angegeben, die Berechnung der einer gegebenen Belastung entsprechenden Torsion τ ist oben besprochen.

Bei sämmtlichen Beobachtungen hat mir Herr Dr. Hennig vom math.-physikalischen Institut der Universität vielfältigste Hülfe geleistet.

Dimensionen.

0° No. 1.

	$D = 500 + \delta$					$B = 4000 + \beta$				
$\delta =$	− 0,1	+ 5,4	11,7	21,6	28,4	$\beta =$	4,3	30,8	45,0	56,1	45,6
	+ 5,0	9,7	16,5	26,8	30,9		3,7	32,3	45,8	55,7	44,1
	5,2	9,1	16,7	25,3	30,4	Mittel	4,0	31,5	45,4	55,9	44,8
	4,2	9,3	16,7	25,5	29,8						
Mittel	3,6	8,4	15,4	24,8	29,9						
ber.	3,1	9,3	16,0	23,1	30,7						

$\delta_0 = 16{,}0,\ \delta_1 = 6{,}9,\ \delta_2 = 0{,}21.$

0° No. 2.

	$D = 500 + \delta$					$B = 4000 + \beta$				
$\delta =$	− 1,3	+ 6,0	14,2	24,4	32,0	$\beta =$	− 20,5	+ 23,5	44,5	51,6	33,2
	+ 0,6	8,7	17,4	27,0	34,0		− 21,1	+ 23,9	44,5	52,5	32,8
	2,0	8,8	16,8	26,2	33,9	Mittel	− 20,8	23,7	44,5	52,0	33,0
	1,2	9,9	17,2	27,8	35,0						
Mittel	0,6	8,3	16,4	26,3	33,7						
ber.	0,4	8,6	16,9	25,4	34,0						

$\delta_0 = 16{,}9,\ \delta_1 = 8{,}4,\ \delta_2 = 0{,}09.$

0° No. 3.

	$D = 500 + \delta$					$B = 4000 + \beta$					
$\delta =$	5,2	7,5	13,2	23,0	32,6	$\beta =$	− 4,5	+ 30,6	48,1	55,0	38,2
	4,0	6,8	12,1	21,6	33,7		− 4,5	+ 30,5	46,8	55,7	36,1
	9,6	7,7	12,9	22,7	33,0	Mittel	− 4,5	+ 30,5	47,4	55,3	37,2
	6,3	3,8	9,2	20,2	30,4						
Mittel	6,3	6,5	11,8	21,9	31,9						
ber.	5,8	7,2	12,2	20,6	32,6						

$\delta_0 = 12{,}2,\ \delta_1 = 6{,}7,\ \delta_2 = 1{,}74.$

0° No. 4.

	$D = 500 + \delta$				
$\delta =$	42,8	35,2	23,8	24,5	9,0
	51,8	37,9	26,9	25,9	10,5
	51,3	37,6	26,6	16,9	7,3
	45,9	37,8	28,0	24,5	9,0
Mittel	48,0	(37,1)	26,3	(21,3)[1]	8,4
ber.	48,0	36,7	26,3	16,9	8,4

$\delta_0 = 26{,}3,\ \delta_1 = 9{,}9,\ \delta_2 = 0{,}47.$

	$B = 3800 + \beta$				
$\beta =$	134	124	112	98	76
	134	125	112	99	72
Mittel	134	124	112	99	74

0° No. 5.

	$D = 500 + \delta$				
$\delta =$	28,0	19,8	12,1	7,7	1,6
	28,7	21,0	13,1	7,0	4,4
	28,7	20,7	13,1	6,8	2,0
	29,6	21,5	13,1	8,2	4,4
Mittel	28,7	20,8	12,9	7,4	3,1
ber.	29,0	20,6	13,2	7,6	3,0

$\delta_0 = 13{,}2,\ \delta_1 = 6{,}5,\ \delta_2 = 0{,}69.$

	$B = 3900 + \beta$				
$\beta =$	65	62	59	58	56
	66	62	59	60	58
Mittel	65	62	59	59	57

45° No. 1.

	$D = 500 + \delta$				
$\delta =$	13,3	23,0	32,4	41,5	48,2
	17,0	28,3	38,8	44,5	52,7
	17,1	28,9	38,2	45,5	52.1
	17,1	28,4	37,4	44,8	50,3
Mittel	16,1	27,1	36,7	44,1	50,8
ber.	16,0	27,2	36,6	44,4	50,4

$\delta_0 = 36{,}6,\ \delta_1 = 8{,}6,\ \delta_2 = -0{,}84.$

	$B = 3800 + \beta$				
$\beta =$	78,8	99,1	113,9	128,0	138,9
	81,2	100,9	115,3	129,2	137,1
Mittel	80,0	100,0	114,6	128,6	138,0

45° No. 2.

	$D = 500 + \delta$				
$\delta =$	15,5	15,6	23,0	33,4	44,2
	13,7	17,7	24,7	35,9	47,9
	15,4	19,4	25,3	36,6	47,2
	14,8	19,5	25,5	36,6	48,3
Mittel	14,8	18,0	24,6	35,6	46,9
ber.	14,5	18,3	25,0	34,7	47,3

$\delta_0 = 25{,}0,\ \delta_1 = 8{,}2,\ \delta_2 = +1{,}47.$

	$B = 3800 + \beta$				
$\beta =$	88,0	102,5	116,0	131,0	143,0
	87,1	103,2	117,3	133,4	141,5
Mittel	87,5	102,8	116,7	132,2	142,2

45° No. 3.

	$D = 500 + \delta$				
$\delta =$	$-3{,}5$	$+1{,}3$	8,4	19,5	29,8
	$+0{,}5$	4,5	11,5	22,3	34,5
	2,2	3,3	10,6	21,8	34,8
	2,3	6,0	12,8	23,8	35,5
Mittel	0,4	3,8	10,8	21,9	33,7
ber.	0,1	4,1	11,1	21,1	34,1

$\delta_0 = 11{,}1,\ \delta_1 = 8{,}5,\ \delta_2 = 1{,}49.$

	$B = 3800 + \beta$				
$\beta =$	96,2	113,4	125,6	142,8	153,7
	96,8	112,3	128,1	143,1	152,1
Mittel	96,5	112,8	126,8	143,0	152,9

1) An dieser Stelle ist, wie die Messungen zeigen, eine offenbare Unregelmäßigkeit der Stäbchenoberfläche vorhanden. Diese und die correspondirende zweite Messung ist daher von der Berechnung ausgeschlossen.

45° No. 4. $D = 500 + \delta$ $B = 3900 + \beta$

$\delta =$	8,9	14,4	20,3	27,2	35,2	$\beta =$	53	56	56	61	64
	11,5	19,5	22,7	29,8	36,3		54	56	56	60	64
	14,9	17,5	22,7	30,1	36,7	Mittel	54	56	56	60	64
	8,9	14,4	20,3	27,2	35,2						
Mittel	12,5	18,6	22,2	29,1	36,3						
ber.	12,9	17,5	22,9	29,1	36,1						

$\delta_0 = 22{,}9$, $\delta_1 = 5{,}8$, $\delta_2 = 0{,}4$.

90° A. No. 1. $D = 600 + \delta$ $B = 3900 + \beta$

$\delta =$	79,9	79,1	77,8	77,8	76,1	$\beta =$	0	10	6
	83,2	82,4	81,0	80,6	79,2		4	11	6
	83,7	81,9	81,1	80,4	79,2	Mittel	2	10,5	6
	83,9	83,1	82,9	81,5	80,1				
Mittel	82,7	81,6	80,7	80,1	78,7				

90° A. No. 2. $D = 600 + \delta$ $B = 3900 + \beta$

$\delta =$	88,5	85,6	76,7	$\beta =$	44	51	57
	81,6	73,9	65,1		44	50	55
	80,1	78,4	69,2	Mittel	44	50,5	56
	72,2	67,8	58,4				
Mittel	80,6	76,4	67,4				

90° A. No. 8. $D = 600 + \delta$ $B = 3900 + \beta$

$\delta =$	76,7	85,5	81,4	$\beta =$	47	55	58
	74,0	80,1	81,3		46	56	60
	73,3	80,4	80,1	Mittel	46	56	59
	75,9	81,0	79,7				
Mittel	75,0	81,8	80,6				

90° A. No. 4. $D = 600 + \delta$ $B = 3900 + \beta$

$\delta =$	95,1	94,3	93,4	$\beta =$	20	19	9
	94,6	94,2	93,8		20	19	9
	(99,3	99,5)[1]	93,5	Mittel	20	19	9
	95,8	92,7	92,6				
	96,2	95,2	93,3				

90° A. No. 5. $D = 600 + \delta$ $B = 3900 + \beta$

$\delta =$	75,3	77,6	81,2	$\beta =$	9	9
	74,5	78,3	81,4		9	6
	77,0	79,3	80,9	Mittel	9	7
	77,8	78,7	85,0			
Mittel	76,2	78,5	82,1			

90° A. No. 6. $D = 600 + \delta$ $B = 3900 + \beta$

$\delta =$	82,5	83,6	84,7	$\beta =$	3	0
	87,1	88,1	89,9		2	2
	88,8	88,2	90,0	Mittel	2	1
	90,0	88,1	89,2			
	87,1	87,0	88,4			

1) Nachweisbare oberflächliche Verunreinigung, die sich nicht entfernen ließ.

90° BI. No. 1.

	$D = 400 + \delta$			$B = 4000 + \beta$		
$\delta =$	40,8	57,4	75,8	$\beta =$	53,8	70,3	78,5
	47,6	62,9	80,2		54,4	71,1	78,3
	47,8	63,6	79,7	Mittel	54,1	70,7	78,4
	48,9	64,0	81,1				
Mittel	46,3	62,0	79,2				

$\delta_0 = 62{,}0,\ \delta_1 = 16{,}4,\ \delta_2 = 0{,}75.$

90° BI. No. 2.

	$D = 400 + \delta$			$B = 4000 + \beta$		
$\delta =$	34,1	49,1	62,5	$\beta =$	81,3	79,5	65,7
	43,9	56,4	71,9		82,6	80,5	65,5
	44,1	57,9	72,9	Mittel	82,0	80,0	65,6
	50,7	65,6	78,0				
Mittel	43,2	57,2	71,3				

$\delta_0 = 57{,}2,\ \delta_1 = 14{,}0,\ \delta_2 = 0{,}05.$

90° BII. No. 1.

	$D = 400 + \delta$			$B = 3800 + \beta$		
$\delta =$	21,3	47,4	78,5	$\beta =$	79,7	93,7	115,7
	25.0	49,5	81,7		80,4	94,1	116,3
	25,9	49,4	80,8	Mittel	80,0	93,9	116,0
	29,7	55,8	85,5				
Mittel	25,5	50,5	81,6				

$\delta_0 = 50{,}5,\ \delta_1 = 28{,}0,\ \delta_2 = 3{,}05.$

90° BII. No. 2.

	$D = 400 + \delta$			$B = 3800 + \beta$		
$\delta =$	38,8	57,0	76,1	$\beta =$	84,6	98,8	117,9
	43,2	60,6	82,8		85,1	100,0	117,1
	43,6	60,0	83,0	Mittel	84,8	99,4	117,5
	46,1	64,0	83,6				
Mittel	42,9	60,4	81,4				

$\delta_0 = 60{,}4,\ \delta_1 = 19{,}2,\ \delta_2 = 1{,}75.$

90° BII. No. 3.

	$D = 400 + \delta$			$B = 3800 + \beta$		
$\delta =$	36,8	51,0	72,7	$\beta =$	113,8	92,2	80,2
	47,1	59,7	81,9		115,2	91,6	78,2
	48,3	59,2	85,4	Mittel	114,5	91,9	79,2
	49,8	63,4	86,2				
Mittel	45,5	58,3	81,5				

$\delta_0 = 58{,}3,\ \delta_1 = 18{,}0,\ \delta_2 = 5{,}2.$

90° BII. No. 4.

	$D = 400 + \beta$			$B = 3800 + \delta$		
$\delta =$	76,6	68,3	61,0	$\beta =$	86	99	109
	80,3	74,9	69,9		89	98	110
	82,3	73,6	66,8	Mittel	88	99	109
	84,0	75,4	68,4				
Mittel	80,7	73,1	66,5				

Biegungen.

0° No. 1. $L = 34{,}4,\ B = 4036,\ D = 516{,}0,\ P = 60,\ \vartheta = 16{,}5,\ \eta' = 3{,}0.$

1. Lage. $\eta =$ 199,7 200,0 200,0 199,9 200,9 200,2

2. Lage. $\eta =$ 202,1 201,2 203,0 201,8 201,9 203,4

Mittel $\eta = 201{,}2,\ \rho_1 = 2{,}8,\ \rho_2 = 2{,}4,\ E = 21670000.$

No. 2. $L = 34{,}4$, $B = 4026{,}5$, $D = 516{,}8$, $P = 60$, $\vartheta = 17$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta =$ 199,5 199,7 199,0 200,0 199,9 199,9
2. Lage. $\eta =$ 201,3 201,2 200,8 201,1
Mittel $\eta = 200{,}4$, $\rho_1 = 2{,}9$, $\rho_2 = 2{,}5$, $E = 21710000$.

No. 3. $L = 34{,}4$, $B = 4033$, $D = 511{,}6$, $P = 60$, $\vartheta = 16{,}4$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta =$ 204,7 205,6 204,4 206,3 207,2 205,7
2. Lage. $\eta =$ 204,0 204,5 206,2 204,5 204,3 204,3.
Mittel $\eta = 205{,}1$, $\rho_1 = 3{,}5$, $\rho_2 = 2{,}8$, $E = 21820000$.

No. 4. $L = 34{,}03$, $B = 3910$, $D = 526{,}3$, $P = 60$, $\vartheta = 18$, $\eta' = 2{,}4$.
1. Lage. $\eta =$ 189,3 189,1 189,4 189,3 189,3 189,1
2. Lage. $\eta =$ 189,4 189,8 189,2 190,0 189,7 189,9
Mittel $\eta = 189{,}4$ $\rho_1 = 3{,}3$, $\rho_2 = 2{,}5$, $E = 21580000$.

No. 5. $L = 34{,}03$, $B = 3960$, $D = 513{,}4$, $P = 60$, $\vartheta = 19$, $\eta' = 2{,}4$.
1. Lage. $\eta =$ 202,0 201,5 202,1 201,9 202,4 202,1
2. Lage. $\eta =$ 202,6 202,8 202,0 202,0 202,5 202,3
Mittel $\eta = 202{,}3$, $\rho_1 = 3{,}5$, $\rho_2 = 2{,}3$, $E = 21470000$

Gesammtmittel $E_0 = 21650000$, $E_0 = 4{,}619 \cdot 10^{-8}$
Wahrscheinlicher Fehler $\pm$ 40000, $\pm$ 0,0085.

45° No. 1. $L = 30{,}4$, $B = 3912$, $D = 536{,}2$, $P = 60$, $\vartheta = 16{,}5$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta =$ 154,6 153,8 153,9 154,2 154,6 153,9
2. Lage. $\eta =$ 152,4 153,2 152,0 152,1 152,6 152,4
Mittel $\eta = 153{,}3$, $\rho_1 = 3{,}6$, $\rho_2 = 2{,}8$, $E = 17700000$.

No. 2. $L = 30{,}4$, $B = 3920$, $D = 524{,}5$, $P = 60$, $\vartheta = 18$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta =$ 161,9 161,3 161,4 161,4 160,8 161,5
2. Lage. $\eta =$ 159,4 159,2 158,7 159,0 159,2 159,7
Mittel $\eta = 160{,}3$, $\rho_1 = 2{,}5$, $\rho_2 = 2{,}0$, $E = 18020000$.

No. 3. $L = 30{,}4$, $B = 3926{,}4$ $D = 511{,}5$, $P = 60$, $\vartheta = 18$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta =$ 171,8 172,5 172,3 172,6 171,9 172,3
2. Lage. $\eta =$ 169,7 170,6 170,6 170,5 171,2 170,7
Mittel $\eta = 171{,}4$, $\rho_1 = 3{,}0$, $\rho_2 = 2{,}5$, $E = 18130000$.

No. 4. $L = 30{,}03$, $B = 3958$, $D = 525{,}1$, $P = 60$, $\vartheta = 18$, $\eta' = 2{,}4$.
1. Lage. $\eta =$ 153,2 152,9 153,2 153,8 153,0 153,1
2. Lage. $\eta =$ 153,4 154,0 153,8 154,3 154,6 154,5
Mittel $\eta = 153{,}6$, $\rho_1 = 3{,}5$, $\rho_2 = 2{,}2$, $E = 18010000$.

Gesammtmittel $E_{45} = 17960000$, $E_{45} = 5{,}568 \cdot 10^{-8}$
Wahrscheinlicher Fehler $\pm$ 62000, $\pm$ 0,019.

90° Bl. No. 1. $L = 22{,}35$, $B = 4067{,}7$, $D = 462{,}0$, $P = 60$, $\vartheta = 19$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta =$ 71,7 72,8 72,0 72,1 72,4 72,5 72,6 73,0
2. Lage. $\eta =$ 73,8 73,8 73,5 73,2 72,8
Mittel $\eta = 72{,}9$, $\rho_1 = 2{,}8$, $\rho_2 = 2{,}0$, $E = 23300000$.

No. 2. $L = 18{,}4$, $B = 4076$, $D = 457{,}1$, $P = 70$, $\vartheta = 17{,}2$, $\eta' = 3{,}4$.

1. Lage. $\eta = 50{,}7 \quad 50{,}6 \quad 50{,}5 \quad 50{,}3 \quad 50{,}5 \quad 50{,}8$

2. Lage. $\eta = 52{,}3 \quad 51{,}3 \quad 52{,}1 \quad 52{,}2 \quad 51{,}6 \quad 51{,}7 \quad 52{,}3 \quad 51{,}9 \quad 51{,}3$

Mittel $\eta = 52{,}2$, $\rho_1 = 3{,}0$, $\rho_2 = 2{,}0$, $\mathbf{E = 22850000.}$

Wegen der Belastung mit 70 gr. ist η' um 0,4 vergrößert.

90° BII. No. 1. $L = 22{,}4$, $B = 3897$, $D = 450{,}5$, $P = 60$, $\vartheta = 21{,}5$, $\eta' = 3{,}0$.

1. Lage. $\eta = 87{,}0 \quad 86{,}7 \quad 87{,}0 \quad 86{,}4 \quad 86{,}7 \quad 86{,}8$

2. Lage. $\eta = 87{,}2 \quad 87{,}9 \quad 87{,}5 \quad 88{,}5 \quad 87{,}6 \quad 87{,}8$

Mittel $\eta = 87{,}3$, $\rho_1 = 2{,}5$, $\rho_2 = 2{,}2$, $\mathbf{(E = 21890000.)}$

No. 2. $L = 22{,}4$, $B = 3901$, $D = 460{,}4$, $P = 60$, $\vartheta = 21{,}5$, $\eta' = 3{,}0$.

1. Lage. $\eta = 77{,}6 \quad 77{,}7 \quad 77{,}6 \quad 77{,}6 \quad 77{,}8 \quad 77{,}9$

2. Lage. $\eta = 77{,}2 \quad 77{,}3 \quad 76{,}9 \quad 76{,}9 \quad 77{,}1 \quad 76{,}9$

Mittel $\eta = 77{,}4$, $\rho_1 = 2{,}4$, $\rho_2 = 2{,}0$, $\mathbf{E = 23210000.}$

No. 3. $L = 20{,}4$, $B = 3895$, $D = 458{,}7$, $P = 60$, $\vartheta = 21{,}8$, $\eta' = 3{,}0$.

1. Lage. $\eta = 60{,}2 \quad 60{,}4 \quad 60{,}9 \quad 60{,}4 \quad 60{,}2 \quad 60{,}3$

2. Lage. $\eta = 59{,}9 \quad 60{,}0 \quad 59{,}8 \quad 59{,}9 \quad 60{,}1 \quad 59{,}7$

Mittel $\eta = 60{,}2$, $\rho_1 = 2{,}4$, $\rho_2 = 2{,}2$, $\mathbf{E = 23100000.}$

Das Stäbchen 90° B No. 1 war von der Seite her eingesprungen; man bemerkt, wie dadurch der Werth von E herabgedrückt ist. Die bezügliche Beobachtung ist demgemäß von der Berechnung auszuschließen.

Die übrigen Resultate zeigen die vollständigste Uebereinstimmung der Dehnungs-Coefficienten E für die Gattungen 90° BI und II. Entsinnt man sich daran, daß die erste parallel einer krystallographischen Nebenaxe, die letztere normal dazu (also in der Halbirungslinie des Winkels zweier Nebenaxen) liegt, so erweisen die vorstehenden Beobachtungen die Unterschiedslosigkeit dieser Richtungen in elastischer Hinsicht und bestätigen das bezügliche oben ausgesprochene Resultat der Theorie.

Man erhält für alle Stäbchen der Gattung 90° B die Werthe:

Gesammtmittel $\mathbf{E_{90} = 23120000}$, $\mathbf{E_{90} = 4{,}325 \cdot 10^{-8}}$

wahrscheinlicher Fehler ± 66000, $\pm 0{,}012$.

Nach diesem Zahlenwerth besitzt Beryll in der Richtung normal zur Hauptaxe den größten bisher beobachteten Elasticitäts-Coefficienten, übertrifft darin nicht unerheblich den Stahl, welcher bisher mit $E = 19000000$ in erster Linie stand.

Drillungen.

0° No. 1. $L = 24{,}32$, $B = 4044{,}3$, $D = 516{,}2$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}5$.

lR. $G + 20$, $\sigma = 202{,}5 \quad 202{,}6 \quad 202{,}4 \quad 202{,}5$, $\rho = 4{,}0$

$G + 10$, $\sigma = 123{,}6 \quad 123{,}9 \quad 123{,}4 \quad 123{,}9$, $\rho = 4{,}0$

G , $\sigma = 44{,}5 \quad 44{,}7 \quad 44{,}5$ $\rho = 4{,}2$

rR. $G + 20$, $\sigma = 199{,}8 \quad 199{,}5 \quad 199{,}7 \quad 199{,}9$, $\rho = 4{,}0$

$G + 10$, $\sigma = 122{,}0 \quad 122{,}0 \quad 121{,}7$ $\rho = 4{,}5$

G , $\sigma = 43{,}4 \quad 43{,}4 \quad 43{,}1$ $\rho = 5{,}8$

$\sigma_{10} = 78{,}6$. $\mathbf{T = 6671000.}$

Auch der Fehler des Drillungs-Coëfficienten, der durch fehlerhafte Orientirung der Stäbchen entsteht, ist hiernach zweiter Ordnung.

Die obigen Werthe der Determinantenverhältnisse s_{hk} bestimmen nach dem früher Gesagten die Größen jeder Art von elastischer Deformation bei gegebenen Kräften auf sehr einfache Weise.

Bei allseitig gleichem Druck p findet eine Compressien parallel der Hauptaxe statt, welche nach Formel (18) gegeben ist durch:

$$z_z = -p\,A_0, \qquad A_0 = 2s_{13} + s_{33},$$

normal dazu

$$x_x = y_y = -p\,A_{90}, \qquad A_{90} = s_{11} + s_{12} + s_{13};$$

dazu eine cubische Compression:

$$\delta = -p(A_0 + 2A_{90}) = -pM.$$

Nach den obigen Werthen ist:

$$A_0 = 2{,}947.10^{-6}, \quad A_0 = 2{,}154.10^{-6}, \quad M = 7{,}255.10^{-6}.$$

M ist das Maaß der cubischen Compressibilität; für Wasser findet sich dasselbe in unsern Einheiten (Gramm und Quadratmillimeter) rund 5.10^{-6}; der Werth für Beryll ist hiervon nur der 70. Theil.

Die Winkeländerung, die zwei Ebenen innerhalb des Krystalles durch allseitig gleichen Druck erleiden, ist nach (21) gemessen durch die Constante:

$$B = s_{33} + s_{13} - s_{11} - s_{12};$$

ihr Werth ist für Beryll $B = 0{,}796.10^{-6}$. Mißt man den Druck in Atmosphären so wird $(B) = 8{,}22.10^{-6}$. Bildeten die Ebenen ursprünglich einen rechten Winkel, so ist die bei einem Druck von 100 Atmosphären unter günstigsten Umständen eintretende Winkeländerung $8{,}22.10^{-6}$ d. h. immer noch nicht zwei Bogensecunden. Es ergiebt sich heraus, daß Beobachtungen dieser Winkeländerung, um eine Gleichung für die Elasticitäts-Constanten zu erhalten, bei Beryll fast unmöglich wären und somit auch bei andern Substanzen desselben Systems nicht sehr aussichtsvoll sind.

Die thermischen lineären Ausdehnungscoëfficienten (pro 1° C) des Beryll (Smaragd) sind noch Fizeau:

$$a_0 = -1{,}06.10^{-6} \qquad a_2 = +1{,}37.10^{-6}.$$

Setzt man diese Werthe mit denen der s_{hk} in die Gleichungen (25) ein so erhält man:

$$\begin{aligned} -1{,}06 &= -q_1.0{,}0167 + q_0\,0{,}0462 \\ +1{,}37 &= \quad q_1.0{,}0299 - q_0\,0{,}00836 \end{aligned}$$

und hieraus:

$$q_0 = -7{,}10 \qquad q_1 = +43{,}9.$$

Dies Resultat, welches parallel der Axe keine Wärme-Abstoßung sondern eine Wärme-Anziehung ergiebt, ist im hohen Grade überraschend und folgt keineswegs mit Nothwendigkeit aus der parallel der Axe stattfindenden Zusammenziehung bei einer Erwärmung, denn bei anderen Werthen der Elasticitäts-Constanten würde das entgegengesetzte eintreten können.

Schließlich sind noch nach den Formeln (16) die Elasticitäts-Constanten des Beryll wirklich zu berechnen; die Rechnung ergiebt:

$$c_{11} = 0{,}2746.10^{+6}, \quad c_{12} = 0{,}0980.10^{+6}, \quad c_{13} = 0{,}0674.10^{+6},$$
$$c_{33} = 0{,}2409.10^{+6}, \quad c_{44} = 0{,}0666.10^{+6}.$$

Diese Werthe zeigen, daß diejenigen Relationen, welche aus der Poissonschen Theorie sich unter der Voraussetzung ergeben, daß die Molecularwirkung nach allen Richtungen die gleiche ist, für Beryll nahezu erfüllt sind. Es ist c_{13} so genau $= c_{44}$, daß man eine strenge Gleichheit annehmen kann; statt $c_{11} = 3.c_{12}$ findet sich $c_{11} = 2{,}8.c_{12}$ also immerhin eine bemerkenswerthe Annährung an das theoretische Verhältniß. Man darf demnach den Schluß ziehen, das bei Beryll die Polarität der Moleküle nur schwach ist und man eine bedeutende Annährung an die Wirklichkeit erhält, wenn man sie völlig ignorirt.

Es ist von Interesse zu untersuchen, wie sich die Werthe der Constanten ergeben, wenn man diese Poisson'sche Relationen als streng gültig ansieht. Die demgemäß geänderten Werthe s und c seien durch den obern Index $'$ unterschieden. Die Bedingungen:

$$c'_{11} = 3.c'_{12} \qquad c'_{13} = c'_{44}$$

drücken sich in den Größen s'_{kk} aus:

$$0 = s'_{33}(s'_{11} + s'_{12}) + s'^{2}_{13}(s'_{44} - 2s'_{13})$$
$$0 = 4s'^{2}_{13} - (s'_{11} + 3s'_{12})s'_{33},$$

oder auch indem man aus beiden durch Elimination von s'_{11} eine neue bildet:

$$\left.\begin{aligned} s'_{44} &= \frac{2s'_{12}s'_{33}}{s'_{13}} - 2s'_{13} \\ s'_{11} &= \frac{4s'^{2}_{13}}{s'_{33}} - 3s'_{12}. \end{aligned}\right| \qquad 26)$$

Bezeichnet man dann die direct durch die Beobachtung bestimmten Werthe wie bisher mit s_{kk}, so erhält man zu Bestimmung der drei Unbekannten s'_{12}, s'_{13}, s'_{33} die fünf Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
s_{11} &= \frac{4 s_{13}'^2}{s_{33}'} - 3 s_{12}' \\
s_{12} &= s_{12}' \\
s_{13} &= s_{13}' \\
s_{33} &= s_{33}' \\
s_{44} &= \frac{2 s_{12}' s_{33}'}{s_{13}'} - 2 s_{13}'.
\end{aligned}
$$

Dieselben sind durch Einführung der Nährungswerthe:

$$s_{12}' = s_{12} + \delta_{12} \qquad s_{13}' = s_{13} + \delta_{13} \qquad s_{33}' = s_{33} + \delta_{33}$$

lineär zu machen und lauten dann:

$$
\begin{aligned}
s_{11} - 4\frac{s_{13}^2}{s_{33}} + 3 s_{12} &= -3\delta_{12} + 8\frac{s_{13}}{s_{33}}\delta_{13} - 4\frac{s_{13}^2}{s_{33}^2}\delta_{33} \\
s_{44} - 2\frac{s_{12} s_{33}}{s_{13}} + 2 s_{13} &= 2\frac{s_{33}}{s_{13}}\delta_{12} - 2\left(1 + \frac{s_{12} s_{33}}{s_{13}}\right)\delta_{13} + 2\frac{s_{12}}{s_{13}}\delta_{33} \\
0 &= \delta_{12} \\
0 &= \delta_{13} \\
0 &= \delta_{33}.
\end{aligned}
$$

Die Auflösung ergiebt nach der Methode der kleinsten Quadrate:

$$\delta_{12} = +0{,}092, \qquad \delta_{13} = -0{,}025, \qquad \delta_{33} = -0{,}017,$$

und hiernach, sowie nach den Formeln (26), die folgenden Werthe der s_{kk}':

$s_{11}' = 4{,}382$, $s_{12}' = -1{,}246$, $s_{13}' = -0{,}861$, $s_{33}' = +4{,}602$, $s_{44}' = +15{,}042$.

Stellt man hierzu die direct beobachteten Werthe, ferner ihre wahrscheinlichen Fehler Δ_{kk} und die Abweichungen $s_{kk}' - s_{kk} = \delta_{kk}$ so erhält man das System:

$s_{11} = 4{,}325$, $s_{12} = -1{,}338$, $s_{13} = -0{,}836$, $s_{33} = +4{,}619$, $s_{44} = +15{,}00$
$\Delta_{11} = \pm 0{,}012$, $\Delta_{12} = \pm 0{,}029$, $\Delta_{13} = \pm 0{,}043$, $\Delta_{33} = \pm 0{,}009$, $\Delta_{44} = \pm 0{,}036$
$\delta_{11} = +0{,}057$, $\delta_{12} = +0{,}092$, $\delta_{13} = -0{,}025$, $\delta_{33} = -0{,}017$, $\delta_{44} = +0{,}042$.

Dasselbe zeigt, daß die Abweichungen δ zweimal erheblich den wahrscheinlichen Fehler überschreiten, namentlich ist δ_{12} sehr bedeutend. Daher ist es als unwahrscheinlich zu bezeichnen, daß die Beryllmoleküle streng keine Polarität besitzen; — ein Resultat, das ja an sich plausibel ist, da ohne Polarität der Proceß des Aufbaus eines Krystalls nicht wohl zu erklären ist.

Immerhin ist die nahe Ueberstimmung mit den theoretischen Resultaten dieser Annahme so merkwürdig, daß es lohnt auch die Werthe der Constanten c_{kk}' zu bestimmen, wie sie sich aus diesen s_{kk}' nach (16) ergeben. Man erhält:

$$c'_{11} = 0{,}2666 . 10^{+6}, \quad c'_{33} = 0{,}2422 . 10^{+6}, \quad c'_{44} = 0{,}0665 . 10^{+6}$$
$$c'_{12} = \tfrac{1}{3} c'_{11} = 0{,}0889 . 10^{+6} \qquad c'_{13} = c'_{44} = 0{,}06651 . 10^{+6}.$$

Dagegen fanden sich ohne Voraussetzung der Poisson'schen Resultate die Werthe:

$$c_{11} = 0{,}2746 . 10^{+6}, \quad c_{33} = 0{,}2409 . 10^{+6}, \quad c_{44} = 0{,}0666 . 10^{+6}$$
$$c_{12} = 0{,}0980 . 10^{+6} \qquad c_{13} = 0{,}0674 . 10^{+6}.$$

Diese Zusammenstellung zeigt die große Empfindlichkeit der Constanten c_{hk} gegenüber den Aenderungen der Größern s_{hk}, welche ihre Bestimmung aus Beobachtungen überhaupt unsicher macht. Indeß ist dies für die Anwendungen ohne Belang, da für diese stets die genauer zu bestimmenden s_{hk} benutzt werden, auch beurtheilt sich die Gültigkeit der Relationen (14) ebenso gut an diesen wie an den eigentlichen Elasticitäts-Constanten.

Anmerkung. Um zu entscheiden, ob die Stächen der Gattung (90°), welche bei der Torsion so auffällig leicht zerbrachen, sich bei Biegungen ähnlich verhalten, habe ich Herrn Dr. Hennig ersucht, einige kleinere Stücke bis zum zerbrechen allmählig zu belasten. Die Beobachtungen gaben, ein zu erwarten, wenig übereinstimmende Resultate. Aus den am regelmäßigsten verlaufenen Versuchen ließ sich schließen, daß die größten Belastungen, welche ein Stäbchen von der Länge, Breite und Dicke 1^{mm} zu tragen vermag, für die Gattungen

	(0°)	(45°)	(90°)
gleich	9900 g	7800 g	8700 g

sind. Die Dilatationen der am meisten gespannten Längsfaser sind dabei resp.

0,00068 0,00064 0,00056.

Die Unterschiede sind also nicht erheblich. Für Glas ist der letztere Werth = 0,0007, also von der gleichen Ordnung, obgleich der Elasticitätscoëfficient dafür nur etwa den dritten Theil des für Beryll gültigen beträgt.

(Fortsetzung folgt in einer späteren Nummer.)

Für die Redaction verantwortlich: *E. Suppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

0° No. 2. $L = 27{,}53$, $B = 4040$, $D = 517{,}0$, $E = 5163$, $\vartheta = 16{,}5$.

rR.	$G + 20$,	$\sigma =$	224,5	224,5	224,7	224,6, $\rho = 3{,}4$
	$G + 10$,	$\sigma =$	146,6	146,3	146,3	146,5, $\rho = 4{,}2$
	G ,	$\sigma =$	48,1	47,9	48,0	48,0, $\rho = 4{,}0$

$\sigma_{10} = 88{,}3$. $T = 6707000$.

0° No. 3. $L = 28{,}0$, $B = 4044$, $D = 513{,}4$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}7$.

lR.	$G + 20$,	$\sigma =$	232,4	232,1	232,2	232,2, $\rho = 6{,}0$
	$G + 10$,	$\sigma =$	140,8	141,0	140,7	140,9, $\rho = 6{,}4$
	G ,	$\sigma =$	49,2	49,4	49,2	49,2, $\rho = 6{,}6$
rR.	$G + 20$,	$\sigma =$	234,8	235,1	234,7	234,9, $\rho = 3{,}6$
	$G + 10$,	$\sigma =$	143,1	142,9	143,0	143,2, $\rho = 3{,}5$
	G ,	$\sigma =$	52,0	51,9	51,7	51,7, $\rho = 3{,}2$

$\sigma_{10} = 91{,}55$. $T = 6710000$.

0° No. 4. $L = 30{,}08$, $B = 3910$, $D = 527{,}0$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}0$.

lR.	$G + 20$,	$\sigma =$	246,5	246,4	246,5	246,5, $\rho = 3{,}4$
	$G + 10$,	$\sigma =$	150,8	150,7	150,7	150,8, $\rho = 4{,}2$
	G ,	$\sigma =$	54,8	54,8	54,8	55,2, $\rho = 4{,}3$
rR.	$G + 20$,	$\sigma =$	245,0	245,5	245,3	245,5, $\rho = 5{,}3$
	$G + 10$,	$\sigma =$	149,2	149,5	149,4	149,5, $\rho = 6{,}0$
	G ,	$\sigma =$	53,7	53,5	53,7	53,6, $\rho = 7{,}0$

$\sigma_{10} = 95{,}82$. $T = 6608000$.

0° No. 5. $L = 29{,}80$, $B = 3960$, $D = 514{,}3$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}8$.

rR.	$G + 20$,	$\sigma =$	256,2	256,5	256,3	256,3, $\rho = 6{,}2$
	$G + 10$,	$\sigma =$	156,1	156,0	156,0	156,1, $\rho = 6{,}6$
	G ,	$\sigma =$	55,7	55,6	55,5	55,5, $\rho = 7{,}4$

$\sigma_{10} = 100{,}35$. $T = 6632000$.

Gesammtmittel $T_0 = 6666000$, $T_0 = 15{,}000 \cdot 10^{-6}$

wahrscheinlicher Fehler ± 14000, $\pm 0{,}036$.

90° A. No. 1. $L = 16{,}94$, $B = 3907$, $D = 680{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 19$.

rR.	$G + 20$,	$\sigma =$	53,4	53,3	53,2	53,4, $\rho = 1{,}2$
	$G + 10$,	$\sigma =$	33,9	33,9	33,8	33,9, $\rho = 1{,}5$
	G ,	$\sigma =$	14,6	14,5	14,6	14,7, $\rho = 2{,}2$
lR.	$G + 20$,	$\sigma =$	53,4	53,4	53,4	53,4, $\rho = 0{,}2$
	$G + 10$,	$\sigma =$	33,9	33,9	34,2	34,0, $\rho = 0{,}1$
	G ,	$\sigma =$	14,8	14,7	14,8	14,8, $\rho = 0{,}1$

$\sigma_{10} = 19{,}32$. $T = 8950000$.

Da dieses Stäbchen das beste dieser gefährlichen Gattung war, ist es noch einmal mit anderer Belastung und in anderer Länge beobachtet worden.

$L = 16{,}30$, $\vartheta = 18{,}5$.

rR.	$G + 30$,	$\sigma =$	65,8	65,4	65,4	65,5, $\rho = 1{,}2$
	$G + 15$,	$\sigma =$	37,6	37,8	37,7	37,7, $\rho = 1{,}3$
	G ,	$\sigma =$	10,1	10,2	10,1	10,1, $\rho = 1{,}6$
lR.	$G + 30$,	$\sigma =$	67,0	66,9	66,9	66,9, $\rho = 0{,}6$
	$G + 15$,	$\sigma =$	38,8	38,8	38,8	38,7, $\rho = 0{,}8$
	G ,	$\sigma =$	10,9	10,9	10,8	10,8, $\rho = 0{,}6$

$\sigma_{15} = 27{,}85$. $T_{90} = 8980000$.

Die vollkommene Uebereinstimmung dieses Werthes mit dem vorhergehenden weist darauf hin, daß die Unsicherheit der Resultate nicht in den elastischen Beobachtungen, sondern in den Dimensionenbestimmungen und der Ungleichheit des Materiales begründet ist.

90° A. No. 2. $L = 12{,}54$, $B = 3950$, $D = 675{,}2$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}5$.

lR.	$G + 20$,	$\sigma =$	41,2	41,2	41,2	41,2, $\rho = 0{,}3$
	$G + 10$,	$\sigma =$	26,2	26,1	26,2	26,2, $\rho = 0{,}4$
	G ,	$\sigma =$	11,4	11,2	11,3	11,3, $\rho = 0{,}5$
rR.	$G + 30$,	$\sigma =$	56,1	56,1	56,1	56,1, $\rho = 1{,}2$
	$G + 20$,	$\sigma =$	40,9	40,9	41,0	41,0, $\rho = 1{,}0$
	$G + 10$,	$\sigma =$	26,1	26,2	26,4	26,2, $\rho = 1{,}1$
	G ,	$\sigma =$	11,3	11,5	11,4	11,3, $\rho = 1{,}2$

$\sigma_{10} = 14{,}92$. $T = 8700000$.

90° A. No. 3. $L = 16{,}16$, $B = 3954$, $D = 679{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 16$.

rR.	$G + 20$,	$\sigma =$	52,8	52,8	52,7	52,5
	$G + 10$,	$\sigma =$	33,3	33,2	33,2	33,1
	G ,	$\sigma =$	13,7	13,8	13,6	13,7

$\sigma_{10} = 19{,}50$ (zerbrochen!) ($T = 8400000$)[1].

90° A. No. 4. $L = 10{,}36$, $B = 3917$, $D = 695{,}0$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

lR.	$G + 30$,	$\sigma =$	40,3	40,5	40,5	40,6, $\rho = 0{,}3$
	$G + 15$,	$\sigma =$	23,5	23,3	23,4	23,3, $\rho = 0{,}2$
	G ,	$\sigma =$	6,6	6,5	6,6	6,6, $\rho = 0{,}2$
rR.	$G + 30$,	$\sigma =$	40,6	40,9	40,9	40,9, $\rho = 0{,}4$
	$G + 15$,	$\sigma =$	23,9	23,9	23,9	$\rho = 0{,}4$
	G ,	$\sigma =$	6,8	6,8	6,7	$\rho = 0{,}4$

$\sigma_{15} = 16{,}98$. $T = 8810000$.

90° A. No. 5. $L = 14{,}0$, $B = 3908$, $D = 678{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 19$.

rR.	$G + 20$,	$\sigma =$	47,7	47,7	47,5	$\rho = 2{,}0$
	$G + 10$,	$\sigma =$	30,4	30,3	30,3	30,3, $\rho = 2{,}2$
	G ,	$\sigma =$	12,7	12,6	12,7	12,6, $\rho = 2{,}7$

$\sigma_{10} = 17{,}45$ (zerbrochen!) ($T = 8280000$)[1].

90° A. No. 6. $L = 11{,}20$, $B = 3902$, $D = 687{,}4$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

rR.	$G + 30$,	$\sigma =$	48,0	48,4	48,1	48,1, $\rho = 0{,}8$
	$G + 15$,	$\sigma =$	28,8	28,9	28,9	28,9, $\rho = 1{,}0$
	G ,	$\sigma =$	9,8	9,7	9,7	9,6, $\rho = 1{,}6$
lR.	$G + 30$,	$\sigma =$	48,3	48,3	48,4	48,4, $\rho = 0{,}6$
	$G + 15$,	$\sigma =$	29,0	29,0	29,0	29,0, $\rho = 0{,}8$
	G ,	$\sigma =$	9,9	9,9	9,8	9,7, $\rho = 1{,}0$

$\sigma_{15} = 19{,}25$. $T = 8710000$.

Gesammtmittel $T_{90} = 8830000$, $T_{90} = 11{,}325 \cdot 10^{-6}$

Wahrscheinlicher Fehler ± 40000, $\pm 0{,}052$.

1) Von der Berechnung aus dem oben erörterten Grunde ausgeschlossen.

90 B I. No. 2. $L = 14{,}9$, $B = 4077$, $D = 457{,}2$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}5$.

lR.	$G + 12$,	$\sigma =$ 117,8	117,7	117,6	117,7,	$\rho = 3{,}8$
	$G + 6$,	$\sigma =$ 77,2	77,3	77,5	77,3,	$\rho = 4{,}0$
	G ,	$\sigma =$ 37,3	37,3	37,4	37,4,	$\rho = 4{,}1$
rR.	$G + 12$,	$\sigma =$ 117,9	117,4	118,0	117,6,	$\rho = 3{,}8$
	$G + 6$,	$\sigma =$ 77,5	77,3	77,7	77,7,	$\rho = 3{,}5$
	G ,	$\sigma =$ 36,9	36,9	36,9	36,6,	$\rho = 4{,}4$
		$\sigma_0 =$ 40,30.				$T'_{90} =$ **6705000.**

90° B II. No. 4. $L = 10{,}85$, $B = 3898$, $D = 473{,}4$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

lR.	$G + 20$,	$\sigma =$ 112.3	112,1	112,2	112,2,	$\rho = 8{,}4$
	$G + 10$,	$\sigma =$ 66,1	66,7	66,5	66,3,	$\rho = 8{,}6$
	G ,	$\sigma =$ 21,4	21,2	21,1	21,3,	$\rho = 9{,}0$
rR.	$G + 20$,	$\sigma =$ 116,2	116,1	116,0	116,4,	$\rho = 3{,}0$
	$G + 10$,	$\sigma =$ 70,5	70,4	70,4	70,3,	$\rho = 3{,}6$
	G ,	$\sigma =$ 24,4	24,2	24,3	24,5,	$\rho = 4{,}2$
		$\sigma_{10} =$ 45,7.				$T'_{90} =$ **6770000.**

Wie oben erwähnt soll die Gattung 90° B I und II den gleichen Torsionscoëfficienten ergeben, wie die Gattung 0°. Die Beobachtung bestätigt dies auf das Vollkommenste. Man könnte also mit Stäbchen senkrecht zur Axe allein diese zwei Torsionscoëfficienten bestimmen. Vorstehende letzte Beobachtungen sind bei der folgenden Berechnung nicht berücksichtigt, sie würden den Mittelwerth T_0 nur um einige Tausendtheile vergrößern, also die Resultate nur unmerklich alteriren.

Aus den oben gefundenen Werthen

$$E_0 = 4{,}619.10^{-6}\ (\pm 0{,}009) \qquad T_0 = 15{,}000.10^{-6}\ (\pm 0{,}036)$$
$$E_{45} = 5{,}568.10^{-6}\ (\pm 0{,}019) \qquad T_{90} = 11{,}325.10^{-6}\ (\pm 0{,}052)$$
$$E_{90} = 4{,}325.10^{-6}\ (\pm 0{,}012)$$

folgen nach den Formeln (17) p. 102 sogleich die Determinantenverhältnisse $S_{kk}/S = s_{kk}$, nämlich

$$s_{11} = 4{,}325.10^{-6},\ (\pm 0{,}012) \qquad s_{12} = -1{,}338.10^{-6},\ (\pm 0{,}029) \qquad s_{13} = 0{,}836.10^{-6},\ (\pm 0{,}043)$$

$$s_{33} = 4{,}619.10^{-6},\ (\pm 0{,}009) \qquad s_{44} = 15{,}000.10^{-6}.\ (\pm 0{,}036)$$

Dabei ist der wahrscheinliche Fehler jeder Zahl gleich der Wurzel aus der Summe der Quadrate der wahrscheinlichen Fehler ihrer Theile nach den Formeln (17) gesetzt.

Durch Einsetzung dieser Werthe ergiebt sich der allgemeine Werth des Dehnungs- oder Biegungscoëfficienten in einer Richtung die den Winkel φ gegen die Hauptaxe macht, nach Formel (9):

$$E_\varphi = 4{,}325 . \sin^4\varphi + 4{,}619 . \cos^4\varphi + 13{,}328 . \sin^2\varphi . \cos^2\varphi.$$

Ein Maximum oder Minimum hat dieser Coëfficient für Richtungen $\bar{\varphi}$ die erfüllen:

$$\frac{dE_{\varphi}}{d\varphi} = 0 = 2\sin\bar{\varphi}\cos\bar{\varphi}\,(8{,}650\sin^2\bar{\varphi} - 9{,}238\cos^2\bar{\varphi} + 13{,}328\,(\cos\bar{\varphi}^2 - \sin^2\bar{\varphi}))$$

d. h. für $\bar{\varphi} = 0$, $\bar{\varphi} = 90^0$ und ein $\bar{\varphi}$, für welches gilt:

$$\operatorname{tg}^2\varphi = \frac{4{,}090}{4{,}678} \quad \text{d. h. für } \bar{\varphi} = 43^0 5' \text{ ca.}$$

Die zugehörigen Werthe sind:

$$E_0 = 4{,}619, \qquad E_{45} = 5{,}573, \qquad E_{90} = 4{,}325.$$

Die für E_{φ} aufgestellte Formel gestattet auch, zu beurtheilen, wie groß der Einfluß einer nicht vollständig richtigen Orientirung auf den Werth des beobachteten E ist. Man erkennt, daß für die Gattungen (0^0) und (90^0) der Einfluß mit aller Strenge nur zweiter Ordnung wird (also bei Fehlern, welche innerhalb 2^0 bleiben etwa 1/1000 beträgt) bei der Gattung (45^0) aber äußerst nahe zu, da diese Richtung fast genau mit derjenigen des Maximums für E übereinstimmt. Herr Dr. Hennig hat an einer größeren Zahl von Beryllstäbchen die Orientirung aus der Schwingungsebene des durch die Schmal- und Breitseiten hindurchgegangenen Lichtes bestimmt und die Abweichungen von der geforderten Richtung stets kleiner als 2^0, meist unter $\frac{1}{2}^0$ liegend gefunden:

Die als Coëfficient der Drillung bezeichnete Function lautet für Beryll:

$$T_{\varphi} = 15{,}000 - 3{,}675\cos^2\varphi_2 - 17{,}536\,.\cos^2\varphi\,.\cos^2\varphi_1.$$

Hierin bezeichnen φ, φ_1, φ_2 die Winkel der Längs-, Breiten- und Dickenrichtung gegen die Hauptaxe. Dieser Coëfficient bestimmt ganz allein die Abhängigkeit der Drillung von der Orientirung, wenn die Dicke des Prismas sehr klein gegen seine Breite ist. Insofern ist seine Discussion ebenfalls von Interesse.

Läßt man die Breitseite des Stäbchens im Hauptschnitt liegen, so ist $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ zu setzen $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} + \varphi$ also

$$T_{\left(\varphi_2 = \frac{\pi}{2}\right)} = 15{,}00 - 17{,}536\sin^2\varphi\cos^2\varphi.$$

Man erhält dann ein Minimum T = 10,616 für $\varphi = 45^0$. Liegt die Schmalseite im Hauptschnitt so ist $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \varphi$, $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ also

$$T_{\left(\varphi_1 = \frac{\pi}{2}\right)} = 15{,}00 - 3{,}675\sin^2\varphi.$$

Hier liegt das Minimum T = 11,325 bei $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

17. März. **№ 4.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 6. Februar 1886.

Kleine Mittheilungen

von

Paul de Lagarde.

Guêtre.

IosScaliger, dessen wichtige diatriba de hodiernis Francorum linguis (Opuscula, Paris 1610, 123—126) FDiez in seiner Grammatik [4] 1 122 123 nicht kennt, schrieb im April 1596 an die Brüder Heinrich und Friedrich Lindenbruch (Lindenbrogiis) im Briefe 205 (Seite 455 der Elzevire, Leiden 1627):

Apud Ruffini Iosephum »ingredientibus per eum pedibus velut de vastrapis« recte, ut in Graeco ἐμβαινόντων εἰς αὐτὸ τῶν ποδῶν ὥσπερ ἀναξυρίδας. Nam erant, ut sunt hodie, in multis locis, braccae, quae tibialia uno tenore continuata habent, ut opus sit in ea pedes includi, cuiusmodi sunt in Gallia sacerdotum. Nos Galli vastras vel wastras aut (ut vulgus pronunciat) guastras etiamnunc vocamus, sed eas tantum in quae crura et pedes ingrediuntur, non etiam in quae τὰ αἰδοῖα. Memini me nuper in commentarium viri longe doctissimi incidere, qui suspectam habet vocem vastrapes in glossario. Frustra.

J-BCotelier schrieb in seiner Ausgabe der apostolischen Väter zu den Constitutionen der Apostel α 3 (Band 1 Seite 204 des dritten Druckes), vermuthlich aus Scaligers Briefe an die beiden Lindenbruch schöpfend, Folgendes:

'Αναξυρίδας recte Rufinus in Iosephi ἀρχαιολογίας lib. 3 cap. 11 (al. 8) vertit vastrapas, quae, teste glossarii latinograeci scriptore, feminalia sunt. A nobis Gallis inde appellantur des guestres.

Siehe 1Bekkers Iosephus 1 152, 3 = γ 7, 1.

Scaliger meint mit dem glossarium, Cotelier mit dem glossarium latinograecum die von HEstienne 1573 herausgegebenen glossaria duo, welche 221, 4 [im Nachdrucke des BVulcanius (thesaurus utriusque linguae, Leiden 1600) ebenfalls 221, 4 (GLoewes Prodromus 181 [1])] vastrapes φιμινάλια bieten.

Dazu merkt BVulcanius — in Wahrheit nach GLoewes Prodromus 183 IosScaliger — 68, 41 an:

Ruffinus apud Iosephum lib. 3 Antiq. c. 11 usurpat vastrapae. Frustra est vir doctus, qui dubitat an pro vastrapes dicendum sit vestipes, cum vastrapes non sint pedum, sed femorum tegumenta, quae et femoralia. notum enim est femur genitivum habere femoris et feminis. Tibull.

implicuitque femur femini.

Ich finde nur femori conseruisse femur bei Tibull a 8, 26 (Haupt), an welcher Stelle Scaliger selbst (98 der Ausgabe von 1577) wie Haupt liest.

Das Glossar, dem das Angeführte entnommen ist, veröffentlichte HEstienne nach GLoewes Prodromus 181 aus der pariser Handschrift 7651.

Vermuthlich ist des Vulcanius vir doctus, des IosScaliger vir doctissimus ein und derselbe. Den Lindenbruch schrieb Scaliger im April 1596, also zu einer Zeit, in welcher man zu Leiden an einem Sueton druckte, welcher auf ICasaubons 1595 zu Genf erschienene Ausgabe dieses Schriftstellers zurückzugreifen zwang. Da der leidener Druck von PScriver (Schweiger 2^2 976), also gewis nicht ohne Scaligers Beirath, besorgt wurde, wird Scaliger sich mit seines Freundes ICasaubon Sueton gerade im Jahre 1596 beschäftigt haben. Möglich, daß Casaubon es war, der zu Suetons Augustus 82 — hieme feminalibus et tibialibus muniebatur — jenes unglückliche vestipes vorgebracht hat: Casaubons erster, Scrivers einziger Sueton fehlen mir, und fehlen der goettinger Bibliothek: in Casaubons anderem Drucke von 1611^{80} werden 286 287 braccae ἀναξυρίδες φιμινάλια besprochen: was Scaliger 1596 und durch des Vulcanius Mund 1600 getadelt hatte, ist selbstverständlich nicht wieder zu Markte getragen worden.

Iosephus braucht sein ἀναξυρίδες für מִכְנָסַיִם des Pentateuchs Exod. 28, 42 39, 28 Levit. 6, 3 16, 4: der alte Grieche dort περισκελῆ, der sogenannte Onkelos [wie Ezech. 44, 18 Ionathan] מִכְנְסִין, der Syrer im Exodus ܡܟܢ̈ܣܐ = περιζώματα [التبان[1]) ܡܟܢ̈ܣܐ Elias aus Nisibis § 13, 1 = 36, 29 meiner Praetermissa], Ionathan אֲוִרְקְסִין (meine Semitica 1 40) oder אוּבַרְקְסִין oder אֲוִרְקְסִין oder אֲבַרְקְסִין, wofür Elias der Levit אוּבְּרְסְקִין bietet: in welchen Wörtern ich վեր = بر = उपरि + x suchte.

Auf J-BCoteliers Bemerkung über guêtres verwies ich in meinen 1863 erschienenen Anmerkungen zur griechischen Uebersetzung der Proverbien 60.

Vastrapa ist ein Wort wie satrapa gausapa astrapa — letzteres heißt freilich den Griechen ἀστράβη[2]) —, sieht mithin eranisch aus. Daß vastrapa nicht celtisch sei, versicherte mich auf meine Anfrage HZimmer. Die ἀναξυρίδες (meine Abhandlungen 205, 24) waren den Persern eigenthümlich, so daß ein eranischer Namen für sie dagewesen sein wird: σκελέαι, welches nach Pollux ζ 59 mit ἀναξυρίδες gleichbedeutend war, deckt sich mit den oben genannten feminalia.

FDiez hatte in der ersten Ausgabe seines Wörterbuchs guêtre 653 behandelt: noch in der vierten liefert er 607 dasselbe was er in der ersten geliefert, nämlich Folgendes:

> Ursprünglich Lappen, Lumpen? vergleiche das buchstäblich stimmende it. guáttera Scheuermagd (Scheuerlappen?), dsgl. venez. guaterone Fetzen Tuch (bei Ferrari), altfr. gaitreux bettelhaft.

Dies hat den verstorbenen Littré gut genug gedünkt, um es — ohne Diez zu nennen — in sein Wörterbuch aufzunehmen.

Herr HRoensch in KVollmöllers romanischen Forschungen 2 314:

Wir
— ein Majestätsplural war wohl hier wenig am Platze —

1) bragas tubbén Pedro de Alcala 119[1] 3 meiner Ausgabe: Gauharî 2 360, 2 (Bûlâq) Zamaḫšarî Asâs 1 52, 14 Ḳafâǵî 60, 8: Dozy dictionnaire des vêtemens arabes 93 94, der im Supplément 1 141 die Vokabel ausläßt.

2) Ἀστράβη wird verschieden erklärt (HEstienne 1 2255), als σωματηγῶν ἡμίονος oder als σαγμάριον. Da neuPersisch astar, im Sanskrit açvatara Maulesel bedeutet, habe ich 1866 in den gesammelten Abhandlungen 222 ἀστράβη für verwandt mit astar açvatara und für eranisch erklärt. Die Endung ist mir noch heute so dunkel wie sie 1866 es war.

möchten guêtre . . . . auf vestitura »Kleidung« zurückführen, und annehmen, die Gamasche sei so genannt als eine Bekleidung der Wade und des (oberen) Fußes, so daß es für eine Scheideform von vêture zu halten wäre. Vêture kenne ich nur in der Bedeutung Einkleidung einer Nonne, nicht für Kamasche. Eine Scheideform ist hier undenkbar.

Henschel zu DuCange 6 746[3] und VdeWit zu Forcellini 6 253[1] 755[1] (der wenigstens den Vulcanius citiert) wissen von Scaligers und Coteliers Erklärung der Vokabel so viel wie Diez, Littré, Roensch von ihr gewußt haben, das heißt, nichts. Der Akademiker LDiefenbach schweigt im Supplément zu Henschels DuCange 607[3]. LaCurne de Ste Palaye 6 440[2] belegt guestre, schweigt aber über die Herkunft des Wortes. Godefroy 4 380[3] schweigt.

Soin.

In seinem Buche Itala und Vulgata 29 hat Herr HRoensch 1868 [=1875] darauf aufmerksam gemacht, daß Theodors de Bèze jetzt in Cambridge verwahrter, von Kipling und jüngst von Scrivener herausgegebener Evangeliencodex Lucas 21, 34 μέριμνα durch sonium gebe, das soin sei. In Vollmöllers romanischen Forschungen 2 314 315 kommt er auf diese Bemerkung zurück, verschweigt aber, was ich ihm in einer Besprechung seiner eigenen Schrift über das neue Testament Tertullians — jetzt Symmicta 1 101, 37 — 1871 in Erinnerung gebracht habe, daß IohIakWetstein 1730 in seinen Prolegomena (85 des von Semler besorgten Nachdrucks) sonium mit soin in Verbindung gebracht hat. Wie die Gleichung soin = sonium aufzufassen ist, will ich hier nicht untersuchen.

Calautica.

In guten älteren Wörterbüchern der lateinischen Sprache, wie dem Thesaurus Gesners, wird calantica als die richtige, calautica als die falsche Form eines χρήδεμνον Homers übersetzenden Wortes angesehen.

KSchenkl druckt in des Ausonius Periochae 30 [= Odyssee ε 351] 237 noch 1883 ohne Variante calantica, hingegen ThMommsen im Digestum λδ 2 25, 10 nach vittae mitrae semimitrae ebenfalls ohne Variante calautica. Ciceros von

Nonius ausgezogener Satz ist 1821 durch APeyron in seinem ursprünglichen Zusammenhange an das Licht getreten: ich benutze den 1824 zu Stuttgart verübten Nachdruck der Ciceronis orationum fragmenta inedita. Dort heißt es 116 von dem indutus muliebri veste Clodius so: Tune cum vincirentur pedes fasciis, cum calvatica capiti accommodaretur, cum vix manicatam tunicam in lacertos induceres, cum strophio accurate praecingerere, in tam longo spatio numquam te Appi Claudi nepotem esse recordatus es? Peyron hält 175 das calvatica seiner Handschrift für richtig, obwohl er 174 aus dem Scholiastes Ambrosianus einen Vers des Afranius anführt, der cum mitris calauticis sagt, und für seine Jamben am Versausgange mitris calvaticis kaum gebraucht haben würde Siehe jetzt ORibbecks sc[a]enicae Romanorum poesis fragm.[1] 2 145 [2] 2 170, Halms Cicerofragmente 949.

Daß Anthony Rich calantica für das Richtige erachtet, würde ich nicht anführen, wenn ich nicht in Ermangelung besserer Hülfsmittel auf seine der IsisStatue des Kapitols — er nennt auch eine [bei Cohen nicht erwähnte] Münze der Mutter Caesars — entnommene Abbildung der calautica verweisen müßte: diese Aurelia wird die calautica wegen der Rolle tragen, welche sie bei dem bekannten, durch Clodius entweihten Opfer spielte. »Guasco, ornatrici 90« Rich.

DuCange 2 20[3] belegt calantica, obwohl er 2 35[1] aus den Synodalstatuten von Chartres calanticas seu calotas beibringt, was doch gewis calauticas empfehlen durfte. Da in einem von DuCange 2 35[1] angezogenen Ortsstatute von Marseille die calota crocea — oder aber das von URobert in der revue des études juives 6 81 bis 95 7 94 bis 102 behandelte Rad — den Juden zu tragen befohlen wird, darf man sich wohl aus den Abbildungen, welche in eben dieser Revue 6 268 269 ein Herr Isidore Loeb aus Handschriften hat wiederholen heißen, eine Vorstellung davon machen, wie die calota = calautica im Jahre 1347 zu Manresa ausgesehen hat.

Da die calautica nach Rom aus Aegypten gekommen ist, lag nahe, auf ⲕⲗⲁⲕⲧ zu greifen. Dies Femininum belegt APeyron 66[1] — ohne an calautica zu denken — aus Zoega 504, dem fünften turiner Papyrus 111, Kircher 120: für das ebenfalls weibliche ⲭⲗⲁⲕⲧ führt er Zoega 91 an. Marcus Kabis[1]) liefert ZAegSpr 13 57 für ⲕⲗⲁⲕⲧ nichts.

1) Ueber ihn ABsciai in Revillouts revue égyptologique 2 357.

Der Buchstabe ϥ entspricht dem hebräischen ו, also entspricht ⲕϩⲗⲁϥⲧ = klawt ganz gut dem calaut- der calautica. Von ϥ — das Zeichen ist aus dem Bilde der Hornschlange entstanden — sagt Herr Legationsrath Brugsch Pascha in seinem Wörterbuche 2 533, »es stellt den flüssigsten Konsonanten des altAegyptischen Alphabets dar, der mit dem Vokale u die nächste Verwandtschaft hat«: de Rougé habe früher die Hornschlange mit w wiedergegeben. Ich selbst erkannte schon 1853 — jetzt Mittheilungen [1] 155) — ϥ, eines der sechs aus der Hieroglyphenschrift in das NeuAegyptische übergegangenen[1]) Zeichen, als Original des armenischen ֆ, was 1876 auch Herr Revillout[2]) in den mélanges d'archéologie égyptienne et assyrienne 3 45 behauptet hat.

In Zoegas Kataloge 504 redet der SüdAegyptier Besa. Es heißt Zeile 15—18: ⲉⲧⲟⲩⲥϩⲟⲩⲟⲣⲧ ⲛⲥⲓ ⲛⲉⲧⲛⲁϥⲓ ϩⲁⲁⲩ ⲛϩⲛⲟ ⲛϫⲓⲟⲩⲉ ... ⲙⲁϩⲓⲥⲧⲁ ⲟⲩϩⲟⲉⲓⲧⲉ ⲙⲛ ⲟⲩⲡⲣⲏϣ ⲏ ⲟⲩⲕϩⲗⲁϥⲧ ⲙⲛ ⲟⲩⲧⲟⲟⲩⲉ ⲏ ϭⲉ ϩⲁⲁⲩ ⲛϩⲛⲟ ⲉⲡⲧⲏⲣϥ, wo

1) Goodwin ZAegSpr 6 19.

In der revue égyptologique 1 146[3] berichtet Herr ERevillout über seine den von Pesunthius handelnden Papyren gewidmeten Studien, und fährt dann fort: Il paraît qu'un Monsieur songerait à profiter d'une besogne toute faite: celle des papyrus de Pesunthius, dont les textes actuels n'existent que par mon oeuvre et par la traduction suivie qui m'a permis de les reconstituer. J'attends. Herr Revillout bat mich 1879, als ich ihn im Louvre aufsuchte, in München nach einem seines Dafürhaltens irrthümlich unter Quatremères Nachlaß gerathenen Pesunthius-papyrus des Louvre zu forschen. Ich hatte für KvHalm Aegyptiaca der münchener Sammlung beurtheilt (amtlicher Katalog 1 4, 99), und konnte daher sofort versichern, daß unter den münchener Papyrus ein von Pesunthius handelnder sich nicht finde. Halm sandte mir, nachdem er die Sachen an Ort und Stelle auf den Namen Pesunthius hatte durchsehen heißen, zum Ueberflusse die Papyrusbruchstücke noch einmal nach Göttingen, und auch ich fand das von Herrn Revillout Gesuchte nicht. Halms Brief vom 19 September 1879 hat Herrn Revillout in der Urschrift vorgelegen: meine diesem Briefe gleichlautende Aeußerung zur Sache ist ebenfalls schriftlich abgegeben worden. Nichts desto weniger hatte Herr Revillout den Muth, Halm und mir nicht zu trauen. Das Publikum wird natürlich mit berechtigter Neugier die oben abgedruckte Klage des Herrn Revillout gelesen haben, und dankbar sein, daß nun un Monsieur selbst das Räthsel löst, und die Einsicht in alle gewechselten Schriftstücke freistellt.

2) Daß Herr Revillout den sechszehnten Buchstaben der Armenier und den siebenundzwanzigsten Buchstaben der NeuAegyptier identificieren kann, lehrt, daß er die Gleichheit der beiden oben besprochenen Zeichen nur als tappender Blinder gefunden hat.

also die ⲕⲗⲁϥⲧ neben ⲡⲣⲏϣ στρώμνη θέριστρον[1]) = فراش Lane 2371[2], ϩⲟⲉⲓⲧⲉ ἱμάτιον[2]), ⲧⲟⲟⲩⲉ ὑπόδημα[3]) als alltäglich gebraucht erscheint. In eben diesem Kataloge 91 [,12/13], einem nordAegyptischen Stücke, das aber nicht aus dem Vaticanus copt. 62, sondern aus Tukis Abschrift dieses Vaticanus geflossen ist, treffen wir als Mönchskleider ⲟⲩⲃⲁⲗⲗⲓⲛ ⲛ̀ⲭⲁⲙⲉ »ein schwarzes Pallium«[4]) und ⲟⲩⲭⲗⲁϥⲧ ⲉⲧⲙⲉϩ ⲛ̀ⲥⲧⲁⲩⲣⲟⲥ »eine mit Kreuzen „gefüllte" Kalotte«. Den fünften turiner Papyrus gibt mein lieber Francesco Rossi gerade heraus: auf meine Bitte hat er mir den von Peyron gelobten Satz ausgeschrieben: hier ist er: ⲙ̅ⲡⲉ ⲧⲉϥϣⲧⲏⲛ ⲧⲁⲕⲟ ϩⲙ̅ ⲡⲕⲁϩ ⲟⲩⲇⲉ ⲧⲉϥⲕⲗⲁϥⲧ̅ ⲟⲩⲇⲉ ⲡⲉϥⲡⲁⲗⲗⲓⲛⲟⲛ.[5]) Natürlich entspricht der Satz des Hieronymus vita Hilarionis 46 (2 40[2] Vallarsi) »illaesa tunica, cuculla et palliolo«: ebenso, nur mit pallio für palliolo, liest man in Heribert Rosweyds vitae patrum 85; in den վարք սրբոց հարանց (Venedig 1855) entspricht 1 330, 27 der ϣⲧⲏⲛ խորգ[6]), der ⲕⲗⲁϥⲧ կնկուղ[7]), so daß man ruhig ⲕⲗⲁϥⲧ̅ mit cucullus übertragen darf. Kircher liefert 120 ϯⲕⲗⲁϥⲧ cucullus[8]) monasticus القلنسوة, und durch قلنسوة wird die Richtigkeit dieser Auffassung vollends bestätigt[9]).

---

1) *στρώμνη* Iob 41, 21 (22) [Schenute bei] Zoega 461 [, 26] citiert Peyron. Tuki theilt in den rudimenta linguae coptae 591—595 in den beiden damals bekannten Dialekten der neuAegyptischen Sprache Isaias 3, 16—26 mit: im çaîdischen steht 23 ⲙⲛ̅ ⲛⲉⲩⲣ̅ϣⲱⲛ ⲙⲛ̅ ⲛⲉⲩⲡⲣⲏϣ, im nordAegyptischen ⲛⲉⲙ ⲛⲓⲉⲣϣⲱⲛ ⲛ̀ⲕⲁⲧⲁⲕⲗⲏⲧⲟⲛ für *καὶ θέριστρα κατάκλιτα*. Ueber *θέριστρον* meine Semitica 1 24 Mittheilungen [1] 234 unter צעיף: die Stellen Gen. 24, 65 38, 14 19 fehlen bei Ciasca.

2) Ioh. 19, 23 Ecclus 14, 17 = ϩⲟⲓⲧⲉ *ἱμάτιον* Exod. 19, 10 Matth. 9, 20 Luc. 23, 34 [Act. 9, 39].

3) Ecclus 46, 19 [= 26] Matth. 3, 11 10, 10 Luc. 15, 22 22, 35.

4) Ⲃⲁⲗⲗⲓⲛ fehlt bei Peyron, findet sich bei Parthey, steht bei Kircher 120: das entsprechende arabische Wort fehlt in beiden Werken Dozys, der Supplément 1 116[1] die Arabisierung von palliolum aufnahm.

5) Rossi schreibt mir: il passo citato dal Peyron nel suo lessico si trova nell' ultimo foglio di questa vita [di S. Ilarione], il quale è ora tutto frantumato, ed in tale stato era gia quando il Peyron l'ha studiato.

6) Venediger Wörterbuch 1 974[1]: für *σάκκος* Matth. 11, 21 Luc. 10, 13.

7) Venediger Wörterbuch 1 1105[1] (1104[2]).

8) Du Cange 2 643 (Favre), KSuicer unter *κουκούλιον*, JBingham works (Oxford 1855) 2 360 und in Grischows lateinischer Uebersetzung der Antiquitates (Halle 1727) 3 52, GSalmon dictionary of christian antiquities 1 520[1], FXKraus RealEncyclopaedie der christlichen Alterthümer 1 339[1].

9) ECastle hatte Avicenna 2 153, 25 [wo AAlpagus aus Belluno

ⲕⲗⲁⲫⲧ schrieb im Jahre 1855 Gustav Seyffarth[1]) zu 532 und 533 der Tafeln seiner Grammatica aegyptiaca hinzu, und die dort abgebildeten Kopfbedeckungen erkennt man leicht in S 3—5 der hieroglyphischen Typen FTheinhardts, deren Verzeichnis RLepsius 1875 dem dreizehnten Bande der Zeitschrift für aegyptische Sprache beigegeben hat. So daß man schon aus diesem Typenregister sich eine Vorstellung von der ⲕⲗⲁⲫⲧ der Aegypter bilden kann.

Mein Schüler Georg Steindorff meldete mir auf eine über ⲕⲗⲁⲫⲧ an ihn gerichtete Frage, daß seines Wissens bei den alten Aegyptern das Wort ⲕⲗⲁⲫⲧ nicht nachzuweisen sei: wohl je nach der Art der Fältelung habe man im Pharaonenreiche von χat oder nms geredet, welche Vo-

---

507 F pileus: es ist von einer Pelznachtmütze die Rede] 176, 18 [wo AAlpagus 521 G. ebenfalls pileus: es handelt sich um einen silbernen Fingerhut] citiert, SdeSacy in seinem Abdallatif 226 [zu 61, 8 White-Paulus] festgestellt, daß der kupferne Aufsatz der Obelisken auf Arabisch qalansuwat, bei Ephraim dem Syrer 2 145[1] ܩܠܢܣܘܐ [arabisch = calotte, Dozy supplément 2 303] heiße, und Sacy hat aus Vanslebs relazione del Egitto 197 die Sätze ausgeschrieben: L'abito con il quale li monachi vengono distinti dai preti secolari, è il capuccio di saia negra: è questo non maggiore del capo del monaco. Onde essi lo portano sotto il turbante, come se fosse una berretta, e lo chiamano kalasue. Vergleiche EWLane manners and customs[5] 2 280 und den pariser Ibn Baṭuṭa 2 379, 7 439, 5 441, 4 3 38, 5: aus der letztgenannten Stelle ergibt sich, daß eine qalansuwa ohne imâma zu tragen, das Zeichen äußerster Armseligkeit war.

1) einst Professor in Leipzig, von wo er aus mir unbekannten Gründen fortgieng, nach der Vossischen Zeitung vom 1 December 1885 (Nummer 561, Beilage) am 17 November 1885 zu NewYork gestorben. Gerade darum, weil Seyffarth den Abdruck des in meiner Schrift „aus dem deutschen Gelehrtenleben“ 25—65 gewürdigten Libells nicht gehindert hat (siehe dort vor Allem die §§ 111 125 148 213 260 321 349 357 417 450 472 496), mache ich darauf aufmerksam, daß Herr Georg Ebers, also ein Mann, welcher in der vollen Gunst der jetzt Ton angebenden Kreise steht, in seinem Buche über RLepsius 123 ausdrücklich zugegeben hat, daß von Seyffarth vor Lepsius die Sylbenzeichen als solche erkannt worden sind: vergleiche MUhlemann ZDMG 6 300 301. Damit ist zugestanden, daß Seyffarth mit seinen Klagen gegen RLepsius Recht hatte. Vieles ist offenbar von dem wunderlichen und grob unwissenden Seyffarth zuerst gefunden, und ich konnte daher nicht billigen, daß zum Beispiel AWiedemann in seinem Aufsatze über die Phoenixperiode ZAegSpr 16 89—106 Seyffarths Abhandlung ZDMG 3 63—89 gar nicht nannte. CFMovers hat eine Kritik des jetzt Verstorbenen geliefert in den Schriften „die Unfähigkeit des Herrn Professor Seyffarth in Leipzig“, Breslau 1842, und „die Denunciation der Schrift: »die Unfähigkeit des Herrn Professor Seyffarth«“, ebenda 1843.

kabeln mit dem Bilde des Kopftuchs determiniert worden seien. Ich finde χat in des Herrn Brugsch Wörterbuche 3 1024 unter Berufung auf [Herrn PLePage Renouf] ZAegSpr 5 33, 7 erwähnt (vergleiche Herrn Brugsch 6 888), nms 3 767 behandelt, wo eine Abbildung gegeben wird, und die Verbindung χât em nems vorkommt. Ebenda 7 1260 erfahren wir, daß ⲕⲗⲁϥⲧ ϫⲗⲁϥⲧ zur Wurzel ḳrf qrf qlf = גָּלַם »wickeln« gehört, was nur von einem Glauben, nicht von der Wissenschaft anerkannt werden dürfte, und auf Einer Höhe mit Seyffarths Lehre (grammatica 102) steht, ⲕⲗⲁϥⲧ sei aus ϭⲁⲁⲗⲉ-ϩⲟⲡⲧ »vestimentum capitis« entstanden.[1])

Vorläufig also ist ⲕⲗⲁϥⲧ in den Hieroglyphen noch nicht nachgewiesen, und eine Ableitung der Vokabel noch nicht gefunden: vorläufig also ist es nur ein neuAegyptisches Wort unbekannter Herkunft. Das erste a von calautica ist kaum erklärbar, wenn calautica von ⲕⲗⲁϥⲧ stammt — höchstens könnte man annehmen, daß Semiten ⲕⲗⲁϥⲧ semitisiert hätten, und das semitisierte ⲕⲗⲁϥⲧ weiter gewandert sei. Da כָּלִיל als ϭⲗⲓⲗ = ϣⲗⲓⲗ, كلية (woher כְּלָיוֹת) als ϭⲗⲱⲧ und ϭⲗⲟⲟⲧⲉ, aber כַּלָּה und קַלַּחַת (beide mit ll) als ϣⲉⲗⲉⲧ und ϭⲁⲗⲁϩⲧ erscheinen, ist durchaus möglich, daß ⲕⲗⲁϥⲧ einem semitischen كلوتة sein Dasein dankt. Auch das -ica von calautica kann ich mir nicht zurecht legen: soll es die calautica als eine irgendwie aus der calauta herausgebildete mitra bezeichnen?

Mit كلوتة habe ich in den gesammelten Abhandlungen 62, 1rd im Jahre 1866 calautica zusammengebracht: vor mir hatte EQuatremère, den ich auch anführe, in seiner Uebersetzung der histoire des sultans Mamlouks des Maqrîzî 1[1] 138 wenigstens das calotte seiner Muttersprache mit كلوتة und كلفتاة verglichen. Ich wußte 1866 nicht, was ich erst aus Dozys Supplément 2 482[1] erfahren, daß EQuatremère, welchen Dozy freilich nicht namentlich nennt, auch im Journal des Savans 1848, 46—48 über calotte gehandelt, und allerhand zu dem

1) ϭⲁⲁⲗⲉ ist mittelAegyptisch dasselbe was oberAegyptisch ϭⲟⲟⲗⲉ heißt: ⲛϭⲁⲁⲗⲉ ⲛⲛⲟⲩⲃ Hebr. 9, 4 für περικεκαλυμμένη χρυσίῳ. ϩⲟⲡⲧ steht Exod. 25, 11 meiner Ausgabe nur durch einen Druckfehler, während Exod. 25, 24 25 37, 2 richtig — für κυμάτιον — ϩⲟⲧⲡ: ich muß meinen Lesern überlassen zu beurtheilen was in des Herrn Brugsch Wörterbuche 3 1005—1008 verwendbar ist. So weit ich Aegyptisch verstehe, bedeutet ϭⲁⲁⲗⲉϩⲟⲧⲡ [so] nur etwas was Kehlleisten einhüllt. Sollte Seyffarth bei seinem ϩⲟⲡⲧ an unser Haupt gedacht haben?

an Maqrîzî Angelehnten nachgetragen, auch calotin erläutert hat: Quatremère bespricht in dem angezogenen Aufsatze Pihans bekanntes Glossaire.

Ich belegte 1866 كلوتة aus Habichts Ausgabe der tausend und einen Nacht 3 248, 6: Habicht gibt 21 zu der Zeile die Erklärung: كلوتة eine Kappe, Französisch calotte: Herr Fleischer (de glossis habichtianis 96) hat über كلوتة und 3 248, 6 Habichts eine Bemerkung nicht gemacht.

Völlig klar ist aus dieser Stelle, daß die كلوتة nur Männern eignet. Die Königin Budûr verkleidet sich als Mann, nimmt deshalb خف und مهماز, setzt sich كلوتة und شاش — Käppchen und Turbantuch — auf das Haupt, bindet sich den لثام[1]) um, und reist dann unbehelligt, لانها كانت اشبه الناس بقمر الزمان. Man lese EWLanes Uebersetzung 2 121 und die zu dieser Uebersetzung stimmende Bûlâqer Ausgabe 2 26[21], woselbst كلوتة und شاش zusammen kurzweg durch عمامة bezeichnet werden.

In Schiaparellis Vocabulista 280, 4 treffen wir ein kallauta gesprochenes كلوتة für capellus, welches Wort auch mit dem uns schon bekannten قلنسوة übertragen wird.

كلفتاة spreche ich kalafta:t aus, weil nur bei dieser Aussprache كلفتاة mit كلوتة verwandt sein kann, mit welchem es doch ohne Zweifel verwandt ist. Es verhält sich zu كلوتة wie شاة zu שָׂה, wie برباة (ⲡⲓⲉⲣⲫⲉⲓ), welches Ḳafâǵî 52, 14 aus Yâqût anführt, zu بربى, von welchem ich an einer anderen Stelle dieser Mittheilungen handeln werde.

كلوتة und كلفتاة haben nichts mit dem persischen كلوته gemein, welches Burhân i qâṯi, Castle 466, Meninsky nennen: denn dies ist nur eine fehlerhafte Nebenform zu كُلوته, und wird von Meninsky k'ülūte gesprochen. Gulôta [Meninsky[2] 4 114[2]] Rašîdî 2 164 Šuûrî 2 287[2] ist durch Verse des Sôzanî und des Auḥadî sicher: sein gu vertritt natürlich ein گ.

كلاه der Perser ist sachlich dasselbe wie قلنسوة (Ibn Baṯûṯa 2 379, 7), also auch dasselbe wie ⲕⲗⲁϥⲧ und كلوتة, sprachlich hat es gar nichts mit ⲕⲗⲁϥⲧ und كلوتة zu schaffen. Schon 1866 habe ich aus Garzonis kolaf spi »Weißmütze« gefolgert, daß kulâh für kulâf stehe, wie كوه dem avestischen קאופא entspricht: jetzt hat man aus Justis dictionnaire curde 339[1] كلاو und كلاف zu nennen. Auch սարքուլայ =

1) Lane Nights zu Geschichte 6 Anmerkung 32 = Band 1 435 der Ausgabe von 1883.

սաղաւարտ »cucullo dei dottori Armeni« in meinen armenischen Studien § 1967 erweist, daß كلاه den cucullus bedeutet.

Vom ܟܘܣܐ der Syrer wird in GHoffmanns Glosse 4723 ausgesagt:

ܟܘܣܐ ܕܡ ܡܫܚܐ ܘ ܡܥܠܐ

القلانس باطراف والبراطل والبرانس والقحفيات

Mehr suche man bei PSmith 1 1745. Sachlich ist also auch ܟܘܣܐ mit كُلوتة und كلوتة und ⲕⲗⲁϥⲧ identisch: möglich daß ܟܘܣܐ mit كلوتة auch sprachlich verwandt ist: wie es dies sein soll, vermag ich allerdings nicht zu sagen.

Bei Revillout ZAegSpr 18 71—80 und Maspero ebenda 22 79 erscheint die jetzt ⲕⲗⲁϥⲧ geheißene Kopfbedeckung entschieden als Priestermütze.

Bottarga = bottarica

der Italiener erklärt Jagemann für Rogen von eingesalzenen und geräucherten Fischen, das entsprechende boutargue botargue der Franzosen die Akademie für sorte de mets qu'on prépare, en Italie et dans le midi de la France, avec des oeufs de poisson salé, confits dans le vinaigre, während EQuatremère an der gleich anzuführenden Stelle behauptet, boutargue seien d'oeufs du poisson appelé muge ou mulet, séchés et salis.

Die Vokabeln fehlen bei Diez ganz und gar.

Schon 1836 schrieb in seinen glossis habichtianis 70 Herr HLFleischer unter Bezugnahme auf ein koptisch-arabisches Glossar der pariser Bibliothek:

Gloss. 45 in capite de piscibus: βοταριχον (a τάριχος) بطارخ, it. Gloss. 50 inter cibos: ουταριχον بطارخ, unde fluxit gall. boutargue, i. e. ova piscium salitorum aceto condita.

EQuatremère wußte oder sagte von Herrn Fleischer nichts, als er 1848 im Journal des Savans Pihans bekanntes glossaire beurtheilte. Dort 45 citiert er für boutargue Kirchers lingua aegyptiaca restituta 200 ⲟⲩⲧⲁⲣⲁϫⲟⲛ bottarga بطارخ, und will ⲟⲩⲧⲁⲣⲓϫ[ⲓ]ⲟⲛ geschrieben haben, das ταρίχι[ο]ν sei.

Neben dem männlichen ⲡⲓⲧⲁⲣⲓϫⲟⲛ — dies, nicht ⲟⲩⲧⲁⲣⲓϫⲟⲛ, ist der Vater des بطارخ — gibt es ein weibliches ϯⲑⲁⲣⲓⲕⲓ الاسارية Fleischer ZAegSpr 6 83 84, der aus Silvestre de Sacy Abdallatif 284—288 الابسارية ὀψάρια bessert.

Buṭârik der Araber verdankt seine Selbstlauter gegen ⲡⲓⲧⲁⲣⲓϫ-ⲓⲟⲛ dem Bestreben eine geläufige Vokalfolge zu erhalten, wie das Particip der dritten Form sie bot.

Τάριχος nun, zu dem بطارخ gehört, hat in Griechenland keine Heimath. Schon 1866 habe ich in den gesammelten Abhandlungen 48, 3 zu ܛܪܝܟ auf LAlishans physiographie de l'Arménie 19 verwiesen, der τάριχος für տարեխ = տառեխ erklärt, und auch BvDorn geogr. caucas. 31, 8 gelobt, der für طريخ, das er mit τάριχος տառեխ ܛܪܝܟ nicht in Verbindung bringt, auf Jaubert zu Edrisi 1 328 verweist. Für PSmith 1 1421 ist das natürlich nicht vorhanden gewesen. Ich habe in den armenischen Studien § 2205 noch BvDorn mélanges asiatiques 6 667[r] (wo nur Koehlers unten noch einmal vorkommende Abhandlung citiert wird) und Fleischer ZAeg Spr 6 84 angeführt. Was Alles für GCurtius[5] 729 742 so wenig vorhanden war wie das früher von mir Gebotene für GCurtius[4] 719. Dafür schreibt GCurtius gelahrt τάρ-ι-χο-ς, was er Pökelfleisch übersetzt, als ob 1851 zu Paris der siebente Foliant HEstiennes (1842—1847) und Koehlers von LDindorf dort genannte recherches sur l'histoire et les antiquités des pécheries de la Russie méridionale — mit der Spitzmarke τάριχος — 1832 zu Petersburg [in den Mémoires der Petersburger Akademie, sechster Folge erstem Bande] nie gedruckt wären, als ob die τάριχοι ποντικοὶ des Cratinus bei Athenaeus γ 89 Pollux ς 49 und der ταριχόπλεως Βόσπορος des von Athenaeus γ 84 ausgezogenen Dichters nicht »Philologen« bekannt sein müßten, von denen mittelst der Register und Noten auf Athenaeus ς 109 und den von Athenaeus dort angerufenen Polybius λα 24, 2 mit ihren ταρίχη ποντικά leicht zu kommen war. Τέρχνεα ἐντάφια des Hesych, welche Lobeck ῥηματικόν 305 mit τάριχος zusammenbringt, überlasse ich Hetoimologen, und bemerke aus Lobecks pathologia 1 463, daß τάριχος ein langes ι hat, so daß τάριχος und طريخ in gutem Einvernehmen stehn.

Was PSmith im thesaurus 1 1421 aus den Originallexikographen der Syrer bietet, so wie Hoffmanns Glosse 4133 kann ich hier nicht mittheilen: die syrischen, arabischen, lateinischen Typen der Druckerei stimmen so wenig zueinander, daß ich mich mit ihrer Gesammtvorführung lächerlich machen würde. Sehe also jeder selbst nach, und beachte, daß ر des arabischen طريخ verdoppelt wird.

Տարեխ = տառեխ ist nach dem venediger Wörterbuche von 1837[1]) 2 848[1] ein namentlich im Meere von Wan an-

1) Dies Wörterbuch nennt auf dem Titel als Verfasser Gabriel Ave-

zutreffender spannenlanger, weißfarbiger, und an Aussehen dem χηφαλι ähnlicher Fisch, welcher auch getrocknet verkauft wird: wo das nicht altArmenische քէֆալի so gut wie sicher κέφαλος ist: siehe weiter unten. Damit »wahrheitsliebende« Leser sich meine Uebersetzung von Kennern bequem »bestätigen« lassen können, setze ich die Urschrift her, verweise aber zur Erhärtung meines Rechts über Armenisches Einiges zu wagen für diejenigen, welche einen der weltberühmten »Kenner« nicht gleich zur Hand haben, auf des Herrn Nöldeke Untersuchungen zur Kritik des alten Testaments 154: ich habe seit 1869 wenigstens nichts vergessen. Ազգ. ձկան տառեխ'ի ծովն Վանայ, Թզաչափ, սպիտակագոյն, և ձևով նման քէֆալի, որ և ապխտեալ վաճառի.

Das armenische tareḳ ist als τάριχος zu den Griechen gekommen: zwischen dem Pontus und Griechenland war natürlich ein reger Verkehr. Τάριχος und ταρίχιον wanderten nach Aegypten, zu einem am fischreichen Nile begreiflich fischliebenden, aber darum vermuthlich auch fremde Fische gerne aufnehmenden Volke. Bei diesem entstand ⲡⲓⲧⲁⲣⲓⲭⲓⲟⲛ, das als buṭârik zu den Arabern, und von diesen als bottarga bottarica zu den Italienern, als botargue nach der Provence gelangte, natürlich nicht zu einer Zeit, als Genua im schwarzen Meere herrschte, sondern als Alexandria Mittelplatz des Handels zwischen Ost und West war. Wäre buṭariḳ über Konstantinopel und Genua nach Italien und der Provence gewandert, so würden die Türken trotz der eigenthümlich aegyptischen Ausgestaltung der Vokabel das

dikhian, Ḳacadour Sürmelian, Mgrdic Auker[ian], drei recht bekannte Männer. Auf dem Vorsatzblatte des göttinger Exemplars erscheinen die Herausgeber als Gabriel, Vorleser, Chatschadro, Vorsteher, Mgrdschi, Erzpriester. Diese Leistung steht auf Einer Höhe mit der des in meinen persischen Studien 8 gekennzeichneten Kenners, der Ḥusaints Sammlung persischer Räthsel als türkische preces et supplicationes, Šamîs türkischen Kommentar zu Sadis Bôstân als historia de quibusdam fluminibus et aquis, das persische, in Versen geschriebene Mesnewi des großen Ǵelâleddîn als arabisch-türkischen Kommentar zum Koran, des Šâhidî persisch-türkisches Vokabelbuch als preces et suspiria ad deum katalogisierte. Es ist nützlich, an so etwas zu erinnern, damit nicht vergessen werde, daß amtlich und durch die Zunft erfolgte Anerkennung mitunter nur ein „Werthurtheil", kein „Seinsurtheil" ist, und daß die Klage über „Schroffheit" der Nüchternen gelegentlich wohl der jedesmaligen Gegenwart als Beweis für die Klienten und als Rechtstitel ausreicht, den „Schroffen" zu verleumden, aber der Nachwelt und der Einsicht nur desto größeren Spaß macht, je mehr sie für zeitgenössische principes mediocritatis verschlagen hat.

Wort aufgenommen haben: allein wenigstens Meninsky[1] 1 561[2] verzeichnet es als türkisch nicht: ich hatte von vorne herein erwartet, daß ich es bei ihm nicht finden würde.

Damit mir Niemand um der ταριχευταί der Aegypter willen das Vaterland des τάριχος in Aegypten suche, erwähne ich, daß Herr Revillout, der uns ZAegSpr 18 mit einem eigenen travail über taricheutes et choachytes beschenkt hat, als einheimischen Namen dieser Handwerker das demotische herhêb angibt, das Niemand als Original von ταριχευτής ansehen wird, und das nach der Versicherung Georg Steindorffs im mittleren und neuen Reiche den mit der Balsamierung damals, so weit wir wissen, nicht bemengten Vorlesepriester bezeichnet: Revillout »employé aux panégyries«.

ThReinesius — dieser gelehrte Mann war zu Gotha 1587 geboren, und starb zu Leipzig 1667 — defensio variarum lectionum (Rostock 1653) 167 redet von ovotaricum, das nach ihm ὠοτάριχον = botargha ist.

Des Reinesius Citate führen uns weiter. Er beruft sich nämlich auf des Platina Schrift de arte coquin[aria] und des Hor[az] Augen[io] eilftes Buch der epistolae medicinales. Meines Wissens kann nur des Platina Buch de honesta voluptate ac valitudine [vel de obsoniis et arte coquinaria] libri decem gemeint sein, von welcher mir drei Ausgaben vorliegen, Bologna 1499 bei IohAntPlatonides, Venedig 1503 bei Iohannes de Cereto de Tridino alias Tacuinum, Venedig 1517 bei Iohannes Tacuinus de Trino [so]. In Buch 10 Kapitel 62 der erstgenannten Ausgabe heißt es:

> Oua tarica. Ova cephali sale trito consparges: reservata membranula illa in qua oua ipsa tanquam in folliculis nascuntur. Post diem a salitura inter duas tabulas per diem et noctem opprimes: inde ad fumum suspendes procul flamma, ne uehementem calorem sentiant. Sicca in uasa lignea cum furfuribus repones. Edi hoc modo non suaviter poterunt. Verum si cocta uolueris[,] sub cinere: aut in focolari calido et terso saepe uoluta concalefacies ac peredes. Cum Sophiano meo hoc nil suavius edisse me memini. Delata e Graecia illa putarim: unde optima salitura aduehi solet.

Ich weiß über Platinas Schicksale nicht viel, kann daher nicht sagen, ob sein Sophianus der Michael Sophianus ist, dessen sich FrRobortelli angenommen hat, oder aber der AkademieName irgend welches mir nicht vorgestellten

Römers. Auf jeden Fall ist das քէֆալի des venediger Wörterbuches einigermaßen gerechtfertigt: ich meine, in Italien céfalo (Alant) nicht selten gegessen zu haben, that es aber nichts als Ichthyologe. Jedenfalls ist Quatremères muge mulet »MeerAesche, MeerAlant« wie der cefalo der Italiener = κέφαλος քէֆալի. Der տառեխ der Armenier sieht mithin wie eine Aesche, ein Alant aus.

Des Horatius Augenius a Monte Sancto epistolarum et consultationum medicinalium dritte Ausgabe liegt mir vor, ein schöner Foliant, Venedig 1592. Buch 11 Brief 1 des ersten Bandes 130[2] heißt es, das garum der Alten sei nicht id genus salsamenti, quod vulgo dicitur Cauiaro: putauerim ipsum cauiarum ad genus ouotartici referendum, ut aliud etiam, quod botarghe nuncupatur .... ex paruis pisciculis neque ouotartica neque botarghe fiunt. Also hat Augenio keine Ahnung davon, daß ouotar[t]icum und botargha ein und dasselbe Wort sind. Augenio † zu Padua 1603.

بشنين

= bašnîn fehlt in Dozys Supplément, steht bei Freytag als lotus aegyptiaca, bei Lane nach dem تاج العروس als ein Wort of the dialect of Egypt, das den weißen wie den blauen Lotus bezeichne. Aus Burkhardts arabic proverbs[2] § 749 genügt mir Folgendes auszuschreiben: the flower consists of four green-coloured outer leaves, and four of a violet or rose colour placed in the interstices of the others: these inclose the inner part, which consists of a double set of smaller white leaves, one behind the other, in the midst of which stands the yellow seed-vessel, about one inch and a half high. Ibn Baiṭâr 1 96 behandelt den بشنين, indem er auf des Dioscorides Artikel δ 114[sar] 112[spr] verweist: in Le Clercs Uebertragung 1 § 292. Bei Ḳafâǧî 54 erscheint بشنين als Fremdwort und نوع من النيلوفر (also = नीलोत्पल), und wird mit einem Verse eines ungenannten Dichters belegt.

Nach des Herrn Brugsch Wörterbuche 4 1314 1315 (wo Ungers botanische Streifzüge 53 beigezogen werden) galt für nymphaea lotus im alten Aegypten sšni sššn sšn, wofür Champollion [wo?] sšnîn biete: die eßbare Knolle der Pflanze heiße sšn: die Vokabeln seien »identisch« mit שושן سوسن ϣⲱϣⲉⲛ.

Zu diesen füge ich շուշան.

Unser بشنين ist Champollions sšnîn mit dem Artikel ⲡⲓ davor: daß sššn männlichen Geschlechtes sei, bezeugt Herr Brugsch ausdrücklich, der von بشنين nichts weiß, was auch Herr Hehn nicht thut. Offenbar steht بشنين für بسشنين, das heißt bašnîn für bassnîn.

Bekannt ist, daß

بربا [oben wies ich برباة nach] = بربى aus ⲡⲓⲉⲣⲫⲉⲓ entstanden ist: Quatremère recherches 278:

بقرور aus ⲡⲓⲕⲣⲟⲩⲣ: HLFleischer zu Seetzens Reisen 3 490 4 514 und ZAegSpr. 6 84:

بلشوم [und das aus بلشون der Bücher herzustellende بلشوب] aus ⲡⲓⲉⲗϫⲱⲃ: Fleischer ZAegSpr 6 84: wozu ich bemerke, daß ⲉⲗϫⲱⲃ Psalm ργ 17 ἐρωδιός übersetzt, und daß in der arabischen Uebertragung der pariser Polyglotte, welche in meinem Psalterium arabicum quadruplex unten rechts wiederholt ist, an dieser Stelle بلشوم gebraucht wird, während Giustiniani und Scialac هام bieten, Abûlfatḥ aus ἐρωδιός هيرودى bildete, eine in Dozys Supplément fehlende Vokabel.

Auch ich halte, wie Brugsch, שושן für identisch mit den aegyptischen Ausdrücken für Lotus, genauer, mit dem an zweiter Stelle genannten sššn, dessen s abfallen mußte wie das frühere ܫ von ܫܫܠܬܐ = הַשַּׁלְשֶׁלֶת in ϩⲱⲥϩⲱⲥ (meine Mittheilungen [1] 157) abgefallen ist, und dessen Vokale wohl nach שושן bestimmt werden müssen. Man erwäge, in wie nahe Beziehung Herodot Lotus und Lilien bringt: β 92 ἐπεὰν πλήρης γένηται ὁ ποταμός, καὶ τὰ πεδία πελαγίσῃ, φύεται ἐν τῷ ὕδατι κρίνεα πολλά.... ἔστι δὲ καὶ ἄλλα κρίνεα ῥόδοισι ἐμφερέα, ἐν τῷ ποταμῷ γινόμενα καὶ ταῦτα. Nur freilich weiß Herr Brugsch nicht, daß שׁוּשַׁן im alten Testamente »Lilie«, wenn man dabei an die weiße Lilie denkt, allein schon darum nicht bedeuten kann, weil unsere Lilie »in Palästina sich überhaupt niemals findet«, Leunis-Frank Synopsis der Pflanzenkunde § 718. Unser AGrisebach erklärte in seinem Werke über die Vegetation der Erde 1 585, 51 die Lilie Palästinas für Lilium chalcedonicum, also für die ScharlachLilie.

In meinen gesammelten Abhandlungen 227, 6—11 liest man Sätze des Athenaeus ιβ 8, des Eustathius zu Dionys 1073, des großen Etymologicum, welche die Stadt Σοῦσα ἀπὸ τῶν περιπεφυκότων κρίνων genannt sein lassen: σοῦσα γὰρ τὰ κρίνα oder λείρια, oder σοῦσον τὸ κρίνον. Athenaeus nennt Aristobulus und Chares als seine Gewährsmänner: wenn er

mit Aristobulus denjenigen meint, über welchen LCValckenaer so gelehrt gehandelt hat, was zu untersuchen ich keine Muße habe, so ist es schlecht mit dieser Nachricht bestellt: Aristobulus war einer der zahlreichen Schwindel-Juden, welche in der Ptolemäerzeit Mitwelt und Nachwelt durch ihre Lügen verpesteten. Dieser Bursche sog aus seinem lieben alten Testamente die Konjektur heraus, welche er den Epigonen der alten Griechen als Thatsache aufband.

Die Wurzel des بشنين hieß nach Ibn Baiṯâr 1 96, 10 بيارون [Andere بيارو]: möglich, daß auch dieses Wort ein aegyptisches, und ب der Artikel ⲡⲓ ist. Die Wurzel verdiente einen eigenen Namen um so gewisser, als schon Herodot β 92 ihre Genießbarkeit kannte.

ϣⲱϣⲉⲛ ist bei Kircher 179 hyacinthus خزام, bei demselben 255 ligamen خزام: ich baue auf diesen Herausgeber nichts, der خزامى und حزام verwechselt. Paralip. β 4, 5 in meinen Orientalia 1 84 vertritt ϣⲱϣⲉⲛ κρίνον.

Regn. γ 7, 19 lesen wir von ἐπιθέματα (رووس السوارى Abulwalîd 335, 30/31) ἐπὶ τῶν κεφαλῶν τῶν στύλων, daß sie מַעֲשֵׂה שׁוּשַׁן (ἔργον κρίνου) gewesen seien. Niemand wird sich Kapitäle von Lilium chalcedonicum vorstellen können: es sind Lotus-Kapitäle gemeint. Von dem großen Waschfasse der Priester heißt es Regn. γ 7, 26 sein Rand habe das Aussehen des Randes eines Bechers von der Gestalt der Šóšanblüthe geboten, was Paral. β 4, 5 mit der Variante שׁוֹשַׁנָּה für שׁוֹשַׁן wiederholt wird: ich würde mir kaum einen Becher in Gestalt der Lilienblüthe zu wünschen vermögen, da die sechs Zungen, von denen die Perser so oft reden — die sechs Blätter des Perigons —, wenn vom Goldschmiede nachgeahmt, das Trinken in der unstatthaftesten Weise erschweren müßten, und da nur durch Ihre Nachahmung der Becher als »Lilien«becher gekennzeichnet wäre. Doch vergleiche was ich unten nach Dozy und Fleischer bringen werde. Dem Ausdrucke der Tempelmusik לַמְנַצֵּחַ עַל שׁוֹשַׁנִּים Psalm 45, 1 69, 1 80, 1 gehe ich aus dem Wege, da uns von den Musikinstrumenten der Israeliten nichts bekannt ist: ebenso dem unter Šóšanblumen Weiden des hohen Liedes (2, 16 4, 5 6, 3), denn vom Zeitalter und Sinne dieses Gedichts weiß ich nichts, und muß auch das berühmte Bild 7, 3 »dein [der Braut] Bauch ist ein Haufen von Weizenkörnern, mit Šóšanblumen eingezäunt« der Bewunderung und dem Verständnisse derer überlassen, für welche diese Rarität ein pretium

affectionis besitzt. Einiges Zutrauen flößt mir nur desselben Werkchens Stelle 2, 1 2 ein, welche uns das lilium convallium und lilly of the valley geliefert hat:

»Ich bin die Herbstzeitlose der SaronNiederung, die šóšanna der Thäler.

»Wie eine šóšanna unter <den> Dornen, so steht meine Freundin unter den Mädchen da«.

Daneben 6, 2: da geht der Schatz zu einem mit wohlriechenden Blumen besetzten Beete, um šóšannîm zu »sammeln«. Mir gilt für sicher, daß der Spätling, welcher in einer Studierstube diese Zierereien verübt hat, durch weite Strecken des Raumes und der Zeit von dem plumpen, aber ehrlichen Gesellen getrennt ist, der ohne von der Baukunst etwas zu verstehn, die Herstellung des Tempels Salomons noch vor dem Umsichgreifen des Alexandrinismus beschrieben hat. Dieser »Dichter« hat שׁוֹשַׁן sicher nicht im Sinne von Lotus gebraucht: ihm wird שׁוֹשַׁן geheißen haben was nach JGWetzstein in der berliner Zeitschrift für allgemeine Erdkunde (neue Folge) 7 148 im Ḥaurân سوسان heißt, eine dunkel violette, füglich neben die Herbstzeitlose zu stellende Wiesenblume. Osee selbst hat 14, 6—9 seine Rede genau geordnet, aber sein Text ist schwerlich in Ordnung: von Pflanzen werden genannt šóšanna, Oelbaum, Weinstock, βραθύ, und nur dreimal wird des Libanon gedacht, den man auch nach βραθύ erwähnt zu finden erwarten muß: an Lotus ist bei Osees שׁוֹשַׁנָּה nicht zu denken, sondern an ein auf Waldwiesen wachsendes Zwiebelgewächs. Es scheint also, als ob im alten Testamente שׁוֹשַׁן nur in der Sprache der Architekten den Sinn behalten habe, den sššn in Aegypten gehabt, daß im Volke der aegyptische Namen des Lotus auf lilium chalcedonicum oder eine buntblühende Liliacee übertragen worden ist. Ist doch auch das aus سوسن entstandene azucena der Spanier (Pedro de Alcala 109[1] 3) nicht das rothe lilium chalcedonicum der Juden, sondern das lilium candidum. Es gab in Palaestina eine Zeit, in welcher שׁוֹשַׁן schlechtweg צֵץ »Blume« und פֶּרַח »Blüthe« vertrat: IBuxtorf 2538 genügt um diesen Satz zu beweisen. Wenn der Targum Paral. β 3, 10 מַעֲשֵׂה צַעֲצֻעִים durch עובד שושנין übersetzt, so hat er das Regn. γ 6, 29 durch שושן gegebene צֵץ in der Stelle zu finden gemeint, צעצעים als צִצִּים verstanden, wo der Grieche, dessen Text noch mein Lucian nicht anfocht, ἔργον ἐκ ξύλων gibt, also מַעֲשֵׂה עִצִּים vorfand.

Solche Uebertragung erkenne ich auch in dem persischen Pflanzennamen دار شيشغان.

Ich habe in Schleusingen die berliner Handschrift des Bar Bahlûl zweimal durchgelesen, und unter Rubriken, auch der Rubrik Botanik, Auszüge aus ihr gemacht. Da finde ich ܫܫܢܓ neben ܫܫܢܓ und ܩܝܣܐ ܕܫܫܢܓ angemerkt, was nach ܒܪ ܣܪܦܝܘܢ = دار شيشغان sei. Herr Loew aramäische Pflanzennamen § 290 lehrt mich, daß ich trotz der Hast, mit der ich damals arbeitete, richtig gelesen habe. Nun ist nach PSmith 1 311 دار شيشغان = ܐܣܦܠܐܬܘܣ, also ἀσπάλαθος. Ἀσπάλαθος ist nach KFraas Synopsis plantarum florae classicae[2] 49 genista acanthoclada, wird von Dioscorides α 19 besprochen, und von HEstienne 1 2205 reichlich belegt. Unzweifelhaft entspricht ἀσπάλαθος dem دار شيشغان, und dies Wort, in welchem das persische دار = दारु wohl längst erkannt ist, enthält in seiner anderen Hälfte das ܫܫܢܓ der Syrer. Ich suche in شيشغان ein persisches ششنڭان »mit ššn (= duftigen Blumenkelchen) besetzt«, und finde in diesem ششن eben das aegyptische Wort wieder, welches zu diesem Artikel die Veranlassung gegeben hat. Daß سوسن, auch wenn nicht mit շուշան verglichen, in Persien ein Fremdwort ist, steht mir seit Jahren fest, und wäre bewiesen, wenn meine Deutung des ܕܫܫܢܓ = دار شيشغان richtig wäre, weil dann als altPersisch ein ششن erschiene, also سوسن ein irgendwoher in das neuPersische eingedrungenes Lehnwort sein müßte. Im Ecclesiasticus (auf protestantisch Iesus Sirach) 24, 20 tritt nun ἀσπάλαθος neben κιννάμωμον, σμύρνα, χαλβάνη, ὄνυξ, στακτή, λίβανος auf: er muß also einen sehr schönen Duft ausathmen. Der alte Lateiner (aber meine Mittheilungen [1] 326!) stimmt mit balsamum aromatizans zu meinem aus dem Hebräischen übersetzenden Syrer, der ܥܛܪܐ ܕܒܣܡܐ bietet, während mein SüdAegypter (24, 16) ⲥⲡⲁⲗⲁⲑⲟⲥ hat. Im Urtexte muß ein Wort gestanden haben, aus welchem man sowohl ܥܛܪ = balsamum wie ἀσπάλαθος herauslesen konnte. Die armenische Uebersetzung (Venedig 1833) bietet für ἀσπάλαθος ճանբակ, und das diesem entsprechende türkische und arabische زنبق [Blau bosnisch-türkische Sprachdenkm. 294] dient, wie OCelsius hierobotanicon 1 384 385 nachgewiesen hat — Herr FAPott ist für seine Sammlungen

1) RDozy schreibt hartnäckig dârašaišaân Glossaire [2] 371 Supplément 1 420[1], wo er den das Richtige bietenden Freytag [2 1[2]] verbessern heißt.

ZKM 7 121 (wie immer) ohne OCelsius ausgekommen —, um χρίνον auszudrücken: زنبق gilt für Lilie aller Farben, für Maiblume und vor Allem für Jasmin. Dies زنبق ist aus persischem زنبه entstanden.

دار شيشغان ist eine der zahllosen, durch die jammervolle semitische Schrift veranlaßten Entstellungen, wie sie nur beim اهل الكتاب sich halten konnten: man muß دار ششنغان als richtig ansehen, ohne darum in jüngeren Texten diese Form herstellen zu dürfen: fällt doch auch uns nicht ein, Zenith in Zemth zu ändern, obwohl wir lange wissen, daß سمت Freytag 2 350[1] semt, nicht das aus semt nur verlesene senit liefert.

Daß der durchaus nicht immer, vielleicht niemals, weiße שֵׁשׁ von der nicht vorhandenen Wurzel שׁשׁ »weiß sein« herstamme, dürfte durch das Vorstehende widerlegt sein: ich gebe mich natürlich der Hoffnung nicht hin, daß diese Ableitung aus den Schulwörterbüchern eher verschwinden werde, als bis deren StereotypPlatten abgenutzt sind. Ist doch auch was ich über שֵׁשׁ, das שֵׁשׁ gesprochen werden müsse, zu ձեղ ἀλάβαστρος in den armenischen Studien § 1699 bemerkt habe, für den nach der Vossischen Zeitung vom 5 Juli 1885 — wegen oder trotz der von Strack, Siegfried und mir an ihn gewandten Kritiken? — zu Leipzig mit der Würde eines Doktors der Theologie geschmückten Staatsrath Mühlau nicht vorhanden gewesen.

In den Berichten über die Verhandlungen der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (phil.-hist. Klasse) 1868 Seite 304 305 hat Herr HLFleischer festgestellt, daß سوسن sowohl bläulich oder dunkelviolett als weiß ist. Man muß zu dem dort Gebotenen das von RDozy lettre à Monsieur Fleischer 203 Beigebrachte hinzunehmen, und erhält dann aus Maqqarí folgende Stellen:

1 370, 9 سوسنة مسدسة:

2 366, $^{10}/_{11}$ سوسن كانه اكوس البلور قد صنعت مسدسات:

2 397, 18 وزدت غراما حين لاح كانما
تفتح بين الورد والاس سوسان

2 406, 14 فكان غرته وتحاجيلاته
خمس من السوسان وسط شقايق ❀

Aus diesen Stellen ergibt sich, daß der Becher allerdings auch mit dem Sûsan verglichen werden konnte, aber nur der sechsseitige, nicht ein »Lilienblüthenförmiger« Becher: daß der Sûsan dunkel gewesen ist, wenn ihm der keimende

Bart des semitischen Jünglings ähnlich ist: daß es aber auch weiße sûsan gab, wenn die Blässe und die weißen Fußringe eines Rothfuchses mit zwischen Adonisröschen wachsenden sûsân — ein entzückendes, echt neuSemitisches Bild — verglichen werden können. Für die weiße Farbe des sûsan führt Herr Fleischer aus Dozys glossaire des mots espagnols . . . dérivés de l'Arabe 228 das Spanische azucena an: er hätte vielmehr den alten Cannes 1 193[2] nennen müssen: meinen neuerdings erschienenen Neudruck des seltenen Pedro de Alcala 294[1] 11 lirio blanco o azuçena çucina çucin [= سوسانه und سوسان] wie meinen Elias aus Nisibis [Praetermissa 49] § 22, 5 erwarte ich nicht von jetzt lebenden Semitisten benutzt zu sehen.

Für κρίνον — das aber nach Fraas synopsis[2] 287 nicht unsere Lilie bedeutet — verzeichnet Herr Dillmann 1118 nach Ludolfs Gregor und aus Cant. 2, 2 ደንጉላ፡, und 373 aus Paral. β 4, 5 ሰንካዕፈር፡ = ሰንከአፈር፡ = ሰካዕፈር፡, welche Vokabeln sich meinem Verständnisse entziehen.

Die berühmte keusche Susanna trug ihren Namen jedenfalls nicht von der weißen Lilie, sondern von der Scharlachlilie oder von der violetten Wiesenlilie des Ḥaurân. Ihr Namen wird als die weiße Lilie bezeichnend weiter umlaufen, ganz wie wir aus den verballhornten Texten der Germania des Tacitus 40 Hertha weiter schleppen, trotzdem KHofmann in München ZDMG 2 126 schon 1847 das Nerthus der Handschrift durch नृतू als richtig erwiesen hat.

Λείριον.

Nachdem Herr FAPott 1836 in seinen etymologischen Forschungen 2 99 angedeutet hatte, daß λείριον wohl das Persische لاله sein könne, da »die Lilie in Persien recht eigentlich zu Hause war« [woher wußte das Herr Pott?], hat 1842 Theodor Benfey unter Citierung Potts in seinem griechischen Wurzelwörterbuche 2 137 λείριον für das persische لاله erklärt, und Herr Victor Hehn hat sich in dem Buche über Kulturpflanzen und Hausthiere[4] 486 noch 1883 ihm angeschlossen, nennt aber den Herrn Pott nicht. Soweit ich habe nachkommen können, hat Herr Pott in der zweiten Ausgabe seiner Forschungen λείριον nicht besprochen.

Alle persischen Wörter, welche ein L enthalten, müssen mit Vorsicht behandelt werden, da L, welches in einzelnen

Gegenden Erans ganz oder fast ganz verschwindet[1]), entweder die es enthaltende Vokabel der Herkunft aus der Fremde verdächtigt, oder darauf hinweist, daß sie starke Umbildungen erfahren hat. Stammte das Wort lâla nicht aus Persien, sondern wäre es nur dorthin verschleppt, so dürfte Herr Hehn nicht um seinetwillen die Heimath der Lilie in Persien suchen: wäre lâla eine Verstümmelung eines ursprünglich ganz anders lautenden Wortes — unter Umständen kann das andere L dieses Wortes ja sogar RD vertreten —, so könnte ein aus לוד entstandenes λείριον erst verhältnismäßig spät sein: aber λείριον ist alt.

Jenes לוד nun bedeutet zunächst jede wildwachsende Blume, und muß durch Zusätze bestimmt werden, um ein einzelnes Blumengeschlecht zu bezeichnen. Wanderte aber die Lilie aus Persien nach Griechenland, so that sie dies schwerlich unter dem ganz allgemeinen Namen »wildwachsende Blume«. Pedro de Alcala 108[2] 39 braucht لولو für lirios.

Was Vullers gesammelt hat, will ich etwas vermehrt übersichtlicher gedruckt wiederholen. Es gibt in Persien
لالهٔ ااں röthliche Lâla?
لالهٔ الوند AlwandLâla:
لالهٔ بابری BâbarLâla:
لالهٔ پیکانی PfeilLâla: پیکان = պատկան in պատկանդարան »Pfeilbehälter« armenische Studien § 1834:
لالهٔ جوغاسی?
لالهٔ خطای Khatâische Lâla = لالهٔ نعمان:
لالهٔ خودروی wildwachsende Lâla: خودروی Isa 37, 30 in meinen persischen Studien[2]) 35 für סָפִיחַ, und واروسته خودروی ebenda für שְׁחִיש: auch لالهٔ خودرنگ:
لالهٔ داغدار stigmatisierte Lâla? داغ Wês ô Râmîn 170 Ende?
لالهٔ دختری MädchenLâla: nach Meninsky [2] 4 192[1] eine gelbe, innen schwarze Tulpe:
لالهٔ دشتی SteppenLâla, Anemone: Meninsky ebenda:

---

1) HKiepert Lehrbuch der alten Geographie (1878) § 55[2], SBAW 1854, 176. JOppert revue de linguistique 4 207—212. KLottner ZVS 7 19 (1858) „wahrscheinlich besaß die Ursprache das L überhaupt gar nicht, und es wäre also überall erst später entwickelt". AFick (der Lottnern nicht nennt, aber nach GGA 1873, 1753 sehr wohl kennt) die ehemalige Spracheinheit der Indogermanen Europas (1873) 201—261.

2) Ich kann noch eben anfügen, daß mir Herr FPraetorius in Breslau unter dem ersten Februar 1886 freundlichst mittheilt, daß (persische Studien 14 17—24 66) auch in Breslau ein Exemplar des Halîmî liegt.

لالهٔ دل سوخته herzverbrannte Lâla:
لالهٔ دل سوز mitleidige [?] Lâla:
لالهٔ دوروی doppelgesichtige [innen gelbe, außen rothe?] Lâla;
لالهٔ رومی griechische Lâla:
لالهٔ زرد gelbe Lâla:
لالهٔ سپید weiße Lâla:
لالهٔ سرخ rothe Lâla:
لالهٔ سر نگون kopfhängerische Lâla:
لالهٔ سیراب rein rothe Tulpe: Meninsky[2] 4 192[1]:
لالهٔ صحراي WüstenLâla:
لالهٔ صدبرگ hundertblätterige Lâla:
لالهٔ عباسی AbbâsLâla:
لالهٔ قرمزی karmesinrothe Lâla:
لالهٔ کبود blaue Lâla,
لالهٔ کوهی BergLâla, rothe tulpenähnliche Blume, Meninsky[2] 4 192[1]:
لالهٔ گلابوی rosenduftige Lâla:
لالهٔ مقراضی kaum eine Zangen- oder LichtputzenLâla, sondern DoppelpfeilLâla:
لالهٔ نعمان = لالهٔ نعمانی NumânLâla: wohl شقایق النعمان PdeLagarde Semitica 1 32.

Gegenwärtig bezeichnet man mit lâla unsere Tulpe (Moores Lalla Rookh bedeutet tulpenwangig), und die Tulpe ist eine spät nach Europa gedrungene Blume: niemals bezeichnet man mit lâla die Lilie.

Und wie sollte das ει und das ι des Wortes λείριον erklärt werden, wenn lâla sein Original war? Faßte man λείριον als Verkleinerungsform — nicht einmal ein Auerbach würde Lilchen wagen —, so bliebe stets das ει unverständlich.

Λείριον ist das nordAegyptische ϩⲣⲏⲣⲓ, das in SüdAegypten ϩⲣⲏⲣⲉ lautet. Im MittelAegyptischen tritt in großem Umfange ϫ für ⲣ ein (MSchwartze koptische Grammatik 1 § 283: LStern koptische Grammatik § 33), allein MittelAegyptisches konnte kaum nach Griechenland dringen, und ϩⲣⲏⲣⲓ hätte mittelAegyptisch ϩϫⲏϫⲉ lauten müssen. Vielmehr ist ⲣⲏⲣⲓ dissimiliert, oder hr zu l geworden.

ϩⲣⲏⲣⲉ steht Ecclus 39, 18 [39, 14 der umlaufenden griechischen Drucke] 50, 8 meiner Ausgabe für ἄνθος: beide Male wird das danebenstehende κρίνον als ⲕⲣⲓⲛⲟⲛ beibehalten — kannte man im Çaíd die Lilie nicht? —: auch der von Peyron angerufene SüdAegypter [Šenûte?] bei Zoega Katalog 637, $^{14}/_{15}$ sagt ⲉⲧⲟ ⲛ̄ⲑⲉ ⲛ̄ⲟⲩϩⲣⲏⲣⲉ ⲡ̄ϫⲟⲣⲧⲟⲥ,

wenn er des Iacobus 1, 10 ὡς ἄνθος χόρτου wiedergeben will. ϩρηρι vertritt in der nordAegyptischen Uebersetzung χρίνον Exod. 25, 31 Matth. 6, 28: allerdings in derselben Iacob. 1, 10 Petr. α 1, 24 ἄνθος: die Briefe sind von anderer Hand übertragen als die Evangelien.

Ich erachte es für nicht allzu unvorsichtig[1]), hier auf des Herrn Brugsch Pascha Wörterbuch 3 985 zu greifen, woselbst hrr oder hll als älteste Form jenes ϩρηρι = ϩⲁⲗⲗι = ϩρηρε auftritt. Ich bringe das Hauptwort mit dem Zeitworte ϩⲉⲗϩωⲗ »sich erschließen« im Zusammenhang, dessen älteste Gestalt Herr Brugsch 3 986 behandelt. Jede Blume konnte ein Sich Erschließendes genannt werden, vor allen Blumen konnte es die Lilie. Mir scheint möglich, das nach Herodot β 92 aegyptische Wort λωτός als *ϩρωτ von eben der Wurzel ϩρ herzuleiten, von welcher ϩρηρι stammt: glaublich machen läßt sich das freilich nur durch eine Vorführung von Analogien, zu welcher ich vorläufig noch nicht vorbereitet genug bin.

Herr VHehn behauptet in seinem Buche über Kulturpflanzen und Hausthiere[4] 202 jubelnd, »die Sprache habe ihm die Tiefen der Vorwelt erschlossen, bis zu denen keine

---

1) Meine Vorsicht wird, da das angezogene Buch die Jahreszahl 1868 trägt, jedem geboten erscheinen, der die Littèratur verfolgt hat. Ich bitte zum Beispiel um Belehrung über folgende Thatsache: ZAegSpr 13 37 übersetzt Herr Legationsrath Brugsch Pascha in den Zeilen 10 und 11 der von seinem Herrn Bruder aufgefundenen MendesStele „Als nun seine Majestät [heimgekehrt war an seinen Ort, wünschte er zu vereinigen] die erste seiner [Frauen] Netef-ânχ mit der Göttin Ba-âbot“: die Einleitung ergeht sich in den robustesten Ausdrücken über die drei Jahre währende, methodisch musterhafte Arbeit, welche der Entzifferung der Stele gewidmet worden. Auf des seligen GDroysen Veranlassung hat der Herr Uebersetzer seine Uebertragung 1882 einer „nochmaligen Revision“ unterzogen: in den SBAW 1882, 227 ist durch eine Art Rhinoplastik gelungen die — oben durch [ ] angezeigten — Lücken der Stele auszufüllen, und es lautet was ich eben nach ZAegSpr 13 37 mitgetheilt habe, folgender Maßen: „Der König wünschte sich zu vermählen mit der ersten der Jungfrauen, [gleichsam] der Gott Tentefânχ mit der Göttin Ba-âboli“, wo wir in Klammern erfahren, daß Tentefânχ ein Beiname des Osiris Mendes gewesen ist. Mir scheint das Andere vom Früheren recht verschieden: vor Allem trifft das „wünschte sich zu vermählen“, also das, worauf es GDroysen ankam, in die Lücke der Stele: wie war möglich, es hinzuschreiben, ohne es ausdrücklich als freihändige „Ergänzung“ des Herrn Legationsraths zu bezeichnen? Es würde mir schwer fallen, durch Mariettes Tafel dem Originale näher zu treten.

historische Kunde reicht«: wir seien »in Betreff der Rose wie der Lilie auf CentralAsien gewiesen« — was bedeuten soll, die Urheimat dieser beiden Blumen sei CentralAsien —, »denn ῥόδον wie λείριον seien ursprünglich irânische Worte« — aus welcher Begründung ich lernte, daß Persien jetzt zu CentralAsien gerechnet wird. Schade, daß die Sprache andere Leute anders belehrt als den Herrn Hehn. Für mich scheint erwiesen, daß wenigstens die uns aus Griechenland zugekommenen weißen Lilien aus Aegypten stammen.

Νάρδος = نال.

Im Jahre 1854 stellte ich in dem Hefte zur Urgeschichte der Armenier 1073 lydisches σάρδις (ein von Menken aufgegrabenes Wort), armenisches սարդ in նաւասարդի »Neujahrsmonat« (PdeLagarde NeuGriechisches aus KleinAsien 5, աւսարդ = օսարդ »bejahrt« Abhandlungen 274[84], երիտասարդ »gering an Jahren« Beiträge 5, 10) und neuPersisches سال »Jahr« zusammen, das im Awestischen çareda, im Sanskrit शरद् neben sich hat. Ich berief mich auf die Parallelen دل = սիրտ हृद् »Herz«, گل = վարդ 𐬬𐬀𐬭𐬆𐬜𐬀 »Rose«, پلنك = पृदाकु »Leopard«, und fügte in den Abhandlungen 76, 1 die selbstverständlich den »Theologen« unbekannt gebliebene Gleichung פַּרְדֵּס պարտէզ پاليز hinzu.

Ναρδ- des Wortes νάρδος würde ebenso نال ergeben, wie σαρδ- des Wortes σάρδις سال ergeben hat. Bedenke ich (was Fortunatow in Bezzenbergers [zur Zeit mir unzugänglichen] Beiträgen 6 214 ff. nachgewiesen hat), daß ड् des Sanskrit aus ld entstanden ist, so erscheint als Vertreter des ναρδ- in Indien नड (Boehtlingk-Roth[1] 4 18) »Schilf, Schilfrohr«, das in falscher Schreibung als नल »Rohrschilf, amphidonax karka Lindl.« Boehtlingk-Roth[1] 4 65 umliefe. नल »bambusa arundinacea« an einer Stelle des Mahâbharata (Raub der Draupadî 5, 9) behandelte AStenzler ZKM 4 $^{898}/_{899}$. Mir scheint möglich, daß in गोनर्द »a fragrant grass« (Wilson) = »rustling in the water« (WJones Asiatic Researches 2 413) = cyperus rotundus (Boehtlingk-Roth 2 801) die ursprüngliche Gestalt des नड noch erhalten ist. Es ergäbe sich, daß नलद्, das nach Boehtlingk-Roth 4 67, wenn auch selten, im Sinne von Nardostachys जटामांसी vorkommt, ein Lehnwort ist, dessen ल den Weg wiese, auf welchem es nach Indien übergeführt worden. Vergleiche BFabricius zum Periplus

des erythräischen Meeres 151: bei Dioscorides α 6 wird σαμφαριτική (ἀπὸ χωρίου ὠνομασμένη) auf סְפָר der Genesis 10, 30 gehn — wir wissen durch Fairûzâbâdî, welcher sein Leben in Arabien beschloß (EGlaser in Petermanns Mittheilungen 1886, 7[a]), daß ظفار [Yâqût 3 577, 10] bei مرباط der Hauptumschlagsplatz wenigstens für den Handel mit Costus war, dem sich die Narde leicht anschließen konnte —: ich stelle darum bei Dioscorides nach dem Periplus des erythräischen Meeres § 23 Σαφαριτική her, und verweise auf FFresnel JAP 1838 und ERoediger ZKM 3 289: will man das μ erhalten wissen, so mag man nach Ptolemaeus Σαπφαριτική setzen: zur Sache ASprenger die alte Geographie Arabiens § 301.

Ich kann mir das Vergnügen nicht versagen, auf des Sir William Jones Aufsatz on the spikenard of the ancients, welcher 1790 zu Calcutta im zweiten Bande der Asiatic Researches 405—417 gedruckt wurde, namentlich Botaniker aufmerksam zu machen. Der Name Valeriana jatamansi [जटामांसी] ist von Jones gegeben, welcher vortreffliche Forscher auch eine Abbildung der Pflanze geliefert hat. Sogar EWLane könnte zu seinem Artikel سعد = cyperus complanatus 1361/1362 aus diesen Researches 408 einen Nachtrag machen: da ebendort 409 versichert wird, die जटामांसी diene beim Opfer der Brahmanen, so werden jetzt auch die Schriften über das indische Opferwesen beizuziehen sein.

Die ältere Litteratur über die Narde verzeichnet Christoforo Acosta [EMeyer Geschichte der Botanik 4 408] § 23 (ich besitze nur die italienische Uebersetzung, Venedig 1585).

ILoew bietet in seinem Buche über aramäische Pflanzennamen auch in § 316 nur leicht zu beschaffende Zusammenstellungen: zum Schlusse zweifelt er, daß امرد mit ابزار (denn بزر ist wohl ein durch falsche Analogie aus dem für Plural der Form افعال gehaltenen ابزار erschlossener inner-Arabischer Singular) und اوزارك [das ihm aus Justis Bundehesch 78 Herr Nöldeke zugeschrieben haben wird] zusammengebracht werden dürfe, da die Gleichung ز = ر bedenklich sei. Ich habe längst اوزار = ܐܘܪܙܐ gesetzt — wobei anzunehmen, daß ر des اوزار verdoppelt ist und für rn steht —: damit war erwiesen, daß امرد = اوزار zu setzen erlaubt ist.

ر vertritt ج = ܓ = च् in folgenden allgemein bekannten Vokabeln:

ܐܡܝܫ = ամիճ »eine gewisse Speise« armenische Studien § 82:
ܓܨ = գաճ = گچ = جص »Gips« ebenda § 446:
ܕܪܨܝܢ = دار صينى = دار چينى = դարիճենիկ ebenda § 592 »chinesisches Holz, Zimmt«: vergleiche բուլիճենիկ = *بوى چينى ebenda in § 417 und ܙܢܒܪܘܗ:
ܨܢܓ = چنگ »ein Musikinstrument«:
ܨܢܕܠ = चन्दन = چندان = صندل »Sandelholz« ebenda § 1372.

Hingegen
արճիճ = ارزيز armenische Studien § 262: wozu رصاص »Zinn«:
աւաճ = آواز ebenda § 292 »Stimme, Melodie«:
գահլիճ = دهليز ebenda § 559 »παστοφόριον«:
կապիճ = ܩܦܝܙ = قفيز = ϬⲀⲠⲒⲬⲎ ebenda § 1108 »καπίϑη«:
ճանբակ ἀσπάλαθος = زنبق = زنبه ebenda § 1371:
ռոճիկ = روزى ebenda § 1917: wozu رزق:
տաճար = تزر [ebenda § 2181]:
տաճիկ = تازى »Araber« ebenda § 2182:
փառաճիրհ = Φάρζιρις ebenda § 2287.

Sollten die Herren mehr Beispiele wünschen, so stehn dieselben dutzendweise zu Befehl. Speciell für אֲבִזָר hätte Herr Loew sich aus meinen Semitica 1 36—38 unterrichten können: Herr Nöldeke würde seine Bemerkung ZDMG 32 408 vielleicht ungeschrieben gelassen haben, wenn er ܐܡܙ gekannt hätte. Freilich Herr PSmith versichert ohne Angabe eines Grundes 1 355 daß ܒܙܪ seiner Einen Handschrift rectius sei als ܐܡܙܪ der beiden anderen, und auch Elias aus Nisibis 11, 3 [meine Praetermissa 34, 67] schreibt ܒܙܪ: dasselbe thut Hoffmanns Glosse 1375. Das beweist nichts gegen die Wurzel: nur die Praeposition ist eine andere: auch in Armenien steht աճառ neben ատճառ, also etwa अ oder (falls iççâr zu sprechen ist) ܥܠ gegen अधि.

אֵל

Es ist mir eine große Freude gewesen, als der erste das wichtige Wort אֵל richtig zu erklären: in meiner Probe einer neuen Ausgabe der lateinischen Uebersetzungen des alten Testaments 48 findet man alle nöthigen Citate, und einen letzten Beitrag zu der für die Geschichte der Religion so wichtigen Verhandlung. Durch einen »Zufall« traf ich auf eine ausdrückliche Bestätigung meiner Lehre. Payne Smith führt in seinem Thesaurus 1 1183, 5 aus der Oxforder Handschrift Marshall 361, 36 die Angabe eines syrischen Grammatikers an, in ܐܠܐ sei ܣܚܪܐ ܕܢܐ, in ܚܡܫܐ hingegen ܣܚܪܐ

ܐܝܠ: das heißt für syrisch nicht Lesende, in אִיל werde ein kurzes, in בִּישׁוּרוּן ein langes I gesprochen. Ueber das Buch, aus welchem PSmith geschöpft hat, siehe seinen Katalog 522: ich wüßte nicht, wer in Oxford mir eine Abschrift der bedeutsamen Stelle besorgen sollte. Allzuviel beweist nicht was ein syrischer Grammatiker lehrt: das Zeugnis daß ܐܝܠ ein kurzes i habe, ist, da es ein ausdrücklichstes ist, kaum zu beanstanden.

Ich freue mich, durch meinen Schüler Alfred Rahlfs auf eine schwer zu entschuldigende Unterlassungssünde aufmerksam gemacht worden zu sein. Wie viel ich meinem Amtsvorgänger IDMichaelis danke, habe ich oft und warm genug ausgesprochen. Weil ich in dieses vortrefflichen Gelehrten Supplementis ad lexica hebraica über אֵל nichts zu finden meinte, habe ich dieses Buch, auf welches Neuere nicht verwiesen, so oft ich über אֵל handelte, nicht aufgeschlagen: nun meldet mir Rahlfs, daß schon der alte Biedermann אֵל auf الو und الى zurückgeführt: mehr noch, schon Christian Benedikt Michaelis hat seinem Sohne bei אֵל wegen des in Namen wie אֱלִיאָב sicheren ֵ bei אֵל an אוּל zu denken verboten. Daß IDMichaelis an الو oder الى »benefacere« glaubt, darf ich hier unerörtert lassen: die Hauptsache ist, daß schon Er nach seinem Vater für אֵל die Wurzel אוּל verworfen, die Wurzel אלה erkannt hat.

Ἀρτάγνης.

Otto Puchstein hat in dem am 11 Januar 1883 ausgegebenen Hefte des SBAW einen Bericht über seine Reise in Kurdistan veröffentlicht, und in diesem die von ihm auf dem Gipfel des Nemrûd-dâgh abgeschriebene, auf Befehl des in den Jahren 69 bis 34 vor Christus herrschenden Antiochus von Commagene eingemeißelte Inschrift mitgetheilt.

In dieser Inschrift werden Ζεὺς Ὡρομάσδης, Μίθρας Ἥλιος Ἑρμῆς und Ἀρτάγνης Ἡρακλῆς Ἄρης genannt,

Ich beschäftige mich hier mit Ἀρτάγνης, weil dadurch ältere von mir gemachte Entdeckungen in erwünschter Weise bestätigt werden.

Den auf indoscythischen Münzen erscheinenden Ορδαγνο hatte 1842 Theodor Benfey im griechischen Wurzelwörterbuche 2 276 als den Verethraghna des Awesta erkannt, der aus वृत्रहन् der Inder zu erklären sei. Benfey war auf diesen

Ορδαγνο-Verethraghna 1854 ZDMG 8 460—463 zurückgekommen.

Er wußte nichts davon, daß die Gebrüder Whiston 1736 in ihrer Ausgabe des Moses Chorenensis 74 angemerkt hatten, daß Maccab. β 4, 19 der Վահագն = Wahagn jenes Moses Ἡρακλῆς übersetzt. Er konnte, als er schrieb, noch nicht wissen, daß ich in meinem Hefte zur Urgeschichte der Armenier (1854) 39 die Gleichungen gegeben hatte

होत्र = awestischem zaothra = ܙܘܗܪܐ = զոհ:

क्षत्रपति = awestischem ḳšathrapaiti = շահապետ [= ἐξατράπης] = σατράπης:

شاه + पुत्र = Σαπώρης = Շապուհ,

aus denen folgte, daß հ unter Umständen त्र vertritt, was den Namen Wahagn sofort hätte als Verethragna erkennen lehren.

Ich bin mir schuldig darauf hinzuweisen, daß der Akademiker Petermann զոհ = होत्र (was gewis eine Leistung war) für זֶבַח erklärt, daß ich selbst in den horis aramaicis (1847) 32 und in den supplementis lexici aramaici (1848) 41 in ܙܘܗܪܐ das awestische zaothra erkannt hatte, und daß, soviel von Religionsgeschichte an dieser Identification hängt, Herr Payne Smith 1 1163 1164 an der Uebernahme des awestischen zaothra durch die Syrer, obwohl 1866 die gesammelten Abhandlungen 42, 1877 die armenischen Studien § 792 die Gleichung wieder in Erinnerung gebracht hatten, mit dem schönen Schweigen der Zunft vorbeigegangen ist: dies Vorbeigehn steht auf derselben Höhe mit dem Reden des Herrn von Spiegel Studien 1 85 »wie „man" längst gesehen hat«.

Ich habe dann 1866 in den gesammelten Abhandlungen 293 die Gleichung Wa[r]hagn = Verethraghna ausdrücklich formuliert, und 1877 in den armenischen Studien § 2084 (einem viel Charakteristisches zusammenstellenden Paragraphen) als drittes Glied das indoscythische Ορδαγνο hinzugefügt. Daß Herr Friedrich Müller nach mir was ich gefunden, als sein Eigenthum vortrug, versteht sich bei der bekannten Art dieses von mir in den armenischen Studien 203—205 gewürdigten Schriftstellers von selbst.

Jetzt tritt nun Ἀρτάγνης zu den eben genannten drei alten Formen des Namens hinzu. Und dies Ἀρτάγνης ist recht wichtig. Ich habe 1866 drei Schichten in der armenischen Sprache geschieden, die haikanische, arsacidische, sasanidische. Wenn ein Zeitgenosse Iulius Caesars in Com-

magene, welche allerdings nicht gradezu ein armenischer Landstrich ist, den Verethraghna noch 'Αρτάγνης nennt, wie ihn die Diadochen Alexanders in OstEran als Ορδαγνο feiern, so ist das armenische Wahagn (für Warhagn) sicher spätArsacidisch, so ist Wahagn kein einheimisch armenischer, sondern ein durch die Arsaciden nach Armenien eingeführter Gott. Für die Geschichte des Awesta liegt viel daran, dies festzustellen. بهرام (vergleiche Mittheilungen [1] 108rd) = վռամ = Οὐαραράνης ist die sasanidische Form des arsacidischen Ορδαγνο 'Αρτάγνης = Wahagn: im Haikanischen erscheint हन् = घन् als ձենուլ, zeigen Derivata der Wurzel वृ den Anlaut գ. Siehe auch BvDorn mélanges asiatiques 3 507.

Die arabische Uebersetzung des εὐαγγέλιον διὰ τεσσάρων.

In meiner Ausgabe der pars prior des alten Testaments Lucians, welcher pars prior eine pars altera niemals folgen wird, habe ich im Jahre 1883 angekündigt, daß ich die vom Cardinale Stephan Borgia gesammelten Fragmente der südAegyptischen Bibelübersetzung herausgeben werde. In meinen »Mittheilungen« 200—205 ist auseinandergesetzt, warum ich diesen Plan nicht habe ausführen können. Es ist schwer zu tragen, das vollständige Manuskript eines solchen Schatzes als Eigenthum in Händen gehabt, und sich gezwungen gesehen zu haben, den Schatz wie eine feurige Kohle fallen zu lassen.

Es mag Rücksicht auf dies mein Misgeschick gewesen sein, was den Augustinermönch ACiasca, zu dessen Gunsten die Propaganda auf die Handschriften Borgias gegen mich Beschlag gelegt hatte, mir seine Abschrift der arabischen Evangelienharmonie des Vatikans zur Verfügung zu stellen vermocht hat. Man wird aus meinen »Mittheilungen« 1 31r 118 ersehen, daß ich dieser Urkunde seit 1864 lebhaftes Interesse gewidmet habe. Als ich zu Ostern 1885 in der Vaticana nach dem Codex fragte, war er unzugänglich.

Ich habe es nicht wagen zu sollen geglaubt, eine Arbeit in Angriff zu nehmen, welche mich 25 Monate beschäftigt habe würde. Die arabischen Typen, welche unserer Gesellschaft eigen gehören, wurden einst gekauft, um Reiskes Abulfidâ zu drucken, dem nachmals Dänemark an das Licht helfen mußte: sie sind jetzt so verbraucht, daß nicht mehr als was ich hier als Probe biete, auf Einmal gesetzt

— und wie gesetzt! — werden kann. Das von Herrn Kästner auf eigene Rechnung angeschaffte Material ist durch die Herren Sachau, Jahn, Thorbecke auf lange Zeit mit Beschlag belegt. Da die königliche Gesellschaft der Wissenschaften für mich schon neuAegyptische und armenische Typen erworben hat, kann ich unmöglich auch noch um arabische Schrift bitten. So würde ich immer nur sechs Oktavseiten meinem Freunde Ignazio Guidi zur Vergleichung mit der Handschrift haben nach Rom senden können, und wenn ich in Anschlag bringe, daß drei Monate im Vatikan Ferien sind, würde ich etwa zu Ostern 1888 mit der Arbeit fertig geworden sein.

Ignazio Guidi, der allezeit Gefällige, hat mit dem Codex verglichen was ich nach des Herrn Ciasca, diesem längst zurückgestellter Abschrift als Probe für ich weiß nicht wen, habe absetzen heißen.

Die Vergleichung mit der Pešîṭâ — dieser, nicht der älteren Gestalt der syrischen Uebersetzung, hängt dies Τετραευαγγέλιον an — eine fast nutzlose Arbeit, überlasse ich dem Liebhaber. Ich bin dankbar, durch Umstände, denen ähnlich, über welche in seinem Verzeichnisse der zu Bonn verwahrten arabischen Handschriften unser Genosse IGildemeister so bitter höhnisch klagte, gehindert zu sein, abermals für ein nicht vorhandenes Publikum Zeit und Kraft zu vergeuden.

Alles Weitere lese man in des Cardinal Pitra Analecta 4 465—487 nach.

فالصبر جميل ❀

بسم الاب والابن والروح القدس المحيي الاله الواحد جوهرا بالذات الثالوث اقانيما بالصفات

1

Marc 1, 1 Iohann 1, 1—5 Luc 1, 5—80.
in margine manu secunda Luc 1, 1—4

1[1] ابتداء من مرقس وقال : [1]مبداء بشارة ا]يسوع المسيح بن الله : يوحنا: [1]في

Codex pro ث semper ت, et pro ذ scribit ذ : pro ȣ vero nunc ȣ, nunc ȣ *Guidi.* quae in editione emendata sunt

0 ابتداء hoc loco ponendum esse, non omnino certus perspexit G

0 1 super verba من مرقس وقال scriptum est اول بشارته, et super يوحنا scriptum est اول بشارته

البدء كان الكلمة والكلمة كان لدي الله واله هو الكلمة [2]هذا هو في البدء لدي الله
[3]كل بيده كان ومن دونه ولا موجود واحد كان [4]به كانت الحياة والحياة هي نور
الناس [5]والنور ينير في الظلمة والظلمة لم تدركه : لوقا : [5]كان في ايام هيروذس
الملك كاهن اسمه زكريا من خدمة ال ابيا وامراته من بنات هرون اسمها اليشبع
[6]وكانا جميعا برين قدام الله ويسيران بجميع اوامره وفي عدالة الله بغير لوم [7]ولم
يكن لهما ابن لان اليشبع كانت عاقرا وكانا جميعا قد اسنا [8]وبينما هو يكهن في
مرتبة خدمته قدام الله [9]علي عادة الكهنوت انتهي اليه تبخير البخور فدخل
هيكل الرب [10]وكل جميع الشعب كان يصلي خارجا في اوان البخور [11]وتراي
لزكريا ملك الرب قايما عن يمين مذبح البخ[ور [12]فاضطرب زكريا] اذ راه
ووقعت عليه خشية [13][فقال له الملاك لا تخف يا زكريا فان] صلاتك سمعت
[12] وامراتك [اليشبع ستلد ابنا فتسميه يوحنا] [14]ويكون لك فرح وسرور وكثيرون
يسرون بمولده [15]يكون عظيما قدام الرب ولا يشرب خمرا ولا سكرا ويمتلي من روح
القدس وهو في حشا امه [16]ويرد كثيرين من بني اسرا[ييل] الي الرب الههم [17]وهو
ينطلق امامه بالروح وبقوة ايليا النبي ليرد قلب الاباء علي الابناء والذين لا
ينطاعون الي علم الابرار ويعد للرب شعبا كاملا [18]قال زكريا للملاك كيف اعرف
هذا وانا شيخ وامراتي مسنة [19]اجاب الملاك وقال له اني انا جبرييل القايم
قدام الله وارسلت لاكلمك وابشرك بذلك من الرب [20]تكون صامتا لا تستطيع
الكلام الي اليوم الذي فيه يكون ذلك لانك لم تثق بكلامتي هذه الذي* تكمل
في اوانها [21]وكان الشعب قايما ينظر زكريا وحاروا لتاخيره في الهيكل [22]ولما خرج
زكريا لم يتمكن ان يكلمهم فعلموا انه راي في الهيكل روياء وكان هو يومي اليهم
ايماء وثبت علي خرسه [23]ولما كملت ايام خدمته انطلق الي منزله [24]ومن بعد
تلك الايام حبلت اليشبع زوجته واخفت [خمسة اشهر] وقالت [25]هذا صنع في

Luc 1, 5 ad لوقا in margine + اول بشارته

5 in margine manu secunda *اول الانجيل بشارة لوقا لاجل ان كثرين
راموا ترتيب قصص الامور التى كملت فينا كما عهد الينا اوليك الذين كانوا منذ
البدء يبصرون وكانوا خداما للكلمة رايت انا ايضا تابعا لكل شيء بتحقيق ان
اكتب ايها العزيز ثاوفيلا لتعرف حقايق الكلام الذى وعظت به كان فى ايام
هيرودس et ab eadem manu, ut Ciascae videbatur, ab alia, si Guidio credo
اربع بشاير كوامل متى ومرقس ولوقا ويوحنا. confer quae de his versibus,
operis dioscoridei initium imitantibus, in psalterio iuxta Hebraeos a me
edito paginis 165 et 166 anno 1874 disserui

Luc 1, 12 رعاه codex, sed ء et ر recenti manu scr

الرب في الايام [التي نظر الي فيها ليصرف عني العار بين] الناس [26] وفي الشهر [السادس
2[1] ارسل الملاك جبرائيل من] عند الله الي الجليل | الي مدينة اسمها ناصرة [27] الي
بكر مملكة برجل اسمه يوسف من بيت داوود واسم ال[ب]كر مريم [28] ودخل اليها
الملاك وقال لها السلام لك ايتها ال[ممتلئة ا]لنعمة سيدنا معك ايتها المباركة في النساء
[29] وهي [لما راته] عجبت بكلمته وفكرت ان ماذا هذا السلام [30] وقال [لها الملاك
لا] تخشي يا مريم فقد وجدت نعمة لدي الله [31] [وها انت تحبلين] وتلدين
ابنا وتدعين اسمه ايسوع [32] هذا يكون [عظيما ويدعي ابن] العلي ويعطيه الرب
الاله كرسي داوود ابيه [33] [ويملك علي ال] بعقوب الي الابد ولا يكون لملكه نهاية
[34] قالت [مريم للملا]ك اني يكون لي هذا ولم يعرفني رجل [35] اجاب الملك [وقال]
لها روح القدس تاتي وقوة العلي تحل عليك ولهذا يكون المولود منك طاهرا وابن
الله يدعا [36] وها اليشبع قريبتك هي ايضا حاملة ابنا علي شيخوختها وهذا الشهر
السادس لها لتلك المدعوة عاقرا [37] لان الله لا يعسر عليه شي [38] قالت مريم انا امة
الرب ليكن لي كقولك وانطلق الملك من عندها [39] وق[امت مريم] في تلك الايام
ومضت بجد الي الجبل الي مدينة يهوذا [40] ودخلت الي بيت زكريا وسالت عن
2[2] سلامة اليشبع [41] فلما سمعت اليشبع سلام مريم | استن الطفل في حشاها
وامتلت اليشبع روح القدس [42] وصاحت بصوت عال وقالت لمريم مباركة انت في
النساء ومباركة الثمرة التي في حشاك [43] اني لي هذا ان تاتي ام سيدي الي [44] [و]حين
حصل صوت سلامك في اذني بسرور عظ[يم استن] الطفل في حشاي [45] فطوبي للتي
امنت بان الذي خوط[ب به من] لدن الرب يكمل [46] وقالت مريم تعظم نفسي الرب
[47] [وتبتهج روحي] بالله مخلصي [48] الذي نظر الي تواضع امته ها من الان ال[طوبي]
تعطيني كل القبايل [49] بان صنع لي عظايم ذلك الذي هو [قدير] وقدوس اسمه
[50] ورافته شاملة للذين يخافونه علي الدهور [51] فعل الغلبة بذراعه [52] وبدل المتعظمين
من الكراسي ورفع المتواضعين بازايهم نكس المتجبرين [53] اشبع الخيرات الجياع
وترك الاغنياء بغير شي [54] اعان اسرائيل عبده وذكر رافته [55] حسبما ذكر مع ابائنا
مع ابرهيم ومع زرعه الي الابد [56] واقامت مريم عند اليشبع نحو ثلثة اشهر [ثم

26 supra versum الفصل الثاني من بشارة لوقا

31 وتدعون 39 الجبل C, الجليل codex G 41 استن L, استر CG

45 خوط legit, من supplevit G, قيل لها descripsit C

52 المتواضعين C uncinis incluserat tamquam non lectum, sed coniectura inventum, sed G legi adhuc posse vocabulum testatur, quamquam non perspicue

54 اعان proposuit G, اعار C, verum teste Guidio non ر, sed semicircellum habet codex, puncto tamen carentem

عادت الي بيتها] [57]والبشبع ان لها وقت الولاد وولدت [ابنا [58]فسمع جيرانها
واقار]بها بان الله اكثر رافته عهدها وسروا معها [59]و[ك]ان في اليوم [الثامن] جالوا
3 1 لختان الصبي | ودعوه زكريا باسم ابيه [60]فاجابت امه وقالت لهم لا هكذا لكن
يدعي يوحنا [61]فقالوا لها ليس انسان في قبيلتك يدعا بهذا الاسم [62]واوموا الي
ابيه ان كيف تحب ان تسميه [63]والتمس صفيحة وكتب وقال اسمه يوحنا وتعجب
كل انسان [64]وفي الوقت انفتح فوه ولسانه وتكلم وحمد الله [65]ووقعت خشية علي
جيع مجاوريهم ووصف ذلك [في جيع جبا]ل يهوذا [66]وجيع الذين سمعوا افكروا
في قلوبهم وقالوا ماذا يكون [هذا ال]صبي ويد الرب كانت معه [67]وامتلا زكريا
ابوه من روح [القدس] وتنبا وقال [68]مبارك هو الرب اله اسرايبل الذي [افتقد]ه
ووضع له خلاصا [69]واقام لنا قرن الخلاص ببيت داوود [فتاه [70] كم]ا نطق علي فم
انبيايه القدبسين من الابد [71]ليخلصنا [من اعدا]ينا ومن يد جيع مبغضينا
[72]وفعل رافته مع ابايانا [وذكر موا]ثيقه القدبسة [73]والقسم الذي قسمه لابراهيم
ابينا بان [يعطينا [74]ال]خلاص من يد اعدايانا وبغير خوف نخدم قدامه [75]جيع
ايامنا بعدالة وتقوي [76]وانت ايها الصبي نبي الله تدعا تنطلق قدام وجه الرب
لتعد طريقه [77]لتعطي معرفة الحياة لشعبه لغفران خطاياهم [78]برحمة رافة الهنا
التي بها يراعينا الظهور من العلا [79]لانارة الجالسين في الظلام وتحت اظلال الموت
3 2 ولتقوم | ارجلنا في طريق السلام [80]فاما الصبي فكان ينمي ويتقوي بالروح
وكان مقيما في القفر الي يوم ظهوره لبني اسرايبل ✿

2

Matth 1, 1—25[1] Luc 2, 1—39

الاصحاح الثاني : متي : [1]كتاب ولادة ايسوع المسيح بن داوود بن ابرهيم
[2]ابرهيم ولد اسحق اسحق ولد يعقوب يعقوب ولد يهوذا واخوته [3]يهوذا ولد
فارص وزارح من ثامار فارص ولد حصرون حصرون ولد ارام [4]ارام ولد عمیناذاب
عمیناذاب ولد نخشون نخشون ولد ضلمون [5]ضلمون ولد باعاز من راحاب باعاز
ولد عوبيد من رعوت [عوبيد] ولد ايسي [6]ايسي ولد داوود الملك داوود ولد
سليمان من امراة [اوريا] [7]سليمان ولد ارحبوام ارحبوام ولد ابيا ابيا ولد اسا[ف]
[8][اساف] ولد يهوشاناط يهوشاناط ولد يورام يورام ولد عوزيا [9][عوزيا] ولد يوثام

78 بها يراعينا الظهور lectu perquam difficilia G, C non legerat

79 لنقوم codex, لتقوم emendavit G. equidem de لنقوم II scribendo cogitaveram

1 in margine بدو بشارة متى البشير

5 priori loco باعار

يوثام ولد اخاز اخاز ولد حزقيا [10] حزقيا ولد منسي منسي ولد امون امون
ولد يوشيا [11] يوشيا ولد يوخانيا واخوته في جلوة بابل [12] ومن بعد جلوة بابل
يوخانيا ولد شالثال شا[لثال] ولد زوربابل [13] زوربابل ولد ابيوذ ابيوذ ولد الياقيم
الياقيم [ولد عازور] [14] عازور ولد زاذوق زاذوق ولد اخين اخين ولد اليوذ
4[1] | [15] اليوذ ولد اليعازار اليعازار ولد ماثان ماثان ولد يعقوب [16] يعقوب ولد
يوسف رجل مريم الذي منها ولد ايسوع المسيح [17] فكل القبايل الان من ابرهيم
والي داوود اربع عشرة قبيلة ومن داوود الي جلوة بابل اربع عشرة قبيلة ومن جلوة
بابل الي المسيح اربع عشرة قبيلة [18] اما ميلاد ايسوع المسيح فهكذا كان في الوقت
الذي كانت امه مملكة بيوسف من قبل ان يجتمعا الفيت حاملا من [روح] القدس
[19] ويوسف بعلها كان عدلا ولم يحب ان يشهرها وهم في تخليتها سرا [20] ولما فكر في
ذلك ترايا له ملك الرب في الحلم فقال له يا يوسف بن داوود لا تخف من اخذ
مريم امراتك فان المولود فيها من روح القدس [21] تلد ابنا وتدعوا اسمه ايسوع
وهو يحيي شعبه من خطاياهم [22] وكل ذلك كان ليتم المقول من الرب في النبي [23] ها
البتول تحبل وتلد ابنا ويدعون اسمه عمنويل المفسر معنا هو الهنا [24] ولما قام
يوسف من رقدته ففعل كما امره ملك الرب وتناول امراته [25] ولم يعرفها الي ان
ولدت ابنها البكر : لوقا : [1] وفي تلك الايام خرج امر من اوغسطس قيصر ليكتب
4[2] جميع شعب عمله [2] هذه الكتابة الاولي كانت في ولاية قورينوس | بسوريا
[3] ومضي كل انسان ليكتب في مدينته [4] ويوسف صعد ايضا من ناصرة مدينة الجليل
الي يهوذا الي مدينة داود المدعوة بيت لحم لانه كان من بيت داود ومن قبيلته
[5] مع مريم مملكته وهي حامل ليكتب هناك [6] وعند كونها ثم كملت ايام ولادها
[7] وولدت ابنها البكر وقرطته في القمط والقته في معلف لانه لم يكن لهما [موضع]
حيث كانا فيه حالين [8] وكان في ذلك الصقع رعاة حالين يحفظون رعيهم في هزيع
الليل [9] واذا ملك الله قد اقبل اليهم ومجد الرب انار عليهم وفزعوا فزعا عظيما
[10] قال لهم الملاك لا تفزعوا فاني مبشركم بفرح عظيم يكون لجميع العالم [11] ولد
لكم اليوم مخلص هو الرب المسيح في مدينة داوود [12] وهذه علامة لكم تجدون
طفلا ملفوفا في قط وموضوعا في معلف [13] وظهر مع الملايكة بغتة قوي سمايية
كثيرة من حيث يسبحون لله ويقولون [14] التسبحة لله في العلا وعلي الارض السلام
والرجاء الصالح للناس [15] ولما انصرف من عندهم الملايك الي السماء خاطب الرعاة
بعضهم بعضا وقالوا نسير الي بيت لحم ونعرف الكلمة التي كانت كما اعلمنا الرب

18 زربابل codex 19 وم vix legitur
22 القول CG 23 وتدعون CG
7 والقته codex 8 الصقع G, الصفح C. correxit L. vide Luc 3, 8
8 هزيع CG

[16]واتوا بسرعة ووجدوا مريم ويوسف والطفل موضوعا في معلف [17]ولما بصروا
5[1] | اخبروا بالكلمة التي قيل لهم عن الصبي [18]وجميع الذين سمعوا تعجبوا
بالوصف الذى وصفه لهم الرعاة [19]ومريم كانت تحفظ هذه الاقاويل وتميزها
في قلبها [20]وعاد اوليك الرعاة وهم يسبحون ويهللون لله علي جميع [الذي ما
عاينوا و]سمعوا حسب ما وصف لهم [21]ولما تمت ثمنية ايام ليعذر [الصبي ,د]عي
اسمه ايسوع وهو الذي به دعي من الملك قبل حبله [في الحشا [22]و]لما كملت ايام
طهارتهم بحسب سنة موسي اصعدوه [الي اورشليم ا]ليقيموه قدام الرب [23]كما
كتب في ناموس الرب ان كل ذكر [فاتح رحم يدعي] قدوس الرب [24]وليعطوا
ذبحا كما قيل في سنة الرب [زوج ا]لشفانين او فرخا* حمام [25]وكان في اورشليم
رجل اسمه [سمعان] وهذا رجل كان عدلا تقيا ومنتظرا لعزا اسرايبل [26]وقيل
له [من] روح القدس انه لا يري الموت حتي يعاين مسيح الرب [27]وهذا اتا
بالروح الي الهيكل وفي حال ما ادخل الصبي ابواه ليقربا عنه ذبحه كما كتب في
الناموس [28]حمله علي ذراعيه وحمد الله وقال [29]الان تطلق اسر عبدك يا سيدي
بسلام حسب قولك [30]فقد شاهدت عيني رافتك [31]التي اعددتها لسبب جميع
العالم* [32]نورا ليجلي الشعوب ومجدا لشعبك اسرايبل [33]ويوسف وامه كانا
متعجبين من الاشيا التي تقال فيه [34]ودعا لهم سمعون فقال: لمريم امه هاهوذا
5[2] | وضع لصرعة كثير في اسراييل وقيامهم ولعلامة المراء [35]وفي نفسك انت يجتاز
الرمح لكيما تنكشف افكار قلوب كثيرين [36]وحنة النبية ابنة فنوايل من سبط
اشير كانت هي ايضا مسنة ومكثت مع بعلها سبع سنين من بتوليتها [37]وبقيت
ارملة نحو اربع وثمانين سنة ولم تكن تفارق الهيكل وتخدم ليلتها ونهارها
بالصوم والصلوة [38]وقامت هي ايضا في تلك الساعة وشكرت الرب ووصفته مع كل
انسان [الذي كان] متوقفا لخلاص اورشليم [39]ولما تمموا كل شي علي ما في نامو[س
الرب] عادوا الي الجليل الي ناصرة مدينتهم*

3

Matth 2, 1[2]—23 Luc 2, 40—3, 3 Matth 3, 1[2]—3[1]
Luc 3, 4[2]—6 Ioh 1, 7—17

الاصحاح الثالث : متي : [1]ومن بعد ذلك اتي المجوس من المشرق الي [اورشليم] وقالوا
[2]اين ملك اليهوذ الذي ولد لقد راينا نجمه ب[المشرق] وجينا لنسجد له [3]وسمع
هيروذس الملك وانزعج وكل اورشليم معه [4]وجمع جميع عظماء الكهنة وكتاب
الشعب وسالهم اي مكان يولد المسيح [5]قالوا هم في بيت لحم يهوذا هكذا
كتب في النبي [6]انت ايضا يا بيت لحم بهوذا لست حقيرة في ملوك يهوذا منك
يخرج ملك وهو يرعي شعبي اسرايبل [7]حينيذ دعي هيروذس المجوس سرا
واستعلم منهم الزمان الذي فيه ظهر لهم الكوكب [8]وارسلهم الي بيت لحم وقال
6[1] لهم انطلقوا فابحثوا عن الصبي باجتهاد | فاذا ما وجدتموه هلموا فاكشفوا

لي حتي انطلق انا ايضا فاجد له [9]وهم لما سمعوا من الملك انطلقوا واذا الكواكب
الذي ابصروا بالمشرق يسير امامهم الي ان جاء ووقف علي علو الموضع الذي
فيه الصبي [10]ولما شاهدوا الكوكب سروا سرورا عظيما جدا [11]ودخلوا البيت
وشاهدوا الصبي مع مريم امه وخروا سجدا له وفتحوا حقايبهم وقربوا له قرابين
ذهبا ومرا ولبانا [12]وراوا في المنام الا يرجعوا الي هيرودس وسلكوا في طريق اخري
في المضي الي بلدهم [13]ولما انطلقوا ترا[ا] ملك الرب في الحلم ليوسف وقال له قم
خذ الصبي وامه واهرب الي مصر وكن ثم الي ان اقول لك فهيرودس مزمع ان
يطلب الصبي لكيما يهلكه [14]ويوسف قام واخذ الصبي وامه في الليل وهرب الي
مصر [15]وبقي فيها الي حين موت هيرودس ليتم المقول من الرب في النبي الذي
قال من مصر دعوت ابني [16]وهيرودس حينيذ لما راي انه قد امتهن من
المجوس غضب جدا وانفذ وقتل جميع الصبيان الذين في بيت لحم وساير حدودها
من ابن سنتين وما دون علي حسب الزمان الذي بحث عنه من المجوس [17]حينيذ
تم المقول في ارميا النبي الذي قال [18]صوت سمع في الرامة بكاء ونوح كثير راخيل
تبكي علي بنيها ولا تريد [ان تتس]لي لفقدهم [19]ولما مات هيرودس الملك تراي
[6] ملك الرب في الحلم ليوسف | بمصر [20]وقال له قم فخذ الصبي وامه وامض
الي ارض اسرايل فقد مات الذين كانوا يلتمسون نفس الصبي [21]ويوسف قام
وتناول الصبي وامه واتي ارض اسرايل [22]ولما سمع بان ارکلاوس صار ملكا علي يهودا
بدل هيرودس ابيه خاف ان يمضي الي هنالك فراي في المنام ان يمضي الي ارض
الجليل [23]وان يسكن في مدينة تدعي ناصرة ليتم المقول في النبي انه يدعي
ناصريا : لوقا : [40]والصبي كان ينمي ويتقوي بالروح ويمتلي معرفة ونعمة الله كانت
عليه [41]واهله في كل سنة كانوا يمضوا الي اورشليم في عيد الفصح [42]ولما صار ابن
اثنا عشرة سنة صعدوا كعادتهم الي العيد [43]ولما استتمت الايام عادوا والصبي
ايسوع بقي في اورشليم ويوسف وامه لم يعلما [44]وظنا انه مع اولاد رفقتهما ولما
سارا مسيرة يوم واحد التمساه عند ناسهما وعند من يعرفهما [45]ولم يجداه فعادا
الي اورشليم والتمساه ايضا [46]ومن بعد ثلثة ايام وجداه في الهيكل جالسا وسط
المعلمين يسمع منهم ويسلهم [47]وجميع من يسمعه كان يتعجب من حكمته والفاظه
[48]ولما ابصراه تعجبا قالت له امه يا بني لماذا صنعت بنا هكذا ها انا وابوك
نتض[و]ر كثيرا نلتمسك [49]فقال لهما لماذا انتما تلتمساني اما تعلمان انه يجب

9 manus recentior جا in جاا mutavit, addita super ا madda
16 الدين manus secunda, الدى manus prima 16 بن CG
40 معرفة Ciasca, حكمة dubitans Guidius
47 والفاظه . codex saepissime puncta diacritica omittit
48 [ ] debetur Guidio 49 انه يجب incertissima *Guidi*

علي ان اكون في بيت ابي [50]وهما لم يفهما الكلمة التي قال لهما [51]ونزل معهما
واتي ناصرة وكان يطيعهما وامه كانت تحفظ جميع هذه الاقاويل في قلبها [52]وايسوع
[7]1 كان ينمي في قامته وحكمته | وفي النعمة لدي الله والناس [1]وفي السنة
الخامسة عشر لملك طيباريوس قيصر في ولاية بنطيوس فيلاطوس في يهوذا واحد
الروسا الاربعة هيرودس في الجليل وفيليبغوس اخوه احد الرؤساء الاربعة بايطوريا
وفي صقع طراخونا ولوسانيا احد الروسا الاربعة [بابيو]لاناا [2]في عظمة كهنوت حنان
وقيافا خرج امر الله الي يوحنا بن زكريا في القفر [3]وجاء الي جميع الصقع
الذي حول الاردن ينادي بالمعمودية التوبة بغفران الخطايا: متي: [4]وكان ينادي
في خراب يهوذا [5]ويقول توبوا قربت ملكوت السماء. [6]هذا الذي قيل في اشعيا
النبي الصوت الذي يدعوا في القفر: لوقا: [4]اعدوا طريق الرب وقوموا في
القاع سبلا لالهنا [5]كل الاودية تمتلي وجميع الجبال والاكام تتضع ويصير الوعر
مستويا والمكان الصعب سهلا [6]ويري كل بشر حياة الله: يوحنا: [7]هذا جاء
للشهادة ليشهد علي النور ليومن كل انسان بتوسطه [8]ليس هو النور لكن ليشهد
علي النور [9]الذي هو نور الحق المنير لكل انسان ات الي العالم [10]في العالم
كان والعالم به كون والعالم لم يعرفه [11]جاء الي ماله وماله لم يقبله [12]والذين
قبلوه اعطاهم السلطان ليكونوا [ابناء الله] الذين يومنون باسمه [13]الذين ليس
[7]2 هم من الدم ولا من ارادة اللحم ولا من ارادة | رجل لكن من الله ولدوا
[14]والكلمة صار لحما وحل فينا ورايناه مجده كمجد الوحيد من الاب المملوا نعمة
وقسطا [15]يوحنا شهد عليه ونادي وقال هذا هو الذي قلت انه ياتي بعدي وكان
قبلي لانه اقدم مني [16]ومن امتلايه اخذنا النعمة عوض النعمة [17]لان الناموس
بتوسط موسي اعطي والحق والنعمة بايسوع المسيح كانا ۞

1 بانطوريا
1 والوسانيا
3 وجا m. pr., وجاا m. recentior 16 priori loco والنعمة CG

Bemerkungen über die AwestaSchrift.

غرضنا تلويح لمع لا البسط
Masûdi.

Friedrich von Spiegel hat in seiner 1867 erschienenen baktrischen Grammatik mehrere Gelehrte genannt, welche sich vor 1867 über die Entstehung der AwestaSchrift geäußert hatten. Was er geboten, will ich nicht vervollständigen: es genügt mir, anzuführen, daß Henry Rawlinson, welcher von den eranischen Sprachen und Schriften

sehr viel versteht, im Journal of the Royal Asiatic Society 10 88 [Spiegel Huzwâresch Grammatik 27 [1]] behauptete »the Zend appears to have derived its character, with some modifications, and with considerable additions, from the cursive Pehlevi«, welches natürlich eine spät semitische Schrift ist, und daß Richard Lepsius, welcher von den eranischen wie semitischen Sprachen und Schriften genau gar nichts verstand, im Standard alphabet [2] 120 »the Pehlewi writing as a reduction of the Zendcharacter« ansah. Ich habe in meinen Mittheilungen 149 darauf aufmerksam gemacht, daß Iustus Olshausen, der Entzifferer der Pehlewimünzen, durchaus wie Henry Rawlinson dachte. Wer nur ein ganz klein wenig sich mit diesen Dingen beschäftigt hat, kann gar nicht anders urtheilen als Rawlinson und Olshausen urtheilten.

Ich hoffe, in meinen Mittheilungen 140—163 die Verhandlungen ein Stück weiter geführt zu haben, nachdem ich mich schon 1870 in meinen Symmicta 1·44 zur Sache geäußert hatte. Was Herr von Spiegel in der neusten Zeit in dieser Angelegenheit für erheblich hält, ist in Bezzenbergers Beiträgen 9 173—189 nachzulesen.

Ich nehme hier die Untersuchung wieder auf, indem ich in öffentlichem Drucke auseinandersetze was ich meinen Schülern seit sechszehn Jahren mündlich vortrage. Wie ich in meinen Anmerkungen zur griechischen Uebersetzung der Proverbien (die Einleitung des völlig vergriffenen Buchs ist in meinen Mittheilungen 1 19—26 wiederholt worden) wichtige Ergebnisse durch die Durchführung der Einsicht erzielte, daß hebräische Schreiber zwischen 100 und 800 nach Christi Geburt dieselben Eigenthümlichkeiten hatten, welche syrische und griechische Schreiber dieser Jahrhunderte zeigen, so arbeite ich hier mit der an sich Kindern einleuchtenden Schlußfolgerung, daß wenn unweigerlich der Awesta in einer aus dem semitischen PehlewiAlphabete entstandenen Schrift vorliegt, im Awesta die Schreibeigenthümlichkeiten derjenigen Zeit semitischer Litteratur erwartet werden müssen, welche der Erfindung des AwestaAlphabets gleichzeitig war. Das ist die Zeit der letzten Sasaniden: man lese Olshausens Worte in meinen Mittheilungen 1 149.

Ich greife auf etwas zurück, was ich 1868 in meinen Beiträgen zur baktrischen Lexikographie 63 [r] vorgetragen habe.

Die awestischen Wörter kehrp »Leib«, kahrkâça »Geier«,

çtehr »Stern«, vehrka »Wolf« enthalten ein h, welches aus ऋक्ष ستاره كركس वृक = گُرگ nicht zu erklären ist. Ich habe in diesem h das von gewissen syrischen Schreibern als Bezeichnung des ε verwandte ܗ erkannt. Payne Smith gibt 1 960—1056 auch dem nur Blätternden überreichliche Beispiele für diese Verwendung des ܗ, GHoffmanns syrisch-arabische Glossen thun dasselbe. Da αι später mit ε gleichlautend war, dient ܗ auch für den Ausdruck von αι: in Hoffmanns Glossen

3261 ܗܓܘܩܐܪܘܣ αἰγόκερως:
3266 ܗܓܝܠܘܦܣ αἰγίλωψ:
3288 ܗܛܝܡܛܐ αἰτήματα.

Auch in der Mitte von Wörtern dient ܗ diesem Behufe:

Elias aus Nisibis in meinen Praetermissa 31, 12 ܦܪܗܢܝܛܝܣ φρενῖτις:
Hoffmanns Glosse 3299 ܗܠܢܝܘܢ ἑλένιον:
PSmith 1 1017 ܗܠܬܐܛܘ ἐλθέτω:
PSmith 1 267 ܐܢܛܝܠܗܡܦܣܛܐ ܡܣܡܟ aus Bar Bahlûl, was (wie FField im otium norwicense 2 9 erkannt) auf ἀντιλήψεται Psalm 3, 6 zurückgeht.

Trotz des von GHoffmann ZDMG 32 736 [1]) geführten, von mir in meinem Iohannes von Euchaita VIII[r] bestätigten Nachweises, daß gewisse Syrer ἐτυμολογία als ἑτοιμολογία = ܡܛܝܒܘܬ ܡܠܬܐ deuteten, gehört auch Hoffmanns Glosse 3286 ܗܛܘܡܘܠܘܓܝܐ hierher, da das Wort

ܐܝܛܘܡܘܠܘܓܝܐ ܕܫܡܐ اشتقاق الاسماء والكلام

erklärt wird.

והרקא des Awesta bedeutete also werka: wichtig ist das in diesen Wörtern zum Erweise kommende e. In קהרקאסא, was kerkâça gelesen werden sollte, ist nachmals irrthüm-

1) Der dort von GHoffmann belehrte Schriftsteller hat sich in des Herrn Stade Zeitschrift für die alttestamentliche Wissenschaft 2 312—314 mit der Beantwortung der Frage beschäftigt, wie alt Salomon gewesen, als er zur Regierung kam. Der allbekannte Umstand, daß die von ihm angeführten διατάξεις τῶν ἀποστόλων [β 1] im engsten Zusammenhange mit Ignatius stehn, hat ihn nicht vermocht, auf des Ignatius[3] Brief an die Magnesier 3 zurückzugreifen, und von da auf JUshers Bemerkungen auf LXXVII seiner Ausgabe zu kommen, welche auch in Cotelier-LeClercs Ausgabe der patres apostolici 2 225 anzutreffen sind. Wer wie der in derselben Zeitschrift 3 185 Schreibende die Periode der Geschichte, welcher er selbst ausnahmelos Alles dankt was er besitzt, als einer sträflichen Nachlässigkeit der Vorsehung entsprungen leugnet, hatte mindestens den Eupolemus zu kennen, welcher sich in der προπαρασκευή des Eusebius 9 30, 8 [263 Estienne, 447 Viger] zur Chronologie des Lebens Salomons äußert. Den סדר עלם, auf welchen der Andere der Zwei den Früheren verweist, hatte bereits JUsher angerufen. Hieronymus 1 434[3] 4 53[3] Vallarsi!!

lich vor ה der Vokal a eingefügt worden.

Längst nemlich sehe ich im ε des Awesta das griechische ε in eigener Gestalt, welches die WestSyrer in eben dieser Gestalt in ihr Vokalsystem aufgenommen hatten. Wilhelm Wright hat in seinen 1871 gedruckten Fragments of the ܬܘܪܝܐ ܕܝܥܩܘܒ ܡܠܦܢܐ or syriac grammar of Jacob of Edessa 4[1] nachgewiesen, daß »about the time of Jacob of Edessa the Greek vowels were introduced« nach Syrien, und daß »the earliest examples of their use in the Nitrian manuscripts« des britischen Museums »are in Add. 17,134 fol. 83 (dating from about A. D. 675) and Add. 14,429 (dated A. D. 719)«. Jakob von Edessa blühte um 675.

Damit ist ungefähr die Zeit gegeben, vor welcher Awestahandschriften, welche ε enthalten, nicht geschrieben sein können. Die welche H = ܗ für ε verwendeten, müssen um einiges älter sein, als diejenigen welche in והרקא ein ε einschoben, also über den Sinn des H schon nicht mehr im Klaren waren. Das ε zu והרקא hinzuzufügen, ist darnach zu beurtheilen, daß PSmith 1 1006 zum ܗ von ܗܟܝܢܘܣ = ἐχῖνος, 1 1017 zum andern ܗ von ܗܬܗܛܘ = ἐλθέτω ein ܝ hinzufügt. Und kann ein Syrer zum ersten ܗ jenes ܗܬܗܛܘ = ἐλθέτω irrthümlich ein setzen, so kann auch ein Zoroastrianer vor ה von קהרקאסא ein a einbringen, statt kerkâça zu erkennen. Wir lassen ja auch ἀφ' οὗ und ἔσθ' ὅτε drucken, obwohl nur ἀφ' οὗ und ἐσθ' ότε oder ἀπ' οὗ und ἔστ' ὅτε zulässig sind: in dem was wir gewöhnt sind zu schreiben, ist die Aspiration zweimal ausgedrückt.

Bei den späteren Juden ist ע für indoeuropäisches ε eingetreten, wie א für A und O. Da SDLuzzatto als ein klassisches Hebräisch schreibender Gelehrter allgemein gefeiert wird, nehme ich gerne gerade aus dieses Mannes zufällig auf meinem Tische liegenden Briefen 185 Seite 415 folgende wahrhaft salomonischen Sätze als Beispiel:

זה שלשה ימים מסרתי לבית הדיליזאנץ פאקעט של ספרים בשבילך נתתי בתוכו שנים עקסעפלערע* .... אנשי הפאסט .... התירו לשלוח בלי שאשלם אני דמי הפארטא:

Uebrigens haben die Griechen es nicht anders gemacht, als sie ע י ח ה א in A E H I O umsetzten: nur freilich erfanden sie als Indogermanen was die Syrer als Semiten nachahmten: sie erwarben in tiefer bescheidener Stille heiliger Urzeit eine Sache, jene Syrer als Gebildete einer verlumpten Kulturepoche ein Surrogat. Die Griechen thaten den un-

geheuren Schritt von der Konsonantenschrift zur Lautschrift, die Syrer waren trotz des Vorbildes jener zu dumm oder zu feige, diesen Schritt nachzuthun, welchen doch in einer Landschaft wahrscheinlich nicht rein semitischer Bevölkerung die Mandäer einigermaßen, und weiter nach Osten die Zoroastrianer, Mongolen und Mandschu recht ausreichend nachzuthun über sich gewannen.

Jakob von Edessa hat wie aus Abulfarags ܟܬܒܐ ܕܨܡܚܐ und genauer aus den von WWright herausgegebenen Bruchstücken seines ܬܘܪܨ erhellt, seinem Volke eine Lautschrift erfunden, welche den mit dem Immervonneuemdreschen des leeren Strohs der Dogmatik beschäftigten Pfaffen seiner Kirche selbstverständlich nicht einleuchtete, welche aber sehr wohl den unter der Herrschaft der Semiten seufzenden und sich durch Sammlung und Studium der heiligen Bücher ihres Glaubens stärkenden Bekennern des Awestaglaubens einleuchten konnte.

Es ist vor funfzig Jahren möglich gewesen einen Ruf auf die Verwendung der Palaeographie für Sprachforschung zu gründen, da sich damals Niemand eingestand — so jammervoll antihistorisch sah es in dem Deutschland des Bundestages aus —, daß vor jedem Weitern die Frage vorzulegen und zu beantworten sei, wie denn thatsächlich — urkundlich — die Alphabete der Urzeit beschaffen gewesen sind, deren späte Nachfolger Lepsius für seine Hallucinationen verwandte. Erst 1856, also nachdem zweiundzwanzig Jahre lang das »geistvolle« Schriftchen des von einflußreichen Conservativ-Liberalen eifrig beschützten RLepsius seine Thesen unter die Ueberzeugungen der damals Ton angebenden Linguisten allmählich eingeschmuggelt hatte, erschien des Herrn Albrecht Weber Aufsatz ZDMG **10** 389—406, der muthig seine Verwunderung darüber aussprach, daß nach UFKopps vorsichtiger Warnung ein »Misgriff« wie der des Akademikers Lepsius überhaupt möglich gewesen sei, und der 390 sich folgendermaßen äußerte:

> Das Schriftchen [des RLepsius] kann in palaeographischer Hinsicht nur als ein vollständiger Fehlgriff bezeichnet werden. Der Verfasser hat nämlich die jetzige Form der Buchstaben, und zwar diese nicht einmal nach dem Usus der Handschriften, sondern nach dem A.W.v. Schlegelschen Typenschnitt zur Basis seiner Untersuchungen gemacht!

— das Ausrufungszeichen rührt von Herrn Weber selbst her, und dürfte dreist verdreifacht werden —

und ist so zu palaeographisch natürlich höchst sonderbaren .... Resultaten gelangt.

Auch in Betreff des AwestaAlphabets gilt gegen die Hübschmann, Bartholomae und Genossen dasselbe, was in Betreff der Dêwanâgarîschrift Herr AWeber im August 1856 gegen RLepsius geltend gemacht hat. Ich bedaure lebhaft, daß auch ein so verdienter Gelehrter wie KSalemann in den Spuren des UniversalAbecedarius [Symmicta 2 97, 28] wandelt: aber ist es nicht unerhört, für die Beurtheilung des AwestaAlphabets eine Handschrift des neunzehnten — sage des neunzehnten — Jahrhunderts verwenden zu sehen? Man lese in meinen Mittheilungen [1] 140—163 das Weitere [1]).

Mir fällt es nicht ein, des Jakob von Edessa O-Vokale in Westergaards und Geldners Awesta aufzufinden: ich suche diese Vokale noch nicht einmal in der ältesten uns bekannten AwestaHandschrift, denn diese ist immer noch fünf bis sechs Jahrhunderte jünger als jener Jakob. Ich habe GLoewes und PEwalds die westgothische Schrift so schön darstellenden Tafeln sorgsam studiert, ich kenne LDelisles Abhandlung über die Kalligraphie von Tours, ich verstehe lombardische Minuskel Italiens zu lesen — ein in der Barberina neben mir stehender Italiener hielt meinen Codex für hinterasiatisch, so verschieden von dem Gewohn-

1) Wer die Geschichte des Awesta durchdenkt, wird auch den Stoff in Rechnung zu stellen haben, auf welchem dies Buch einmal umgelaufen ist. Des Plinius ιγ 73 Versicherung, obwohl in Babylon Papyrus genug wachse, tamen adhuc malunt Parthi vestibus literas intexere, habe ich 1868 in meinen Beiträgen zur baktrischen Lexikographie 53 erläutert, und nachgewiesen, daß noch ein neuPersischer Epiker des eilften Jahrhunderts, um im Kolorit zu bleiben, seine Helden nur auf Seide schreiben läßt. Daß EWLane 1 538[1] von der mir 1868 gegebenen Erläuterung des arabischen taḥrîr nichts weiß, ist völlig entschuldbar, RDozy war verbunden, in seinem Supplément 1 262[1] 264[1] von ihr Kenntnis zu nehmen. Im arabischen Spanien bedeutet taḥrîr nicht mehr das [längst nicht mehr auf Seide ausgestellte] Diplom, sondern für mich nachweisbar vorzugsweise die, durch Erlaß einer Obrigkeit festgestellte, Steuerfreiheitsgewähr (siehe Dozy), Jubiläum an welchem Ablaß erworben werden kann (mein Pedro de Alcala 280, 4/5 [wo mein Setzer áâin statt áâm, der Urdruck áâin] jubileo anno de remission علم التحرير), wo die Leute irrthümlich an حر, das nicht exemptus, sondern ingenuus bedeutet, gedacht haben mögen.

ten sieht diese Minuskel aus —: ich habe den chaldäischen Theil von Reuchlins Handschrift der Propheten, und ich habe das unsern »Theologen« völlig unlesbare hebräische Stück meiner Symmicta 1 144—151 herausgegeben, kenne also reichlich verschiedene Schreibweisen mir wohl bekannter Sprachen: mir fällt es aber nicht ein, diese Verschiedenheit als »Mittel für Sprachforschung« zu brauchen: das kann nur Jemand, der von der Sache — die Sache ist hier die Geschichte der Schrift — gar nichts versteht. Alle Verschiedenheit dieser Codices ist rein graphisch, und hat mit der Sprache der Codices schlechthin gar keinen Zusammenhang, es darf also auch aus ihr auf diese Sprache nicht geschlossen werden. Im Awestischen ist es nicht anders.

Ich spreche nur einen Glauben aus, wenn ich behaupte, daß die Zeichen, welche Jakob von Edessa für o ó erfunden, in die AwestaSchrift übergegangen sind, wie ich einen Glauben ausspreche, wenn ich behaupte, daß Juden bei Herstellung dieser Schrift thätig gewesen sind, da וו für consonantisches W, יי für consonantisches Y, wo solche Buchstaben in Mitte der Worte vorkommen, zu setzen, wie es in unsern AwestaHandschriften ganz gebräuchlich, spezifisch jüdisch ist.

Ich habe in meinen Mittheilungen [1] 151 darauf aufmerksam gemacht, daß das NeuPersische seinen Vocalismus darin semitisiert hat, daß es nicht mehr mit einer Doppelkonsonanz anlauten lassen kann: क्रतु խրատ lautet ḳiraḍ. Der Unfug geht soweit, daß in سپاس, welches die Armenier als սպաս kennen, und das einem çpâça des Awesta entsprechen wird, die NeuPerser das Zahlwort سه und das Hauptwort پاس suchen, weshalb Neriosengh त्रिधामहारक überträgt, eine Thatsache, welche Herr von Spiegel dem über sie ZDMG 6 37 sich wundernden AHoltzmann ebenda 417 nicht voll erklärt hat: vergleiche meine armenischen Studien § 2041.

Das Awestische hat wie das Armenische die Aspiraten भ् घ् ध् in die Tenues ब् ग् द् verwandelt: ich habe 1854 in dem Hefte zur Urgeschichte der Armenier 33 meinen Glauben ausgesprochen, daß die Armenier, um den Unterschied des ursprünglichen bgd und des aus bh gh dh herabgekommenen bgd zu markieren, erstere in pkt zu verschieben begonnen haben: die Erfindung des armenischen Alphabets wird in die Zeit gefallen sein, in welcher diese

Verschiebung vor sich gieng: die Sprache wurde mitten in einem Uebergange durch die Schrift fixiert, und dadurch die Verschiebung zum Stillstande gebracht. Die Awestaschriften zeigen, daß die Anhauchung der בגדכפת, über welche ich in den Abhandlungen 255 ff. gehandelt, von den Syrern und Juden zu zoroastrisch gesinnten Eraniern gelangt ist. Ueberall wo nach der über die Anhauchung der בגדכפת bei Syrern und Juden geltenden Grundregel bgdkpt behaucht sein muß, ist es im Avesta durch eigene Zeichen ausgedrückt: nur die Behauchung vom Ende eines vorhergehenden Wortes her findet nicht statt, und in gewissen, hier gleichgültigen Fällen erscheint die Anhauchung da, wo sie aus dem Gebrauche der syrischen ܡܣܝܡܢܐ und der hebräischen נקדנים nicht erläutert werden kann. Ich hatte dies längst erkannt, als die jüdisch-persischen Texte, von denen ich ein Paar in meinen persischen Studien herausgegeben habe, die urkundliche Bestätigung eines solchen Vorgehns brachten. Ich sehe in daδâiti = दधाति, in maδu = मधु, in maiδya = मध्य das δ nicht für ध्, sondern für ד an, und schreibe daher (über die Aussprache der Vokale siehe unten) daDâiti, maDu, maiDia: betrachte also jene δ als völlig auf Einer Stufe stehend mit den δ in pâδa = पाद, in haδis = सदस् ἕδος, welche ich pâDa haDis wiedergebe: pâDa haDis haben D = ד aus demselben Grunde, aus welchem אָדָם ein ד hat: das d steht zwischen zwei Vokalen, das ist Alles. Analog in analogen Fällen. Setze ich überhaupt hebräische Buchstaben für das aus einer semitischen Schrift entstandene AwestaAlphabet, so dienen in ihm

ב̄ ג̄ ד̄ ד̄ ף̄ ת̄

das heißt, ב ג ד ד ף ת mit dem Raphestriche, für die awestischen Zeichen, welche Herr von Spiegel

w γ dʿ kʿ f ϑ

wiedergibt, Andere anders schreiben.

Olshausen hatte in seiner hebräischen Grammatik § 32ᶜ als Zeichen für die »aspirierte« Gestalt der בגדכפת βγδχφϑ eingeführt, was für כפת nicht stimmt — er hätte für diese κπτ brauchen müssen — ich verwende — lediglich aus Rücksicht auf das was sich in jeder Druckerei an Typen findet — seit Jahren die Kapitälchen BGDKPT. Etwa bgdkpt mit einem Striche zu setzen, wäre nicht bequem, da b̲ d̲ k̲ t̲ den Strich unten, ḡ p̄ ihn oben tragen müßten. ٣ = خو = ـٖ sehe ich als Ligatur von חו an, und schreibe daher

ḫw. Dabei weiß ich, daß א und ח in der Pehlewischrift ähnlich sind, und daß אוינק des Targum dem خزينه = خزينه = خوجينك entspricht, also für חו auch או hat gelesen werden dürfen: Semitica 1 40.

Der »Vokal« âo, welchen Herr von Spiegel in § 20 seiner Grammatik bespricht, ist wenigstens in einer Reihe von Fällen אָו (ein zu einem einzigen Zeichen verschlungenes אא mit folgendem ו), denn im NeuPersischen entspricht ihm اب: meine Semitica 1 46.

Bedenke ich, daß Mesrob ՈՒ, das heißt Omikron der Griechen mit darauf folgendem Alaph der Syrer, zur Bezeichnung eines — irgend wie — schattierten O braucht, so kann ich mir auch denken, daß או zum Ausdrucke eines — irgend wie — schattierten O hat verwendet werden können. Ich verstehe daher באושנא nicht als baošna, sondern als bóšna, wo die Artung des durch ó bezeichneten schattierten O mir unbekannt ist, und vermuthlich aller Welt für immer unbekannt bleiben wird. Entsprechend denke ich über באויזי, welches im NeuPersischen بوى = bóy geworden ist, und für welches etwa bôȯi die genaueste Umschreibung sein möchte. Wenn der neujüdische Klassiker SDLuzzatto אויף schreibt, so weiß ich nur weil ich es gelernt habe, nicht weil ich es durch Nachdenken mit Hülfe einer mir als NichtArzte unverständlichen Physiologie und Laryngoskopie erschlossen, daß er das Wort *auf* gesprochen haben will: wenn ich im Awesta באויזי erblicke, so weiß ich aus dem Striche über ד, daß אוי des Wortes nicht ein Diphthong ist, da die حبهد nach einem Diphthonge nicht angehaucht werden dürfen: wie aber אוי von den Parsenpriestern der Zeit des Iustinian — älter ist die uns vorliegende Schrift nicht — gelesen worden ist, weiß ich nicht, denn mir ist nie ein Parsenpriester jener Zeit, überhaupt nie irgend ein Parsenpriester über meinen Weg gelaufen, und ich glaube, daß auch nach Aschaffenburg, Erfurt und Kiel oder Tübingen nie ein solches lange verstorbenes Wesen gelangt ist, von dem man hätte lernen können.

Sehe ich in einem hebräischen Texte בני vor mir, so bestimme ich aus dem Zusammenhange des Satzes, ob ich בְּנִי mein Erbauer, בֹּנַי meine Erbauer, בְּנֵי Erbauer von, בְּנִי mein Sohn, בָּנֵי Söhne von, בָּנַי meine Söhne, בָּנוּי Baumeister aussprechen muß. Ebenso aber bestimme ich, wenn ich איבי erblicke, aus dem durch den Raphestrich als weich bezeich-

neten בּ von איבי, daß nicht aibhi, sondern ebhi, vielleicht abh[1] gesprochen werden soll: denn nach den Diphthongen ai au (= ay aw) würden die ܒܓܕܟܦܬ hart sein, der Raphestrich nach אי [oder או] zeigt also, daß אי [oder או] nicht Diphthonge sein sollen. Plutarch, Dinon, Ctesias, Herodot sind alle älter als die Niederschrift unseres Awesta, woraus ich schließe, daß da bei jenen Griechen ein αη αοι αωι αω aus Eran niemals erscheint, mögen sie über welche Landschaft sie wollen berichten, אוי אי des Awesta nicht αη αοι αωι gelesen werden darf: Alexander der Große hatte trotz ראוכשנא keine Ραωξάνη, sondern eine Ρωξάνη zum Weibe: die Armenier haben was sie dem Eranischen der Arsaciden-Zeit entlehnten, vor der Niederschrift unseres Awesta entlehnt, und wenn sie ⱶ, beziehungsweise ⱶⱶ = ⱶ für איבי schreiben, so folgt mir, daß sie איבי nicht aibhi, sondern æbh[i] oder gar äbh haben sprechen hören. Von der Gestalt zu geschweigen, welche die betreffenden Worte im NeuPersischen in einer Zeit zeigen, die doch von der Niederschrift des Awesta nicht so weit entfernt ist, wie diese Niederschrift von der Zeit der Achaemeniden entfernt war. Denn der Archetypus unseres Awesta ist höchstens so alt wie Iustinian, also rund tausend Jahre jünger als Cyrus, während Firdusi rund nur 450 Jahre jünger als Iustinian, und die soviel arsacidisches Persisch enthaltende armenische Bibel 100 Jahre älter als dieser Kaiser ist.

Irrthum vorbehalten, sehe ich das bei Herrn von Spiegel § 5 verzeichnete AwestaAlphabet folgendermaßen an:

a = א, i = י, u = ו, e = ε:

Das andere ε ist mir noch unverständlich, für die Zeichen o ô suche ich die Vorlage im Alphabete des Jakob von Edessa.

ā = אא, ī = יי, ū = וו: wo die doppelt gesetzten Zeichen des semitischen Alphabets jedesmal in einander gezogen sind, was bei י und ו deshalb nöthig war, weil יי und וו, wenn einzeln geschrieben, das zwischen Vokalen stehende konsonantische y und w bezeichnete. Das sogenannte é ist eine Umbildung des ε, ą oder ã nichts als eine Ligatur aus אג, also auch durch an zu geben: âo besprach ich oben: ê ist Spiegels ẹ überall, wo es an einer besondern Stelle des Wortes steht.

Die Konsonantentafel sieht so aus:

ך ך̄ ג ג̄
č ǧ

ת ת ד ך [was Herr von Spiegel ð schreibt, sehe ich als eine Finalform des ת an]

ה ה ב ב, falls nicht mein ב das mit drei Punkten versehene ب des Muwaffaq ist: es sieht ja in den wenigen mir bekannten AwestaHandschriften und in den Drucktypen Burnoufs, Bopps, Westergaards wie eine Umgestaltung des ה aus.

י ר וו, wo י und וו in einander geschlungen sind, וו eine dem ⊿ der Armenier nachgebildete Anfangsform besitzt. Dies ⊿ entstand nach 431 aus ϥ!

ס שׁ שׁ ז ז [š formell aus in einander geschlungenem שׁי]

ם נ [die anderen N sind Doppelungen oder Ligaturen]

ה

וה oder אי [die andern Ligaturen gehn uns, als nur graphisch, nichts an].

Oder in lateinischer Schrift — die Vokale führe ich nicht mit auf —:

k ĸ g ɢ
ǩ ǧ

t ᴛ ḍ ᴅ [die Finalform des ᴛ bedarf keiner besonderen Bezeichnung, da wir die Worte trennen]

p ᴘ b ʙ

y r w n [das irgend welcher Unterscheidung entrathen kann]

ç s š z ž

h

ḥw.

An dieser Umschreibung braucht kein Mann von Geschmack Anstoß zu nehmen, wie an derjenigen der neusten Kenner, welche noch dazu nicht nur an ihrer hochgradigen Häßlichkeit, sondern auch (nicht allein die Götter kommen nie einzeln) an dem grundstürzenden Fehler leidet, eine historisch gewordene Schrift nach den in meinen Augen immer nur angeblichen und eingebildeten Einsichten der Umschreibenden in die doch nicht so ganz ohne Weiteres zu bewältigende Anatomie und Physiologie verstehn zu wollen. Das sind Alles »Werthurtheile«: und die kennt man nachgerade. Was nach dem Gesagten aus der Metrik des Awesta wird, mag den an sie Gläubigen ein Anderer auseinandersetzen.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

24. März. **№ 5.** 1886.

Universität.

Verzeichniß der Vorlesungen auf der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen während des Sommerhalbjahrs 1886.

Die Vorlesungen beginnen den 28. April und enden den 15. August.

Theologie.

Encyklopädie der theologischen Wissenschaften zur Einführung in das Studium der Theologie: Prof. *Knoke* vierstündig um 12 Uhr.

Hebräische Grammatik: Prof. *Duhm* Mont. u. Dienst. 10 Uhr.

Einleitung in das Alte Testament: Prof. *Bertheau* fünfstündig um 10 Uhr.

Alttestamentliche Theologie: Prof. *Duhm* viermal um 4 Uhr.

Erklärung der chaldäischen Abschnitte des Buches Daniel: Prof. *Bertheau* Dienstag und Freitag von 2—3 Uhr, öffentlich.

Erklärung der Psalmen: Prof. *Schultz* fünfmal um 10 Uhr.

Hebräische Uebungen s. *Orientalische Sprachen* S. 181.

Theologie des Neuen Testaments: Prof. *Ritschl* sechsmal um 12 Uhr.

Leben Jesu nebst cursorischer Evangelienerklärung: Prof. *Wagenmann* viermal um 7 Uhr.

Synoptische Erklärung der Evangelien des Matthaeus, Marcus und Lucas: Prof. *Lünemann* sechsstündig um 9 Uhr.

Erklärung des Briefs an die Römer: Prof. *Wiesinger* fünfmal um 9 Uhr.

Kirchengeschichte Theil I: Lic. *Bornemann* sechstündig um 7 Uhr.

Kirchengeschichte Theil II: Prof. *Wagenmann* sechsmal um 8 Uhr.

Kirchengeschichte der neueren Zeit seit der Reformation: Prof. *Reuter* sechsmal um 8 Uhr.

Geschichte der Kirche und Theologie seit Mitte des XVIII. vornemlich im XIX. Jahrhundert: *Derselbe* fünfmal um 11 Uhr.

Dogmatik II. Theil: Prof. *Schultz* fünfmal um 12 Uhr.

Symbolik: Prof. *Ritschl* sechsmal um 11 Uhr.

Praktische Theologie: Prof. *Wiesinger* fünfstündig um 10 Uhr.

Geschichte und System der Paedagogik: Prof. *Knoke* vierstündig um 5 Uhr.

Kirchenrecht s. unter *Rechtswissenschaft* S. 171.

Die alttestamentlichen Uebungen der wissenschaftlichen Abtheilung des theologischen Seminars leitet Prof. *Bertheau* Dienstags um 6; die neutestamentlichen Prof. *Wiesinger* Montags um 6; die kirchen- und dogmenhistorischen Prof. *Reuter* Donnerstags um 5; die dogmatischen Prof. *Ritschl* Freitags um 6 Uhr.

Die homiletischen Uebungen der praktischen Abtheilung des theologischen Seminars leiten abwechslungsweise Prof. *Schultz* und Prof. *Knoke* Sonnabends 9—11 Uhr öffentlich; die katechetischen Uebungen Prof. *Wiesinger* am Mittwoch von 2—3 Uhr und Prof. *Knoke* Sonnabends 2—3 Uhr öffentlich; die liturgischen Uebungen *Derselbe* Sonnabends 9—10 Uhr öffentlich.

Wissenschaftlich-theologische Uebungen für Anfänger, privatissime nach Verabredung: Lic. *Bornemann*.

Rechtswissenschaft.

Encyklopädie der Rechtswissenschaft: Prof. *John* Montag, Mittwoch und Freitag von 10—11 Uhr.

Geschichte des römischen Rechts: Prof. *Merkel* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 7—8 Uhr.

Institutionen des römischen Rechts: Prof. *Regelsberger* Montag bis Freitag von 8—9 und Mittwoch von 7—8 Uhr.

Pandekten I. Theil (Allgemeine Lehren, Sachenrecht, Obligationenrecht): Prof. *Merkel* Montag bis Freitag von 11—1 Uhr.

Pandekten II. Theil (Gemeines Familien- und Erbrecht): Prof. *Regelsberger* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 7—8 Uhr.

Römischer Civilproceß der letzten Periode: Prof. *Merkel* einmal wöchentlich unentgeltlich.

Exegetische Uebungen in den Digesten: Prof. *Regelsberger* einmal wöchentlich von 5—7 Uhr.

Pandekten-Praktikum: Prof. *v. Jhering* Montag, Mittwoch, Freitag von 12—1 Uhr.

Deutsche Rechtsgeschichte: Prof. *Dove* sechsmal wöchentlich von 9—10 Uhr.

Deutsches Privatrecht: Prof. *Schröder* täglich von 10—11 Uhr.

Deutsches Privatrecht mit Lehnrecht: Prof. *Wolff* täglich von 9—10 Uhr.

Handelsrecht mit Einschluß des Wechsel- und Seerechts: Prof. *Frensdorff* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Erklärung ausgewählter Rechtsfälle aus dem Gebiete des deutschen Privatrechts (nach Loersch und Schröder, Urkunden zur Geschichte des deutschen Privatrechts, 2. Auflage, Bonn 1881): Prof. *Schröder* Sonnabend von 11—1 Uhr öffentlich.

Hauptlehren des preußischen Privatrechts: Prof. *Ziebarth* Dienstag, Donnerstag und Freitag von 8—9 Uhr.

Strafrecht: Prof. *Ziebarth* fünfmal wöchentlich, Dienstag, Mittwoch, Freitag von 11—12 und Donnerstag von 11—1 Uhr.

Deutsches Staatsrecht (Reichs- und Landesstaatsrecht): Prof. *Frensdorff* fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr.

Canonistische und kirchenrechtliche (exegetische und praktische) Uebungen: Prof. *Dove* Dienstag von 6—8 Uhr Abends privatissime und unentgeltlich.

Civilproceß einschließlich des Konkursprocesses und der summarischen Processe: Prof. *John* täglich von 9—10 Uhr.

Strafproceß: Prof. *v. Bar* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 10—11 Uhr.

Civilproceß-Praktikum: Prof. *v. Bar* Dienstag von 4—6 Uhr.

Criminal-Praktikum: Prof. *John* Donnerstag von 4—6 Uhr.

Handelsrechtliches Praktikum: Prof. *Schröder* Freitag von 4—6 Uhr.

Medicin.

Zoologie, Botanik, Chemie s. unter *Naturwissenschaften.*

Knochen- und Bänderlehre: Dr. *Schiefferdecker* am Dienstag, Donnerstag und Sonnabend von 11—12 Uhr priv.

Der systematischen Anatomie II. Theil, Gefäß- u. Nervenlehre, lehrt Prof. *Fr. Merkel* täglich von 12—1 Uhr.

Allgemeine Anatomie lehrt Prof. *Fr. Merkel* Montag, Mittwoch, Freitag, von 11—12 Uhr.

Mikroskopische Uebungen hält Dr. *Schiefferdecker* für Anfänger (allgemeine Anatomie) vierstündlich und für Geübtere (specielle mikroskopische Anatomie) gleichfalls vierstündlich priv.

Prof. *Krause* wird seine Vorlesungen nach seiner Rückkehr von der Reise anzeigen.

Allgemeine und besondere Physiologie mit Erläuterungen durch Versuche und mikroskopische Demonstrationen: Prof. *Herbst* 6 Stunden wöchentlich um 10 Uhr.

Experimentalphysiologie I. Theil: Prof. *Meissner* täglich um 10 Uhr.

Physiologie der Zeugung und Embryologie: Prof. *Meissner* Freitag von 5—7 Uhr.

Arbeiten im physiol. Institut leitet Prof. *Meissner.*

Hygiene, 2. Theil, lehrt Dienstag, Mittwoch, Freitag 5—6 Uhr Prof. *Flügge.*

Arbeiten im Institut für medicinische Chemie und Hygiene leitet Prof. *Flügge* täglich von 8—6 Uhr.

Patholog. Anatomie der Lungen lehrt Prof. *Orth* Mittwoch 2—3 Uhr öffentlich.

Specielle patholog. Anatomie lehrt Prof. *Orth* täglich außer Sonnabend 12—1 Uhr.

Praktische Uebungen in der patholog. Histologie hält Prof. *Orth* privatissime Dienstag und Freitag 2—4 Uhr.

Sections- und diagnostischen Cursus leitet Prof. *Orth* in passenden Stunden privatissime.

Physikalische Diagnostik verbunden mit Uebungen lehrt Prof. *Damsch* Montag, Mittwoch und Donnerstag von 4—5 Uhr. Dasselbe trägt Dr. *Wiese* viermal wöchentlich in später zu bestimmenden Stunden vor.

Ueber physikalische Heilmethoden mit besonderer Berücksichtigung der Elektrotherapie, mit Uebungen am Krankenbett trägt Prof. *Damsch* dreimal wöchentlich vor.

Laryngoskopische Uebungen hält Prof. *Damsch* Sonnab. v. 12—1 Uhr.

Diagnostik des Harns lehrt Prof. *Damsch* Mittwoch von 3—4 Uhr.

Arzneimittellehre und Receptirkunde verbunden mit Experimenten und Demonstrationen sowie mit practischen Uebungen im Receptiren und Dispensiren lehrt Prof. *Marmé* dreimal wöchentlich Montag, Dienstag und Donnerstag von 5—6 Uhr.

Die gesammte Arzneimittellehre trägt Prof. *Husemann* fünfstündlich von 3—4 Uhr vor.

Specielle Toxicologie, I. Th., für ältere Mediciner lehrt in Verbindung mit Experimenten zweimal wöchentlich von 2—3 Uhr Prof. *Marmé.*

Ausgewählte Kapitel der Pflanzengifte demonstrirt einmal wöchentlich von 6—7 Uhr Prof. *Marmé* öffentlich.

Ueber eßbare und giftige Pilze trägt Prof. *Husemann* öffentlich Montags von 4—5 Uhr vor.

Ein pharmacognostisches Practicum mit mikroskopischen Uebungen hält für Pharmaceuten Prof. *Marmé* Sonnabend von 9—11 und von 11—1 Uhr.

Arbeiten im pharmacologischen Institut leitet Prof. *Marmé* täglich.

Specielle Pathologie und Therapie I. Hälfte lehrt Prof. *Ebstein* täglich, außer Montag, von 7—8 Uhr.

Ueber Kinderkrankheiten trägt Prof. *Damsch* Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr vor.

Die medicinische Klinik und Poliklinik hält Prof. *Ebstein* täglich, und zwar fünfmal von $10^1/_2$—12 Uhr, Sonnabend von $9^1/_4$—$10^3/_4$ Uhr.

Poliklinische Referatstunde hält Prof. *Damsch* einmal wöchentlich publice.

Allgemeine Chirurgie lehrt Prof. *Rosenbach* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Specielle Chirurgie lehrt Prof. *Lohmeyer* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Chirurgische Klinik hält Prof. *König* täglich mit Ausnahme Sonnabends $9^1/_2$—$10^3/_4$ Uhr.

Chirurgische Poliklinik hält Prof. *König* gemeinsam mit Prof. *Rosenbach* $10^3/_4$ Uhr öffentlich.

Einen chirurgisch-diagnostischen Cursus hält Prof. *Rosenbach* zweimal wöchentlich, Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr.

Operationscursus an Leichen hält Prof. *König* täglich 5—7 Uhr mit Ausnahme Sonnabends.

Ueber Hernien trägt Dr. *W. Müller* einmal wöchentlich vor in später zu bestimmender Stunde öffentlich.

Ueber die Anomalien der Refraction und Accommodation des Auges, verbunden mit practischen Uebungen in der Brillenbestimmung trägt einmal wöchentlich von 8—9 Uhr vor Prof. *Deutschmann.*

Augenspiegelcursus hält Prof. *Deutschmann* zweimal wöchentlich, Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Die Klinik der Augenkrankheiten hält Prof. *Leber* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 12—1 Uhr.

Augenoperationskursus hält Prof. *Leber* Mittwoch und Sonnabend von 8—9 Uhr.

Ueber die practisch wichtigen Abschnitte der Ohrenheilkunde mit Uebungen im Ohrenspiegeln trägt Prof. *Bürkner* Dienstag und Freitag von 3—4 Uhr oder zu besser passender Zeit vor.

Poliklinik für Ohrenkranke hält Prof. *Bürkner* (für Geübtere) Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Ueber Beckenfehler trägt Prof. *Schwartz* öffentlich und einmal wöchentlich zu gelegener Zeit vor.

Geburtshülflichen Operationscursus am Phantom hält Dr. *Droysen* Mittwoch und Sonnabend von 8—9 Uhr.

Ueber Frauenkrankheiten liest Dr. *Droysen* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 3—4 Uhr.

Gynäkologische Klinik leitet Prof. *Schwartz* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 8—9 Uhr.

Psychiatrische Klinik mit systematischen Vorlesungen über Geisteskrankheiten hält Prof. *Meyer* wöchentlich in vier Stunden, Montag und Donnerstag von 3—5 Uhr.

Gerichtliche Psychiatrie mit casuistischen Demonstrationen lehrt Prof. *Meyer* wöchentlich in zwei nach Verabredung festzusetzenden Stunden.

Die äußeren Krankheiten der Hausthiere und Beurtheilungslehre des Pferdes und Rindes trägt Prof. *Esser* wöchentlich fünfmal von 8—9 Uhr. vor.

Klinische Demonstrationen im Thierhospitale wird *Derselbe* öffentlich in zu verabredenden Stunden halten.

Philosophie.

Geschichte der Philosophie: Prof. *Rehnisch*, 5 Stunden, 10 Uhr.

Geschichte der alten Philosophie: Prof. *Baumann*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Ueber die Philosophie Kants: Prof. *Peipers*, Mittwoch und Sonnabend 12 Uhr, öffentlich.

Logik nebst Einleitung in die Philosophie: Prof. *Peipers*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Moralphilosophie mit der Lehre von der Willens- und Charakterbildung: Prof. *Baumann*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 9 Uhr.

Naturphilosophie: Prof. *G. E. Müller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

In einer psychologischen Societät wird Prof. *G. E. Müller* die Erscheinungen des Gedächtnisses näher behandeln, Mittwoch 9 Uhr.

Die Uebungen des K. pädagogischen Seminars leitet Prof. *Sauppe*, Dienstag und Freitag 11 Uhr, öffentlich.

Geschichte und System der Pädagogik: vgl. *Theologie* S. 170.

Mathematik und Astronomie.

Einleitung in die Differential- und Integral-Rechnung: Prof. *Schering*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Zahlentheorie: Dr. *Schönflies*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Ueber die Auflösung der algebraischen Gleichungen: Prof. *Felix Klein*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12 Uhr.

Integration der gewöhnlichen Differentialgleichungen: Prof. *Schwarz*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Einleitung in die Theorie der analytischen Funktionen: Prof. *Schwarz*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 9 Uhr.

Theorie der bestimmten Integrale: Dr. *Hölder*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Hydrodynamik: Prof. *Schering*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 6 Uhr.

Theorie des Potentiales mit besonderer Rücksicht auf Electrostatik: Prof. *Voigt*, Dienstag bis Freitag 10 Uhr.

Einleitung in die theoretische Physik: Dr. *Hugo Meyer*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 10 Uhr.

Sphärische Astronomie: Prof. *Schur*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 10 Uhr.

Allgemeine Astronomie: Prof. *Schur*, Mittwoch und Sonnabend, 4 Uhr, öffentlich.

Magnetische Beobachtungen im Gauss-Observatorium leitet Prof. *Schering* in Gemeinschaft mit dem Assistenten Kand. *Holborn*, Dienstag Abend.

Reduktionen erdmagnetischer Beobachtungen: Prof. *Schering*, Freitag Abend.

Praktische Uebungen an den Instrumenten der Sternwarte: Prof. *Schur*.

Mathematische Kolloquien wird Prof. *Schwarz* privatissime, unentgeltlich, wie bisher einmal zweiwöchentlich leiten.

Mathematisches Kolloquium: Prof. *Felix Klein*, Mittwoch 11—1 Uhr, öffentlich.

Im K. mathematisch-physikalischen Seminar werden Prof. *Schering* (Montag 3 Uhr) und Prof. *Schwarz* (Dienstag 4 Uhr) mathematische Uebungen veranstalten. Vgl. *Naturwissenschaften* S. 177.

Naturwissenschaften.

Allgemeine Zoologie: Prof. *Ehlers*, Mont., Dienst., Mittw., Donn. 8 Uhr.

Specielle Zoologie, Theil I: Prof. *Ehlers*, Freit. und Sonnabend 8 Uhr.

Vergleichende Anatomie der Wirbelthiere: Dr. *Brock*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Vergleichende Anatomie der beiden höhern Sinnesorgane (Auge und Ohr): Dr. *Brock*, Montag 4 Uhr, unentgeltlich.

Vergleichende Histologie mit Demonstrationen: Dr. *Hamann*, Montag und Donnerstag 6 Uhr.

Zootomischer Curs: Prof. *Ehlers*, Dienst. und Mittw. 9—11 Uhr.

Zoologische Uebungen: Prof. *Ehlers*, wie bisher, täglich (mit Ausnahme des Sonnabends) von 9—1 Uhr.

Grundzüge der gesammten Botanik: Prof. *Graf zu Solms*, 5 Stunden, früh 7 Uhr.

Ausgewählte Kapitel aus der Biologie der Pflanzen: Prof. *Berthold*, Mittw. 12 Uhr, öffentlich.

Systematik der Phanerogamen mit besonderer Berücksichtigung der einheimischen Familien: Prof. *Falkenberg*, Dienst. u. Freit. 6 Uhr.

Ueber die Vegetation des Meeres: Prof. *Falkenberg*, Mittw. 6 Uhr, öffentlich.

Ueber die Bewegungserscheinungen im Pflanzenreiche: Dr. *Arthur Meyer*, Donnerstag 12 Uhr, unentgeltlich.

Uebungen im Bestimmen der Pflanzen: Prof. *Berthold*, Dienstag und Freitag 6 Uhr.

Demonstrationen im botanischen Garten: Prof. *Graf zu Solms*, Mittwoch 3 Uhr, öffentlich.

Anleitung zu täglichen Arbeiten im Laboratorium des botanischen Gartens, wesentlich für Vorgeschrittenere: Prof. *Graf zu Solms*, privatissime, in zu bestimmenden Stunden.

Mikroskopisch botanischer Kursus, Sonnabend von 9—1 Uhr (für Pharmaceuten 2stündig): Prof. *Berthold*.

Tägliche Arbeiten im pflanzenphysiologischen Institut: Prof. *Berthold*.

Mineralogie: Prof. *C. Klein*, Mont. bis Sonnab. 11 Uhr.

Petrographie: Prof. *C. Klein*, Mont. Dienst. Donn. Freit., 9 Uhr.

Ueber technisch wichtige Mineralien und ihre Lagerstätten: Dr. *Rinne*, Mittw. und Sonnab. 9 Uhr.

Palaeontologie: Prof. *v. Koenen*, 5 Stunden, Dienst. bis Sonnab., 7 Uhr.

Ueber die geologischen Verhältnisse des nördlichen Deutschlands: Prof. *von Koenen*, Sonnabend 12 Uhr, öffentlich, verbunden mit geologischen Excursionen.

Mineralogische Uebungen: Prof. *C. Klein*, Freit. 2—4 Uhr, öffentlich.

Krystallographische Uebungen: Prof. *C. Klein*, privatissime, aber unentgeltlich, in zu bestimmenden Stunden.

Palaeontologische und geologische Uebungen: Prof. *von Koenen*, täglich, privatissime, aber unentgeltlich.

Experimentalphysik, erster Theil (Mechanik, Akustik, Optik): Prof. *Riecke*, Mont. und Dienst. 5 Uhr, Donnerst. und Freit. 4 Uhr.

Ueber Anstellung und Auswerthung meteorologischer Beobachtungen: Dr. *Hugo Meyer*, Donnerst. 6 Uhr unentgeltlich.

Die praktischen Uebungen im physikalischen Institute leiten die Prof. *Riecke* und *Voigt*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Dr. *Meyer*, Dr. *Hennig* und Dr. *Krüger*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 2—4 Uhr, Sonnabend 9—1 Uhr.

Theorie des Potentiales und Einleitung in die theoretische Physik: s. *Mathematik* S. 175.

Klimatologie: vgl. *Erd- und Völkerkunde* S. 179.

In dem mathematisch-physikalischen Seminar behandelt Prof. *Riecke* ausgewählte Kapitel der mathematischen und Experimentalphysik, behandelt ausgewählte Probleme der Mechanik Prof. *Voigt*, Sonnabend 10 Uhr. — Vgl. *Mathematik* S. 176.

Allgemeine Chemie, organischer Theil (Organische Experimentalchemie): Prof. *V. Meyer*, 6 Stunden, 9 Uhr.

Ueber die chemische Constitution der unorganischen Körper: Prof. *V. Meyer*, Dienst. 4 Uhr, öffentlich.

Organische Chemie, für Mediciner: Prof. *von Uslar*, 4 Stunden, 9 Uhr.

Analytische Chemie I. Theil: Dr. *Buchka*, Mittwoch und Sonnabend 8 Uhr.

Ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie: Dr. *Buchka*, Donnerst. 8 Uhr.

Pharmaceutische Chemie (anorgan. Theil): Prof. *Polstorff*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Chemie der Benzolderivate, II. Theil: Dr. *Leuckart*, Dienst. Donnerst. und Freit. 12 Uhr.

Experimentelle Gasanalyse mit besonderer Berücksichtigung der technisch wichtigen Methoden: Dr. *Jannasch*, 1 Stunde.

Ueber die Verunreinigungen und Verfälschungen der Nahrungs- und Genußmittel und deren Erkennung: Prof. *Polstorff*, Dienstag und Freitag, 8 Uhr.

Besprechung ausgewählter Kapitel aus der Tagesliteratur: Dr. *Leuckart*, Donnerst. 6 Uhr.

Pharmacie: Prof. *von Uslar*, 4 Stunden, 3 Uhr. — S. unter *Medicin* S. 173.

Pflanzenernährungslehre (Agriculturchemie): Prof. *Tollens*, Montag, Dienstag, Mittwoch, 10 Uhr.

Grundzüge der Chemie für Landwirthe: Dr. *Pfeiffer*, Mont., Dienst., Donnerst. 5 Uhr.

Methoden der Agriculturchemie: Dr. *Kern*, 2 Stunden.

Die chemischen Uebungen und wissenschaftlichen Arbeiten im akademischen Laboratorium leitet Prof. *V. Meyer*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Prof. *Polstorff*, Dr. *Buchka*, Dr. *Leuckart* und Dr. *Gattermann*, und zwar 1) Vollpracticum, tägl. (außer Sonnabends) 8—12 und 2½—5 Uhr; 2) Halbpracticum je Vor- oder Nachmittags, täglich (außer Sonnabends); 3) Chemisches Anfänger-Practicum für Mediciner, täglich (mit Ausschluß des Sonnabends).

Ein chemisches Practicum in speciell mineral-analytischer Richtung leitet Prof. *V. Meyer* in Gemeinschaft mit Prof. *Jannasch*, und zwar 1) Vollpracticum, täglich (außer Sonnabends) und 2) Halbpracticum, täglich (außer Sonnabends), je Vor- oder Nachmittags.

Prof. *Boedeker* leitet die praktisch-chemischen Uebungen im physiologisch-chemischen Laboratorium (Stumpfebiel II), täglich (außer Sonnabend), 8—12 und 2—4 Uhr.

Praktische Uebungen im agricultur-chemischen Laboratorium leitet Prof. *Tollens*, in Gemeinschaft mit Dr. *Rischbiet*, Montag—Freitag, 8—12 und 2—4 Uhr.

Medicinisch-chemisches Practicum s. S. 172.

Historische Wissenschaften.

Lateinische Palaeographie: Prof. *Steindorff*, vierstündig, Dienst. und Freit. 10—12 Uhr.

Diplomatische Uebungen: Prof. *Steindorff*, Mittwoch 10—12 Uhr. privatissime, unentgeltlich.

Allgemeine Geschichte des Mittelalters: Prof. *Weiland*, Montag, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag, 9 Uhr.

Geschichte der germanischen Staatengründungen: Dr. *von Kap-herr*, 3 Stunden.

Deutsche Geschichte im Zeitalter der Reformation: Prof. *Kluckhohn*, Dienst. Donnerst. Freit. 5 Uhr.

Geschichte der Neuzeit von 1806 an: Prof. *Kluckhohn*, Mont. Dienst. Donnerst. Freit. 4 Uhr.

Geschichte Italiens seit der Zeit Karls des Großen: Prof. *Th. Wüstenfeld*, Mont. Dienst. Donnerst. u. Freit., 10 Uhr, unentgeltlich.

Historische Uebungen leitet Prof. *Weiland*, Freitag 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Historische Uebungen leitet Prof. *Volquardsen*, Dienst. 6 Uhr, öffentl.

Historische Uebungen leitet Prof. *Kluckhohn*, Montag 6 Uhr, öffentl.

Kirchengeschichte: s. unter *Theologie* S. 170.

Erd- und Völkerkunde.

Klimatologie und Verbreitung der Organismen: Prof. *H. Wagner*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 11 Uhr.

Ueber Studium und Unterricht der Geographie: Prof. *H. Wagner*, Mittwoch 10—12 Uhr.

Geographische Uebungen für Vorgeschrittenere: Prof. *Wagner*, privatissime, unentgeltlich, Sonnabend, von 10 bis 1 Uhr.

Staatswissenschaft und Landwirthschaftslehre.

Praktische Nationalökonomie und Verwaltungslehre: Prof. *Cohn*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 4 Uhr.

Volkswirthschaftslehre (theoret. Theil und Geschichte der Nationalökonomie): Prof. *Eggert*, 4 Stunden, Mittwoch u. Sonnabend 9—11 Uhr.

Finanzwissenschaft: Prof. *Cohn*, 4 Stunden, 5 Uhr.

Finanzwissenschaft mit Berücksichtigung der preußischen und Reichssteuern: Prof. *Eggert*, 4 Stunden, Donnerst. u. Freit. 3—5 Uhr.

Staatswissenschaftliches Seminar: Prof. *Cohn*, 2 Stunden wöchentlich, privatissime, unentgeltlich.

Volkswirthschaftliche Uebungen: Prof. *Soetbeer*, privatissime, unentgeltlich, in später zu bestimmenden Stunden.

Cameralistische Societät: Prof. *Eggert*, privatissime, unentgeltlich.

Einleitung in das landwirthschaftliche Studium: Prof. *Drechsler*, 1 St., öffentlich.

Ackerbaulehre, allgemeiner und specieller Theil: Prof. *Drechsler*, 6 Stunden, 12 Uhr.

Die allgemeine und specielle landwirthschaftliche Thierproductionslehre (Lehre von den Nutzungen, der Züchtung, Ernährung und Pflege des Pferdes, Rindes, Schafes und Schweines): Prof. *Griepenkerl*, Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag, 4 Uhr.

Die Ackerbausysteme (Felderwirthschaft, Feldgraswirthschaft, Fruchtwechselwirthschaft u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, Donnerstag und Freitag 10 Uhr, öffentlich.

Im Anschluß an diese Vorlesungen werden Excursionen nach benachbarten Landgütern und Fabriken veranstaltet werden.

Die Lehre vom Futter (I. Theil der landw. Fütterungslehre): Prof. *Henneberg*, Montag, Dienstag, Mittwoch 11 Uhr.

Landwirthschaftliches Practicum, 1. Uebungen im landwirthschaftlichen Laboratorium, Freitag 2—6 Uhr, Sonnabend 9—1 Uhr, unter Leitung des Prof. *Drechsler* und Dr. *Edler*; 2. Uebungen in landwirthschaftlichen Berechnungen, Montag u. Donnerstag 6 Uhr: Prof. *Drechsler*.

Landwirthschaftliche Excursionen und Demonstrationen im Versuchsfeld und Garten: Prof. *Drechsler*, Mittwoch Nachmittag.

Krankheiten der Hausthiere: s. *Medicin* S. 174.

Agriculturchemie, Agriculturchemisches Practicum: s. *Naturwissenschaften* S. 178.

Literatur- und Kunstgeschichte.

Geschichte der deutschen Literatur im Mittelalter bis zum Tode Frauenlobs: Dr. *Roethe*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Deutsche Literaturgeschichte des 16. Jahrhunderts: Prof. *Goedeke*, Montag 5 Uhr, öffentlich.

Geschichte der französischen Literatur im 17. Jahrhundert: Prof. *Vollmöller*, Mont. Dienst. Donn. Freit. 12 Uhr.

Geschichte der mittelenglischen Literatur und Interpretation ausgewählter Denkmäler: Prof. *Albr. Wagner*, Mont. Dienst. Donn. Freit. 7 Uhr früh.

Geschichte der Plastik bei den Griechen und Römern, nach den Antiken und Gypsabgüssen des K. Museums: Prof. *Wieseler*, 2 oder 3 Stunden 12 Uhr.

Geschichte der deutschen Kunst, mit Demonstrationen in der Kupferstichsammlung: Prof. *Lange*, Dienst. Donn. Freit. 3 Uhr.

Lionardo da Vinci, sein Leben und seine Werke. Mit Lektüre ausgewählter Kapitel aus seinem Malerbuche: Prof. *Lange*, Donn. 6 Uhr.

Geschichte der Philosophie: vgl. *Philosophie* S. 174.

Alterthumskunde.

Athenische Topographie: Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, vier Stunden, 4 Uhr.

Römische Alterthümer: Prof. *Volquardsen*, Mont. Dienst. Donn. Freit. 8 Uhr.

Geschichte und Topographie Roms im Alterthum: Prof. *Gilbert*, 2 Stunden, 5 Uhr.

Griechische Numismatik, für Philologen und Historiker: Prof. *Wieseler*, 2 oder 3 Stunden, 12 Uhr.

Ausgewählte Bildwerke lässt im K. archäolog. Seminar erklären Prof. *Wieseler*, Sonnabend, 12 Uhr, öffentlich.

Die Abhandlungen der Mitglieder des K. archäol. Seminars wird Prof. *Wieseler* privatissime beurtheilen, wie bisher.

Vergleichende Sprachlehre.

Ueber die Entwicklung der indogermanischen Sprachen: Prof. *Fick*, 2 Stunden.

Litauische Grammatik: Prof. *Bechtel*, zweimal wöchentlich.

Grammatische Gesellschaft (Griechische Dialektinschriften): Prof. *Bechtel*.

Orientalische Sprachen.

Die Vorlesungen über das A. Testament s. u. *Theologie* S. 169.

Hebräische Uebungen (die Makamen des Harizi): Prof. *de Lagarde*, Mont. und Donnerst. 4 Uhr, öffentlich.

Die chaldäischen Abschnitte des Buches Daniel: Prof. *Bertheau*, Dienst. und Freit. 2 Uhr.

Ausgewählte Stücke aus arabischen Schriftstellern erklärt Prof. *Wüstenfeld*, privatissime.

Arabisch, dritter Cursus (Hariris Durra und Mutanabbi): Prof. *de Lagarde*, fünfmal, 3 Uhr.

Anfangsgründe der Geezsprache und Erklärung der äthiopischen Chrestomathie von Dillmann: Prof. *Haupt*, Montag und Donnerstag, 5 Uhr.

Assyrische Grammatik (für Anfänger) und Erklärung leichter Keilschrifttexte: Prof. *Haupt*, Mont. und Donnerst., 6 Uhr, öffentlich.

Assyriologische Uebungen (Cursorische Lektüre der bilinguen Texte im IV. Rawl.): Prof. *Haupt*, Freitag, 5 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Grammatik der Sanskṛitsprache für Anfänger: Prof. *Kielhorn*, Montag, Mittwoch, Sonnabend, 9 Uhr.

Erklärung ausgewählter Hymnen des Ṛigveda: Prof. *Kielhorn*, Mittwoch und Sonnabend, 8 Uhr, öffentlich.

Erklärung des Tarkasaṃgraha oder des zweiten Kapitels des Kâvyâdarça: Prof. *Kielhorn*, 2 Stunden, öffentlich.

Griechische und lateinische Sprache.

Dialekt und Entstehung der hesiodischen Gedichte: Prof. *Fick*, 4 St.

Aeschylos Perser: Prof. *Sauppe*, Mont., Dienst., Donn., Freit., 9 Uhr

Aristophanes Ritter: Prof. *von Leutsch*, Mittw. und Sonnab. 12 Uhr.

Erklärung der Gedichte Theokrits, mit Einleitung über Theokrit und die bukolische Poesie: Prof. *Dilthey*.

Die Schrift vom Erhabenen: Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, 4 Stunden, 10 Uhr.

Griechiche Dialektinschriften: vgl. *Vergleichende Sprachlehre* S. 181.

Lateinische Grammatik: Prof. *Sauppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 7 Uhr Morgens.

Im K. philologischen Seminar leiten die schriftlichen Arbeiten und Disputationen Prof. *Sauppe* und Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, Mittwoch 11 Uhr, läßt Plutarchs Perikles erklären Prof. *Sauppe*, Montag und Donnerstag, 11 Uhr, läßt Catullus Locke der Berenike erklären Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, Dienstag und Freitag, 11 Uhr, alles öffentlich.

Im philologischen Proseminar läßt Bruchstücke des Solon und anderer alten Elegiker erklären und leitet die Disputationen über die eingereichten schriftlichen Arbeiten Prof. *Dilthey*, Mittwoch und Sonnabend, 10 Uhr, alles öffentlich.

Deutsche Sprache.

Einführung in die deutsche Philologie: Prof. *Heyne*, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 5 Uhr.

Erklärung des Parzivâl von Wolfram von Eschenbach: Prof. *Wilh. Müller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 3 Uhr.

Die Uebungen der deutschen Gesellschaft leitet Prof. *Wilh. Müller*, Dienstag, 6 Uhr.

Altdeutsche Uebungen: Prof. *Heyne*, 1 St., privatissime, unentg.

Deutsche Uebungen für Anfänger: unentgeltlich Dr. *Roethe*, Mittwoch zu gelegener Stunde.

Geschichte der deutschen Literatur: s. *Literaturgeschichte* S. 180.

Neuere Sprachen.

Geschichte der französ. u. ital. Literatur: s. *Literaturgesch.* S. 180.

Einführung in das Studium des Altfranzösischen und Erklärung des Chevalier au lyon von Crestien von Troies: Prof. *Vollmöller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 11 Uhr.

Altfranzösische Formenlehre: Dr. *Andresen*, Mont. Mittw. Freit. 8 Uhr.

Erklärung der Sophonisbe von Jean de Mairet in französischer Sprache nach seiner Ausgabe (Heilbronn 1886): Prof. *Vollmöller* mit Dr. *Cloetta*, Mittwoch 11 Uhr, privatissime und unentgeltlich.

Italienische Grammatik mit praktischen Uebungen: Prof. *Vollmöller* mit Dr. *Cloetta*, Montag und Freitag 10 Uhr.

Erklärung von Byron's Childe Harold in englischer Sprache: Prof. *Albr. Wagner*, (mit *M. L. Perrin*), Dienst. und Donnerstag 8 Uhr.

Geschichte der mittelenglischen Literatur: vgl. *Literatur- und Kunstgeschichte* S. 180.

Im Seminar für neuere Sprachen leiten Uebungen Prof. *Vollmöller* (im Lesen altfranzösischer Handschriften), Mittwoch 12 Uhr, Prof. *Albr. Wagner* (mit *L. A. Perrin* M. A.) Mont. u. Donnerst. 6 Uhr Abends, und Dr. *Andresen*, Mont. und Dienst. 6 Uhr.

L. Kœune: Literatur, Quelques portraits contemporains, Montag und Mittwoch, 8 Uhr; — Lecture, récitation, Montag und Mittwoch, 9 Uhr; — Grammatische Uebungen, Dienstag und Freitag, 8 Uhr; — Exercices de style et de composition, Dienstag und Freitag, 9 Uhr.

Schöne Künste. — Fertigkeiten.

Unterricht im Zeichnen ertheilt Zeichenlehrer *Peters*, Sonnabend 2—4 Uhr, unentgeltlich.

Unterricht im Malen *Derselbe* in zu verabredenden Stunden.

Harmonie- und Kompositionslehre, verbunden mit praktischen Uebungen: Musikdirector *Hille*, in passenden Stunden.

Zur Theilnahme an den Uebungen der Singakademie und des Orchesterspielvereins ladet *Derselbe* ein.

Reitunterricht ertheilt in der K. Universitäts-Reitbahn der Univ.-Stallmeister, Rittmeister a. D. *Schweppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, Sonnabend, Morgens von 7—11 und Nachm. (außer Sonnabend) von 4—5 Uhr.

Fechtkunst lehrt der Universitätsfechtmeister *Grüneklee*, Tanzkunst der Universitätstanzmeister *Höltzke* (Mont. und Donnerst. 8 bis 10 Uhr Abends).

Oeffentliche Sammlungen.

In der *Universitätsbibliothek* ist das Ausleihezimmer an den Wochentagen von 12—1 und von 2—3 Uhr geöffnet. Verliehen werden Bücher nach Abgabe einer Semesterkarte mit der Bürgschaft eines Professors.

Die *Gemäldesammlung* ist Sonntag von 11—1 Uhr geöffnet.

Der *botanische Garten* ist dem Publikum täglich von 7—12 und von 2—6 Uhr geöffnet.

Die *mineralogische* und die *geologisch-paläontologische Schausammlung* sind während des Sommerhalbjahrs Sonnabends v. 1—3 Uhr dem Publikum geöffnet.

Die Sammlungen des *landwirthschaftlichen Instituts* sind dem Publikum Mittwoch Nachmittag von 2—4 Uhr zugänglich. Anmeldung im Institutsgebäude.

Besuchszeit des *agriculturchemischen Laboratoriums* Donnerstag v. 10—12 Uhr.

Ueber den Besuch und die Benutzung der *theologischen Seminarbibliothek*, des *Theatrum anatomicum*, des *physiologischen Instituts*, der *pathologischen Sammlung*, der *Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle*, des *zoologischen* und *ethnographischen Museums*, des *botanischen Gartens* und des *pflanzenphysiologischen Instituts*, der *Sternwarte*, des *physikalischen Kabinets* und *Laboratoriums*, der *mineralogischen* und der *geognostisch-paläontologischen Sammlung*, der *chemischen Laboratorien*, des *archäologischen Museums*, der *Gemäldesammlung*, der *Bibliothek des k. philologischen Seminars*, der *Bibliothek des k. mathematisch-physikalischen Seminars*, des *diplomatischen Apparats*, der *Sammlungen des landwirthschaftlichen Instituts* bestimmen besondere Reglements das Nähere.

Bei dem Logiscommissär, Pedell *Bartels* (Kleperweg 2), können die, welche Wohnungen suchen, sowohl über die Preise, als andere Umstände Auskunft erhalten und auch im voraus Bestellungen machen.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stuppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

24. April. **№ 6.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung am 6. Februar 1886.

DAS DEFLECTOREN-BIFILAR-MAGNETOMETER,

ein neues Instrument zur Bestimmmung der Variationen der verticalen erdmagnetischen Kraft.

(Mit einer Tafel).

Von

KARL SCHERING.

Wenn es sich darum handelt, ein Instrument herzustellen, welches jeden gewünschten Grad von Genauigkeit besitzt, welches die Variationen nur allein der Vertical-Intensität mißt und sowohl von der Richtung wie auch von der Größe der horizontalen erdmagnetischen Kraft unabhängig ist, welches ferner noch gestattet, die Aenderung seines magnetischen Zustandes mit genügender Genauigkeit zu ermitteln, so hat man an dem, von meinem Bruder Ernst Schering und von mir im erdmagnetischen Observatorium zu Göttingen gegen Ende des Jahres 1882 construirten *Quadrifilar* ein allen diesen Anforderungen genügendes Instrument[1]).

Indessen können Mangel an hinreichendem Raum und an Festig-

1) Karl Schering: Das Quadrifilar Magnetometer. Diese Nachrichten 1884 p. 306 und Wiedemann Annalen der Physik und Chemie Bd. XXIII p. 686.

keit der verticalen Wände des Observatoriums, insbesondere eines bei Expeditionen nur anwendbaren temporären Observatoriums, es wünschenswerth erscheinen lassen, ein Instrument zu besitzen, welches, wenn es auch nicht die letzte der oben ausgesprochenen Anforderungen erfüllt, doch den beiden vorhergenannten genügt. Ein solches ist das hier zu beschreibende neue Instrument, welches wir mit dem Namen

Deflectoren-Bifilar

bezeichnen.

Im Jahre 1842 hat H. Lloyd[1]) das von ihm »*Induction Inclinometer*« genannte, und seither von vielen Beobachtern angewandte Variations-Instrument construirt, bei welchem ein oder zwei verticale, und durch die inducirende Wirkung der Erde magnetisch gewordene, weiche Eisenstäbe einen Magneten aus dem Meridian ablenken. Aendert sich die Vertical-Intensität des Erdmagnetismus, so erfahren auch die magnetischen Momente der Eisenstäbe eine Aenderung und also auch die Ruhelage des Magneten. Dieses Instrument leidet aber an mehreren Mängeln, welche den Werth der mit demselben angestellten Beobachtungen sehr beeinträchtigen. Der größte Uebelstand besteht darin, daß nicht nur die Aenderungen der Vertical-Intensität sondern auch in gleichem Grade die Aenderungen der Declination und Horizontal-Intensität den Stand des Magneten beeinflussen. Es müssen daher diese Aenderungen zunächst aus den Ablesungen der betreffenden Instrumente, Unifilar und Bifilar, berechnet werden, ehe es möglich ist, die Variationen der Vertical-Intensität aus den Angaben des Lloyd'schen Instruments abzuleiten[2]).

Trotz dieser großen Mängel hat das nach dem Lloyd'schen Principe construirte Instrument eine große Verbreitung gefunden und auch aus diesem Grunde wird es vielleicht von Interesse sein, in dem Folgenden zu sehen, wie der oben erwähnte Hauptmangel beseitigt und das Instrument zu einem ganz selbständigen umgewandelt werden kann.

Das so geänderte Instrument, das neue »*Deflectoren-Bifilar*«, ist in der (schematischen) Figur I der Tafel dargestellt. Mit I und II sind die beiden verticalen Eisenstäbe bezeichnet. Zwischen denselben werden zwei mit einander zu einem astatischen System

1) H. Lloyd: Proceedings of the Royal Irish Academy. Dublin 1842 p. 210—217; vergl. auch Gauss und W. Weber, Resultate des magnetischen Vereins 1841. p. 76 und Tafel IX, Fig. 4—6.

2) Vergl. auch die Beobachtungen des Herrn H. Wild mit dem Lloyd'schen Instrumente: Annalen des physikalischen Centralobservatoriums, Petersburg 1879. Theil I.

fest verbundene Magnete von gleichem magnetischen Momente an einer bifilaren Suspension aufgehängt. Durch Drehung des, die verticalen Eisenstäbe tragenden, Rahmens und ferner des oberen Torsionskreises der Bifilarsuspension kann es in einer, im Folgenden zu beschreibenden Weise, erreicht werden, daß die magnetischen Achsen der beiden Magnete nahezu in der magnetischen Meridianebene sich befinden und gleichzeitig senkrecht sind zur Ebene der verticalen magnetischen Achsen der inducirten Eisenstäbe.

In dieser Stellung ist das Instrument ganz der Einwirkung der horizontalen erdmagnetischen Kraft entzogen, und gleichzeitig ist das von den Eisenstäben auf die Magnete ausgeübte Drehungsmoment so groß wie möglich.

Die Gleichung, durch welche die Ruhelage des magnetischen astatischen Systems bestimmt wird, hat dann folgende Form:

$$(M_1 + m_1)(\mu' C_1' + \mu'' C_1'') + (M_2 + m_2)(-\mu' C_2' + \mu'' C_2'') = B \sin \beta$$

Hierin bedeutet:

B den Maximalwerth des Drehungsmoments der Bifilarsuspension

β den Winkel, um welchen die Drähte gedreht sind

μ' das magnetische Moment des untern Magneten

μ'' das magnetische Moment des oberen Magneten

M_1 resp. M_2 das in dem unteren Eisenstab I resp. dem oberen Eisenstab II inducirte magnetische Moment;

m_1 resp. m_2 das permanente Moment des Eisenstabes I resp. II

Es werden m_1 und m_2 positiv, wenn in der betreffenden Stellung der Eisenstäbe die unteren Enden Nordpole sind, im anderen Falle werden sie negativ. Abgesehen von der etwaigen Verschiedenheit der Vorzeichen, ist die Form der Vertheilung des permanenten Magnetismus und des inducirten Magnetismus des weichen Eisen als einander gleich angenommen worden. Es wird hier, bei dieser vorläufigen Mittheilung über dieses Instrument, $\mu' = \mu'' = \mu$ vorausgesetzt, um das Wesentliche bei dieser Construction nämlich den Nutzen der Astasie deutlicher hervortreten zu lassen.

Die Größen

$$C_1', C_1'', C_2', C_2''$$

sind abhängig von der Vertheilung des Magnetismus in den Eisenstäben und von den Entfernungen zwischen Magneten und Eisenstäben; sie ändern sich mit dem Winkel, den die verticale Ebene der magnetischen Achsen der Eisenstäbe mit den Achsen der Magnete bildet. Wenn dieser Winkel, wie oben erwähnt, ein Rechter ist, und die Magnete die in der Figur I bezeichnete Lage haben, also der obere

zwischen dem Südpole von I und Nordpole von II, der untere vor dem Nordpole von I hängt, so haben die Größen C_1', C_1'' und C_2'' nahezu ihre Maximalwerthe, während C_2' gegen C_2'' sehr klein wird.

Die durch die Gleichungen

$$C_1 = C_1' + C_1'' \ , \quad C_2 = -C_2' + C_2''$$

eingeführten Größen C_1 und C_2 erhalten demnach auch nahezu ihre Maximalwerthe und es dürfen daher ihre Aenderungen bei einer geringen Drehung des magnetischen Systems in einer zunächst abzuleitenden Näherungsformel vernachlässigt werden.

Wie die Aenderungen von C_1 und C_2 ermittelt und als Correctionsgrößen in Rechnung gesetzt werden können, wird weiter unten ausgeführt werden.

Wenn eine geringe Drehung der Magnete eingetreten ist, veranlaßt durch eine Aenderung der Vertical-Intensität der erdmagnetischen Kraft, so geht die ursprüngliche Gleichgewichtsbedingung:

$$(1) \qquad \mu C_1 (M_1 + m_1) + \mu C_2 (M_2 + m_2) = B \sin \beta$$

in die folgende

$$(2) \quad \mu C_1 (M_1 + \delta M_1 + m_1) + \mu C_2 (M_2 + \delta M_2 + m_2) = B \sin (\beta + \delta\beta)$$

über.

Aus (1) und (2) ergiebt sich:

$$(3) \qquad \mu C_1 \cdot \delta M_1 + \mu C_2 \cdot \delta M_2 = B \cos \beta \cdot \delta\beta ,$$

wenn Größen von der Ordnung $(\delta\beta)^2$ vernachlässigt werden.

Man pflegt anzunehmen, daß die inducirten Momente M_1 und M_2 proportional der erdmagnetischen verticalen Intensität V sind, also

$$M_1 = h_1 \cdot V \qquad M_2 = h_2 \cdot V,$$

worin h_1 und h_2 Constanten bedeuten, daher ist

$$\delta M_1 = h_1 \cdot \delta V \qquad \delta M_2 = h_2 \cdot \delta V.$$

Die Gleichungen (1) und (3) erhalten dann die Form:

$$(1') \qquad \mu \left(h_1 C_1 + h_2 C_2 + \frac{h_1 C_1 m_1}{M_1} + \frac{h_2 C_2 m_2}{M_2} \right) V = B \sin \beta$$

$$(3') \qquad \mu(h_1 C_1 + h_2 C_2)\,\delta V = B\cos\beta \cdot \delta\beta.$$

Wird (3') durch (1') dividirt, so entsteht schließlich

$$(4) \qquad \delta V = V\left(1 + \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right)\operatorname{cotg}\beta \cdot \delta\beta,$$

worin zur Abkürzung

$$\varepsilon_1 = \frac{h_1 C_1}{h_1 C_1 + h_2 C_2} = \frac{1-\varepsilon}{2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{h_2 C_2}{h_1 C_1 + h_2 C_2} = \frac{1+\varepsilon}{2}$$

$$\varepsilon = \frac{h_2 C_2 - h_1 C_1}{h_2 C_2 + h_1 C_1}$$

gesetzt ist.

Der Winkel $\delta\beta$ ist mit Fernrohr, Scala und einem an dem astatischen Magnetpaar befestigten Spiegel zu beobachten. Bedeutet

R den Abstand zwischen Scala und Spiegel in Millimeter,

$n - n_0$ die beobachtete Aenderung in Scalentheilen (Millimeter),

so wird mit genügend genauer Annäherung

$$(5) \qquad \delta V = V_0\left(1 + \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right)\operatorname{cotg}\beta_0 \cdot \frac{n - n_0}{2R};$$

darin ist $(n - n_0)$ mit seinem Vorzeichen zu nehmen, wenn bei wachsenden Scalentheilen auch der Winkel β wächst, andernfalls mit entgegengesetztem Vorzeichen.

Es ist also der Werth σ eines Scalentheiles, abgesehen von der Correctionsgröße

$$\frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}$$

durch:

$$\sigma = V_0 \cdot \frac{\operatorname{cotg}\beta_0}{2R}$$

bestimmt.

Herr Wild[1]) hat vorgeschlagen, bei den Polar-Expeditionen

1) H. Wild, Mélanges phys. et chim. tirés du Bulletin de l'Acad. imp. d. sc. de St. Petersbourg. Tome XI, p. 525, 1881.

1882/83 die Empfindlichkeit eines Variations-Instruments für die Vertical-Componente gleich
0.0005 Gauss' Einheiten zu wählen.

In Göttingen, wo

$V = 4.28$ ist, wird $\sigma = 0.0005$ wenn man für

	R	und	β
die Werthe:	2000 mm	und	64° 57′
oder:	3000	und	54° 58′
oder:	4000	und	46° 56′
oder:	5000	und	40° 34′ wählt.

Man kann also mit dem: »Deflectoren-Bifilar« die eben genannte als erforderlich bezeichnete Empfindlichkeit oder eine noch größere in der That leicht erreichen.

Die in der Formel (5) vorkommenden Größen β und $\frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}$ können in der folgenden Weise ermittelt werden.

Bei dieser Ableitung möge die Construction des im unterirdischen Observatorium in Göttingen seit Juli 1882 aufgestellten Instruments mit Verticalen Deflectoren zu Grunde gelegt werden, Tafel Fig. II.

Der Eisenstab II ist in der Zeichnung, um ihn sichtbar zu machen, aus seiner verticalen Lage, welche er bei den Beobachtungen haben soll, heraus um seine horizontale Achse d_{II} gedreht. Analog ist der Eisenstab I um die Achse d_I drehbar. Der ganze, aus Eichenholz gearbeitete Rahmen, welcher die Eisenstäbe trägt, kann ferner um eine verticale, durch die Mitte der Sandsteinsäule L gehende Achse gedreht werden.

Die beiden Drähte, an welchen das astatische System hängt, gehen innerhalb weiter Oeffnungen im Rahmen frei durch diesen hindurch, und sind oben am Gewölbe des Beobachtungsraumes mit einem, auf einer conischen Fläche (in der von Troughton angewandten Weise) getheilten und drehbaren Kreise befestigt, welcher mit geneigt stehenden Lupen abgelesen werden kann.

Die Kupferdämpfer der Magnete, die Luftkasten so wie auch die mit Wasser gefüllten und die Eisenstäbe I, II umgebenden Kupferkasten sind in dieser Zeichnung nicht mit dargestellt.

Es ist S_1 der mit dem Magnetsystem verbundene Beobachtungsspiegel, S_2, S_3 sind zwei an eine Messinghülse befestigte Spiegel, welche, ehe sie mit dem Holzrahmen verbunden wurden, unter Zuhülfenahme eines Theodoliten so eingestellt waren, daß ihre Normalen genau einen rechten Winkel mit einander bilden.

Die Bestimmung von β kann man dann in folgender Weise ausführen.

I. Zuerst, und bevor die Eisenstäbe I, II angebracht sind, werden zwei den Magneten an Gewicht gleiche Messingstäbe in die Schiffchen der Magnete eingelegt; die Ablesung an der Scala eines auf den Spiegel S_1 gerichteten Fernrohrs sei n_1.

II. Der obere Messingstab wird dann durch einen Magneten μ'' ersetzt; die Ablesung sei jetzt n_2;

III. Es ist dann der Torsionskreis der Bifilarsuspension in solche Lage zu bringen, daß die wiederholten Ablesungen für die Combinationen I und II dieselbe Zahl ($n_1 = n_2$), sie sei n_0, ergeben. Am Torsionskreise werde dann A_0 abgelesen.

IV. Darauf befestigt man die beiden Eisenstäbe an den Rahmen und dreht sie um d_{I} und d_{II} bis sie vertical stehen. Der Magnet wird jetzt abgelenkt sein; durch Drehen des Rahmens um seine verticale Achse kann aber erreicht werden, daß der Magnet in seine frühere Lage zurückkehrt, so daß die Ablesung für diesen wieder n_0 ergiebt. Es befindet sich dann die Ebene der magnetischen Achsen beider Eisenstäbe ebenfalls im magnetischen Meridian.

V. Während der Rahmen in dieser Lage bleibt, dreht man das Spiegelsystem S_2 und S_3 für sich, bis in demselben Fernrohr, welches auf S_1 gerichtet ist und bleibt, auch die von S_3 gespiegelte Scala erscheint, und an dem verticalen Faden des Fadenkreuzes auch an dieser Scala n_0 abgelesen wird; durch Anziehen einer Klemmschraube wird dann das Spiegelsystem S_2 und S_3 fest mit dem Rahmen verbunden.

VI. Man dreht nun diesen Rahmen, bis die von S_3 reflectirte Scala im Gesichtsfelde des Fernrohrs erscheint und wieder der Scalentheil n_0 von dem verticalen Faden des Fadenkreuzes bedeckt wird. Dann ist die Verticalebene der magnetischen Achsen der beiden Eisenstäbe normal zum magnetischen Meridian.

VII. Statt des unteren Messingstabes werde jetzt der zweite, dem oberen an Moment gleiche, Magnet μ' so eingelegt, daß die magnetische Achse die entgegengesetzte Richtung hat wie bei dem oberen Magneten.

VIII. Dreht man schließlich den Torsionskreis der Bifilarsuspension so weit, bis im Spiegel S_1 ebenfalls wieder der Scalentheil n_0 abgelesen wird, so befinden sich die Achsen der Magnete wieder in der Meridianebene, sind also, wie verlangt senkrecht zu der Ebene der magnetischen Achsen der beiden Eisenstäbe.

Wird jetzt am Torsionskreise der Bifilarsuspension A abgelesen, so ist der positive Winkel:

$$\beta = A - A_0 \text{ resp. } \beta = A_0 - A$$

Um die Größe

$$\frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}$$

zu ermitteln, muß in der eben erwähnten Weise die Achse des magnetischen Systems senkrecht gestellt werden zur Achsenebene der Eisenstäbe bei jeder der vier verschiedenen Lagen, welche man den letzteren durch Drehung derselben um 180° um die Achsen d_I und d_{II} geben kann. Um diese vier Lagen leicht unterscheiden zu können, seien die Enden jedes der Eisenstäbe I und II mit den Buchstaben a und b bezeichnet.

Wenn die beiden Enden I_a und II_a unten sind, so möge die obige Gleichung (1') gelten und zwar für den Winkel β_1, also in der Form:

$$\mu (h_1 C_1 + h_2 C_2) V\left(1 + \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right) = B \sin \beta_1.$$

IX. Es werde dann der Eisenstab II um 180° gedreht, so daß die Enden I_a und II^b nach unten gehen; das Magnetsystem wird dann eine etwas andere Stellung annehmen. Durch Drehung des Torsionskreises werde es wieder erreicht, daß die Achsen der Magnete senkrecht zu der Ebene der Eisenstäbe stehen; β_1 sei dann in β_2 übergegangen, so daß wir die Gleichung erhalten:

$$\mu (h_1 C_1 + h_2 C_2) V\left(1 + \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} - \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right) = B \sin \beta_2.$$

X. In analoger Weise folgt, wenn die Enden I^b und II^b nach unten gehen, die Gleichung:

$$\mu (h_1 C_1 + h_2 C_2) V\left(1 - \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} - \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right) = B \sin \beta_3,$$

und schließlich XI:

$$\mu (h_1 C_1 + h_2 C_2) V\left(1 - \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right) = B \sin \beta_4$$

geltend für die Stellung: Enden I^b und II_a unten.

Hieraus ergiebt sich zunächst die Bedingungsgleichung

$$\sin \beta_1 + \sin \beta_3 = \sin \beta_2 + \sin \beta_4, \tag{6}$$

welche als Controlle oder zur Ausgleichung der Beobachtungs-Fehler

benutzt werden kann und zwar bestimmen sich die Correctionen $\Delta\beta_1$, $\Delta\beta_2$, $\Delta\beta_3$, $\Delta\beta_4$ der entsprechenden Winkel durch die Gleichungen

$$(7) \qquad +\frac{\Delta\beta_1}{\cos\beta_1} = +\frac{\Delta\beta_3}{\cos\beta_3} = -\frac{\Delta\beta_2}{\cos\beta_2} = -\frac{\Delta\beta_4}{\cos\beta_4} =$$

$$= -\frac{+\sin\beta_1 + \sin\beta_3 - \sin\beta_2 - \sin\beta_4}{(\cos\beta_1)^2 + (\cos\beta_3)^2 + (\cos\beta_2)^2 + (\cos\beta_4)^2}.$$

Ferner erhält man die gesuchten Größen:

$$(8) \quad \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2} = \frac{\sin\beta_1 - \sin\beta_3}{\sin\beta_1 + \sin\beta_3} = \operatorname{tang}\frac{\beta_1 - \beta_3}{2} \cdot \operatorname{cotang}\frac{\beta_1 + \beta_3}{2}$$

$$\frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} - \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2} = \frac{\sin\beta_2 - \sin\beta_4}{\sin\beta_2 + \sin\beta_4} = \operatorname{tang}\frac{\beta_2 - \beta_4}{2} \cdot \operatorname{cotang}\frac{\beta_2 + \beta_4}{2}.$$

Bei den obigen Ableitungen war angenommen, daß diejenige Aenderung von C_1 und C_2 vernachlässigt werden kann, welche eintritt, wenn die Magnete sich um einen kleinen Winkel aus der Normallage herausbewegen.

Läßt man jene Annahme fallen und setzt voraus, daß die Aenderung der Grössen C_1 und C_2 mit der Aenderung des Winkels zwischen der Achsenebene der Magnete einerseits und andererseits der Achsenebene der Eisenstäbe proportional sei, so tritt zu der obigen Gleichung (5) noch ein Correctionsglied hinzu, und sie lautet dann:

$$(9) \qquad \delta V = V_0 \left(1 + \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right)(1-\lambda)\operatorname{cotg}\beta_0 \cdot \frac{n - n_0}{2R}.$$

Zur Ableitung dieser Formel bezeichne

α resp. α^* das von Süd nach West hin gerechnete Azimut der Verbindungsgeraden der unteren resp. oberen Enden der Suspensionsdrähte (vergl. Tafel Fig. III)

φ das Azimut der Achsenebene der beiden Magnete in der Richtung von dem Südende nach dem Nordende des oberen Magneten μ''

χ das Azimut der Achsenebene der beiden Eisenstäbe, in der Richtung von dem Südende des unteren Eisens nach dem Nordende des oberen Eisens.

α_0, φ_0, χ_0, $\beta_0 = \alpha_0 - \alpha^*$ seien diejenigen Werthe von α, φ, χ, $\beta = \alpha - \alpha^*$, welche der Normalstellung des Apparats, also der Scalenablesung n_0 und der Verticalintensität V_0 entsprechen.

Durch das oben unter III und VIII angegebene Verfahren wird erreicht, daß

$\pi - \varphi_0$ nahezu mit der von Nord nach West hin gerechneten erdmagnetischen Declination übereinstimmt, und

$\varphi_0 - \chi_0$ sehr nahe einen rechten Winkel beträgt.

Die für C_1 und C_2 jetzt geltende Annahme wird durch die Gleichungen:

$$(10)\quad C_1 = g_1 - g_1'[\varphi - \varphi_0 - (\chi - \chi_0)];\quad C_2 = g_2 - g_2'[\varphi - \varphi_0 - (\chi - \chi_0)]$$

ausgedrückt, wenn sowohl der Rahmen mit den Eisenstäben wie auch die Magnete um kleine Winkel aus der Normallage herausgedreht sind. Bleibt der Rahmen in ungeänderter Stellung, wie es bei den Variationsbeobachtungen stattfindet, so hat man:

$$(11)\qquad C_1 = g_1 - g_1'(\varphi - \varphi_0);\qquad C_2 = g_2 - g_2'(\varphi - \varphi_0).$$

Die Methode zur Bestimmung von λ ist dann die folgende:

XII. Dreht man, von der Normalstellung des Apparats aus, den Rahmen mit den Eisenstäben um den kleinen Winkel ϕ, welcher an der vom Spiegel S_2 reflectirten Scala zu beobachten ist, so wird $\chi = \chi_0 + \phi$; die Magnete drehen sich dann um einen noch kleineren Winkel ϕ', welchen man an der gleichzeitig im Spiegel S_1 sichtbaren Scala bestimmen kann; es wird dann also: $\varphi = \varphi_0 + \phi'$ und aus den Gleichungen (10) folgt:

$$(12)\qquad C_1 = g_1 + g_1'(\phi - \psi');\qquad C_2 = g_2 + g_2'(\phi - \psi').$$

Da hierbei die relative Lage der Magnete gegen die Suspension nicht geändert wird, so ist:

$$\varphi - \alpha = \varphi_0 - \alpha_0, \text{ daher: } \alpha = \alpha_0 + \phi' \text{ und weiter}$$
$$\beta = \alpha - \alpha^* = \alpha_0 + \psi' - \alpha^* = \beta_0 + \psi'.$$

Nach Einsetzung dieser Ausdrücke für C_1, C_2, und β in Gleichung (1) ergiebt sich für die in Gleichung (9) angewandte Größe:

$$(13)\qquad \lambda = \frac{g_1'(M_1 + m_1) + g_2'(M_2 + m_2)}{g_1(M_1 + m_1) + g_2(M_2 + m_2)} \cdot \operatorname{tang} \beta_0 = \frac{\phi'}{\phi - \phi'}.$$

Ein analoges Corrections-Glied ist bei der Berechnung des mit dem Deflectoren-Unifilar ausgeführten Beobachtungen zu berücksichtigen. (Für das Instrument in Göttingen bei seinem Zustande in den Jahren 1882 und 1883 war $\lambda = +0{,}03$).

Es ist leicht ersichtlich, daß man durch solche eben beschriebene Beobachtungen die Einwirkung der Aenderung der Größen C_1 und C_2 in der Nähe der Normalstellung mit jeder wünschenswerthen Genauigkeit bestimmen kann. Etwaige gleichzeitige bei der Bestimmung von ϕ' vorgekommene Variationen der Vertical-Intensität sind entweder durch Ablesungen an einem andern Instrument zu ermitteln oder durch eine große Anzahl von Beobachtungen so viel wie möglich aus den Resultaten zu eliminiren.

Das Deflectoren-Bifilar ist also bei genügender Astasie der Magnete mit dem Hauptmangel des Deflectoren-Unifilar, nämlich mit der Einwirkung der Aenderung der Declination und der Horizontal-Intensität nicht behaftet; es hat aus gleichem Grunde vor dem letzteren Instrumente den Vortheil, daß es an Beobachtungsorten, welche nahe den magnetischen Erdpolen liegen und kleine Horizontal-Intensitäten besitzen, die Variationen der Vertical-Intensität mit genügender Sicherheit liefert, während die Beweglichkeit des Magneten im Deflectoren-Unifilar zu groß sein kann. Das Deflectoren-Bifilar hat aber doch mit jenem älteren Instrumente die freilich erheblich geringere Unvollkommenheit gemein, daß die Aenderung seines magnetischen Zustandes, insbesondere der Inductions-Fähigkeit der Eisenstäbe nicht direct bestimmt werden kann. Es bleibt wohl nichts Anderes übrig, als durch Benutzung der am Gauss'schen Bifilar gewonnenen und mit dem Weber'schen Hülfsmagneten corrigirten Beobachtungen in Verbindung mit wiederholt ausgeführten genauen Inclinations-Messungen die im magnetischen Zustande des Instrumentes langsam eintretenden Aenderungen zu bestimmen.

Zu diesem Zwecke wurden in Göttingen während der internationalen Polar-Expeditionen 1882—83 an jedem der 26 Terminstage neben den sämmtlichen Variations-Beobachtungen nicht nur absolute Intensitäts-Bestimmungen [1]) sondern auch noch wenigstens drei Sätze absoluter Inclinations-Bestimmungen [2]) und zwar zu Anfang, in der Mitte und gegen Ende des Termins nach genauen Methoden ausgeführt, wie es in der Veröffentlichung jener Arbeiten [3]) angegeben ist.

1) Karl Schering. Diese Nachrichten. 1881. Seite 133—176. Bestimmung der Horizontal-Intensität.

2) Karl Schering. Diese Nachrichten. 1882. Seite 345—392. Magnetische Inclination und allgemeine Theorie des Erd-Inductors.

3) Ernst Schering und Karl Schering: »Beobachtungen in Gauss' Erdmagnetischem Observatorium in Göttingen während der Polar-Expeditionen 1882—83« im II. Bande der deutschen Polar-Forschungen, Berlin, Asher u. Co. 1886.

Strassburg im Januar 1886.

Ueber die Störungen, welche den Gebirgsbau im nordwestlichen und westlichen Deutschland bedingen.

Von **A. von Koenen.**

Schon vor 4 Jahren hatte ich kurz (Nachr. d. Königl. Ges. d Wissensch. zu Göttingen 1882 S. 309) mitgetheilt, welche Züge im Grossen und Ganzen das geologische Bild der Umgegend von Göttingen darbietet, dass namentlich Bruchlinien, welche von Südosten nach Nordwesten verlaufen, hier von jüngeren, süd-nördlichen durchschnitten werden.

Seitdem habe ich in zwei Aufsätzen in dem Jahrbuche der Kgl. geolog. Landes-Anstalt zu Berlin pro 1883 und 1884 gezeigt, dass die Entstehung dieser Bruchlinien der Hauptsache nach erst nach Ablagerung der oberen Braunkohlen, mit der mittleren Miocän-Zeit, ihren Anfang genommen hat und mit dem Empordringen von Basalt, Phonolith etc. in ursächlichem Zusammenhange steht, dass zum Theil aber noch in ganz junger Zeit Senkungen und Einstürze an diesen Bruchlinien erfolgt sind, obwohl die jetzigen Flussläufe zum Theil schon zur Pliocän-Zeit im Wesentlichen ausgebildet waren.

Wie aber diese Bruchlinien entstanden sind bei Aufbauchung resp. Herabbiegung der mesozoischen Schichten, besonders der Trias, durch Spannungen in der festen Erdrinde resp. durch tangentialen Druck, so nehmen in ihrer Nähe gar oft die Schichten ein steileres Einfallen ein, so dass die Richtung der Bergrücken durch die Richtung der Bruchlinien bedingt wird, während die Flüsse und Wasserläufe ganz gewöhnlich auf den Bruchlinien liegen. In Folge dessen sind schon auf topographischen Karten je nach ihrem Maassstabe und ihrer Genauigkeit die wichtigeren Bruchlinien in der Regel mit mehr oder weniger grosser Sicherheit zu verfolgen. Je nachdem die Einsenkungen und Einstürze mehr oder minder tief im Verhältniss zu der Sohle der Flussläufe erfolgten und dann durch Diluvium und Alluvium ausgefüllt wurden, entstanden, zumal an den Kreuzungsstellen von Spalten verschiedener Richtung, mehr oder minder breite, flache Becken, in welchen oft nur etwa die Kuppen der eingestürzten Gebirgsmassen durch die Diluvial- und Alluvial-Bildungen hervorragen, welche somit nicht durch Erosion entstanden, sondern vielmehr durch Anschwemmung ausgefüllt sind, oder auch noch jetzt tiefere Teiche und Seeen ohne genügenden natürlichen Abfluss enthalten.

Bei der Untersuchung über die weitere Verbreitung und den Verlauf solcher Bruchlinien bin ich nun, theils durch eigenes Studium, theils fussend auf die Arbeit Anderer, zum Theil angeregt durch Suess' Epoche-machende Arbeit »das Antlitz der Erde« zu folgendem Resultat gekommen:

Die paläozoischen und älteren Formationen sind in Deutschland meist stark gefaltet und geknickt und bilden eine Anzahl bedeutender Gebirgskämme und Gebirgskerne, deren Oberfläche zum Theil — anscheinend zur Zeit des Rothliegenden — vom Meere abgehobelt wurde und in späteren Perioden wohl meist aus dem Wasser hervorragte oder doch nicht von ausgedehnteren Sedimenten bedeckt wurde.

Diese Gebirgskerne resp. Rücken sind in vielen Fällen nachweisbar durch Bruchlinien von den sie umgebenden Trias- etc. Gebieten mit durchaus verschiedenen Berg- und Thalformen getrennt. Die Bruchlinien lassen sich aber auf sehr grosse Entfernungen verfolgen, auch da, wo sie nicht die Gebirgskerne etc. begrenzen, so dass dieselben Bruchlinien mit ihren Parallel-Spalten, also eigentlich Spalten-Züge, nicht bloss die Aussenränder der älteren Gebirge, sondern auch die Bergformen der zwischen diesen liegenden jüngeren Formationen wesentlich beeinflussen. Es wird daher die physikalische Geographie vor Allem diesen Störungen Aufmerksamkeit schenken müssen.

Die wichtigeren derartigen Bruchlinien sind nun folgende:

Das Wesergebirge mit seinen Fortsetzungen von Bramsche bei Osnabrück bis in die Gegend von Hameln und Elze und andrerseits der Teutoburger Wald von Ibbenbühren bis Horn bei Detmold bilden einen sogenannten Luftsattel und sind an ihrer Innenseite von verschiedenen Bruchlinien begleitet, an ihrer Aussenseite dagegen von grossen, meist mit Kreide- und Diluvial-Bildungen erfüllten Depressionen, nach Süden von dem Becken von Münster-Paderborn und nach Norden von dem westlichen Theile der norddeutschen Ebene.

Die Bruchlinie längs des Wesergebirges hängt ohne Zweifel direkt über Gronau-Bodenburg-Langelsheim mit der Hauptspalte am nördlichen Harzrande zusammen, wenigstens kenne ich an einigen Stellen auf dieser Linie Einbrüche, und sie verläuft im Uebrigen in Thalsohlen. Ich möchte aber vermuthen, dass diese Bruchlinie vom nördlichen Harzrande in gleicher Richtung unter dem Diluvium fort nach dem Rande der Sudeten verläuft und direct oder durch Nebenspalten mit den grossen Bruchlinien zusammenhängt, welche von Karpinski (Suess) aus der Gegend von Krakau und Warschau bis zum Kaspischen Meere nachgewiesen worden sind.

Die Bruchlinien längs des Teutoburger Waldes sind von einer grösseren Zahl von Nebenspalten begleitet, welche streckenweise grössere Bedeutung erlangen resp. Hauptspalten werden können. Diese Spaltenzüge durchziehen die mesozoischen und jüngeren Bildungen des ganzen mittleren Deutschlands zwischen dem Rheinischen Schiefergebirge, dem Harz und dem Thüringer Wald, laufen aber längs dieses, des Frankenwaldes, Fichtelgebirges, des Böhmer- und Bairischen Waldes, wie ich bereits a. a. O. erwähnt habe, bis Linz gegen den Alpenrand; es sind aber anscheinend Spalten derselben Nordwestrichtung auch weiter nach Westen und Süden weit verbreitet, so am Nordrande der Eifel, in Elsass, Lothringen etc. Auf Spalten derselben Richtung liegen auch wohl die Vulkane der Eifel zwischen Bertrich und Hillesheim, welche in der Richtung von Südosten nach Nordwesten angeordnet sind.

Querspalten zu den Nordwestspalten können stellenweise stärker hervortreten; so laufen von Horn bei Detmold, wo sich der Teutoburger-Wald-Rücken plötzlich mehr nach Süden umbiegt, zwei Spalten nach Nordosten und nach Osten nach den beiden Enden der sogenannten Hilsmulde, deren Schichten wesentlich nur von Nordwest-Störungen getroffen sind.

Namentlich östlich, vermuthlich aber auch westlich der Hilsmulde treten aber Spaltenzüge auf, welche im Allgemeinen nach Nord bis Nordnordost streichen, und häufiger als breite Versenkungen entwickelt sind, an ihren Kreuzungsstellen mit den Nordwestspalten aber besonders verworrene Verhältnisse bedingen. Im vorigen Jahre habe ich a. a. O. gezeigt, dass die sogenannte Rheinthalspalte (von Basel bis Frankfurt) in direkter Verbindung mit der Leinethalspalte bei Göttingen steht und sich bis Hildesheim verfolgen lässt. Nachdem aber Torcapel ausgeführt hat, dass das Rhonethal eine grosse Bruchlinie birgt, und da in deren Fortsetzung sogar bis in die Gegend von Trier-Bittburg durch Weiss und Grebe allerlei Dislokationen in gleicher Richtung nachgewiesen worden sind, so unterliegt es kaum einem Zweifel, dass durch die Bruchlinien längs des Jura eine Verbindung zwischen der Rhonethalspalte und der Rheinthalspalte existirt, so dass diese Bruchzone vom Mittelmeer bis Hildesheim und unter dem Diluvium vermuthlich noch weiter reicht. Leider liegen mir augenblicklich nicht genügende geologische Specialkarten vor, um feststellen zu können, wie die bekannten Dislokationen auf beiden Seiten des Juragebirges verlaufen; es erscheint aber wahrscheinlich, dass die in gleicher Richtung auf der rechten Rheinseite auftretenden Verwerfungen mit ihnen in Zusammenhang zu bringen sind, und da der schwäbische und bairische Jura bis

Regensburg ebenfalls eine nordöstliche Richtung hat, so wäre es wohl möglich, dass auch Nordost-Spalten bis dorthin fortsetzen, um an der Haupt-Nordwest-Spalte aufzuhören. Vielleicht liegt auch der Riess-Kessel-Einbruch auf einer solchen Spalte.

Besonders beachtenswerth ist jedenfalls, dass der Rhonethalbruch und die Jura-Bruchlinien nahezu parallel verlaufen der gekrümmten Haupt-Bruchlinie der westlichen und nordwestlichen Alpen, also mit dieser wohl in Beziehung zu bringen sind.

An anderer Stelle werde ich suchen eine generelle Darstellung der Entstehung und des Verhaltens solcher Bruchlinien zu geben.

Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der verticalen Intensität eines magnetischen Feldes;

von **R. Krüger.**

(Vorgelegt von Eduard Riecke.)

Die zur Messung der verticalen Intensität eines magnetischen Feldes bisher angewandten Methoden beruhen auf der elektromotorischen Wirkung, welche dasselbe auf eine um eine horizontale Achse drehbare Spirale ausübt. Wird die Spirale außerdem noch um eine verticale Achse gedreht, so ergiebt sich aus dem Verhältniß der bei beiden Drehungen inducirten Ströme die Neigung der magnetischen Kraftlinien gegen den Horizont. Wird hingegen der bei einer Drehung um eine horizontale Achse inducirte Strom nach absolutem Maaße mit einem Galvanometer gemessen, so ergiebt sich aus dem Inhalt der von den Windungen der Spirale umschlossenen Fläche und aus dem absoluten Widerstand des von der Spirale und dem Galvanometer gebildeten Kreises die verticale Intensität des Feldes. Bei einem Felde von geringer Ausdehnung muß die Drehung durch eine Parallelverschiebung der Spirale in ihrer Ebene ersetzt werden. In jedem Falle ist die Bestimmung einer verticalen Intensität mit diesen Hülfsmitteln eine schwierige und zeitraubende Arbeit.

Dem gegenüber bietet sich in der von Hrn. Prof. Riecke[1]) untersuchten Ablenkung, welche eine an einem verticalen Drahte in

1) Wied. Ann. 13. pag. 198. 1881.

horizontaler Stellung in einem mit Kupfervitriollösung gefüllten Gefäße schwebende Scheibe erleidet, sobald sie in radialer Richtung von einem Strome durchflossen wird, ein sehr bequemes Mittel zur Bestimmung der jene Ablenkung erzeugenden verticalen magnetischen Kraft.

Um die Leistungsfähigkeit der hierauf sich gründenden Methode einer experimentellen Prüfung zu unterwerfen, wurde sie angewandt zur Bestimmung der Verticalintensität des Erdmagnetismus, beziehungsweise der magnetischen Inclination.

Es ergab sich für die Verticalintensität der Werth:

$$V = 2.2903 \times T$$

wo T die Horizontalintensität bezeichnet. Gleichzeitig ergab sich aus Beobachtungen mit dem Erdinductor

$$V = 2.2899 \times T$$

während aus der von Hrn. Prof. K. Schering gegebenen Variationsformel folgen würde

$$V = 2.2895 \times T.$$

Setzt man im Mittel

$$V = 2.2899 \times T$$

so würde die Abweichung des mit der Drehwage bestimmten Werthes von diesem Mittelwerthe $\frac{1}{5700}$ betragen.

Die Beobachtungen, aus welchen dieses Resultat abgeleitet ist, sollen im Folgenden mitgetheilt werden.

In den Kreis des die electrodynamische Drehwage durchfließenden Stromes wurde das Bifilargalvanometer, welches des nähern von Hrn. Prof. F. Kohlrausch[1]) beschrieben ist, eingeschaltet. Die durch den Strom i hervorgerufenen Ablenkungen beider Instrumente aus ihren Gleichgewichtslagen gaben einen Maaßstab für die Producte iT und iV, wo unter T und V die oben bestimmten Größen verstanden sind, und durch Combination beider Producte den Winkel der Inclination an dem betreffenden Orte. Die Art der Verbindung ergiebt sich aus der Figur.

Bezeichnet man mit F die Windungsfläche des Bifilargalvanometers, mit D_1 die Directionskraft der Aufhängungsdrähte und mit Φ den Winkel, um welchen die Ebene der Windungen durch den Strom aus dem magnetischen Meridian herausgedreht wird, so gilt für das Bifilargalvanometer folgende Beziehung:

---

1) Pogg. Ann. 138. 1869.

$$iFT\cos\Phi = D_1 \sin\Phi$$
$$iT = \frac{D_1}{F}\operatorname{tg}\Phi.$$

Wird die Drehung mit Spiegel und Scala beobachtet, ist N der Scalenausschlag und R die Entfernung von Spiegel und Scala, so geht der obige Ausdruck durch Entwicklung von $\operatorname{tg}\Phi$ nach Potenzen von $\frac{N}{2R}$ über in:

$$iT = \frac{D_1}{F}\frac{N\left[1-\left(\frac{N}{2R}\right)^2+2\left(\frac{N}{2R}\right)^4\right]}{2R}.$$

Die Windungsfläche des aufgehängten Solenoides ist früher von Hrn. Prof. F. Kohlrausch[1]) durch geometrische Ausmessung der Dimensionen zu

$$F = 29774300 \text{ qmm.}$$

bestimmt worden. Bei der jetzigen Wiederholung der Messung wurde anfangs derselbe Weg eingeschlagen. Es zeigte sich jedoch, daß in der Länge der Zeit eine so große Deformation der Spiralenform eingetreten war, daß die Bestimmung der Windungsfläche in dieser Weise ohne große Willkür und Unsicherheit für das Resultat nicht gemacht werden konnte. In Folge dessen wurde der galvanischen Ausmessung der Vorzug gegeben und dabei die Abhandlung von Kohlrausch[2]) mit ihren Formeln und Angaben benutzt. Darnach wird das Solenoid mit einer Tangentenbussole zu einem Stromkreise so vereinigt, daß die Achse des Solenoides stets in ost-westlicher Richtung liegt, und daß sich die beiden Instrumente entweder in der ersten oder zweiten Hauptlage befinden. Erfolgt die Wirkung des Stromes in der Spule und in der Tangentenbussole in gleichem Sinne, so sei der Ablenkungswinkel φ, wird dagegen der Strom in der Tangentenbussole allein commutirt, so sei der neue Ablenkungswinkel φ'; wird ferner mit a die Entfernung der Mittelpunkte beider Instrumente und mit R der mittlere Radius des Tangentenbussolenringes bezeichnet, so ist die Windungsfläche des Solenoides für den Fall der ersten Hauptlage bestimmt durch folgenden Ausdruck:

$$F = \frac{a^2\pi}{R}\frac{\operatorname{tg}\varphi+\operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi-\operatorname{tg}\varphi'}\frac{1+\varepsilon+\zeta}{1+\delta}$$

wo δ, ε und ζ der Reihe nach Correctionsgrößen sind, welche von der Breite und Länge der Spule, von der Breite und Dicke des Rin-

1) Pogg. Ann. 138. 1869.
2) Wied. Ann. 18. pag. 513. 1883.

ges der Tangentenbussole und von der Nadellänge herrühren. Für die zweite Hauptlage kommt ein ganz analoger Ausdruck, nur mit dem Factor 2 versehen. Stellt man die Formeln für F mit den entsprechenden Correctionen für die 1. und 2. Hauptlage zusammen und unterscheidet die beiden Abstände durch a_1 und a_2, so kommt:

$$1.\quad F\left\{1+\frac{1}{a_1^2}\left(\frac{1}{2}l^2-\frac{9}{10}P\right)+\frac{1}{a_1^4}\left(\frac{3}{16}l^4-\frac{9}{8}l^2P+\frac{45}{56}P'\right)\right\} = a_1^2\frac{\operatorname{tg}\varphi+\operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi-\operatorname{tg}\varphi'}\frac{\pi}{R}(1+\varepsilon+\zeta_1)$$

$$2.\quad F\left\{1+\frac{1}{a_2^2}\left(-\frac{3}{8}l^2+\frac{27}{40}P\right)+\frac{1}{a_2^4}\left(\frac{15}{128}l^4-\frac{45}{56}l^2P+\frac{225}{448}P'\right)\right\} = 2a_2^2\frac{\operatorname{tg}\varphi+\operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi-\operatorname{tg}\varphi'}\frac{\pi}{R}(1+\varepsilon+\zeta_2)$$

Werden die Entfernungen a_1 und a_2 so gewählt, daß zwischen ihnen die Relation $a_1^2 : a_2^2 = 4:3$ besteht, so gehen die beiden obigen Gleichungen über in die eine Gleichung, welche in dem Correctionsgliede δ nicht mehr das Glied mit $\frac{1}{a^2}$ enthält, nämlich:

$$3.\quad F\left\{1+\frac{19}{(2a_1)^4}\left(\frac{1}{6}l^4-l^2P+\frac{5}{7}P'\right)\right\} = \frac{\pi}{R}\left(1+\varepsilon+\frac{\zeta_1+\zeta_2}{2}\right)\left(\frac{1}{2}a_1^2T_1+a_2^2T_2\right)$$

T_1 und T_2 seien die Tangentenverhältnisse in der 1. resp. 2. Hauptlage. Diese Formeln sind sämmtlich in der Abhandlung des Hrn. Prof. F. Kohlrausch, welche bereits oben genannt ist, enthalten und hier nur kurz angeführt, um wiederholtes Verweisen auf jene Arbeit zu vermeiden. Dieselben gelten nur unter der Voraussetzung eines rechteckigen Querschnitts der Windungslagen; es wurde deshalb der kreisförmige Querschnitt auf einen quadratischen mit demselben Flächeninhalt reducirt. Darnach berechnete sich die Breite und Höhe der Spule $l = r_1 - r_0 = 33.2$ mm.

Weil die Radien des Solenoides $r_1 = 353.4$ mm. und $r_0 = 320.2$ mm. wegen der schon oben erwähnten Deformation nur annähernd bestimmt, andrerseits die Entfernungen $a_1 = 2478.586$ mm. und $a_2 = 2146.524$ mm. nicht wohl größer gewählt werden konnten, so wurde gleich bei der Aufstellung der Instrumente zwischen den beiden Abständen das Verhältniß $\sqrt{4:3}$ hergestellt. Mit Hülfe der Combinationsformel 3. berechnet sich dann die Windungsfläche des Solenoides, wenn man für die Tangentenverhältnisse die beobachteten Werthe $T_1 = 0.182998$ und $T_2 = 0.148506$ einführt:

$$F = 29585800 \text{ qmm.}$$

Um Aufschluß über die Sicherheit der Radien r_1 und r_0 zu erhalten, wurde die Windungsfläche nach den Formeln 1. und 2. berechnet, weil in ihnen ein Fehler der Größen r_1 und r_0 bedeutend stärker zu Tage tritt, als in der Combinationsformel 3. In der ersten Hauptlage berechnet sich

$$F_1 = 29628500 \text{ qmm.}$$

und in der zweiten

$$F_2 = 29544900 \text{ qmm.}$$

Der große Unterschied, welcher zwischen den Werthen F_1 und F_2 zu Tage tritt, findet in der fehlerhaften Bestimmung der Radien seine Erklärung. Die Daten nämlich, aus welchen die Größen r_1 und r_0 hergeleitet werden mußten, machten eine genaue Bestimmung derselben von vornherein unmöglich und es war zu erwarten, daß an den Radien eine Correction angebracht werden müsse, um die Abweichung zu heben. Die Gleichheit der Werthe F_1 und F_2 würde durch eine Verminderung des absoluten Werthes der Radien um 8.5 mm. erreicht. Das Auffallende dieser großen Correction wird durch die Zahlen der folgenden Tabelle um ein bedeutendes abgeschwächt; sie giebt die Längen mehrerer unter einander paralleler Sehnen des Solenoides; die berechneten Längen entstanden dadurch, daß die Ellipsenform zu Grunde gelegt wurde und die große Achse derselben (in der Tabelle Sehne 3) und der Abstand der Sehnen von dieser die Rechnungsgrößen für die übrigen Theile bildeten.

	beobachtet	berechnet	ber. — beob.
Sehne 1.	638.04 mm.	642.29 mm.	+ 4.25 mm.
» 2.	640.03 »	710.48 »	+ 70.45 »
» 3.	737.20 »	—	
» 4.	706.92 »	706.78 »	— 0.14 »
» 5.	630.38 »	635.52 »	+ 5.14 »

Zieht man die geänderten Werthe der Radien $r_1 = 345.2$ mm. und $r_0 = 312.0$ mm. in Rechnung, so wird dadurch das Endresultat aus der Combinationsformel wenig geändert; es ergiebt sich als neuer Werth für die Windungsfläche des Solenoides:

$$F = 29587500 \text{ qmm.}$$

Diese Bestimmung der Windungsfläche ist im Folgenden zur Anwendung gekommen.

Die Directionskraft der Aufhängungsdrähte des Bifilargalvanometers bestimmte sich nach der Formel:

$$D = K\frac{\pi^2}{t^2}$$

wo unter K das Trägheitsmoment $K = 431852 \times 10^6$ mg. mm^2. verstanden ist. Die Schwingungsdauer t wurde für verschiedene Temperaturen bestimmt; bezeichnet man mit t_1 t_2 .... die Schwingungsdauern, welche den Temperaturen T_1 T_2 .... entsprechen, so wurde die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Temperatur dargestellt durch die Formel:

$$t_1 = t_2 + 0.02748\,(T_1 - T_2).$$

Form und Aufhängung der electrodynamischen Drehwage waren dieselben, wie sie in dem oben schon erwähnten Aufsatze des Hrn. Prof. Riecke dargestellt sind; nur waren hier die Dimensionen der Scheiben größer gewählt, und bei der beweglichen Scheibe statt der schweren Glasplatte als isolirendes Medium ein dünner Siegellacküberzug verwandt. Der Radius der Scheiben bis zum äußern Rande war $r_1 = 149.453$ mm. und bis zum innern Rande, d. h. bis zur Grenze der isolirenden Schicht $r_0 = 144.953$ mm., beide Größen auf die Temperatur 0° bezogen. Daraus folgt für $l = \frac{r_1 + r_0}{2} = 147.203$ mm. und für $\delta = \frac{r_1 - r_0}{2} = 2.250$ mm. So lange der Strom i mit seiner Gesammtintensität in horizontaler Richtung fließt, vom Mittelpunkte der Scheibe also dem Rande zu bis zu einer Entfernung r_0, ist das Drehungsmoment, welches die verticale Componente des Erdmagnetismus V ausübt gleich $\frac{1}{2}Vir_0^2$ oder $\frac{1}{2}Vil^2 - Vil\delta + \frac{1}{2}Vi\delta^2$. Für den Theil $r_1 - r_0 = 2\delta$ tritt der Strom aus der Scheibe in die Flüssigkeit über und zwar, wie aus dem Niederschlage auf den Scheiben zu schließen ist, überall mit gleicher Dichte. Mit Rücksicht hierauf ergiebt sich das Drehungsmoment, welches V auf diesen Theil der Scheibe ausübt, gleich $Vil\delta - \frac{1}{2}Vi\delta^2$. Das Gesammtdrehungsmoment ist also $\frac{1}{2}Vil^2 + \frac{1}{2}Vi\delta^2$. Bezeichnet man mit D_2 das Drehungsmoment, welches durch die Torsion des Drahtes hervorgerufen wird und mit φ den Ablenkungswinkel, so entsteht die Gleichung:

$$D_2 2\varphi = Vil^2\left(1 + \tfrac{1}{2}\frac{\delta^2}{l^2}\right)^{1)}$$

Beobachtet man die Ablenkungen mit Spiegel und Scala und entwickelt 2φ nach Potenzen von $\frac{n}{r}$, wo n den Scalenausschlag und r die Entfernung zwischen Spiegel und Scala bezeichnet, so geht obige Gleichung über in:

1) Darnach ist die von Hrn. Prof. Riecke benutzte Formel zu verbessern.

$$Vi = \frac{D_2 n\left[1-\frac{1}{8}\left(\frac{n}{r}\right)^2\right]}{rl^2\left[1+\frac{1}{8}\left(\frac{\delta}{l}\right)^2\right]}$$

Aus den Schwingungen einer cylindrischen Messingplatte, deren Trägheitsmoment $K = 224017 \times 10^4$ mg. mm.^{2} war, wurde D_2 hergeleitet; es ergab sich auch hier eine ähnliche Gleichung wie bei dem Bifilargalvanometer für die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Temperatur, nämlich:

$$t_1 = t_2 + 0.00635\ (T_1 - T_2)$$

Die durch den Strom in dem Suspensionsdrahte hervorgerufene Erwärmung wurde aus der Verlängerung des Drahtes bestimmt; an einem Mikroscop mit Mikrometervorrichtung wurden die betreffenden Ablesungen vor und nach jeder Beobachtung gemacht.

Das Bifilargalvanometer lieferte das Product

$$Ti = \frac{D_1}{F}\,\frac{N\left[1-\left(\frac{N}{2R}\right)^2+2\left(\frac{N}{2R}\right)^4\right]}{2R}$$

die electrodynamische Drehwage das Product

$$Vi = \frac{D_2 n\left[1-\frac{1}{8}\left(\frac{n}{r}\right)^2\right]}{rl^2\left[1+\frac{1}{8}\left(\frac{\delta}{l}\right)^2\right]}$$

Daraus folgt:

$$\frac{V}{T} = \mathrm{tg}\, i = \frac{2FR}{r}\,\frac{D_2}{D_1 l^2\left[1+\frac{1}{8}\left(\frac{\delta}{l}\right)^2\right]}\,\frac{n\left[1-\frac{1}{8}\left(\frac{n}{r}\right)^2\right]}{N\left[1-\left(\frac{N}{2R}\right)^2+2\left(\frac{N}{2R}\right)^4\right]}$$

Die Inclinationsbeobachtungen wurden im eisenfreien Pavillon des physikalischen Instituts angestellt und zwar Morgens 8 Uhr, Mittags 12 Uhr und Nachmittags 4 Uhr. Zur Erläuterung der Beobachtungsart möge das Protocoll einer Beobachtungsreihe mitgetheilt werden; es wurde am Freitag d. 27. November Mittags beobachtet.

Temp. 7°5 Mikroscop: 2 Kamm 38.1 Theilst.

Ruhelagen	$11^h\ 32^m\ 0^s$	749.6				
	11	749.7				
	23	749.8	749.80			
	34	749.9	749.85	749.850		Drehwage
	46	750.0	749.85			
	57	750.0	749.90			
	$33^m\ 9$	749.9				
	$11^h\ 33^m\ 20^s$	749.9				
	578.0	581.8	585.1	581.63	733.240	Bifilargalv.
	886.7	883.0		884.85		

Ablenkungen	$11^h\ 40^m\ 14^s$	461.9				
	25	460.3	461.55			
	36	460.1	461.40	461.400		Drehwage
	48	461.2	461.25			
	59	462.5				
	$11^h\ 41^m\ 10^s$	462.4				
	$11^h\ 41^m\ 20^s$	784.8				
	31	784.7				
	43	784 8	784.85			
	54	784.8	784.80	784.838		Bifilargalv.
	42^m 6	784.9	784.85			
	17	784.9	784.85			
	29	784.9				
	$11^h\ 42^m\ 40^s$	784.9				
	$11^h\ 42^m\ 50^s$	458.9				
	43^m 1	459.8				
	12	461.1	460.05			
	24	461.2	459.90	459.950		Bifilargalv.
	35	460.0	459.90			
	$11^h\ 43^m\ 46^s$	458.7				

Temp. 7°6 Mikroscop: 2 Kamm 42.9 Theilst.

	989.2	983.9	978.2	983.77	729.510	Bifilargalv.
	472.2	478.3		475.25		
Ruhelagen	$11^h\ 50^m\ 40^s$	749.3				
	51	749.3				
	51^m 3	749.4	749.35			
	14	749.3	749.35	749.338		Drehwage
	26	749.4	749.35			
	37	749.4	749.30			
	49	749.3				
	$11^h\ 52^m\ 0^s$	749.3				
	$11^h\ 56^m\ 14^s$	1005.0				
	25	1007.9	1005.30			
	36	1008.1	1005.40	1005.367		Bifilargalv.
	48	1005.6	1005.40			
	59	1002.9				
	$11^h\ 57^m\ 10^s$	1002.7				
	$11^h\ 57^m\ 20^s$	713.7				
	31	713.9				
	43	713.9	713.80			
	54	713.9	713.90	713.850		Drehwage
	58^m 6	713.9	713.85			
	17	713.9	713.85			
	29	713.8				
	$11^h\ 58^m\ 40^s$	713.8				
	$11^h\ 58^m\ 50^s$	1007.4				
	59^m 1	1004.9	1003.15			
	12	1001.3	1001.85	1002.067		Bifilargalv.
	24	998.9	1001.20			
	35	998.8				
	$11^h\ 59^m\ 46^s$	1001.1				

Temp. 7°6 Mikroscop: 2 Kamm 53.6 Theilst.

Ruhelagen	$12^h\ 4^m\ 0^s$	749.8				
	11	749.7				
	23	749.5	749.60			
	34	749.3	749.60	749.500		Drehwage
	46	749.4	749.45			
	57	749.5	749.35			
	$5^m\ 9$	749.4				
	$12^h\ 5^m\ 20^s$	749.4				
	972.9	968.0	963.1	968.00	731.675	Bifilargalv.
	492.8	497.9		495.35		
Ablenkungen	$12^h\ 12^m\ 14^s$	460.3				
	25	459.5				
	36	456.6	457.30			
	48	454.3	457.35	457.317		Bifilargalv.
	59	455.2	457.30			
	$12^h\ 13^m\ 10^s$	458.0				
	$12^h\ 13^m\ 20^s$	785.0				
	31	785.0				
	43	784.8	784.90			
	54	784.8	784.85	784.813		Drehwage
	$14^m\ 6$	784.8	784.75			
	17	784.7	784.75			
	29	784.7				
	$12^h\ 14^m\ 40^s$	784.7				
	$12^h\ 14^m\ 50^s$	456.9				
	$15^m\ 1^s$	454.7				
	12	455.0	457.50			
	24	458.1	457.45	457.517		Bifilargalv.
	35	460.2	457.60			
	$12^h\ 15^m\ 46^s$	460.2				

Temp. 7°6 Mikroscop: 2 Kamm 58.9 Theilst.

	989.0	983.9	978.7	983.87	729.435	Bifilargalv.
	472.0	478.0		475.00		
Ruhelagen	$12^h\ 22^m\ 40^s$	748.9				
	51	748.9				
	$23^m\ 3$	749.0	749.05			
	14	749.1	749.00	749.063		Drehwage
	26	749.2	749.10			
	37	749.1	749.10			
	49	749.2				
	$12^h\ 24^m\ 0^s$	749.1				

Hieraus ergiebt sich für $11^h\,58^m\,0^s$ als Scalenausschlag des Bifilargalvanometers $N = 272.522$ und als Scalenausschlag der electrodynamischen Drehwage $n = 35.478$; die Temperaturerhöhung τ durch den Strom beträgt $\tau = 0°7$.

Nach obigem Schema sind die folgenden Beobachtungen angestellt; es möge Temp. die Zimmertemperatur bezeichnen, τ die Temperaturerhöhung im Suspensionsdrahte und T die Temperatur, welche für die Drehwage in Berechnung zu ziehen ist.

Temp.	n	N	τ	T	$\frac{V}{T}$	i	
10°9	24.767	193.960	0°6	11°5	2.2906	66°24′56″	Nov. 23
12.9	25.771	202.841	0.6	13.5	2.2845	66 21 35	Nov. 24
8.9	45.349	355.841	0.8	9.7	2.2908	66 25 1	Nov. 25
10.5	45.228	355.513	0.5	11.0	2.2911	66 25 13	Nov. 26
9.0	28.760	224.710	0.6	9.6	2.2925	66 25 57	Nov. 26
10.5	35.788	280.969	0.7	11.2	2.2894	66 24 15	Nov. 26
7.6	35.478	272.522	0.7	8.3	2.2899	66 24 31	Nov. 27
7.5	45.719	351.235	1.7	9.2	2.2938	66 26 43	Nov. 30
4.7	44.871	343.277	0.8	5.5	2.2965	66 28 9	Dec. 2
8.8	30.009	231.112	0.6	9.4	2.2845	66 21 35	Dec. 4
				Mittel:	2.29036	66°24′47″	

Neben diesen Beobachtungen an der electrodynamischen Drehwage und dem Bifilargalvanometer wurden mehrere Inclinationsbestimmungen nach der Weber'schen Methode mit einem kleinen Erdinductor angestellt; auch hier wurde Morgens 8 Uhr, Mittags 12 Uhr und Nachmittags 4 Uhr beobachtet. Es ergab sich als Mittelwerth auf den 27. November reducirt:

$$i = 66° 24' 32''$$

in guter Uebereinstimmung mit dem anderen Werthe.

Schließlich wurde der von Hrn. Dr. Schaper für Juli 24 1881 beobachtete Werth der Inclination im eisenfreien Pavillon des physikalischen Instituts mit Hülfe der Schering'schen Variationsformel[1]) ebenfalls auf den 27. November 1885 reducirt; man erhielt auf diese Weise:

$$i = 66° 24' 20''$$

Wenn auch das gute Zusammentreffen des letzten Werthes mit den beiden andern ein zufälliges sein kann, weil bei den ersteren Beobachtungsmethoden die Zeiten innerhalb enger Grenzen bleiben, so muß man aber andrerseits auch berücksichtigen, daß außerhalb dieser Grenzen die Aenderung der Inclination eine geringe ist. Man wird also mit ziemlicher Sicherheit den Werth der Inclination besitzen, wenn man aus den 3 Werthen das Mittel nimmt.

1885.91	$i = 66° 24' 47''$	(Bifilar u. Drehwage)
1885.91	$i = 66° 24' 20''$	(Schering's Variationsformel)
1885.91	$i = 66° 24' 32''$	(Erdinductor)
1885.91	$i = 66° 24' 33''$	

Die hieraus sich ergebenden Werthe von $\frac{V}{T}$ sind zu Anfang dieser Mittheilung angeführt.

Göttingen physik. Institut Februar 1886.

1) Gött. Nachr. 1882 pag. 388 u. 371.

Neuer Beweis eines von Helmholtz aufgestellten Theorems betreffend die Eigenschaften monocyclischer Systeme.

Von **Ludwig Boltzmann** in Graz.

Die große Wichtigkeit, welche die Aufstellung des Begriffs der monocyclischen Systeme und die Entwicklung der wichtigsten Eigenschaften derselben [1]) für alle die mechanische Bedeutung des II. Hauptsatzes betreffenden Untersuchungen hat [2]), dürfte die folgenden Betrachtungen als nicht ganz überflüssig erscheinen lassen, welche den Zweck haben, den Zusammenhang der älteren Lehrsätze mit dem allgemeinen Theoreme näher zu beleuchten, welches Helmholtz zu Anfang der letzten, eben citirten Abhandlungen beweist. Dieses Theorem lautet, wenn man daran eine Modification vornimmt welche ich in einer kurzen Mittheilung an die Wiener Academie [3]) und Helmholtz in seiner letzten Abhandlung über monocyclische Systeme [4]) als notwendig erkannten, folgendermaßen: Sei ein beliebiges, zusammengesetztes monocyclisches (also gefesseltes policyclisches) System gegeben, dessen langsam veränderliche Coordinaten mit p_s, dessen rasch veränderliche mit p_h bezeichnet werden sollen, q_s und q_h seien deren Differentialquotienten nach der Zeit, s_s und s_h die dazugehörigen Momente, endlich $-P_s$ die äußeren Kräfte, welche zum ungestörten Fortgang der Bewegung nötig sind. Es wird vorausgesetzt, daß bei passender Aenderung der P_s die Bewegung in genau ähnlicher Weise vor sich gehen kann, wobei nur sämmtliche Geschwindigkeiten mit einer constanten, für alle Geschwindigkeiten

1) Sitz. Ber. d. Berl. Acad. dd. 6. März u. 27. März 1884. Kroneckers' Journ. Bd. 97 pag. 111 und 317. 1884.

2) Betreffend die Vorgeschichte des Gegenstandes möge hier noch der Arbeiten Rankines gedacht werden, welcher schon lange (Trans. R. S. Edinburgh 1869 pag. 757, Bd. 20 pag. 158, Bd. 25, pag. 217, Phil. Mag. December 1865, Bd. 30 p. 241, Bd. 39 pag. 211) auf die innige Verwandtschaft der gastheoretischen Gleichungen mit denen für stationäre Flüssigkeitsströmungen hinwies, die ganz der von Helmholtz entwickelten Verwandtschaft derselben Gleichungen mit den auf die Rotation fester Körper mit veränderlichem Trägheitsmomente bezüglichen analog ist. Rankine betrachtete auch bereits Bewegungen, bei denen eine Steigerung der Geschwindigkeit ohne Aenderung der Gestalt der Bahnen möglich ist.

3) Anzeiger der Wiener Academie vom 9. October 1884.

4) Sitz.-Ber. d. Berl. Acad. vom 18. December 1884.

gleichen aber ganz willkührlichen Zahl n multiplizirt, also gewissermaßen die Zeitdauer aller Vorgänge auf den n^{ten} Theil reducirt erscheint; wenn dann außer der im Systeme enthaltenen Energie nur ein einziger langsam veränderlicher Parameter p_1 vonhanden ist, so ist die gesammte im Systeme enthaltene lebendige Kraft immer integrirender Nenner des Differentials der von außen zugeführten Energie; sind dagegen mehrere p_1 vorhanden, so gilt dieß ebenfalls jedesmal dann, wenn jenes Differentiale überhaupt integrirende Factoren besitzt. Dieses Theorem ist von Helmholtz a. a. O. in höchst origineller Weise bewiesen worden, und ich habe hier die Absicht, einen 2ten auf ganz anderer Basis beruhenden Beweis des Theorems zu geben, welcher zwar vielleicht nicht so unmittelbar aus der Natur des Gegenstandes selbst entspringt, wie der Helmholtz'sche, dafür aber mehr geeignet scheint, die Beziehungen des Helmholtz'schen Satzes zu den ältern ähnlichen Entwicklungen in ein klares Licht zu stellen.

Ich will da von der Gleichung ausgehen, welche ich zuerst auf die mechanische Wärmetheorie angewandt habe [1]) und welche nachher von Clausius [2]), Szily [3]), J. J. Müller [4]), Ledieu [5]) verallgemeinert wurde. In meinen Bemerkungen über einige Probleme der mechanischen Wärmetheorie [6]) schreibe ich diese Gleichungen in der Form

$$2\delta\int Tdt = \sum p_i\delta q_i - \sum p_i^0\delta q_i^0 + \int dt(\delta_1 U + \delta T)$$

Da hiebei das letzte Glied = der gesammten von Außen zugeführten Energie dQ multipl. mit der Zeit t der Bewegung ist, so lautet diese Gleichung, wenn wir die Bezeichnungsweise Helmholtz's adoptiren:

$$t\,.\,dQ = 2d\int L'dt - \sum s_s^1 dp_s^1 + \sum s_s^0 dp_s^0$$

dabei ist L' die während der Zeit dt im Systeme als lebendige Kraft vorhandene Energie. Die Bewegung, welche das System ur-

---

1) Wiener Sitz.-Ber. Bd. 53. 8. Febr. 1866.

2) Niederrhein. Gesell. f. Nat. u. Heilkunde 7. Nov. 1870, Poggend. Ann. Bd. 142 pag. 433, Bd. 145, pag. 585, Königl. Gesell. zu Göttingen 24. Mai 1871, Berl. Sitz.-Ber. 19. Juni 1884, C. R. Bd. 78, pag. 461.

3) Müegyetemi Lapok. Bd. 1, pag. 165, Pogg. Ann. Bd. 145, pag. 295, Bd. 149, pag. 74. Ergänz. Bd. VII, pag. 154.

4) Pogg. Ann. Bd. 152, pag. 105.

5) C. R. Bd. 77, pag. 94, 163, 260, 325, 414, 455, 517, Bd. 78, 26. Jänner 1874, Bd. 78. pag. 537.

6) Wiener Sitz.-Ber. Bd. 75. 11. Jänner 1877.

sprünglich während der beliebigen Zeit t durchmachte, wird druch die unendlich kleine Energiezufuhr dQ in eine beliebige andere unendlichwenig verschiedene Bewegung verwandelt, welche sich während einer der Länge nach von t unendlichwenig verschiedenen Zeit abspielt. Für die erstere Bewegung sind p_s^0 und s_s^0 die Anfangs-, p_s^1 und s_s^1 die Endwerte der rasch veränderlichen Coordinaten und Momente, für die letztere Bewegung sein die Anfangs- und Endwerte der rasch veränderlichen Coordinaten $p_s^0 + dp_s^0$ und $p_s^1 + dp_s^1$. Sei nun zunächst außer der im Systeme enthaltenen lebendigen Kraft nur noch ein langsam veränderlicher Parameter p_s vorhanden, so werden 2 Gattungen von Zustandsveränderungen möglich sein. Erstens bei ungeänderten Bahnformen ändert sich blos die Geschwindigkeit aller beweglichen Theile proportional. Dabei können und sollen immer alle dp_s^0 und dp_s^1 = Null sein. Zweitens es ändern sich die Bahnformen, dann sollen die Anfangs- und Endwerte der raschveränderlichen Coordinaten immer orthogonal geändert werden d. h. es soll

$$\sum s_s^0 dp_s^0 = \sum s_s^1 dp_s^1 = 0$$

sein. Verwandelt sich eine später auftretende Bahn in eine solche zurück, welche schon früher da war, so sollen dabei die p_s^0 und p_s^1 genau die gleichen, aber entgegengesetzt bezeichneten Veränderungen erfahren, welche sie früher erfuhren, als umgekehrt die letztere Bahn in die erstere übergeführt wurde. Dieß ist hier immer möglich, da die Gestalt der Bahnen nur von einer einzigen unabhängig veränderlichen Größe abhängt, während die andere unabhängig veränderliche Größe blos die Geschwindigkeit bestimmt, mit welcher die Bahnen durchlaufen werden. Verfährt man in der geschilderten Weise, so werden bei Rückkehr zur selben Bahn auch stets dieselben Integrationsgrenzen für $\int dt$ und $\int L'dt$ wiederkehren, es werden also diese Größen ganz bestimmte Werte besitzen. Wählen wir die Zeit t groß, so wird

$$tL = \int L'dt$$

wobei L die sogenannte mittlere lebendige Kraft der Bewegung ist. Die obige Gleichung reducirt sich also dann auf

$$tdQ = 2d\int Ldt \text{ oder } dQ = 2Ld\,\text{lognat}\,Lt$$

Falls außer der im Systeme enthaltenen Energie mehr als ein langsam veränderlicher Parameter p_s existirt, ist L im Allgemeinen nicht mehr integrirender Nenner von dQ, da man bei Wiederkehr zu genau demselben Zustande des Systems im Allgemeinen nicht mehr

zu denselben Grenzen der p_h zurückkommen wird, sobald die p_h an beiden Grenzen immer orthogonal geändert werden; doch läßt sich auch in diesem Falle beweisen, daß L integrirender Nenner sein muß, falls überhaupt integrirende Factoren von dQ existiren. Sei allgemein $dQ = MdN$ und seien immer L und die p_a die independenten Variablen.

Nach dem eben Bewiesenen muß, sobald alle p_a bis auf eines constant sind, L integrirender Nenner von dQ sein; ist also g irgend einer der Indices a und $d\sigma_g$ das zum Factor L hinzutretende Differentiale, so folgt zunächst

$$M\left(\frac{\partial N}{\partial L}dL+\frac{\partial N}{\partial p_g}dp_g\right) = L\left(\frac{\partial \sigma_g}{\partial L}dL+\frac{\partial \sigma_g}{\partial p_g}dp_g\right) \quad . \quad . \quad (1)$$

Diese Gleichung muß für alle Wertecombinationen der dabei als constant vorausgesetzten Variablen $p_1, p_2, \ldots p_{g-1}, p_{g+1} \ldots$ gelten. Wenn also M und N gegeben sind, so ist daraus σ_g bis auf einen nur die letzterwähnten Variablen enthaltenden Ausdruck bestimmt. Dasselbe gilt auch für jeden beliebigen andern der Indices a z. B. h; man that also ebenso

$$M\left(\frac{\partial N}{\partial L}dL+\frac{\partial N}{\partial p_h}dp_h\right) = L\left(\frac{\partial \sigma_h}{\partial L}dL+\frac{\partial \sigma_h}{\partial p_h}dp_h\right)$$

wobei natürlich die Identität von σ_g und σ_h noch nicht erwiesen ist. Aus dieser und der Gleichung (1) folgt unmittelbar:

$$\frac{\partial \sigma_g}{\partial L} = \frac{\partial \sigma_h}{\partial L}$$

Es können sich also σ_g und σ_h nur um Größen unterscheiden, welche kein L sondern nur die p_a enthalten. Wir wollen setzen: $\sigma_g = \sigma + \Pi_g$, $\sigma_h = \sigma + \Pi_h$ wobei die Π nicht mehr Functionen von L sind; dann folgt aus der Gleichung (1)

$$M\frac{\partial N}{\partial L} = L\frac{\partial \sigma}{\partial L} \text{ und}$$
$$M\frac{\partial N}{\partial p_g} = L\left(\frac{\partial \sigma}{\partial p_g}+\frac{\partial \Pi_g}{\partial p_g}\right)$$

für jeden Wert von g; hieraus ergibt sich weiter

$$dQ = MdN = L\left(d\sigma+\sum\frac{\partial \Pi_g}{\partial p_g}dp_g\right)$$

die Summe ist über alle möglichen Werte des Index g zu erstrecken. Da laut Uebereinkunft dQ einen integrirenden Factor hat, so muß

es jedenfalls auch einen besitzen wenn man alle p_s bis auf zwei derselben etwa p_g und p_h constant setzt. Dividirt man dann noch das Differential dQ durch L so ergibt sich:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial L}dL+\left(\frac{\partial\sigma}{\partial p_g}+\frac{\partial\Pi_g}{\partial p_g}\right)dp_g+\left(\frac{\partial\sigma}{\partial p_h}+\frac{\partial\Pi_h}{\partial p_h}\right)dp_h$$

Nach dem Gesagten muß auch dieser Differentialausdruck einen integrirenden Factor haben. Schreibt man die bekannte Bedingung dafür hin, so sieht man, daß aus derselben folgt: entweder

$$\frac{\partial\sigma}{\partial L}=0 \quad \text{oder}$$

$$\frac{\partial^2\Pi_g}{\partial p_g\,\partial p_h}=\frac{\partial^2\Pi_h}{\partial p_g\,\partial p_h} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

für alle Wertepaare von g und h. Die erste Gleichung kann nie erfüllt sein, wenn man voraussetzt, daß im Differentialausdruck dQ das dL vorkommt, welche Voraussetzung, wie mir scheint auch von Helmholtz stillschweigend gemacht wird. Im entgegengesetzten, physikalisch offenbar gar nicht denkbaren Falle schiene mir die Richtigkeit des zu beweisenden Theorems fraglich zu werden, in allen übrigen Fällen müssen die Gleichungen (2) gelten, aus welchen folgt, daß

$\sum\frac{\partial\Pi_g}{\partial p_g}dp_g$ das complete Differentiale einer Function Π der p_s ist, weßhalb dann $dQ=Ld(\sigma+\Pi)$ wird.

Aus den obigen Entwicklungen folgt, daß die Frage, ob dQ einen integrirenden Factor besitzt, auf die andere hinausläuft, ob unter beständig orthogonaler Veränderung der Grenzen bei Rückkehr zu demselben Zustande immer auch eine Rückkehr zu deuselben Grenzen möglich ist, worauf ich vielleicht ein anderes Mal zurückkommen werde; im Anschluß hieran dürfte sich dann am leichtesten die allgemeine Bedingung aufstellen lassen, daß für ein beliebiges System die lebendige Kraft integrirender Nenner ist, welche Aufgabe Helmholtz für monocyclische Systeme gelöst hat.

Graz 2. Jänner 1886.

Universität.

Achter Bericht über die Königl. Universitäts-Poliklinik für Ohrenkrankheiten.

Von

Prof. Dr. **K. Bürkner.**

Im Jahre 1885 wurden in der Poliklinik für Ohrenkrankheiten an 1049 Personen mit 1423 verschiedenen Krankheitsformen 7369 Consultationen ertheilt, so daß die Frequenz des Institutes, wie die nachstehende Tabelle ergiebt, gegen die Vorjahre abermals eine Steigerung erfahren hat. Es waren nämlich zu verzeichnen:

im Jahre 1878:	217	Patienten	mit	1271	Consultationen
1879:	328	»	»	2449	»
1880:	428	»	»	2179	»
1881:	516	»	»	2652	»
1882:	753	»	»	4564	»
1883:	868	»	»	5025	»
1884:	983	»	»	6643	»
1885:	1049	»	»	7369	»
zusammen:	5142	Patienten	und	32152	Consultationen.

Von den 1049 Patienten wurden 974 in regelmäßige Behandlung genommen, während 75 Kranke theils wegen völliger Unheilbarkeit oder wegen fehlender Ohrenkrankheit abgewiesen, theils andren Instituten zugeführt werden mußten.

Ueber die Heilerfolge bei den einzelnen Patienten giebt folgende Zusammenstellung Aufschluß:

Geheilt wurden	575	Patienten	= 54,8%
Wesentlich gebessert	191	»	= 18,2%
Ungeheilt blieben	20	»	= 1,9%
Ohne Behandlung entlassen wurden	75	»	= 7,1%
Vor beendigter Kur blieben aus .	154	»	= 14,7%
In Behandlung verblieben . . .	33	»	= 3,2%
Gestorben ist	1	»	= 0,1%
	1049		100,0.

Es war somit Heilung zu verzeichnen in 54,8%, Besserung in 18,2%, zusammen 73,0%. Von den überhaupt in Behandlung genom-

menen 974 Patienten wurden nach Abrechnung der noch in der Kur befindlichen, 81,4% geheilt oder wesentlich gebessert. Außerdem können noch von den vor beendigter Kur ausgebliebenen 154 Kranken etwa 60 zu den wesentlich Gebesserten hinzugezählt werden, so daß der wirkliche Procentsatz der Kurerfolge sich sogar noch günstiger gestalten würde.

Von den 1049 Patienten waren		
wohnhaft in Göttingen:	396	= 37,7%.
wohnhaft außerhalb Göttingen,		
aber in der Provinz Hannover: . . .	462	= 44,1%.
Mithin in der Prov. Hannover überhaupt:	858	= 81,8%.
Außerdem kamen auf		
Provinz Hessen-Nassau	75	= 7,1%.
» Sachsen	69	= 6,6%.
» Westfalen	17	= 1,6%.
» Brandenburg	1	= 0,1%.
» Pommern	1	= 0,1%.
Rheinprovinz	1	= 0,1%.
Herzogthum Braunschweig	15	= 1,4%.
Herzogthum Anhalt	1	= 0,1%.
Herzogthum Sachsen-Coburg-Gotha . .	1	= 0,1%.
Fürstenthum Lippe-Detmold	5	= 0,5%.
Fürstenthum Waldeck	1	= 0,1%.
Freie Stadt Bremen	2	= 0,2%.
Freie Stadt Hamburg	1	= 0,1%.
Oesterreich	1	= 0,1%.
Mithin außerhalb der Provinz Hannover	191	= 18,2%.

Von andren klinischen Instituten wurden eine Anzahl von Kranken zur Untersuchung oder Behandlung der Poliklinik überwiesen, nämlich:

Patienten der Augenklinik	34.
» » Medicinischen Klinik	32.
» » Chirurgischen Klinik	6.
» » Irrenanstalt	1.
	73.

Männlichen Geschlechtes waren

622 = 59,3%, nämlich 394 = 37,6% Erwachsene, 228 = 21,7% Kinder.

Weiblichen Geschlechtes

427 = 40,7%	»	229 = 21,8%	»	198 = 18,8%	»
1049		623 = 59,4%	»	426 = 40,5%	»

Es stimmen diese Zahlen mit den Resultaten nahezu überein, welche ich [1]) aus einem sehr großen Material verschiedener poliklinischer Berichte berechnet habe und wonach 60,3% (oben 59,3%) der Ohrenkranken männlichen Geschlechts, 39,7% (oben 40,7%) weiblichen Geschlechts sind. Kinder kamen im Berichtsjahre in auffallend großer Anzahl zur Behandlung, nämlich 40,5%, währed die sonstige Durchschnittszahl 30% beträgt.

Die Thätigkeit der Poliklinik vertheilte sich auf die einzelnen Monate in folgender Weise:

Januar:	83	Patienten,	502	Consultationen.
Februar:	105	»	614	»
März:	95	»	600	»
April:	92	»	557	»
Mai:	98	»	630	»
Juni:	112	»	746	»
Juli:	97	»	672	»
August:	91	»	601	»
September:	63	»	557	»
October:	78	»	655	»
November:	61	»	672	»
December:	74	»	563	»
	1049	»	7369	»

Was die Erkrankung der einzelnen Ohrabschnitte anbetrifft, so kommen auf das

äußere Ohr	237 Fälle	= 22,6%
Mittelohr mit Trommelfell	767 »	= 73,2%
innere Ohr	42 »	= 4%
	1046 »	= 99,8%.

Die übrigen drei Fälle waren normal.

Auch diese Zahlen stehen in ungefährer Uebereinstimmung mit den statistischen Resultaten, welche für das äußere Ohr 25,5%, für das Mittelohr nebst Trommelfell 67%, für das innere Ohr 7,5% ergaben.

Folgende Krankheiten kamen zur Beobachtung:

A. Krankheiten des äußeren Ohres.
237 Fälle.

1. *Bildungsdefect der Ohrmuschel.* 1 Fall.
   1 Kind. Einseitig.
   Abgewiesen, weil auch tiefere Theile defect waren.

1) Siehe Bürkner, Beiträge zur Statistik der Ohrenkrankheiten. Arch. f. Ohrenkr. XXII. Bd.

2. *Erfrierung der Ohrmuschel.* 1 Fall.
   1 Erwachsener. Doppelseitig.
   Geheilt.
3. *Erythem der Ohrmuschel.* 1 Fall.
   1 Kind. Einseitig.
   Geheilt.
4. *Acutes Ekzem der Ohrmuschel und des Gehörganges.* 19 Fälle.
   6 Erwachsene. 10 einseitig.
   13 Kinder. 9 doppelseitig.
   15 geheilt, 4 ausgeblieben.
5. *Chronisches Ekzem der Ohrmuschel und des Gehörganges.* 3 Fälle.
   1 Erwachsener. 1 einseitig.
   2 Kinder. 2 doppelseitig.
   3 geheilt.
6. *Zerreißung des Ohrläppchens.* 1 Fall.
   1 Kind. Einseitig.
   Geheilt.
7. *Othaematom.* 1 Fall.
   1 Erwachsener. Einseitig.
   Geheilt.
8. *Pruritus cutaneus des Gehörganges.* 1 Fall.
   1 Erwachsener. Doppelseitig.
   Geheilt.
9. *Furunkelbildung im Gehörgange.* 34 Fälle.
   28 Erwachsene. 31 einseitig.
   6 Kinder. 3 doppelseitig.
   30 geheilt, 4 ausgeblieben.
10. *Diffuse Entzündung des Gehörganges.* 3 Fälle.
    2 Erwachsene. 3 einseitig.
    1 Kind.
    3 geheilt.
11. *Abscess des äußeren Gehörganges.* 3 Fälle.
    3 Kinder. 3 einseitig.
    3 geheilt.
12. *Seborrhö.* 1 Fall.
    1 Erwachsener. Einseitig.
    Geheilt.
13. *Ohrenschmalz-Ansammlung.* 155 Fälle.
    140 Erwachsene. 93 einseitig.
    15 Kinder. 62 doppelseitig.
    136 geheilt, 19 gebessert.

14. *Cholesteatom des äußeren Gehörganges.* 4 Fälle.
4 Erwachsene. 4 einseitig.
4 geheilt.

15. *Fremdkörper.* 9 Fälle.
4 Erwachsene. 7 einseitig.
5 Kinder. 2 doppelseitig.
9 geheilt.

Als Fremdkörper fanden sich vor: eine Borste, ein Knäuel verfilzter Pelzhaare, ein Knäuel Papier, ein Wattenpfropf, eine Getreidegranne, eine Zwiebel, eine Erbse, eine Bohne, ein Stück Schieferstift.

B. Krankheiten des Trommelfelles.
46 Fälle.

16. *Acute Trommelfellentzündung.* 5 Fälle.
2 Erwachsene. 5 doppelseitig.
3 Kinder.
5 geheilt.

17. *Chronische Trommelfellentzündung.* 1 Fall.
1 Erwachsener. einseitig.
geheilt.

18. *Zerreißung des Trommelfells.* 8 Fälle.
8 Erwachsene. 8 einseitig.
6 geheilt, 1 gebessert, 1 ungeheilt.

19. *Residuen von abgelaufenen Krankheiten.* 32 Fälle.
23 Erwachsene. 20 einseitig.
9 Kinder. 12 doppelseitig.
4 geheilt, 13 gebessert, 3 ungeheilt.
8 abgewiesen, 4 ausgeblieben.

C. Krankheiten des Mittelohres.
721 Fälle.

20. *Acuter Tubencatarrh.* 11 Fälle.
9 Erwachsene. 6 einseitig.
2 Kinder. 5 doppelseitig.
9 geheilt, 1 gebessert, 1 ausgeblieben.

21. *Chronischer Tubencatarrh.* 3 Fälle.
2 Erwachsene. 1 einseitig.
1 Kind. 2 doppelseitig.
2 geheilt, 1 ausgeblieben.

22. *Abnormes Offenstehen der Tuben.* 1 Fall.
1 Erwachsener. 1 doppelseitig.
1 ausgeblieben.

23. *Acuter einfacher Mittelohrcatarrh.* 178 Fälle.
91 Erwachsene. 92 einseitig.
87 Kinder. 86 doppelseitig.
115 geheilt, 37 gebesert,
1 abgewiesen, 20 ausgeblieben,
5 noch in Behandlung.

24. *Chronischer einfacher Mittelohrcatarrh.* 227 Fälle.
142 Erwachsene. 34 einseitig.
85 Kinder. 193 doppelseitig.
64 geheilt, 63 gebessert, 11 ungeheilt,
27 abgewiesen, 49 ausgeblieben, 13 in Behandlung.

25. *Acute eiterige Mittelohrentzündung.* 150 Fälle.
39 Erwachsene. 129 einseitig.
111 Kinder. 21 doppelseitig.
97 geheilt, 25 gebessert, 23 ausgeblieben,
4 in Behandlung, 1 gestorben.

26. *Chronische eiterige Mittelohrentzündung.* 140 Fälle.
76 Erwachsene. 93 einseitig.
64 Kinder. 47 doppelseitig.
54 geheilt, 29 gebessert, 6 abgewiesen,
40 ausgblieben, 11 noch in Behandlung.

27. *Absceßbildung am Warzenfortsatze.* 1 Fall.
1 Kind. Einseitig.
Geheilt.

28. *Neuralgie des plexus tympanicus.* 10 Fälle.
9 Erwachsene. 8 einseitig.
1 Kind. 2 doppelseitig.
7 geheilt, 3 ausgeblieben.

D. Krankheiten des inneren Ohres.
42 Fälle.

29. *Brausen ohne Befund.* 3 Fälle.
3 Erwachsene. 1 einseitig.
2 doppelseitig.
1 gebessert, 1 abgewiesen, 1 ausgeblieben.

30. *Salicyltaubheit.* 1 Fall.
1 Erwachsener. Doppelseitig.
Geheilt.

31. *Traumatische, acute Labyrintherkrankung.* 3 Fälle.
2 Erwachsene. 1 einseitig.
1 Kind. 2 doppelseitig.
2 abgewiesen, 1 ausgeblieben.

32. *Nervöse Taubheit (Labyrinth- und centrale Affectionen).* 23 Fälle.
22 Erwachsene. 6 einseitig.
1 Kind. 17 doppelseitig.
2 gebessert, 5 ungeheilt, 14 abgwiesen,
2 ausgeblieben.

33. *Taubstummheit.* 12 Fälle.
1 Erwachsener. 2 angeboren.
11 Kinder. 8 erworben.
12 abgewiesen.

E. Verschiedenes.

34. *Simulation.* 1 Fall.
Erwachsener. Doppelseitig (normal).
Abgewiesen.

35. *Normal.* 2 Fälle.
1 Erwachsener.
1 Kind.

An Operationen wurden ausgeführt:

Eröffnung von Abscessen im Gehörgange	3 mal.
» » *Furunkeln* » »	28 mal.
Entfernung von Fremdkörpern mit der Spritze	8 mal.
» » » » *Instrumenten*	3 mal.
Eröffnung eines Abscesses am Warzenfortsatze	1 mal.
Paracentese der Paukenhöhle	67 mal.
Extraction von Polypen	13 mal.
	123.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Fig. I.

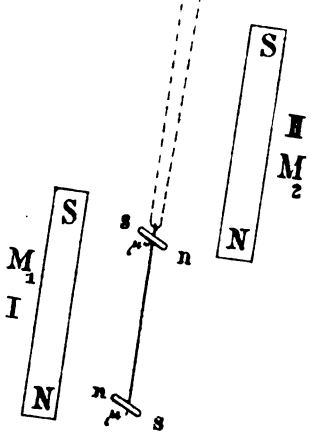

S
II
M2
N
s
n
M1
I
S
N
n
s

Fig. III.

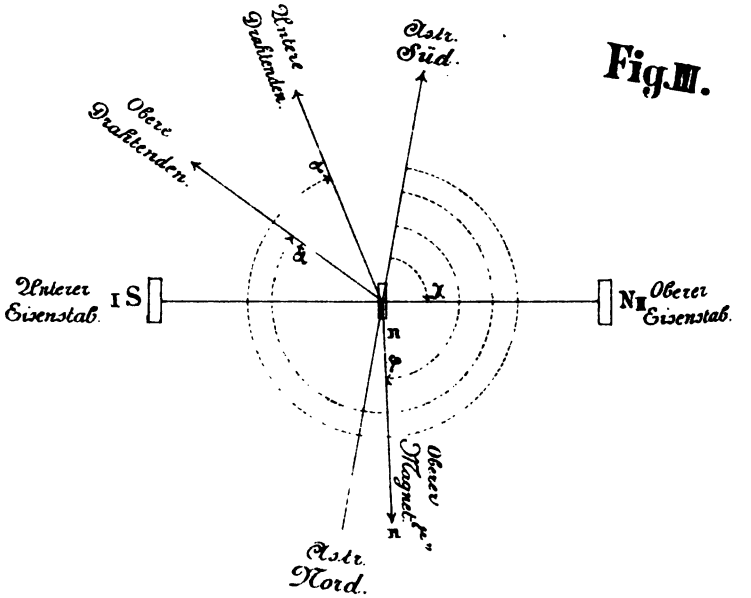
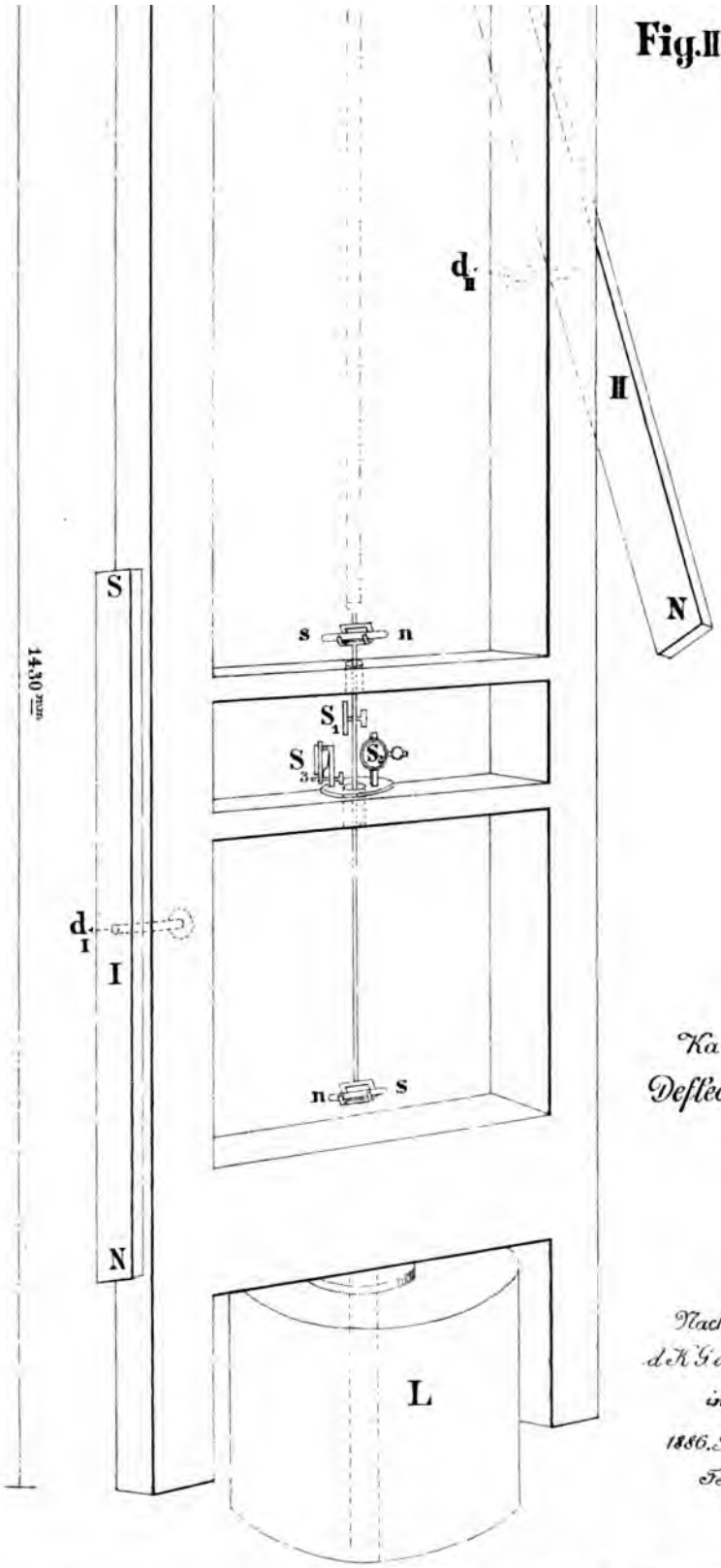
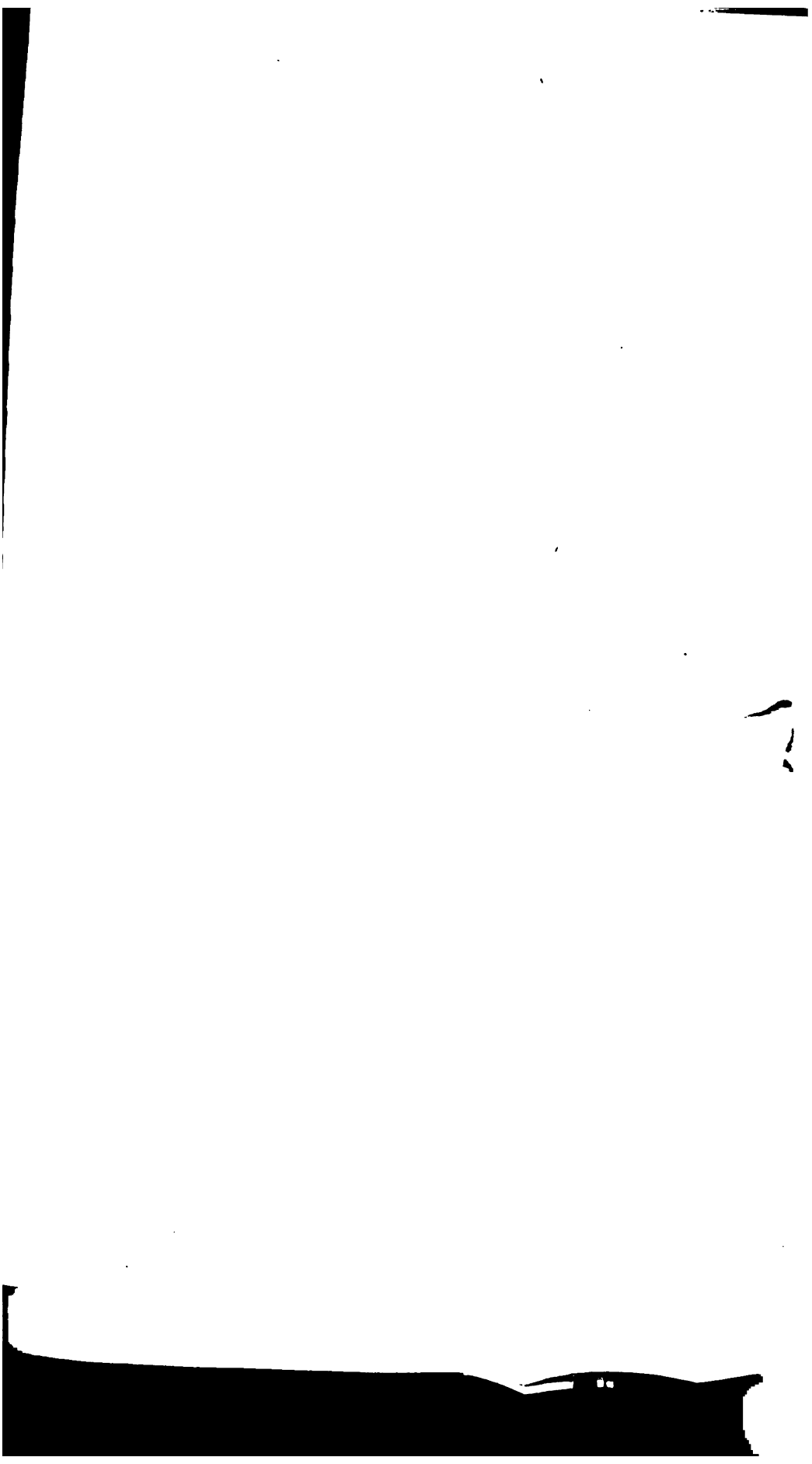

Astr. Süd.
Untere Draktionsr.
Obere Draktionsr.
Unterer Eisenstab.
I S
N II
Oberer Eisenstab.
Oberer Magnetstab
Astr. Nord.

Fig. II.



Karl Schering
Deflectoren Bifilar.

Nachrichten
d. K. G. d. Wissensch.
in Göttingen.
1886. Seite 185.
Februar 6.
N° 6.



Der Verwaltungsrath ließ die bei der Ausschreibung der ersten Aufgabe verheissene Abschrift der in der Bibliothek des verstorbenen Sir Thomas Philipps zu Cheltenham unter No. 10381 befindlichen Handschrift alsbald durch Herrn Dr. Patzig in Berlin ausführen und schon bei der herkömmlichen Wiederholung der Aufgaben, in Nr. 11 der Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften J. 1878 (S. 407), konnte mitgetheilt werden, daß sich die mit größter Sorgfalt gefertigte Abschrift auf der Kön. Universitätsbibliothek befinde und von denen, welche sich mit der Lösung der Aufgabe zu beschäftigen entschlossen seien, entlehnt werden könne.

Dennoch hat weder diese noch die zweite Aufgabe, die zum zweitenmal ausgeschrieben worden war, einen Bearbeiter gefunden.

Leider war also die Thätigkeit des Preisgerichtes, das nach §. 24 der Ordnungen im Laufe des neunten Jahres 1885 gebildet werden mußte, auf die Berathungen über die Ertheilung des dritten Preises beschränkt. Zu den fünf hiesigen Mitgliedern des Verwaltungsrathes hatten auf deren Bitte die Herrn Professoren Dr. Dümmler in Halle und Dr. Weizsäcker in Berlin die Güte als auswärtige in das Preisgericht einzutreten und die hiesigen erbaten sich, da zufällig unter den fünf ältesten Mitgliedern der Historisch-philologischen Klasse, welche nach §. 5 der Ordnungen den Verwaltungsrath bilden, kein Historiker ist, für die zu treffende Entscheidung den Rath der Historiker unter den ordentlichen Mitgliedern der Gesellschaft der Wissenschaften und an der Universität.

Nach sorgfältiger Berathung hat sich dann das Preisgericht zu folgendem Beschluß geeinigt:

Indem das Preisgericht bei der Ertheilung des dritten Preises sich wieder einer sehr reichen und mannichfaltigen Literatur gegenüber befand, welche von den Fortschritten historischer Forschung und Kunst in Deutschland während dieses Jahrzehntes das erfreulichste Zeugniß giebt, glaubte es doch zwei alt- und langbewährte Werke, die in ihren Anfängen weit zurückreichen, bevorzugen zu müssen. Eben deshalb aber, weil dieselben längst ihren bestimmten Platz in unserer Literatur sich errungen haben, braucht hier nur in wenigen Worten an ihre Bedeutung erinnert zu werden. War es vor zehn Jahren Leopold Ranke, der Begründer und Meister der neueren Geschichtschreibung, dem der Preis zuerkannt wurde, so durfte man diesmal den Blick auf einen seiner ältesten und angesehensten Schüler lenken, der, da er selbst zweiundzwanzig Jahre hindurch Direktor dieser Stiftung war, früher nicht in Betracht gezogen werden konnte, auf Georg Waitz. Seine deutsche Verfassungsgeschichte, begonnen im J. 1844, hat mit dem achten Bande, der

bis auf Lothar reicht, 1878 ihren Abschluß gefunden. Der erste Band liegt in dritter, zwei bis vier in zweiter Auflage vor. Seit dem noch umfassenderen Werke K. Fr. Eichhorns über die deutsche Staats- und Rechtsgeschichte ist aus diesem Gebiete keines der Verfassungsgeschichte von Waitz an Bedeutung gleich zu stellen. Eine »mit den früheren Forschungen abschließende und neue Wege bahnende, grundlegende Arbeit«, so hat Sohm dies Buch mit Recht bezeichnet. Denn es ist der Ausgangspunkt für alle neueren Forschungen auch derer geworden, die in ihren Ergebnissen mehr oder minder von ihm abgewichen sind. Unzweifelhaft entspricht die Verfassungsgeschichte der von dem Stifter des Preises gestellten Anforderung auf sorgfältige und geprüfte Zusammenstellung der Thatsachen in hohem Maße und wird auch als ein umfassendes historisches Werk bezeichnet werden dürfen. Fraglicher erschien die Erfüllung der zweiten Hauptbedingung, die sich auf Kunst und Darstellung richtet. Durch den Gegenstand selbst zum guten Theil ausgeschlossen, wurde sie es noch mehr durch die vorsichtig und nüchtern abwägende Art des Verfassers, der, allem Konstruieren abhold, vor allem durch die Quellen gesicherte Grundlagen geben wollte. Um der großen Vorzüge des Werkes willen, das mit so vielen falschen und willkürlichen Annahmen für immer geräumt hat, glaubte das Preisgericht sich über den etwaigen Mangel der äußeren Form hinwegsetzen und diese so hochbedeutende Leistung mit gutem Grunde durch Ertheilung der Hälfte des dritten Preises, wie es bei einem gedruckten Werke nach den Ordnungen allein geschehn kann, auszeichnen zu dürfen.

Fast in denselben Grenzen wie die deutsche Verfassungsgeschichte bewegt sich Wilhelm von Giesebrechts Geschichte der deutschen Kaiserzeit, die ebenso wie jene weit in die Vergangenheit zurückreicht. Denn die erste Ausgabe des ersten Bandes erschien schon 1855. Seitdem ist sie im J. 1880 bis zur ersten Abtheilung des fünften Bandes fortgesetzt worden, während der erste und zweite Band bis zur fünften, der dritte und vierte bis zur vierten Auflage fortgeschritten sind. Dieser ungemeine Erfolg, wie ihn seit Raumers Hohenstaufen kein andres Werk aus der deutschen Geschichte des Mittelalters aufzuweisen hat, beruht vor allem auf der gewählten, lebensvollen und warmen Darstellung, der es zu verdanken ist, dass dies Buch in den weitesten Kreisen Antheil für unsere vaterländischen Studien erweckt hat. Diesem nicht geringen Verdienste gesellt sich aber auch das zweite einer gründlichen kritischen Durchforschung des gesammten Stoffes, die im Verlaufe der Arbeit desto eindringlicher geworden ist, je weniger die Vorarbeiten Anderer als Grundlage genügen konnten. Mag daher auch, wie es die einseitige Be-

schaffenheit der Quellen zum Theil bedingte, die kirchliche Seite der Entwicklung vor der staatlichen und weltlichen etwas bevorzugt worden sein, im Ganzen wird nach dem jetzigen Stande unserer Forschung schwerlich ein treueres Bild unserer Vorzeit gedacht werden können. So konnte das Preisgericht kein Bedenken tragen die zweite Hälfte des dritten Preises diesem Buche zuzuerkennen, welches noch kürzlich Leopold von Ranke »zugleich volksthümlich und grundgelehrt« genannt hat.

Gedruckt eingesandt war eine Urkundensammlung, die sich aber bei aller Tüchtigkeit der Arbeit doch nicht vor einer Anzahl anderer Werke der Art so auszeichnet, um eine besondere Berücksichtigung finden zu können.

Noch ist es leider nothwendig zu berichten, daß es dem Verwaltungsrath bis jetzt nicht gelungen ist den Druck der Chronik Hermann Korners nach dem in den Besitz der Stiftung übergegangenen Manuskripte so zu veranstalten, wie es in dem Bericht über die Sitzung der Gesellschaft der Wissenschaften vom 5. Mai 1877 (Nachrichten 1877 S. 237 ff.) versprochen wurde. Indessen halten wir die Hoffnung fest in nicht allzulanger Zeit es zu ermöglichen.

Göttingen den 13. März 1886.

Ueber das Drama Tâpasavatsarâja.

Von

E. Hultzsch.

No. 96 meiner Handschriftensammlung[1]), das Tâpasavatsarâja, in der Unterschrift des ersten Actes auch Tâpasavatsarâjacharita genannt, »die Geschichte des zum Asketen gewordenen Königs von Vatsa«, ist ein nâṭaka in sechs Acten. Der Verfasser hieß, wie aus dem Prolog hervorgeht, Mâtrarâja oder Anaṅgaharsha und war der Sohn des Narendravardhana (1)[2]).

Das Tâpasavatsarâja wird nach Pischel von Ānandavardhana und seinem Commentator Abhinavagupta erwähnt[3]). Der erstere lebte nach Kalhaṇa's Râjataraṃgiṇî unter Avantivarman[4]) (855—883

---

1) ZDMG. XL, 14.

2) Die eingeklammerten Zahlen verweisen auf die angehängten Auszüge aus der HS.

3) ZDMG. XXXIX, 315.

4) Bühler, Kaśmîr Report, p. 65.

sprungs zu sein. Nach Buddhaghosa's Commentar zum Dhammapada hatte der König Udena von Kosambî drei Frauen, Sâmavatî, Vâsuladattâ und Mâgandikâ. Die Geschichte der Entführung der Vâsuladattâ (= Vâsavadattâ), der Tochter des Königs Chaṇḍapajjota von Ujjenî, durch Udena, welche in Faussböll's Ausgabe abgedruckt ist (p. 157—162), ist eine einfachere und kürzere Version des entsprechenden Abschnittes des Kathâsaritsâgara. Udena selbst bekehrte sich nach Buddhaghosa mit seiner Gemahlin Sâmavatî zum Buddha (p. 173). Im Vinayapiṭaka werden sowohl Udena von Kosambî (Chullavagga XI, 1, 12) als Pajjota von Ujjenî (Mahâvagga VIII, 1, 23) als Zeitgenossen des Buddha erwähnt. Es ist sehr bemerkenswerth, daß auch die nördlichen Buddhisten den Udayana von Kauśâmbî und den Pradyota von Ujjayinî zu Zeitgenossen des Buddha machen. Nach der von Schiefner übersetzten tibetanischen Lebensbeschreibung des S'âkyamuni wurden beide in demselben Augenblick, wie der Buddha, geboren (S. 235) und wurde Udayana vom Buddha bekehrt (S. 269). Der chinesische Pilger Hiuen Tsiang berichtet, daß sich zu seiner Zeit (629—645 n. Chr.) in Kauśâmbî eine Figur des Buddha aus Sandelholz befand, welche Udayana zu Lebzeiten des Buddha hatte anfertigen lassen [1]). Der buddhistische Ursprung der Sage von Udayana und Vâsavadattâ geht auch daraus hervor, daß die Elephantin Bhaddavatikâ und der Elephant Nâlâgiri, jene als dem Pajjota gehörig, dieser als in Râjagaha befindlich, in der Buddha-Legende vorkommen [2]). Beide spielen bei Somadeva, wo sie Bhadravatî und Naḍâgiri heißen, eine wichtige Rolle in der Entführungsgeschichte und werden bereits von Buddhaghosa in Verbindung mit dieser erwähnt. Der Elephant Nalagiri wird auch in einer interpolirten Strophe des Meghadûta (ed. Îśvarachandra Vidyâsâgara, p. 117, Zeile 2 von unten) neben Pradyota und seiner Tochter genannt. Wie populär die Sage von Udayana und Vâsavadattâ in der classischen Periode der Sanskrit-Literatur gewesen sein muß, geht aus den Anspielungen in der Mṛichchhakaṭikâ (ed. Stenzler, p. 67, l. 20), dem Meghadûta (Strophe 30), dem Daśakumâracharita und dem Mâlatîmâdhava (ed. Bhâṇḍârkar, p. 92 f.) hervor. Eine dramatische Behandlung scheint die Entführung der Vâsavadattâ in dem im Sâhityadarpaṇa (S. 169, Z. 1 v. u.) erwähnten Udayanacharita gefunden zu haben, worin der an das trojanische Pferd erinnernde künstliche Elephant vorkam [3]).

1) Beal, Buddhist Records of the Western World, I, 235.
2) Mahâvagga VIII, 1, 25—27. Chullavagga VII, 3, 11 f.
3) Dhammapada, p. 158. Kathâs. XII, 4.

U
Ti

un
Ai
sei
Da
bi
st
va
un
Ja
Mi
Ki
Lâ
er,
Ve
er
pa
ga
Râ
Ya
ver
ge
ta
göt
ein
die
mit
zur
an
ihn
dat
rat
mit
und
Vâs
yan

—

Trennung von ihrem Gatten ihr zur Schande gereichen werde, und der von Padmâvatî gefolgte Udayana, welcher sich von seinen Ministern getäuscht und die Vâsavadattâ todt glaubt, treffen in Prayâga an der Veṇikâ zusammen, als sie beide den Scheiterhaufen besteigen wollen. Rumaṇvat vervollständigt den glücklichen Ausgang des Intriguenspieles durch die Nachricht von der Gefangennahme des Pâñchâla.

Die Vergleichung der obigen Inhaltsangabe des Tâpasavatsarâja mit taraṃga XI—XVI des Kathâsaritsâgara ergiebt, daß Mâtrarâja seinen Stoff der Quelle des Somadeva, der Bṛihatkathâ des Guṇâḍhya, entlehnt haben muß. Namen und Thatsachen stimmen in dem Drama und in der Mährchensammlung fast ganz überein. Zwei Personen, die im Kathâs. nur beiläufig erwähnt werden, treten im Drama mehr in den Vordergrund, nämlich die pravrâjikâ Sâṃkṛityâyanî und ihre Schwester Kâñchanamâlâ, die vertraute Dienerin der Vâsavadattâ, welche auch von Bâṇa in die Ratnâvalî aufgenommen worden ist. Auch die bei Somadeva der Handlung des Dramas vorausgehenden Begebenheiten waren dem Verfasser bekannt. Im ersten Act wird auf die Entführung der Vâsavadattâ durch Udayana angespielt (5), und der dabei betheiligte Elephant Naḍâgiri[1]) wird in der Beschreibung der Schlacht mit dem Pâñchâla erwähnt. Endlich setzt Vasantaka die Sage von Ruru als bekannt voraus (11), welche ihm im Kathâs. XIV in den Mund gelegt wird.

Dem Tâpasavatsarâja eigenthümlich ist, daß Udayana und nach ihm Padmâvatî Asketen werden. Es scheint hieraus hervorzugehen, daß dem Verfasser die buddhistische Ueberlieferung bekannt war, nach welcher sich Udena und seine Gemahlin Sâmavatî zum Buddha bekehrten. Für diese Auffassung spricht, daß man, wie wir oben gesehen haben, noch zu Hiuen Tsiang's Zeit den Udayana mit dem entstehenden Buddhismus in Verbindung brachte. Vielleicht entspricht Mâtrarâja's Padmâvatî geradezu der Sâmavatî des Buddhaghosa, wie Vâsavadattâ der Vâsuladattâ. Diese Frage läßt sich jedoch nicht endgiltig entscheiden, da die Erzählung der Heirath des Udena und der Sâmavatî, welche bei Buddhaghosa die erste Gemahlin des Königs ist, in Faussböll's Ausgabe (p. 157) fehlt. Auch in einem anderen Punkte schließt sich das Tâpasavatsarâja an die buddhistische Legende an. Mâtrarâja nennt nämlich den Vater der Vâsavadattâ sowohl Pradyota als Mahâsena und versetzt ihn nach Ujjayinî. Bei den Buddhisten heißt derselbe, wie wir oben gesehen haben Pradyota oder Chaṇḍapradyota von Ujjayinî, ebenso in

1) Nalâgiri im Prâkṛit; Blatt 89°a und 90 a.

Lakshmîvallabha's Kalpadrukalikâ[1]), einem Commentar zu dem Kalpasûtra der Jainas, in der Ratnâvalî (S. 292, Z. 6 der Ausgabe von Cappeller) Pradyota, in einer interpolirten Strophe des Meghadûta (ed. Îśvarachandra Vidyâsâgara, p. 117, unten) Pradyota von Avanti. Im Kathâs. ist dagegen Pradyota von Magadha der Vater der Padmâvatî, Mahâsena oder Chaṇḍamahâsena von Ujjayinî der Vater der Vâsavadattâ. Offenbar hat Somadeva — oder schon Guṇâḍhya — aus einer, mehrere birudas besitzenden Persönlichkeit (Pradyota, Chaṇḍapradyota, Mahâsena) deren zwei gemacht und den Pradyota mit einem gleichnamigen König von Magadha, der in den Purâṇas erwähnt wird[2]), identificirt. Die Purâṇas kennen auch einen König Pâlaka von Magadha. Nach der Ueberlieferung der Jainas bestieg Pâlaka in der Nacht des Nirvâṇa des Mahâvîra den Thron von Avanti[3]). Auch die Mṛichchhakaṭikâ, das Tâpasavatsarâja und der Kathâsaritsâgara versetzen ihn nach Ujjayinî. Aus den merkwürdig übereinstimmenden Zeugnissen der südlichen und nördlichen Buddhisten und der Jainas geht unzweifelhaft hervor, daß sowohl Udayana von Kauśâmbî als Pradyota oder Chaṇḍapradyota und Pâlaka von Ujjayinî historische Personen sind, welche zur Zeit des Buddha und Mahâvîra lebten und deren sich aus diesem Grunde die Legende bemächtigte. Woher Mâtrarâja den Pâñchâla Âruṇi genommen hat, vermag ich nicht zu sagen.

In einer Anzahl von Fällen stimmt das Tâpasavatsarâja mit einer anderen dramatischen Bearbeitung desselben Stoffes, der Ratnâvalî, überein. Daß ein Dichter wie Bâṇa aus unserem Drama entlehnt habe, ist schon von vornherein unwahrscheinlich. Während die Ratnâvalî ein geschickt componirtes und fein empfundenes Drama genannt werden darf und der alte Sagenstoff in ihr mit der größten Freiheit behandelt ist, hat das Tâpasavatsarâja einen sehr geringen dramatischen und poetischen Werth. Der Verfasser hat den traditionellen Gefühlen und Situationen der indischen Dramatik wenig hinzugefügt. In der Durchführung der complicirten Intrigue hat er sich, wie wir oben gesehen haben, eng an Guṇâḍhya angeschlossen. Die geringe Schöpfungskraft des Mâtrarâja macht es wahrscheinlich, daß er diejenigen Einzelheiten, in denen er mit der Ratnâvalî übereinstimmt, aus dieser entlehnt habe.

Eine von Mâtrarâja der Ratnâvalî entnommene Situation ist

---

1) Hall, Vâsavadattâ, Preface, p. 5, note. Nach Jacobi, Kalpasûtra, Introduction, p. 26, heißt das citirte Werk Kalpadruma.

2) Oldenberg in ZDMG. XXXIV, 750, Anm.

3) Bühler im Ind. Ant. II, 362.

zunächst, daß Padmâvatî, wie Sâgarikâ, sich mit einer Mâdhavî-Liane erhängen will und vom König daran verhindert wird. Selbst die Worte stimmen zum Theil überein.

Ratnâvalî, S. 315, Z. 25.

सागरिका । ता जाव इधज्जेव्व माहवीलदाए असोअपाअवे पासं करिस्सं । इति लतापाशं रचयन्ती । हा ताद । हा अम्ब । एसक्खु अणाधा असरणा विवज्जामि मन्दभाइणी । इति कण्ठे लतापाशमर्पयति ।

विदूषकः । पश्यन्नुच्चैः ससंभ्रमम् । कधं । देवी वासवदत्ता अत्ताणअं उब्बन्धिअ वावादेदि ।

Tâpasavatsarâja, Blatt 83 b.

पद्मा । . . . . . ता जाव एदम्मेव माधवीलदाए समोहिदं णिव्वत्तेमि ॥ नाट्येन लतामालिङ्ग्य (॥) सास्रं । हा ताद । हा अज्ज । हा भादुअ . . . . .

विदू । परिक्रम्यावलोक्य च । भो तुवर तुवर । एसा खु पदुमावदिम्मेव अत्ताणअं वावादेदि ॥

Die einem gewissen Kuñjaraka in den Mund gelegte, ermüdend lange Beschreibung der Schlacht mit dem Pâñchâla im fünften Act verdankt ihre Entstehung vielleicht der Schilderung des Sieges des Rumaṇvat über den König von Kosala in der Ratnâvalî (S. 320 f.). Wie ferner in der Ratnâvalî der König gefolgt von Vâsavadattâ ins Feuer geht, um die Sâgarikâ zu retten, so gehen im Tâpasavatsarâja einerseits Vâsavadattâ, andererseits der König gefolgt von Padmâvatî ins Feuer. Die Situation ist ähnlich, nur der Anlaß verschieden [1]). Schließlich sind zwei Strophen der beiden Dramen dem Inhalt nach einander so ähnlich, daß man sich versucht fühlt, Nachahmung des Bâṇa durch Mâtrarâja anzunehmen.

1) Auch dieser Theil der Sage scheint in der buddhistischen Legende begründet zu sein. Bei Buddhaghosa läßt nämlich Mâgandikâ aus Eifersucht durch ihren Onkel den Palast der Sâmavatî anzünden, welche mit ihren Frauen darin verbrennt. Udena läßt aus Rache die Mâgandikâ mit ihren Verwandten verbrennen (p. 175 f.). Die Vermuthung, daß Sâmavatî der Padmâvatî entspricht, habe ich bereits oben ausgesprochen.

सद्वृत्तानुगतो गतो गुणवतामाराधनेनोद्गणां
कर्तुं वाञ्छति सर्वदा प्रणयिनां प्राणैरपि प्रीणनम् ।
मात्सर्येण विनाकृतः परकृतीश्शृण्वन्वकृत्युच्चकै-
रानन्दाम्बुजलप्लवाप्लुतमुखो रोमाञ्चपीनां तनुम् ॥

स च किल कविरेवमुक्तवान् । मया हि ।

न कवित्वाभिमानेन न च व्यामूढचेतसा ।
रचितं नाटकमिदं स्वगोष्ठीभावितात्मना ॥

सा च गोष्ठी।

पदवाक्यप्रमाणेषु सर्वभाषाविनिश्चये ।
अङ्गविद्यासु सर्वासु परं प्रावीण्यमागता ॥

नटी । अय्य किं अबरं विलम्बीअदि ॥

नेपथ्ये ॥ अक्खो प्रसादस्स्वामिनः ॥

सूत्र । आकर्ण्य । आर्ये न कश्चिद्विलम्बः । तथा ह्ययं मम कनीयान्भ्राता धृतकञ्चुकिभूमिक इत एवाभिवर्तते । तदेवावामप्य(ा)नन्तरकरणीयं संपादयाव[ः ॥] इति निष्क्रान्तौ ॥

॥ प्रस्तावना ॥

ततः प्रविशति कञ्चुकी ॥ २ ॥ अक्खो प्रसादस्स्वामिनः ॥

हा निर्बलस्य सततं विषयोपभोगे
वाञ्छापि नास्ति शिथिलीकृतविग्रहस्य ।
बाल्योचितैर्मनसिजप्रभवैर्विकारै-
श्शून्यात्मनस्स्खलितमस्य पदं ममेव ॥

तत्सर्वथा ।

उपालभ्या भूयो न खलु करिणास्सम्प्रति जने-
स्सकृत्ते नीचेभ्यस्स्मरमुषितमानाः परिभवम् ।

[1] Lies हि. [2] Lies च.

क्षितीशो येनायं विषयसुखमोहान्धितमना
न पाञ्चालं वेत्ति प्रसभमुपरिन्यस्तचरणम् ॥

निश्श्वस्य । भवतु । यथादिष्टमेव सम्पादयामि । परिक्रम्यावलोक्य । भोः भोः नियोगिनः एष(ः) खलु वत्सराजस्समाज्ञापयति ॥

ताराकारं दधानैर्दधतु मणिभुव+कैरवैर्व्योमलक्ष्मीं
ज्योत्स्नां तन्वन्तु शुभ्रास्स्थगितरविरुचो वेथय+केतकानाम्।
वक्त्रैर्वाराङ्गनानां शिततिलकमिलल्लक्ष्मभिर्भूरिचन्द्रा
सर्वत्रान्तःपुरेस्मिन्भवतु कृतपदा कौमुदी वासरेपि ॥

तत्क्षिप्रं सम्पाद्यतां देवादेशः । समन्तादवलोक्य । अये कथं देवादेशात्समनन्तरं प्रारब्धमेव नियोगि[भि]र्यथादिष्टम् । तद्वद्देवं पश्यामि । विचिन्त्य । क्व देवो वर्तते इति । पुरोवल अये देव्याःप्रत्यासन्नपरिचारिका मालतिका इत एवा भवत्वेनां पृच्छामि । क्व साम्प्रतं देवो वर्तते इति ॥

ततःप्रविशति चेटी ॥ २ ॥ आज्ञप्तास्मि देव्या यो(प)चितानि प्रसादनोपकरणानि मे गृही ति तद्यावदेतदनुतिष्ठामि । परिक्रामति ॥

कञ्चु । उपसृत्य । भवति मालतिके
चेटी । आर्य सुसन्निहितो देव्या
कञ्चु । सासूयं । न खलु मृग
चेटी । न दाव [।] पिअवू
मेसिअ कौमुहीमहूसवणु
अंतेउराणुचितं किम्पि
कञ्चु । सनिर्वेद

[1] Lies वी.

परिभूय पुनःप्राच्यममात्यं वर्षरक्षितम् ।
दैवेनात्मा स्वयं क्षिप्तो विषमे विषयावटे ॥

पुरोवलोक्य [।] कथमितो यौगन्धरायणशिष्यो माणवको देवी-भवनाभिमुखं प्रस्थितः । कुत्त । कारणेनात्र भवितव्यम् । प्रकाशं । भवति मालतिके गच्छ त्वं स्वनियोगनिष्पत्तये [।] अहमपि देवमेव पश्यामि [॥] इति निष्क्रान्तौ ॥ विष्कम्भकः ॥

---

(2) Blatt 66b.

प्रायःपथ्यपराङ्मुखा विषयिणो भूपा भवन्त्यात्मना
निर्दोषान्सचिवान्भजन्त्यतिमहांल्लोकापवादज्वरः ।
वन्द्याश्श्लाघ्यगुणास्त एव विपिने सन्तोषभाजःपरं
बाह्योयं वरमेव सेवकजनो धिक्सर्वथा मल्लिणः ॥

---

(3) Inhalt eines Briefes: Blatt 67b.

स्वस्त्युज्जयिन्या महाराजःप्रद्योतः कल्याणिनीं वासवदत्तां शिरस्युपाघ्राय परिबोधयति ॥

वत्से त्वां स्वजनाशिषामविषयं पत्युःप्रसादैर्गतां
श्रुत्वाहं सुखितस्तथाप्यनुदिनं दोह्यते मे मनः ।
आसज्जन्विषयेषु कार्यविमुखो यत्र त्वया वार्यते
जामातेति विहाय तन्मयि रुषं स्वार्थस्स्वयं चिन्त्यताम् ॥

सङ्क्षेपतश्चाभिधीयते ॥

अपि जीवितसंशयो न वत्से
हृदयात्स्त्रीसुलभं विहाय मोहम् ।
उपमानपदं पतिव्रतानां
चरितैर्यामि यथा तथा विधेहि ॥

---

[1] Lies वि.

(4) Blatt 68a; citirt von Abhinavagupta, Blatt 203a.

तद्वक्त्रेन्दुविलोकनेन दिवसो नीतःप्रदोषस्तथा
तद्गोष्ठ्यैव निशापि मन्मथकृतोत्साहैस्तदङ्गार्पणैः ।
तां सम्प्रत्यपि मार्गदत्तनयनां द्रष्टुं प्रवृत्तस्य मे
बद्धोत्कण्ठमिदं मन+किमथ वा प्रेमा समाप्तोत्सवः ॥

In Zeile 4 liest die HS. पुन°, Abh. °त्सवम्.

---

(5) Blatt 69a. Vom König befragt, weshalb die zum Verlassen ihres Gatten entschlossene Vâsavadattâ bekümmert sei, sagt

काञ्चनमाला। संदिट्ठं[1] से तादेण जक्खा जादे णा तुवं जक्खिच्छि-
देहिं मङ्गलेहिं जामाडुअस्स [स]मप्पिदित्ति अणुदिअसं रोअन्ती
जणणी दे मं रोदावेदि॥ एदं च सुणिअ भट्टिदारिअ तधा पय्याउल-
क्खिदआ जधा कधंपि अम्हेहिं[2] पय्यवत्थावीअदि ॥

Act II.

(6) Blatt 71a; citirt von Abhinavagupta, Blatt 203b.

दृष्टिर्नामृतवर्षिणी स्मितमधुप्रस्यन्दि वक्त्रं न किं
स्नेहार्द्रं हृदयं न चन्दनरसस्पर्शानि चाङ्गानि वा ।
कस्मिंल्लब्धपदेन किं कृतमिदं क्रूरेण दग्धाग्निना
नूनं वज्रमयोन्य एव दहनस्तस्येदमाचेष्टितम् ॥

Abh. liest in Zeile 1 स्मितमनु°; in Zeile 2 lies नाङ्गानि.

Act III.

(7) Blatt 74b.

पूर्वाह्णे कृतभोजनव्यतिकरान्नित्यैव नीरोगता
कण्डूतिस्त्वकचादपैति शिरसः स्नानं यथा रोचते ।

---

[1] Lies ट्ठं. [2] Lies ह्मे.

ज्ञात्याचारकदर्थनाविरहितं ब्राह्मण्यमात्मेच्छया
धूर्तैस्सत्त्वहिताय कैरपि कृतं साधु व्रतं सौगतम् ॥

(8) Blatt 76a.

अभ्युद्यतानां श्रेयोर्थमपि मूलफलाशिनाम् ।
गृहिभिस्सह साङ्गत्यमन्तरायो विरागिणां ॥

(9) Blatt 77a; citirt von Abhinavagupta, Blatt 203b.

सर्वत्र ज्वलितेषु वेश्मसु भयादालीजने विद्रुते
त्रासोत्कम्पविरुद्धया प्रतिपदं देव्या पतन्त्या तदा ।
हा नाथेति मुहुःप्रलापपरया दग्धं वराक्या तया
शान्तेनापि वयं तु तेन दहनेनाद्यापि दह्यामहे ॥

Abh. liest in Zeile 1 सर्वत्रोज्ज्व° und तदाली[ने]जने, in 2 श्वासो° und तथा.

(10) Blatt 77b.

विदू[षकः] । भो किं तेन तदा भगवता सिद्धेण भणितं भौतिकं वेशं गृह्ण मा नैष्ठिकमिति तत्किमिदानीं भेदः ॥

राजा । वयस्य । भौतिकं कारणवशात्परित्यक्तं न दोषाय । नैष्ठिकं पुनरत्याज्यम् । स्मृत्वा । किञ्च भवान्नैष्ठिकं प्रपन्नः ॥

विदू ॥ भोर्नाहं भौतिकं जानामि न नैष्ठिकं । यदा त्वमेतं पारिव्राज्यं परित्यजसि । तदाहमपि ॥

Zur Ergänzung dieser Stelle dienen die Bühnenanweisung auf Blatt 77a: ततःप्रविशति तापसवेशो राजा परिभ्राड्वेशो विदूषकश्च॥ und die Worte des vidûshaka, als er sich anschickt, seine Asketen-

[1] Lies व्रा.

tracht abzulegen, Blatt 84b: अहमेक्को कदमङ्गलो जेण तिदण्डं कासाअसेत्तं (त्रिदण्डं काषायसहितं) परिच्चइदव्वं ॥

Act IV.

(11) Blatt 82b.

राजा ॥ विदग्धसुहृज्जनसमाश्वासनविनोदमात्रमेवैतत् । अन्यथास्ति क्वचित्केनचिदुपायेन परलोकगतःप्राप्यते ॥

विदू । साक्षेपं । भो मा एवं भण [।] किं उवरदा रुरुमक्षे-सिणा पिअधमा पमदवरा ण समासादिदा परसुरामजणणी जमदग्गिणा वा रेणुआ [।] एवं से आवेअवसीकदो सव्वं एव्व पम्हुससि ॥

---

(12) Blatt 85a.

Der König sagt mit Beziehung auf Vâsavadattâ und Padmâvatî:

दिशि प्राच्यां भूत्वा प्रथममयमात्मार्पणपरो
विना तस्यास्तापं परुषतरमासाद्य सुचिरम् ।
प्रतीचीमारक्तां द्रुतमनुसरन्सम्प्रति सखे
विवस्वान्मे सर्वं वद यदि विडम्बं न कुरुते ॥

Act V.

(13) Blatt 86a; citirt von Abhinavagupta, Blatt 203b.

तथाभूते तस्मिन्मुनिवचसि ज्ञातागसि मयि
प्रयत्नात्तर्गूढां रुषमुपगता मे प्रियतमा ।
प्रसीदेति प्रोक्ता न खलु कुपितेत्युक्तिविधुरं
समुद्विग्नापीतैर्नयनसलिलैस्स्थास्यति पुरः ॥

Die HS. liest in Zeile 2 ॐ.

---

(14) Blatt 86b; citirt von Abhinavagupta, Blatt 203b.

देवीस्वीकृतमान[स]स्य निभृतं स्वप्नायमानस्य मे
तद्गोत्रग्रहणादियं सुवदना यायात्कथं न व्यथाम् ।
इत्थं यत्क्षणया कथं कथमपि क्षीणा निशा जाग्रतो
दाक्षिण्योपकृतेन सा प्रियतमा स्वप्नेपि नासादिता ॥

Nach Abh. soll der Vers aus dem IV. Acte sein; er liest in Zeile 1 °क्रियमाणस्य नियतं.

Act VI.

(15) Blatt 93a; citirt von Abhinavagupta, Blatt 204a.

त्वत्सम्प्राप्तिविलोभितेन सचिवैरप्राणा मया धारिता-
स्तन्मत्वा त्यजतः शरीरकमिदं नैवास्ति निस्स्नेहता ।
आसन्नेवसरस्तथानुगमने जाता धृति+किन्त्विया-
न्खेदो यच्छतधा गतं न हृदयं तस्मिन्क्षणे दारुणे ॥

Abh. liest in Zeile 1 मनसा für सचिवैः.

---

(16) Schluss: Blatt 95b.

ततरप्रविशति रुमण्वान् ॥ २ ॥ उपसृत्य [।] विजयतां देवः ॥

राज्ञा । अये कथं रुमण्वान् । आर्य स्वागतं । एह्येहीति परिष्वजति । अपि गृहीतस्स दुरात्मा पञ्चालकृतकः ॥

रुम ॥ अव्याकृतं देवस्य तेजः । इतश्च नातिदूरे संयतस्तिष्ठत्यारुणिः । अहमपि साङ्कृत्यायनीसन्देशान्त्वरितमागतः ॥

राज्ञा । किं ध्रियते भगवती ॥

रुम । देव किं कश्चिदत्रोपरतः । इदं हि कार्याभिमुखैरपञ्चाल-विनाशकैरस्माभिर्देवी परिबोध्य व्यवसितम् ॥

राज्ञा । साधु सचिवाग्रेसर साधु ।

श्लाघ्या धीर्धिषणस्य रावणवशं यातस्सुराणां पति-
स्सर्वं वेत्त्युशना रसातलमहाकारान्धकारे बलिः ।
इत्यस्माननवेक्ष्य वैरिविजयप्राप्तौ कृतो निश्चयो
मात्सर्यं तु विहाय यत्तु युवयोर्लोकस्तयोश्चान्तरम् ॥
रुम ॥ देव के वयमस्यास्स्तुतेः ॥
भिन्नत्ति[1] ध्वान्तसन्तानं भास्वानेवोदयस्थितः ।
व्यतिरेक+कराणां तु न बुधैरवगम्यते ॥
तदितो गोपालपालकौ दर्शकं च सभाजयितुं कौशाम्बीमेव प्रतिष्ठतां देवः ॥ देवोच्यतां किं ते भूयꣳप्रियमुपकरोमि ॥
राजा ॥ रुमण्वन्नातꣳपरमपि प्रियमस्ति ॥ पश्य ।
दृष्टा यूयं निर्जिता विद्विषन्त-
ꣳप्राप्ता देवी भूतधात्री च भूयः ।
सम्बन्धोभूद्दर्शकेनापि सार्धं
किं दुष्प्रापं यन्न लब्धं भवद्भ्यः ॥[2]
तथापीदमस्तु ॥
आम्नायार्थविभाविनꣳप्रतिदिनं नन्दन्तु विप्राꣳपरं
स[-]स्तावदमी भवन्तु सुखिनो यावद्धरित्रीधराः ।
भृत्याꣳप्रौढ — — —
— — — —

Alphabetisches Verzeichniß der Strophenanfänge[3].

अद्यारूढपिपी[ा]लका° III. 77 a.
अपि जीवित° I. 67 b.
अभ्युद्यतानां III. 76 a.
अयं गङ्गायमुनयो° VI. 93 b.
अस्या[ः पाणि]परिग्रहे IV. 82 a.
आकल्पं जगतो° II. 71 b.
आदौ मानपरिग्रहेण III. 79 b.
आम्नायार्थ° VI. 95 b.
आ सृष्टेः प्रतिपार्थिवं VI. 91 b.
उड्डीनैर्मणि° II. 70 b.

[1] Lies न [2] Diese Strophe wird von Abhinavagupta, Blatt 203a, citirt.
[3] Die erste (römische) Zahl bedeutet den Act, die zweite (arabische) das Blatt der HS.

उत्कम्पिनी II. 71 b.
उत्तिष्ठ तत्र II. 72 b.
उत्सर्पद्धूम° I. 70 a.
उपालभ्या भूयो I. 65 b.
एभिः प्रतारयद्भि° V. 91 a.
करतलकलिता° IV. 84 b.
कर्णान्तस्थित° II. 71 b.
कामं दुष्करमे° IV. 82 b.
किं कर्णे I. 68 b.
किंचित्कुञ्चित° III. 77 b.
किं प्राणा न मया V. 87 a.
कुब्जैः संकोच° II. 70 b.
कुरवकतरु° II. 73 a.
कुरु वचो IV. 81 b.
कृत्वातिथ्यनिभं IV. 81 a.
केशान्वारिमुचः VI. 93 a.
कौशाम्बीं परिभूय I. 67 a.
क्षुद्राग्नेरमुतोपि II. 71 a.
गृहीत्वा मुञ्चन्ती II. 70 a.
चक्षुर्यस्य तवा° IV. 82 a.
जाता च कोप° V. 89 a.
तथाभूते तस्मि° V. 86 a.
तद्वक्त्रेन्दु° I. 68 a.
तन्नामैव ममैति III. 77 b.
तव वियोगशुचा IV. 84 a.
तां पश्यामि IV. 82 a.
तारव्यो धौत° III. 79 b.
ताराकारं I. 65 b.
त्वत्संप्राप्तिविलोभितेन VI. 93 a.
दयितं विलोकयन्ती III. 76 b.
दृष्टाः श्रुताश्च II. 73 a.
दृष्टा यूयं VI. 95 b.
दृष्टिं समर्पय I. 69 a.
दृष्टिं प्रेम° I. 69 a.
दृष्टिर्नामृतवर्षिणी II, 71 a.
देवीस्वीकृतमान[स]स्य V. 86 b.
द्रष्टुं वाञ्छति कौतुकेन V. 87 b.
द्रुतमिमां IV. 84 a.
धारावेश्म विलोक्य II. 71 a.
धूमौघान्निर्गता° II. 70 b.
न कवित्वाभि° Prolog. 65 a.
न्यस्यन्तो घनसार° I. 70 a.
पदवाक्यप्रमाणेषु Prolog. 65 a.
परिभूय पुनः I. 66 a.
पाण्डुश्याम° II. 70 b.
पूर्वाह्णे कृतभोजन° III. 74 b.
पोतः साक्षात्त्वं II. 72 b.
प्रद्योतः स्वसुता° I, 66 b.
प्रद्योतस्य मया IV. 80 a.
प्रायः पथ्य° I. 66 b.
प्रारब्धो मणि° I. 70 a.
प्रिया तावन्नेयं III. 79 a.
फुल्लेन्दीवर° I. 68 b.
भिनत्ति ध्वान्त° VI. 95 b.
भ्रूभङ्गं रुचिरे V. 86 b.
मदास्ये न्यस्यन्ती V. 87 a.
मन्त्रिवृषभैर्वि° III. 73 b.
मयि मनः प्रणिधाय IV. 81 a.
मामुद्दिश्य II. 70 a.
मुषितमस्तु° I. 68 b.
यत्तर्पितो गुरुणा II. 71 a.
यथातथाधृतप्राणां VI. 95 a.
या निर्दयेनो° II. 72 a.
रागान्धे मयि II. 72 b.
रिपुपरिभवं III. 76 a.
रिपुर्यातु II. 71 b.
वत्से त्वां I. 67 b.
वहसि सहसा I. 69 a.
विधुरमनसा IV. 84 a,
विसृज पाशमिमं IV. 84 a.

[1] Die Hs. liest दु.

विस्रम्भान्न विसर्पितं VI. 93 a.
वृन्तिर्मूलफलादिभिः III. 77 b.
प्रलाघ्या धी° VI. 95 b.
सख्यं गता II. 73 a.
संक्रान्ताङ्गुलि° III. 76 b.
संकुठस्य ललाट° III. 79 a.
संघट्टारणिता° I. 68 a.
संज्ञापूत्कृत° II. 71 b.
सद्यः स्नात° III. 79 b.
सद्वंशकथित° I. 68 a.
सदृत्तानुगतो Prolog. 65 a.
संतापं न तथा IV. 81 a.
सर्वं येन परित्यज्य IV. 82 b.
सर्वत्र ज्वलितेषु III. 77 a.
सा सुटूरमितो II. 72 b.
हा निर्बलस्य I. 65 a.

Bemerkung zu der Mittheilung des Herrn Weierstraß: Zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Größen.

Von

O. Hölder.

(Vorgelegt von H. A. Schwarz.)

In der Mittheilung, welche Seite 395—419 des Jahrgangs 1884 dieser Nachrichten abgedruckt ist, hat Herr Weierstraß die arithmetischen Grundoperationen für die aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Größen so definirt, daß die Arithmetik dieser Größen mit der Arithmetik der aus einer Haupteinheit gebildeten möglichst in Einklang gebracht wird. Herr Weierstraß hat ferner gezeigt, daß es stets möglich ist, wenn die Operationen auf die von ihm festgesetzte Art erklärt sind, aus dem betrachteten Größengebiet ein System von Theilgebieten $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$ mit gewissen Eigenschaften herauszuheben. Diese Eigenschaften der Theilgebiete, auf welchen eine wesentliche Vereinfachung der Rechnungsregeln beruht, können folgendermaßen formulirt werden:

1) Jedes der Gebiete $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$ ist bestimmt als die Gesammtheit derjenigen Größen, welche aus einer oder aus zwei von einander unabhängigen Größen des Gesammtgebietes ableitbar sind. Es ist also jedes solche Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ entweder ein ein- oder ein zweidimensionaler Theil des gesammten, n-dimensionalen Größengebietes.

2) Jede Größe x des Gesammtgebietes ist darstellbar als Summe von r beziehungsweise den Gebieten $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$ angehörenden Größen, welche die den einzelnen Theilgebieten zugehörigen Componenten der Größe x genannt werden.

3) Diese Componenten sind vollkommen bestimmt, indem eine Summe von r beziehungsweise den Gebieten $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$ ange-

hörenden Größen nur dann gleich Null ist, wenn jeder einzelne dieser Summanden gleich Null ist.

4) Das Product von zwei Größen, welche verschiedenen Theilgebieten angehören, ist stets gleich Null.

5) Das Product von zwei Größen, welche demselben Theilgebiet angehören, ist eine Größe eben dieses Theilgebietes und ein solches Product ist nur dann gleich Null, wenn einer seiner Factoren gleich Null ist.

Es können hieraus, wie Herr Weierstraß zeigt, die folgenden Schlüsse gezogen werden:

In jedem Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ existirt eine Größe $g^{(\mu)}$ von der Beschaffenheit, daß die Gleichung $a_\mu g^{(\mu)} = a_\mu$ für jede Größe a_μ dieses Theilgebietes erfüllt ist. Wofern nun dieses Theilgebiet eindimensional ist, kann jede demselben angehörende Größe in der Form $\alpha g^{(\mu)}$ dargestellt werden, wobei α eine Größe bedeutet, welche aus einer unbenannten Haupteinheit gebildet ist. Wenn aber das Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ zweidimensional ist, so ist in demselben die Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ lösbar, und wenn mit $k^{(\mu)}$ eine Lösung dieser Gleichung bezeichnet wird, so ist jede Größe des Gebietes in der Form $\alpha g^{(\mu)} + \alpha' k^{(\mu)}$ darstellbar. Hieraus geht hervor, daß für die Rechnung mit den einem Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ angehörenden Größen dieselben Regeln bestehen wie für die Rechnung mit den reellen Größen, beziehungsweise mit den gewöhnlichen complexen Größen, je nachdem das Gebiet eindimensional oder zweidimensional ist.

Insbesondere hat innerhalb irgend eines Theilgebiets $\mathfrak{G}_\mu$ die Gleichung $x^2 = 0$ nur die eine Lösung $x = 0$, und die Gleichung $x^2 = x$ nur die beiden Lösungen $x = 0$ und $x = g^{(\mu)}$. Ist das Theilgebiet zweidimensional, so sind in demselben $x = k^{(\mu)}$ und $x = -k^{(\mu)}$ die einzigen Lösungen der Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$. Dies sind aber auch die einzigen Lösungen, welche diese Gleichung in dem gesammten, n-dimensionalen Größengebiete besitzt. Es muß nämlich die dem Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ zugehörige Componente einer solchen Lösung die Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ erfüllen, jede einem andern Theilgebiete zugehörige Componente dagegen der Gleichung $x^2 = 0$ genügen, somit selbst gleich Null sein. Ebenso sieht man auch, daß es in dem Gesammtgebiete keine Größe giebt, welche die Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ befriedigte, in dem Fall, daß das Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ eindimensional ist.

Bei der Bestimmung, welche Herr Weierstraß für die Theilgebiete gegeben hat, wird eine Größe g zu Grunde gelegt, welche abgesehen von einer gewissen Einschränkung willkürlich gewählt werden kann. Herr H. A. Schwarz hat nun (Seite 516—519 des Jahrgangs 1884 der Nachrichten) bewiesen, daß man dieselben Gebiete

erhält, wie man die Größe g auch wählen mag; dieses System von Theilgebieten ist also eindeutig bestimmt. Es bleibt aber dabei die Frage noch offen, ob jedes System irgendwie bestimmter Gebiete, welches die fünf genannten Eigenschaften besitzt, mit dem von Herrn Weierstraß angegebenen Systeme der Theilgebiete übereinstimmen muß.

Diese Frage wird im Folgenden bejahend beantwortet; es wird gezeigt, daß ein System von Gebieten durch die fünf Eigenschaften eindeutig definirt ist.

Angenommen, es liegen zwei Systeme von Gebieten vor, welche beide die Eigenschaften 1) bis 5) besitzen,

I. Die Theilgebiete $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$,

II. Die Theilgebiete $\mathfrak{G}'_1, \mathfrak{G}'_2, \ldots \mathfrak{G}'_s$,

so sind die Zahlen r und s nicht von vornherein als gleich vorauszusetzen. Unter den Gebieten des ersten Systems sollen nun r' eindimensionale und r'' zweidimensionale sich befinden und ebenso unter denen des zweiten Systems s' eindimensionale und s'' zweidimensionale Gebiete. Dann ist

$$r = r' + r'', \qquad s = s' + s''$$

und

$$r' + 2r'' = s' + 2s'' = n.$$

Es möge nun $g^{(\mu)}$ die Größe bedeuten, welche im Theilgebiet $\mathfrak{G}_\mu$ die Stelle der positiven Einheit vertritt, und $g_1^{(\nu)}$ die entsprechende Größe sein für das Gebiet $\mathfrak{G}'_\nu$. Indem nun $g^{(\mu)}$ der Gleichung $x^2 = x$ genügt, kann dasselbe ausgesagt werden von den sämmtlichen den Theilgebieten $\mathfrak{G}'$ zugehörigen Componenten von $g^{(\mu)}$. Somit ist die dem Theilgebiet $\mathfrak{G}'_\nu$ zugehörige Componente von $g^{(\mu)}$ entweder gleich Null oder gleich $g_1^{(\nu)}$, denn diese beiden Größen sind die einzigen dem Gebiete $\mathfrak{G}'_\nu$ angehörenden, welche die Gleichung $x^2 = x$ erfüllen. Es ist also

$$g^{(\mu)} = \sum_{\nu=1}^{\nu=s} \varepsilon_{\mu,\nu} g_1^{(\nu)}, \qquad (\mu = 1, 2, 3, \ldots r)$$

wo alle Größen $\varepsilon_{\mu,\nu}$ entweder gleich Null oder gleich $+1$ sind, und mindestens eine derselben von Null verschieden sein muß. Da nun irgend eines von den beiden Systemen von Theilgebieten zum ersten System gemacht werden kann, so kann man schließen, daß die Größen $g^{(\mu)}$ für $\mu = 1, 2, \ldots r$ und die Größen $g_1^{(\nu)}$ für $\nu = 1, 2, \ldots s$ sich wechselseitig durch einander linear ausdrücken lassen. Nun sind sowohl die r Größen $g^{(\mu)}$ als auch die s Größen $g_1^{(\nu)}$ von einander unabhängig, also muß $s = r$, und somit auch $s' = r'$ und $s'' = r''$ sein.

In die Summe, welche die Größe $g^{(\mu)}$ durch die Größen $g_1^{(\nu)}$ ausdrückt, mögen nun nur diejenigen Größen $g_1^{(\nu)}$ aufgenommen werden, deren Coefficient $\varepsilon_{\mu,\nu}$ von Null verschieden ist. Es erscheint dann jede Größe $g^{(\mu)}$ als Summe von einigen der Größen $g_1^{(\nu)}$, wobei keine der letzteren Größen in der Summe zweimal vorkommt, und mindestens eine vorkommen muß. Die beiden Summen, welche sich auf diese Weise für $g^{(\mu)}$ und $g^{(\mu')}$ ergeben, können, wenn μ und μ' von einander verschieden sind, nicht dieselbe Größe $g_1^{(\nu)}$ enthalten; denn es würde sonst die dem Theilgebiet $\mathfrak{G}'_\nu$ des zweiten Systems zugehörige Componente des Productes $g^{(\mu)} . g^{(\mu')}$ gleich $g_1^{(\nu)}$ sein, während vermöge der vierten von den obengenannten Eigenschaften der Theilgebiete

$$g^{(\mu)} . g^{(\mu')} = 0$$

sein soll. Es vertheilen sich also die r Größen $g_1^{(\nu)}$ auf die r die Größen $g^{(\mu)}$ darstellenden Summen so, daß zwei dieser Summen nie dieselbe Größe $g_1^{(\nu)}$ enthalten, so daß also jede dieser Summen nur eine Größe enthält. Die Größen $g_1^{(1)}, g_1^{(2)}, \ldots g_1^{(r)}$ stimmen somit abgesehen von der Reihenfolge mit $g^{(1)}, g^{(2)}, \ldots g^{(r)}$ überein, und es ist damit auch eine Zuordnung der Gebiete $\mathfrak{G}'_1, \mathfrak{G}'_2, \ldots \mathfrak{G}'_r$ zu den Gebieten $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$ gegeben. Die Bezeichnung der Theilgebiete kann man nöthigenfalls in dem einen System so abändern, daß nunmehr $g_1^{(\mu)} = g^{(\mu)}$ ist für $\mu = 1, 2, \ldots r$, so daß also die Gebiete $\mathfrak{G}'$ den Gebieten $\mathfrak{G}$ in derjenigen Reihenfolge entsprechen, in welcher sie soeben aufgeführt wurden.

Die Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ ist nun im Gesammtgebiete lösbar, wenn das Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ zweidimensional ist, dagegen unlösbar, wenn $\mathfrak{G}_\mu$ eindimensional ist. Entsprechendes gilt von der Gleichung $x^2 = -g_1^{(\nu)}$ und dem Gebiet $\mathfrak{G}'_\nu$. Da nun $g_1^{(\mu)} = g^{(\mu)}$ ist, so folgt hieraus, daß zwei einander zugeordnete Gebiete $\mathfrak{G}_\mu$ und $\mathfrak{G}'_\mu$ entweder beide eindimensional oder beide zweidimensional sind.

Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich, daß zwei einander zugeordnete Gebiete $\mathfrak{G}_\mu$ und $\mathfrak{G}'_\mu$ übereinstimmen müssen, wenn sie eindimensional sind. Sind nun $\mathfrak{G}_\mu$ und $\mathfrak{G}'_\mu$ zweidimensional, so giebt es im Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ eine Größe $k^{(\mu)}$, welche die Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ befriedigt, und im Gebiet $\mathfrak{G}'_\mu$ eine Größe $k_1^{(\mu)}$, welche die Gleichung $x^2 = -g_1^{(\mu)}$, d. h., da $g_1^{(\mu)} = g^{(\mu)}$ ist, dieselbe Gleichung erfüllt. Nun sind aber $k^{(\mu)}$ und $-k^{(\mu)}$ im ganzen, n-dimensionalen Gebiet die einzigen der Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ genügenden Größen (s. o.); man schließt hieraus, daß $k_1^{(\mu)} = \pm k^{(\mu)}$ sein muß, womit also auch für diesen Fall die Uebereinstimmung der beiden einander zugeordneten Gebiete $\mathfrak{G}_\mu$ und $\mathfrak{G}'_\mu$ nachgewiesen ist.

Ueber das griechische ἐπιούσιος.

Von

Leo Meyer.

Daß das griechische ἐπιούσιος sich im ganzen weiten Umfang griechischen Schriftthums nur in der vierten Bitte des Vaterunsers findet und zwar sowohl in seiner Fassung bei Matthäus (6, Vers 11), als in der bei Lukas (11, Vers 3), ist allgemein bekannt, ebenso bekannt aber auch, daß man sich seit ältester Zeit um seine Erklärung bemüht hat, bis auf den heutigen Tag aber kein Erklärungsversuch als der überzeugend richtige sich allgemeine Anerkennung erworben hat.

Vor etwa achtundzwanzig Jahren habe auch ich schon einmal, und zwar in der Kuhnschen Zeitschrift für vergleichende Sprachforschung (Band 7, S. 401—430), den Versuch gemacht, tiefer in das Verständniß des dunklen Wortes einzudringen. Mir lag namentlich daran, die völlige Unhaltbarkeit zahlloser früherer Erklärungsversuche zu zeigen, von meinen bezüglichen Ausführungen ist damals aber leider nur ein kleiner Theil zum Abdruck gebracht. Meine eigene Erklärung lief damals hinaus auf »(das Brot), das für das Leben, für den Lebensunterhalt dienlich oder angemessen oder nöthig ist, was den Bedürfnissen entspricht, für sie ausreicht«, sie mochte als eine begrifflich recht angemessene angesehen werden und ist auch thatsächlich von vielen als völlig befriedigend angesehen worden, ihr sehr Bedenkliches aber beruht darin, daß die Begriffe »Leben, Lebensunterhalt, Bedürfnisse« dabei rein ergänzt werden mußten, in keiner Weise in dem Aeußern des Worts selbst angedeutet sind.

Es ist deßhalb wohl angezeigt, den Versuch in das Dunkel von ἐπιούσιος einiges Licht zu bringen noch einmal zu wiederholen und zwar in möglichst vorsichtiger Weise. Das muß freilich von vornherein dabei betont werden, daß wir insofern immer nur eine nicht ganz abschließende Erklärung gewinnen können, als das ἐπιούσιος in Christi Munde immer nur als Uebertragung eines aramäischen Ausdrucks gelten kann, den wir nicht kennen und der sich, wie es scheint, auch nicht mit einiger Wahrscheinlichkeit reconstruiren läßt. Mir schreibt ein nah befreundeter sehr namhafter Orientalist »das Vaterunser getraue ich mich leidlich in seine Ursprache zurückzuübersetzen — bis eben auf die crux, den ἐπιούσιος. Was dessen Original gewesen sein mag, ist mir völlig unklar«.

So bleiben wir also genöthigt, auf rein griechischem Boden vorwärts zu gehen.

Die alten Erklärer zeigen in ihren Versuchen, den Inhalt von ἐπιούσιος klar zu stellen, außerordentlich vielerlei Nüancirungen im Einzelnen, die ausführlicher mitzutheilen an dieser Stelle wenig gerechtfertigt erscheinen würde, im Großen und Ganzen aber scheiden sie sich nach zwei verschiedenen Seiten. Alle erkennen ἐπι- (ἐπ-) als ersten Theil des dunkeln Wortes, daneben aber sehen die einen im Schlußtheil das Substantiv οὐσία, die anderen finden darin das participielle ἰοῦσα (ἰών) von ἴέναι »gehen«.

Daß auf keinem der beiden Wege für ἐπιούσιος irgend ein vernünftiger Sinn zu gewinnen ist, liegt auf der Hand. Das Substantiv οὐσία bedeutet ganz gewöhnlich »Vermögen, Eigenthum« und findet sich auch nur in diesem Sinne im Neuen Bunde, nämlich Lukas 15, 12 (πάτερ, δός μοι τὸ ἐπιβάλλον μέρος τῆς οὐσίας) und 13 (καὶ ἐκεῖ διεσκόρπισεν τὴν οὐσίαν αὐτοῦ ζῶν ἀσώτως), daneben aber zeigt es bei den Philosophen, zuerst bei Plato, auch die Bedeutung »Wesen, Wirklichkeit, wirkliches Sein, Realität«. Daß die letztere Bedeutung zur Erläuterung eines Wortes der einfachen evangelischen Sprache nicht herangezogen werden kann, bedarf keiner ausführlicheren Begründung, aber auch die Bedeutung »Vermögen, Eigenthum« giebt für ἐπιούσιος keinerlei passenden Sinn. Wie sollte das Brot als »zum Vermögen gehörig, zum Vermögen dienend« oder etwa »Vermögen an sich habend« oder ähnlich bezeichnet sein? Die Behauptung aber daß οὐσιά auch einfach »Dasein, Leben« bedeute, hat gar keinen Boden und daher auch nicht die Behauptung, daß ἐπιούσιος »zum Leben dienlich« bedeute. Ebenso wenig aber kann man etwa an ein unmittelbares Anlehnen von ἐπιούσιος an ἐπουσία »das Darübersein, der Ueberschuß« denken, das der Bedeutung nach durchaus nichts Passendes bietet und auch in der verschiedenen Behandlung des letzten Präfixvocales deutlich genug zeigt, daß bei den beiden Wörtern an keinerlei näheren Zusammenhang gedacht worden ist.

Daß das Präfix ἐπι- vor folgenden Vocal in der Regel sein auslautendes ι einbüßt, ist hinreichend bekannt, daneben aber doch auch nicht zu übersehen, daß die Sprache des Neuen Bundes keineswegs allen Regeln älterer griechischer Classiker nachgeht und weiter, daß jene Regel in Bezug auf das auslautende ι von ἐπι- überhaupt auch keine ausnahmslose ist. Es genügt hier in der Beziehung auf Bildungen hinzuweisen, wie die homerischen ἐπιοσσομένῳ »hinblickend« (Ilias 17, 381) und ἐπιόψομαι »ich will ausersehen, ich will auswählen« (Ilias 9, 167 und Odyssee 2, 294), wie ἐπίοπτος »sichtbar« (Aratos 25) und zahlreiche andere.

Der Gedanke, daß ἐπιούσιος sich an ἡ ἐπιοῦσα »der folgende Tag« anschließe, die vierte Bitte also um das Brot für den folgenden Tag

bitte — was in der Fassung bei Lukas mit dem τὸ καθ' ἡμέραν dann doch sein müßte »für den je folgenden Tag« — ist in jeder Beziehung ungeschickt. Es genügt hier dagegen zu bemerken, daß ἡ ἐπιοῦσα so zu sagen gar kein fertiges Substantiv mit der Bedeutung »der morgende Tag« ist, vielmehr bedeutet es als Feminin zu ἐπιών »herannahend, folgend, kommend«, das auch mit beliebigen anderen Wörtern, wie zum Beispiel bei Platon und Xenophon mit χρόνος, also für »die folgende, die kommende Zeit«, verbunden vorkömmt, immer nur »die folgende, die kommende« und »der folgende Tag«, also »der morgende Tag«, nur da wo ἡμέρα zugesetzt ist oder sich doch leicht ergänzt. Auch im Neuen Testament begegnet es nur so und zwar viermal in der Apostelgeschichte (7, 26; 16, 11; 20, 15; 21, 18), wo nur das erste Mal ἡμέρα zugesetzt ist; an einer folgenden Stelle (23, 11) findet sich die Verbindung τῇ δὲ ἐπιούσῃ νυκτί »in der folgenden Nacht«. Sonach ist ein aus ἐπιοῦσα abgeleites ἐπιούσιος »für den folgenden Tag bestimmt« ebenso wenig denkbar, als es etwa im Deutschen eine Form »kommendig« oder »folgendig« für jene Bedeutung sein würde. Ebenso wenig aber ist ein direct aus ἐπιόντ- (ἐπ-ιών) geleitetes ἐπιούσιος etwa mit der Bedeutung »herankommend, herzukommend, zukömmlich«, wie einige gewollt haben, zu denken. Die Bildungen auf -ούσιος, so weit sie aus Participformen auf -οντ hervorgingen, sind im Griechischen außerordentlich selten und in späterer Zeit entschieden nicht mehr lebendig, so daß sie nicht mehr beliebig weiter gebildet werden konnten. Kann man doch ebenso wenig etwa neben unserem altüberkommenen »lebendig« noch beliebige Formen weiterbilden, wie etwa ein »sehendig« oder die schon oben als Mißbildungen angeführten »kommendig« oder »folgendig«.

Völlig verfehlt und doch auch mehrfach wiederholt ist der Versuch, aus dem ἐπιούσιος die Bedeutung »täglich« herzuleiten. Wenn damit namentlich auch Luther das dunkle griechische Adjectiv übersetzte, so hat das einzig darin seinen Grund, daß er sich auf das *cotidianum* in der alten lateinischen Uebersetzung bei Lukas stützte. Der alte lateinische Uebersetzer aber wählte, während er bei Matthäus ein dem ἐπιούσιος ganz ungeschickt nachgebildetes *supersubstantialem* ohne vernünftigen Sinn gebraucht hatte, bei Lukas jenes *cotidianum*, für das die Quelle unschwer aufzufinden ist. Da der Uebersetzer das ἐπιούσιος gar nicht zu übersetzen wußte, entnahm er sein *panem cotidiânum* für die Lukasstelle aus der für ganz entsprechend gehaltenen Verbindung τῆς ἐφημέρου τροφῆς bei Jakobos 2, 15, die lateinisch durch *victû cotidiânô* wieder gegeben ist, bei Luther aber lautet »der täglichen Nahrung«.

Versuchen wir nun noch selbst einige Klarheit über die Bedeu-

tung des ἐπιούσιος zu gewinnen. Da ist vor allen Dingen festzuhalten, daß es kein altes Wort ist, ja wir können es als höchstwahrscheinlich hinstellen, daß es überhaupt erst zur Wiedergabe des von Christus in der vierten Bitte gebrauchten aramäischen Originalausdrucks gebildet worden ist, wohl weil dieser etwas irgend wie neues und ungewöhnliches enthielt. Wäre doch anderenfalls etwa für die sonst vermuthete Bedeutung »ausreichend« oder »nothdürftig« oder auch »für den anderen Tag bestimmt« und anderes, das man darin vermuthet hat, in dem reichen Schatze der griechischen Sprache ganz entsprechende Ausdrücke aufzufinden gewiß nicht schwer gewesen.

Jedes neuzubildende Wort aber muß sich irgendwie an bekanntes anschließen, es muß irgend welchen Zusammenhang mit schon vorhandenen Wortgebilden haben, da es sonst überhaupt gar nicht verständlich werden könnte: denn bei ἐπιούσιος etwa an ein Lehnwort, das also dann seinen weiteren Zusammenhang in außergriechischem Gebiet haben würde, zu denken, ist bei dem unverkennbar echt griechischen Gepräge des Wortes nicht wohl möglich. Innerhalb des griechischen Sprachgebietes aber hat ἐπιούσιος eine gar nicht zu übersehende Aehnlichkeit, ja das unverkennbar nächstliegende Muster, nach dem es gebildet wurde, nur in περιούσιος. Mit ihm stimmt ἐπιούσιος vollständig überein im Schlußtheil, seine Verschiedenheit von ihm beruht nur in dem anderen Präfix.

Daß aber περιούσιος den Evangelisten kein unbekanntes Wort war, darf man mit voller Bestimmheit annehmen: es begegnet einmal im Neuen Testamente, nämlich bei Titus 2, 14 in der Verbindung ἵνα . . . καθαρίσῃ ἑαυτῷ λαὸν περιούσιον, in Luthers Uebersetzung »und reinigte ihm selbst ein Volk zum Eigenthum«, außerdem aber auch schon in der griechischen Uebersetzung des Alten Testaments und zwar einmal im zweiten Buch Moses (19, 5: ἔσεσθέ μοι λαὸς περιούσιος ἀπὸ πάντων τῶν ἐθνῶν) und dreimal im fünften (7, 6: εἶναι αὐτῷ λαὸν περιούσιον παρὰ πάντα τὰ ἔθνη; 14, 2: σὲ ἐξελέξατο κύριος ὁ θεός σου γενέσθαι σε λαὸν αὐτῷ περιούσιον ἀπὸ πάντων τῶν ἐθνῶν und 26, 18: καὶ κύριος εἵλατό σε σήμερον γενέσθαι σε αὐτῷ λαὸν περιούσιον). An den angeführten Stellen ist also περιούσιος jedesmal mit λαός »Volk« verbunden und bezeichnet deutlich »angehöriges, zugehöriges, eigenes (Volk)« wie wir namentlich auch aus der hebräischen Grundlage עַם סְגֻלָּה, eigentlich »Volk des Eigenthums« wissen. In solcher Bedeutung wird aber auch der Evangelist das Wort gekannt haben, während zum Beispiel Hesychios das περιούσιον auch mit den Erläuterungen πολύ, περισσόν also »viel, überviel«, daneben aber auch περιποιητόν, also »erworben, zu eigen gehörig« anführt.

Es bleibt noch zu ermitteln, wie περιούσιος zu der Bedeutung des »eigenen, zugehörigen« gekommen sein wird und das ist gar nicht schwer zu bestimmen. Das περί- darin ist ganz ähnlich gebraucht wie zum Beispiel Markus 4, 10 in der Verbindung οἱ περὶ αὐτόν »die um ihn waren« und sonst. Der Ausgang -ούσιος aber ruht auf dem Particip ὄντ- (ὤν) »seiend«. Eine nur ganz geringe Zahl ähnlicher Bildungen ruht in ganz entsprechender Weise auch auf präsentischen Participien. Die älteste reicht bis in die homerische Sprache zurück, es ist γερούσιος (Il. 4, 25 und Od. 13, 8 vom Weine; Ilias 22, 119 vom Eide: γερούσιον ὅρκον ὄμωμαι), das von dem participiellen aber schon in ältester Zeit zum Substantiv erhobenen γέροντ- »Greis« ausging; weiter begegnen ἑκούσιος »freiwillig« (Soph. Trach. 727; Eur. Med. 751; Thuk. 8, 27 und sonst) vom participiellen ἑκόντ- »wollend, freiwillig« und ἐθελούσιος »freiwillig« (Xen. Hell. 4, 8, 10; Kyr. 5, 1, 25) vom Particip ἐθέλοντ- »wollend, bereit, entschlossen«. Wenn περιούσιος erst noch später gebildet wurde, wie doch daraus hervorzugehen scheint, daß sichs über die Uebersetzung der Siebzig nicht zurückverfolgen läßt, so konnte das deshalb immer leicht geschehen, weil das alte und immer lebendig gebliebene Substantiv περιουσία »Ueberfluß, Uebermaaß« (schon Aristoph. Wolk. 50; Thuk. 1, 7 und 2, 13, 2) ihm als Stütze zur Seite stand. Und neben περιουσία waren auch συνουσία »Zusammenleben, Umgang« (schon Aesch. Eum. 285), παρουσία »Gegenwart« (schon Aesch. Pers. 169), ἀπουσία »Abwesenheit« (Aesch. Ag. 915), ἐξουσία »Macht zu thun und zu lassen, Freiheit, Erlaubniß« (schon bei Sophokles in einem Bruchstück der Aleaden) und auch das einfache οὐσία »Vermögen, Eigenthum« (Herodot 1, 92; Eur. ras. Her. 337) immer sehr lebendige Wörter, die den Boden für περιούσιος mit bildeten. Wie οὐσία und die übrigen mit ihm zusammengesetzten Substantiva aus dem zu Grunde liegenden participiellen ὄντ- (ὤν) mittels des femininen ιᾶ gebildet wurden, so enthält das aus gleichem Boden entsprossene περιούσιος das noch allgemein adjectivische Suffix ιο, περιούσιος bedeutet also »das was um etwas anderes ist, was etwas anderes umgiebt« und daraus hat sich weiter die Bedeutung des »Zugehörigen, Eigenen« entwickelt. Da nun, wie wir oben schon bemerkten, das Wort ἐπιούσιος nur in bestimmter Anlehnung an περιούσιος gebildet sein wird, also auch nur als vom Particip ὄντ- (ὤν) ausgegangen zu denken ist, so ergiebt sich seine Bedeutung als »was ἐπί ist«.

Ehe wir das noch genauer prüfen und zu bestimmen versuchen, müssen wir noch einen Schritt zur Seite treten und das Substantiv etwas näher ins Auge fassen, das durch das adjectivische ἐπιούσιος näher gekennzeichnet sein soll, also ἄρτος.

Was ist ἄρτος? Es ist für uns von Wichtigkeit, seinen Gebrauch im Neuen Testament in seiner unversehrten Vollständigkeit festzustellen. Es findet sich im Ganzen neunundneunzig mal, davon allein dreiundachtzig Mal in den Evangelien. Von den übrigen Stellen gehören fünf der Apostelgeschichte, zehn den Briefen an die Korinther und Thessalonicher und eine dem Ebräerbrief (9, 2). An der letztgenannten Stelle ist die Rede von den sogenannten Schaubröten (ἡ πρόθεσις τῶν ἄρτων), deren auch in den Evangelien (τοὺς ἄρτους τῆς προθέσεως Matth. 12, 4; 2, 26; Luk. 6, 4) Erwähnung geschieht. Dabei heben wir hervor, daß in den Evangelien überhaupt vierzigmal von Bröten in der Mehrzahl die Rede ist. Mehrere Male werden sie mit Zahlen genannt, so πέντε ἄρτους (Matth. 14, 17; 14, 19; 16, 9; Mk. 6, 41; 8, 19; Luk. 9, 16), πέντε ἄρτοι (Luk. 6, 13), πέντε ἄρτους κριθίνους (Joh. 6, 9), ἐκ τῶν πέντε ἄρτων τῶν κριθίνων (Joh. 6, 13), ἑπτὰ ἄρτους (Matth. 15, 36; 16, 10; Mk. 8, 6), τρεῖς ἄρτους (Luk. 11, 5). Christus fragt (Mk. 8, 5): πόσους ἔχετε ἄρτους; und die Antwort lautet ἑπτά; an einer früheren Stelle (Mk. 6, 38) lautet die Antwort πέντε und es wird noch zugefügt καὶ δύο ἰχθύας; ganz ähnlich bei Matthäus (15, 34): ἑπτὰ καὶ ὀλίγα ἰχθύδια. Auch ein einzelnes Brot wird besonders hervorgehoben (Mk. 8, 14: εἰ μὴ ἕνα ἄρτον).

Bei der Speisung der Tausende ist außer an oben angeführten Stellen mit bestimmten Zahlen noch mehrfach von Bröten in der Mehrzahl die Rede, so heißt es: ἵνα . . . ἀγοράσωσιν ἑαυτοῖς ἄρτους (Mk. 6, 36); πόθεν ἡμῖν ἐν ἐρημίᾳ ἄρτοι τοσοῦτοι (Matth. 15, 33); ἀγοράσωμεν δηναρίων διακοσίων ἄρτους (Mark. 6, 37); πόθεν τούτους δυνήσεταί τις ὧδε χορτάσαι ἄρτων (Mk. 8, 4); πόθεν ἀγοράσωμεν ἄρτους (Joh. 6, 5); διακοσίων δηναρίων ἄρτοι οὐκ ἀρκοῦσιν αὐτοῖς (Joh. 6, 7), κλάσας ἔδωκε τοῖς μαθηταῖς τοὺς ἄρτους (Matth. 14, 19); κατέκλασε τοὺς ἄρτους (Mk. 6, 41); ἔλαβε δὲ τοὺς ἄρτους (Joh. 6, 11); οἱ φαγόντες τοὺς ἄρτους (Mk. 6, 44); οὐ γὰρ συνῆκαν ἐπὶ τοῖς ἄρτοις (Mk. 6, 52) ὅτι ἐφάγετε ἐκ τῶς ἄρτων (Joh. 6, 26). Drei Verse vor der letztangeführten Stelle ist der Singular gebraucht (Joh. 6, 23: ὅπου ἔφαγον τὸν ἄρτον), wo wir also sagen können, daß das Brot nur seinem Stoff nach oder collectiv bezeichnet zu sein scheint.

Die übrigen Stellen, an denen noch pluralisch von Bröten die Rede ist, sind: Luk. 15, 17, wo der verlorene Sohn davon spricht, wie viele Tagelöhner seines Vaters an Bröten die Fülle haben (περισσεύουσιν ἄρτων); ferner Matth. 16, 5: Die Jünger hatten bei Ueberfahrt vergessen Bröte mitzunehmen (ἄρτους λαβεῖν), worauf sich dann sowohl ihr Denken: ὅτι ἄρτους οὐκ ἐλάβομεν (v. 7), als Christi Worte ὅτι ἄρτους οὐκ ἐλάβετε (v. 8) beziehen. In ganz entsprechendem Zusammenhang heißt es Mark. 8, 16: ὅτι ἄρτους οὐκ ἔχομεν und Vers

17: τί διαλογίζεσθε, ὅτι ἄρτους οὐκ ἔχετε. Es ist daneben anzuführen, daß Christus, wo er seine Jünger aussendet und ihnen das Gebot ertheilt, außer verschiedenen anderen Sachen auch kein Brot mit sich zu nehmen, die singularische Form (μὴ ἄρτον Mark. 6, 8; μήτε ἄρτον Luk. 9, 3) gebraucht. Ebenso wie hier, ist die Singularform gebraucht, wo der Teufel versuchend zu Christus spricht: εἰπὲ τῷ λίθῳ τούτῳ, ἵνα γένηται ἄρτος (Luk. 4, 3), während an der Parallelstelle (Matth. 4, 3) pluralisch gesagt ist: εἰπὲ ἵνα οἱ λίθοι οὗτοι ἄρτοι γένωνται. Ein ähnliches Nebeneinandergehen der beiden verschiedenen Zahlformen findet sich, wo Pharisäer und Schriftgelehrte tadeln, daß die Jünger mit ungewaschenen Händen Bröte essen (Mk. 7, 2: χερσὶ . . ἀνίπτοις ἐσθίουσιν ἄρτους), es heißt daneben in der Singularform Mk. 7, 5: ἀνίπτοις χερσὶν ἐσθίουσι τὸν ἄρτον und ganz ähnlich Matth. 15, 2: οὐ γὰρ νίπτονται τὰς χεῖρας αὐτῶν, ὅταν ἄρτον ἐσθίωσιν.

Es ist überall ganz klar und bedarf keines weiteren Hervorhebens, daß, wo das pluralische ἄρτοι gebraucht ist, nur an Bröte gedacht werden kann und dabei nirgend etwa auch noch andere eßbare Dinge als mit eingeschlossen zu denken sind. Aber auch die singularische Form ἄρτος läßt an den meisten Stellen, wo sie im Neuen Testament gebraucht worden ist, mit völliger Deutlichkeit erkennen, daß ihre Bedeutung sich auf »Brot« beschränkt. Zunächst sei dabei hingewiesen auf das Abendmahl, das Brotbrechen, bei dem sichs überall nur um wirkliches Brot handeln kann. Die betreffenden Stellen sind: Mark. 14, 22: λαβὼν ὁ Ἰησοῦς ἄρτον εὐλογήσας ἔκλασε; Matth. 26, 26: λαβὼν ὁ Ἰησοῦς τὸν ἄρτον καὶ εὐλογήσας ἔκλασε; Luk. 22, 19: λαβὼν ἄρτον εὐχαριστήσας ἔκλασε; Luk. 24, 30: λαβὼν τὸν ἄρτον εὐλόγησε καὶ κλάσας ἐπεδίδου αὐτοῖς; Luk. 24, 35: ἐν τῇ κλάσει τοῦ ἄρτου; außerdem auch Kor. 1, 11, 23: ὁ κύριος Ἰησοῦς ἐν τῇ νυκτί, ᾗ παρεδίδοτο, ἔλαβεν ἄρτον, καὶ εὐχαριστήσας ἔκλασε. Weiter aber schließen sich hier auch noch alle Stellen des ersten Briefes an die Korinther an so wie auch die der Apostelgeschichte, an denen überhaupt von Brot die Rede ist. Wir nennen die letzteren zuerst: Apost. 2, 42: ἦσαν δὲ προσκαρτεροῦντες . . . τῇ κλάσει τοῦ ἄρτου; 2, 46: κλῶντές τε κατ' οἶκον ἄρτον; 20, 7: συνηγμένων τῶν μαθητῶν τοῦ κλάσαι ἄρτον; 20, 11: κλάσας ἄρτον; 27, 35: λαβὼν ἄρτον εὐχαρίστησε τῷ θεῷ ἐνώπιον πάντων, καὶ κλάσας ἤρξατο ἐσθίειν. Die betreffenden Stellen des ersten Korintherbriefes sind: 10, 16: τὸν ἄρτον ὃν κλῶμεν; 10, 17: ὅτι εἷς ἄρτος, ἓν σῶμα οἱ πολλοί ἐσμεν; 10, 17: οἱ γὰρ πάντες ἐκ τοῦ ἑνὸς ἄρτου μετέχομεν; 11, 26: ὁσάκις γὰς ἂν ἐσθίητε τὸν ἄρτον τοῦτον; 11, 27: ὃς ἂν ἐσθίῃ τὸν ἄρτον τοῦτον und 11, 28: οὕτως ἐκ τοῦ ἄρτου ἐσθιέτω.

Die bestimmte Bedeutung von »Brot« für ἄρτος finden wir weiter,

wo es heißt, daß Jesus seine Jünger vor dem Sauerteig der Pharisäer und Sadducäer warnt, die Jünger aber dabei an den Sauerteig des Brotes (*τῆς ζύμης τῶν ἄρτων* Matth. 16, 12) denken; ferner, wo erzählt wird (Joh. 21, 9), daß die Jünger ans Land traten und da auf einem Kohlenhaufen Fische und Brot (*ὀψάριον ἐπικείμενον καὶ ἄρτον*) liegen fanden, das Brot also deutlich von der übrigen Speise unterschieden wird. Ebenso wird etwas später auch wieder bemerkt, daß Jesus das Brot nahm und die Fische (Vers 13: *λαμβάνει τὸν ἄρτον . . . καὶ τὸ ὀψάριον ὁμοίως*). Noch weitere Stellen sind: Matth. 7, 9: *ὃν ἐὰν αἰτήσῃ ὁ υἱὸς αὐτοῦ ἄρτον* und die entsprechende Luk. 11, 11: *τίνα δὲ ἐξ ὑμῶν τὸν πατέρα αἰτήσει ὁ υἱὸς ἄρτον*; ferner Luk. 7, 33, wo es heißt, daß Johannes nicht Brot aß (*μήτε ἄρτον ἐσθίων*), Luk. 14, 15, wo einer der Tischgenossen Jesu ausruft: selig ist, der das Brot isset (*ὃς φάγεται ἄρτον*) im Reich Gottes, Mk. 3, 20, wo von solchem Volksgedränge die Rede ist, daß sie nicht zum Brotessen kommen konnten (*ὥστε μὴ δύνασθαι αὐτοὺς μήτε ἄρτον φαγεῖν*) und noch Luk. 14, 1, wo erzählt wird, daß Jesus in das Haus eines Obersten der Pharisäer kam, am Sabbath, um Brot zu essen (*φαγεῖν ἄρτον*). Nirgend nöthigt hier der Ausdruck bei dem *ἄρτος* auch noch an irgend welche andere Dinge zu denken, als eben an Brot.

Anzuführen sind auch noch ein paar Anführungen aus dem Alten Testament in den Evangelien, die des Brotes Erwähnung thun; zunächst Matth. 4, 4 und ebenso Luk. 4, 4, wo Jesus aus Mos. 5, 8, 3 die Worte anführt: *οὐκ ἐπ' ἄρτῳ μόνῳ ζήσεται ἄνθρωπος;* ferner Joh. 13, 18: »der mein Brot isset (*ὁ τρώγων μετ' ἐμοῦ τὸν ἄρτον*), der tritt mich mit Füßen« aus Psalm 41, 10, und vorher noch Joh. 6, 31: *ἄρτον ἐκ τοῦ οὐρανοῦ ἔδωκεν αὐτοῖς φαγεῖν,* welche Stelle sich anlehnt an die Worte Moses' (2, 16, 4) »siehe ich will euch Brot vom Himmel regnen lassen«. An allen drei Stellen hat der hebräische Text dem griechischen *ἄρτος* gegenüber sein לֶחֶם, das wir selbst hier nicht weiter zu prüfen nöthig haben, um etwa für die Bedeutung jenes griechischen Wortes noch irgend etwas zu gewinnen.

Es sind dann zu der von uns erstrebten Vollständigkeit nur noch zwei Stellen aus dem zweiten Brief an die Thessalonicher und eine aus dem zweiten Brief an die Korinther anzuführen. Die letztere lautet (9, Vers 10): *ὁ δὲ ἐπιχορηγῶν σπέρμα τῷ σπείροντι* (bei Luther »der aber Samen reichet dem Säemann«), *καὶ ἄρτον εἰς βρῶσιν χορηγήσει,* worin deutlich auch zunächst nur an Brot zu denken ist, wie es aus der Feldfrucht bereitet wird. Auch die beiden Stellen aus dem Thessalonicherbrief sprechen ohne willkührliches Hineindeuten zunächst nur von wirklichem Brot. Beide finden sich im dritten Capitel. Es heißt darin Vers 8: »wir haben nicht umsonst das Brot

von jemand genommen (ἄρτον ἐφάγομεν), sondern mit Mühe und Arbeit Tag und Nacht gewirkt« und etwas später Vers 12 »daß sie mit stillem Wesen arbeiten und ihr eigen Brot essen« (τὸν ἑαυτῶν ἄρτον ἐσθίωσιν).

Die Uebersicht ergiebt sehr klar, daß sich diejenigen in großer Täuschung befinden, die da glauben mit dem Begriff unseres neuhochdeutschen Brot in seinem vollen Umfang auch auf dem Gebiet des Neuen Testamentes operiren zu dürfen. Wir können sagen »sein Mittagsbrot oder sein Abendbrot essen«, auch wenn vielleicht zufällig gar kein wirkliches Brot sich dabei befinden sollte, und in noch erweiterter Bedeutung sagen wir »sich sein Brot verdienen, sein Brot nicht haben, reichliches Brot haben, sich sein Brot suchen« und anderes ähnlich, wo überall das Brot für Lebensunterhalt überhaupt gebraucht wird: das neutestamentliche ἄρτος ist nur »Brot« und auch in der vierten Bitte ist es durchaus willkührlich, das ἄρτον sogleich weiter als »Nahrungsmittel, Lebensmittel« überhaupt erklären zu wollen.

Für »Nahrung, Lebensunterhalt« überhaupt, wobei das Brot eingeschlossen sein kann, hat das Neue Testament ganz andre Bezeichnungen als ἄρτος, und zwar namentlich τροφή. So findet sichs in der schon oben angeführten Stelle aus dem Briefe des Jakobus (2, 15): λειπόμενοι ὦσι τῆς ἐφημέρου τροφῆς, wo Luther übersetzt hat »der täglichen Nahrung«, ebenso gut aber auch hätte sagen können »des täglichen Brotes«, was er in die vierte Bitte ganz unrichtig hineingebracht hat. An allen übrigen Stellen hat Luther jenes τροφή mit »Speise« wiedergegeben. Im Evangelium begegnet es Matth. 3, 4: ἡ δὲ τροφὴ αὐτοῦ ἦν ἀκρίδες καὶ μέλι ἄγριον; 6, 25: αὐχὶ ἡ ψυχὴ πλεῖόν ἐστι τῆς τροφῆς; 10, 10: ἄξιος γὰρ ὁ ἐργάτης τῆς τροφῆς αὐτοῦ; 24, 45: τοῦ διδόναι αὐτοῖς τὴν τροφὴν ἐν καιρῷ; Luk. 12, 23: ἡ ψυχὴ πλεῖόν ἐστι τῆς τροφῆς; Joh. 4, 8: οἱ γὰρ μαθηταὶ αὐτοῦ ἀπεληλύθεισαν εἰς τὴν πόλιν, ἵνα τροφὰς ἀγοράσωσι. Die übrigen Stellen, und auch hier scheint uns Vollständigkeit in der Anführung von Werth, gehören fast sämmtlich der Apostelgeschichte; es sind 2, 47: μετελάμβανον τροφῆς; 27, 33 und 34: μεταλαβεῖν τροφῆς; 9, 19: λαβὼν τροφὴν; 27, 36: προσελάβοντο τροφῆς; 14, 17: ἐμπιπλῶν τροφῆς καὶ εὐφροσύνης τὰς καρδίας ἡμῶν; 27, 38: κορεσθέντες δὲ τροφῆς. An den beiden dann noch zu nennenden Stellen (Ebr. 5, 12 und 14) ist στερεὰ τροφή bildlich gebraucht und zwar in ganz ähnlicher Weise im Gegensatz zu γάλα, wie Kor. 1, 3, 2 βρῶμα gebraucht worden ist. Vereinzelt findet sich in der Bedeutung von τροφή auch διατροφή, nämlich Tim. 1, 6, 8: ἔχοντες δὲ διατροφὰς καὶ σκεπάσματα, τούτοις ἀρκεσθησόμεθα, bei Luther »wenn wir aber Nahrung und Kleidung haben, so lasset

uns begnügen«. Ganz ähnlich begegnet mehrfach auch *βρῶμα*, das Luther regelmäßig »Speise« übersetzt, und etwas weniger oft auch *βρῶσις*, das außer Matth. 6, 19 und 20, wo Luther »Rost« sagt, auch beständig »Speise« bei ihm lautet. Das erstere findet sich im Evangelium bei Matth. 14, 15: *ἵνα . . . ἀγοράσωσιν ἑαυτοῖς βρώματα*; Mk. 7, 19: *καθαρίζον πάντα τὰ βρώματα*; Luk. 3, 11: *ὁ ἔχων βρώματα* »wer Speise hat, der gebe dem der keine hat«, wo man im Deutschen auch sehr wohl mit »Brot« würde übersetzen können; Luk. 9, 13: *εἰ μήτι πορευθέντες ἡμεῖς ἀγοράσωμεν εἰς πάντα τὸν λαὸν τοῦτον βρώματα*; Joh. 4, 34: *ἐμὸν βρῶμα* (bildlich gebraucht). Die übrigen Stellen, an denen *βρῶμα* sich findet, sind: Röm. 14, 15: *εἰ δὲ διὰ βρῶμα ὁ ἀδελφός σου λυπεῖται*; Röm. 14, 15: *μὴ τῷ βρώματί σου ἐκεῖνον ἀπόλλυε*; Röm. 14, 20: *μὴ ἕνεκεν βρώματος κατάλυε τὸ ἔργον τοῦ θεοῦ*; Kor. 1, 3, 2, von welcher Stelle schon oben die Rede war; Kor. 1, 6, 13: *τὰ βρώματα τῇ κοιλίᾳ καὶ ἡ κοιλία τοῖς βρώμασιν*; Kor. 1, 8, 8: *βρῶμα δὲ ἡμᾶς οὐ παρίσησι τῷ θεῷ* »Speise wird uns Gotte nicht darstellen«; Kor. 1, 8, 13: *εἰ βρῶμα σκανδαλίζει τὸν ἀδελφόν μου*; Kor. 1, 10, 3: *πάντες τὸ αὐτὸ βρῶμα πνευματικὸν ἔφαγον* »unsere Väter haben alle einerlei geistliche Speise gegessen«, womit auf das Manna, die »Speise von übernatürlichem, göttlich geistigem Ursprung« hingewiesen wird; Tim. 1, 4, 3: *ἀπέχεσθαι βρωμάτων*; Ebr. 9, 10: *μόνον ἐπὶ βρώμασι καὶ πόμασι*, und Ebr. 13, 9: *χάριτι βεβαιοῦσθαι τὴν καρδίαν, οὐ βρώμασιν*.

Die Form *βρῶσις* begegnet außer Matth. 6, 19 und 20, wovon schon die Rede war, und an vier Stellen bei Johannes, wo es bildlich gebraucht ist, wie später noch angeführt werden wird, noch Röm. 14, 17: *οὐ γάρ ἐστιν ἡ βασιλεία τοῦ θεοῦ βρῶσις καὶ πόσις*; Kor. 1, 8, 4: *περὶ τῆς βρώσεως οὖν τῶν εἰδωλοθύτων*; Kor. 2, 9, 10: *ἄρτον εἰς βρῶσιν χορηγήσει*; Kol. 2, 16: *μὴ οὖν τις ὑμᾶς κρινέτω ἐν βρώσει ἢ ἐν πόσει* und Ebr. 12, 16: *Ἠσαῦ, ὃς ἀντὶ βρώσεως μιᾶς ἀπέδοτο τὰ πρωτοτόκια αὐτοῦ*.

Wir müssen nun noch einmal zu *ἄρτος* zurückkehren. Es hat sich uns oben ergeben, daß *ἄρτος* überall im Neuen Testamente nur »Brot« bezeichnet, nirgend etwa »Nahrung, Nahrungsmittel« überhaupt. Daneben ist nun aber noch hervorzuheben, daß es von Christus gar nicht selten als »Brot« auch in das übersinnliche Gebiet hinaufgehoben wird, dann also »übersinnliches, geistiges, himmlisches Brot« bezeichnet. So kann schon angeführt werden Matth. 15, 26 (ebenso Mk. 7, 27), wo Christus sagt »es ist nicht fein, daß man den Kindern ihr Brot (*τὸν ἄρτον τῶν τέκνων*) nehme und werfe es vor die Hunde« und mit dem Brot auf seine Heilandsthätigkeit hindeutet. An einer anderen Stelle (Matth. 16, 11) hatte Christus allerdings nicht

gend das Urtheil auf, daß mit dem Brot der vierten Bitte auch nur himmlisches Brot gemeint sein kann. Christus gebraucht den Ausdruck ἄρτος mit Vorliebe in höherer übersinnlicher Bedeutung und, wo das Wort ἄρτος überhaupt nicht in diesem höheren Sinne im Neuen Testamente gebraucht wird, haben wir gesehen, bezeichnet es doch nur Brot im engsten Sinne des Wortes, nicht etwa, wie man ohne jene höhere Auffassung hätte erwarten mögen und wie es heute so gern ganz willkührlich ausgelegt zu werden pflegt, »leibliche Nahrung« überhaupt oder in noch weiterem Sinne, »was überhaupt die irdischen Bedürfnisse befriedigen kann«.

Zu einer weiteren Stütze solcher Auffassung dient noch etwas, das uns bisher nicht genügend beachtet zu sein scheint, wir meinen die ganze Wortanordnung der vierten Bitte. Ganz wie zum Beispiel Matth. 2, 10 die sehr große Freude der Weisen beim Anblick des Sternes in der Höhe über dem Christkind dadurch besonders nachdrücklich bezeichnet wird, daß das adverbielle σφόδρα ans Ende gerückt ist, oder wie Matth. 5, 34, wo Christus das Gebot giebt, durchaus nicht zu schwören, das ὅλως nachdrücklich hinter das Verb gestellt ist, so bildet in der vierten Bitte bei Matthäus mit nicht zu verkennendem Nachdruck das adverbielle σήμερον »heute« den Schluß. »Gieb uns heute unser Brot«, solls heißen. Das ist eine höchst auffällige Einschränkung der Bitte, da sie so, wenn man das Brot sinnlich nehmen will, in zahllosen Lagen des Lebens, wie etwa nach dem Einnehmen jeder Abendmahlzeit und sonst, gar keine vernünftige Bedeutung haben kann, während doch das ganze übrige Vaterunser überall und zu aller Zeit und unter allen Umständen durchaus bedeutsam bleibt. In der Fassung bei Lukas findet sich statt des σήμερον bei Matthäus das adverbielle τὸ καθ' ἡμέραν »täglich«, das weiter greift und möglicherweise auch das ursprünglichere ist. Es ließe sich denken, daß ein altes aramäisches יוֹם בְּיוֹם »Tag für Tag, täglich«, wie sichs zum Beispiel Esra 6, 9 findet, zu Grunde gelegen habe und an dessen Stelle später ein vereinfachtes יוֹמָא getreten sei, das in Uebereinstimmung mit dem hebräischen הַיּוֹם »diesen Tag, heute« hätte bedeuten können. Aber ist nicht auch ein besonders betontes »täglich« bei der Bitte um leibliches Brot in Mitten aller sonst so ganz anders gestalteten Bitten höchst auffällig, während die Bitte um himmlisches Brot, um himmlische Stärkung sehr wohl auf ein heute, ja auf den Moment des Betens selbst beschränkt werden konnte? Warum statt des Brotes, das im Neuen Testament gar nicht jene so zu sagen ethische Bedeutung, die man mit dem deutschen Worte so gern verbindet, aufweist, nicht die Bitte um leibliche Nahrung überhaupt oder dann etwa, wenn auf das Leibliche und

irdische so große Bedeutung gelegt werden soll, geradezu um Erhaltung des Lebens und der Gesundheit?

Man hat zur besonderen Begründung der Bedeutung des irdischen Brotes so gern auf die Salomonischen Sprüche (30, Vers 8) verwiesen und in den Worten »Armuth und Reichthum gieb mir nicht, laß mich aber mein bescheiden Theil Speise dahin nehmen« die bestimmte Grundlage für die vierte Bitte finden wollen. Aber ist es überhaupt denkbar, daß Christus für sein Mustergebet sich irgend einen Gedanken aus den Salomonischen Sprüchen geholt?

Weiter hat man behaupten wollen, in dem ἡμῶν neben ἄρτον läge noch ein besonderer Beweis für die sinnliche Bedeutung des letztern: unser Brot sei noch besonders deutlich als das für unser Leben nothwendige Brot. Aber bedürfen wir des himmlischen Brotes, der Stärkung für das Innere weniger?

Am wenigsten annehmbar aber darf man den doch oft genug ausgesprochenen Gedanken immer bezeichnen, daß offenbar mit besonderer Absichtlichkeit die Bitte um das Leibliche als die vierte von sieben gerade in die Mitte gestellt sei. Diese Zählung ist schon deshalb sehr bedenklich, weil die dritte Bitte gar nicht so sicher mitgezählt werden kann, da sie bei Lukas kritisch sehr verdächtig ist und sich auch leicht als erläuternde Erweiterung der zweiten Bitte ergiebt.

Der ganze Gedankenaufbau des Vaterunsers macht es unseres Erachtens auch noch deutlich genug, um was sichs in der vierten Bitte handeln soll. Nach der kurzen aber dadurch so innigen Anrede bei Lukas πάτερ, deren aramäische Originalform אַבָּא offenbar als besonders bedeutsam noch länger festgehalten wurde, da dieselbe zum Beispiel auch noch von Paulus (an die Römer 8, 15 und an die Galater 4, 6) angeführt wird, folgt zunächst die Bitte um Heilighaltung des Namens Gottes, das ist nicht der äußeren Namensform, sondern nach christlicher Auffassung alles dessen, was dieser Name in sich schließt. Dann heißt es »dein Reich komme«, also das Reich, in dem du allein der Herr bist und also nur deine Gebote gelten, welcher Gedanke in der dritten Bitte dann noch weiter erläutert und ausgeführt wird. Täglich gieb uns dein himmlisches Brot, stärke uns mit himmlischer Nahrung, schließt sich daran. Täglich: denn unsere Schuld ist ohne Maaß. Vergieb uns die Schuld, die wir auf uns geladen, und daran reiht sich abschließend der Ausblick in die weitere Zukunft »bewahre uns vor Versuchung, bewahre uns vor dem Bösen«. Wenn bei dem letzteren Gedanken viele Exegeten lieber an den Bösen als an das Böse denken wollen, so mag dagegen noch bemerkt sein, einmal daß wir den Teufel von Christus nirgend deutlich als »den Bösen« (ὁ πονηρός) bezeichnet finden, außer

m dreizehnten Capitel des Matthäus (Vers 19 und 38), das fast nur von Gleichnissen handelt und deshalb in seiner ganzen Ausdrucksweise etwas eigenthümlich gefärbt ist und nicht so allgemein maßgebend sein kann, und dann, daß Johannes 17, 15, wo in den Worten *ἵνα τηρήσῃς αὐτοὺς ἐκ τοῦ πονηροῦ* ein unverkennbar nächstverwandter Gedanke auftritt, in beachtenswerther Abweichung von dem *ἀπὸ τοῦ πονηροῦ* bei Matthäus (6, 13) und Lukas (11, 4) die Präposition *ἐκ* gebraucht ist, die im ganzen Neuen Testament niemals in ähnlichen Verbindungen vorkömmt, bei denen es sich um Persönlichkeiten handelt.

Wenn wir es so also von vorn herein nur für durchaus wahrscheinlich halten können, daß in der vierten Bitte nur von geistigem, von himmlischem Brot die Rede sein kann, so müssen wir nun zum Schluß noch auf die adjectivische Form zurückkommen, mit der jenes Brot näher bezeichnet worden ist, also das *ἐπιούσιος*. Nach allem, was früher schon über das Wort gesagt ist und bei aller strengen Vorsicht, die wir selbst oben bei der Ermittlung der Bedeutung des Wortes angewandt haben, bleibt die Thatsache bestehen, daß wir es mit einer ungeheuren Schwierigkeit zu thun haben, die sich bis zu voller Evidenz nicht scheint lösen lassen zu wollen. Bleibt doch immer die Möglichkeit, daß hier eine aramäische Grundlage bestand, die von dem Griechen etwa ebenso ungeschickt wiedergegeben wurde, wie das griechische *ἐπιούσιος* selbst dann wieder von dem lateinischen Uebersetzer bei Matthäus mit seinem unverständigen *supersubstantialis* oder zum Beispiel von dem alten slavischen Uebersetzer mit seinem künstlich gebildeten *nasonštinŭ*, dem auch kein vernünftiger Sinn innewohnt.

Der Versuch muß aber doch gemacht werden, auch von rein griechischem Boden aus, für das *ἐπιούσιος* ein Verständniß zu gewinnen, und so haben wir bereits oben ausgesprochen, daß es bedeuten kann »was *ἐπί* ist«, oder wenn wir seine adjectivische Bildung noch genauer betonen wollen, »was die Eigenschaft hat, *ἐπί* zu sein«. Da bleibt also nun noch zu prüfen, was jenes *ἐπί* selbst hier wird bedeuten sollen. Sein Gebrauch in den neutestamentlichen Schriften, in denen es gegen neunhundertmal auftritt, ist wesentlich derselbe, wie er sonst aus der griechischen Litteratur bekannt ist. Als deutliche Grundbedeutung — und nur an diese ist auch in *ἐπιούσιος* zu denken, da für die etwaige Annahme irgend welcher weiter entwickelten Bedeutung jeder bestimmtere Anhalt fehlt — ergiebt sich »auf, oben auf« oder auch »über«. So findet sichs Matth. 10, 27: *κηρύξατε ἐπὶ δωμάτων* »auf den Häusern, auf den Dächern«; Matth. 24, 17: *ὁ ἐπὶ τοῦ δώματος μὴ καταβάτω* (auch Mark. 13, 15 und ähnlich Luk. 17, 31); Matth. 24, 30: *ἐρχόμενον ἐπὶ τῶν νεφελῶν* (auch Matth. 26,

64); Matth. 24, 3: καθημένου δὲ αὐτοῦ ἐπὶ τοῦ ὄρους τῶν ἐλαιῶν; Mark. 6, 48: περιπατῶν ἐπὶ τῆς θαλάσσης (ähnlich v. 49 und Joh. 6, 19); Luk. 23, 38: ἦν δὲ καὶ ἐπιγραφὴ ἐπ' αὐτῷ »es war auch eine Ueberschrift über (nicht »auf«) ihm«, was in der Fassung bei Matthäus (27, 37) lautet: καὶ ἐπέθηκαν ἐπάνω τῆς κεφαλῆς αὐτοῦ τὴν αἰτίαν αὐτοῦ γεγραμμένην »und sie setzten über sein Haupt seine Schuld geschrieben«. Das im letzteren Satze gebrauchte ἐπάνω begegnet im Neuen Testament zwanzig Mal und fast ganz in derselben Bedeutung wie ἐπί. Zweimal aber begegnet es auch ohne casuellen Zusatz, nämlich Luk. 11, 44: οἱ ἄνθρωποι οἱ περιπατοῦντες ἐπάνω »die da wandeln oben auf«, wo aber μνημείων »Gräbern« sich aus dem Vorausgehenden sehr leicht ergänzt, und Matth. 2, 9: ἕως ἐλθὼν (nämlich ὁ ἀστήρ) ἐστάθη ἐπάνω οὗ ἦν τὸ παιδίον »bis er dahin kam und darüber stehen blieb, wo das Kindlein war«. Das in ἐπάνω steckende einfache ἄνω, mag hier noch erwähnt sein, begegnet im Neuen Testament auch an einigen Stellen, die sich hier zum Vergleich bieten, wie Joh. 8, 23, wo Christus sagt: »ihr seid von unten her, ich bin von oben (ἐκ τῶν ἄνω) herab, ihr seid von dieser Welt, ich bin nicht von dieser Welt« oder Kol. 3, 2: »trachtet nach dem das droben ist (τὰ ἄνω φρονεῖτε), nicht nach dem »das auf Erden ist«.

Das präpositionale ἐπί steht in den neutestamentlichen Schriften niemals ohne zugefügten Casus selbständiger, etwa in der Bedeutung »in der oberen Region, in der Höhe«, so daß es in ἐπιούσιος seine bestimmtere Richtung auch wohl nur durch das in der vierten Bitte ihm ganz nahe gestellte ἡμῶν erhält. So ergiebt sich für τὸν ἄρτον ἡμῶν τὸν ἐπιούσιον also die Bedeutung »unser Brot, das sich (»oben auf« oder besser) »oben über uns befindet« oder mit anderen Worten »unser himmlisches Brot«, das wohl nur deshalb nicht geradezu ἄρτος ὁ ἐπουράνιος genannt wurde, weil der aramäische Ausdruck, mit den Christus das von Gott zu erbittende Brot kennzeichnete, etwas anders lautete, als Matth. 18, 35 (ὁ πατήρ μου ὁ ἐπουράνιος) und Joh. 3, 12 (ἐὰν εἴπω ὑμῖν τὰ ἐπουράνια), wo jenes ἐπουράνιος in Aussprüchen Christi gebraucht ist. Unserem ἐπιούσιος ganz ähnlich hat der Verfasser des Briefes an die Ebräer (6, 4) jenes ἐπουράνιος gebraucht, er spricht von denen »die einmal erleuchtet wurden und das himmlische Gnadengeschenk gekostet haben (γευσαμένους τῆς δωρεᾶς τῆς ἐπουρανίου) und zu Theilhabern am heiligen Geist gemacht worden sind«.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

November 1885.

(Fortsetzung.)

Second Geological Survey of Pennsylvania.
1. Museum catalogue O.
2. — — OO.
3. Atlas Northern Anthracite fields Part. I. AA.
4. Perry County Part. I. Geology *Γ*. 2.
5. Warren County. Oil Wells I. 4.
6. Oil Well records and levels. I. I.
7. Oil region. III.
8. Oil region maps and Charts. III.
9. Monongahela river mines. K. 4.
10. Fayette and Westmoreland District. K. K.
11. Ligonier Valley. K. K. K.
12. Coke manufacture. L.
13. Chemical Analysis. Harrisburg. M. M.
14. Chemical Analysis. Harrisburg. M. 3.
15. Levels above tide. N.
16. Coal Flora text. Vol. 1. u. 2. P.
17. Coal Flora text and Plates. Vol. III. P.
18. Coal Flora Atlas. P.
19. Permian Flora. P. P.
20. Brechter and Hall. P. 3.
21. Beaver. North Allegheny. South Buttler. Q.
22. Lawrence County. Ohio line. Q. Q.
23. Mercer County. Q. Q. Q.
24. Erie and Crawford. Q. 4.
25. Mac Klean County. R.
26. M^{c}. Klean County maps a. charts. R.
27. Cameron Elk and Forest Counties. Part. II. R. R.
28. Cameron Elk and Forest Counties maps and Charts. R. R.
29. Blair County. T.
30. Bedford and Fulton. T. 2.
31. Centre County. T. 4.
32. Northern Butler. V.
33. Clarion County. V. V.
34. Geological Atlas of Counties. X.
35. Terminal. Moraine. Z.

Report of progress in the laboratory of the survey at Harrisburg 1874—75.
Special report of the petroleum of Pennsylvania 1874.
Boletin del Ministerio de fomento della republica Mexicana. No. 85—93.
Karten von Sachsen enth. d. Hauptresultate aus den Beobachtungen der sämmtl. meteorolog. Stationen. Jan. — December.

Inhalt von Nr. 7.

Bericht über die Wedekindstiftung. — *Hultzsch*, Ueber das Drama Tāpasavatsarāja. — *Hilder*, Zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Grössen. — *Leo Meyer*, Ueber das griechische ἐπιούσιος. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stouppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

WRSmiths Buch über das Verwandtschafts- und Ehe-Recht der alten Araber.

William Robertson Smith hat unlängst ein Buch Kinship and marriage in early Arabia herausgegeben, an das einige Bemerkungen anzuknüpfen ich für nothwendig halte.

Ueber das Buch selbst urtheile ich nicht: der كتاب الاغانى steht noch immer ungelesen in meiner Sammlung, den حديث kenne ich nicht, die ältesten Gedichte der Araber habe ich lange nicht, die Biographien Muḥammads und die HauptCommentare zum Koran nur unvollständig gelesen: mir fehlt mithin jedes Recht, für oder wider WRSmith etwas zu sagen, soweit Smith über die Epoche Muḥammads und die derselben unmittelbar vorhergehenden und unmittelbar folgenden Zeiten handelt[1]).

Aber ich will eine Wahrheit hervorheben, die mich als Theologen vorzugsweise interessiert. Selbst angenommen, daß Smith das gesammte zu beschaffende Material beschafft, daß er es systematisch durchgearbeitet hat, und daß die aus diesem Materiale gezogene Darstellung des arabischen Eherechts älterer Tage unanfechtbar ist, so folgt aus Smiths Arbeit für die Urzeit Arabiens nichts.

Mir scheint, als ob Smith selbst durch seine Untersuchung auch für die Kenntnis der Urzeit Arabiens etwas geleistet zu haben beanspruche: mindestens ist mir bei dritten Personen die Anschauung entgegengetreten, als ob mittelst dieser für jene etwas gewonnen sei: deshalb spreche ich meinen Vorbehalt ausdrücklich aus.

Der älteste Zeuge, der über das Eherecht, nicht der Araber, sondern eines Theils der Araber, etwas meldet, ist Strabo ιϛ 4, 25 = 783 Casaubon. Strabo redet nur über das sogenannte glückliche Arabien: was er bringt, macht mir den Eindruck, als wolle er sagen, die von ihm geschilderten Zustände seien nur in dem glücklichen

1) Sehr zu bedenken wird immer die Thatsache sein, daß WAhlwardt in seinen Bemerkungen über die Aechtheit der alten arabischen Gedichte (1872) recht dringende Zweifel gegen die Echtheit der alten arabischen Poesien ausgesprochen hat (meine Symmicta 1 62, 15 verglichen mit Osianders Urtheile ZDMG 7 464), und die andere Thatsache wird in das Gewicht fallen, daß die Steine ganz andere Gottheiten nennen als die Bücher uns genannt hatten. Ich habe stets aufs Neue den Eindruck, daß wir über die Geschichte AltArabiens nur ungenau unterrichtet sind, daß Schlüsse aus den Thatsachen der geographischen Namen vielfach sicherer zu einem Ziele führen als Abhören der ausdrücklichen Zeugen dies thut. Die griechischen Quellen über AltArabien hoffe ich noch selbst gesammelt vorlegen zu können, woferne mir die deswegen nöthigen Reisen zu unternehmen möglich sein sollte. Ich bin 1885 in Rom mit Nothwendigerem nicht fertig geworden.

Arabien, nicht in den übrigen Theilen der arabischen Halbinsel zu finden.

»Early Arabia« ist mithin, soweit ausdrückliche Zeugnisse in Betracht kommen, frühestens das Arabien des Aelius Gallus, also Arabien, wie es zur Zeit des Augustus war, und es ist nur das glückliche Arabien dieser Zeit.

Ἀδελφοί, sagt Strabo, *τιμιώτεροι τῶν τέκνων· κατὰ πρεσβυγένειαν καὶ βασιλεύουσιν οἱ ἐκ τοῦ γένους καὶ ἄλλας ἀρχὰς ἄρχουσι. κοινὴ κτῆσις ἅπασι τοῖς συγγενέσι, κύριος δὲ ὁ πρεσβύτατος. μία δὲ καὶ γυνὴ πᾶσιν· ὁ δὲ φθάσας εἰσιὼν μίγνυται, προθεὶς τῆς θύρας τὴν ῥάβδον (ἑκάστῳ γὰρ δεῖν ῥαβδοφορεῖν ἔθος), νυκτερεύει δὲ παρὰ τῷ πρεσβυτάτῳ δι' ὃ καὶ πάντες ἀδελφοὶ πάντων εἰσί. μίγνυνται δὲ καὶ μητράσι. μοιχῷ δὲ ζημία θάνατος· μοιχὸς δ' ἐστὶν ὁ ἐξ ἄλλου γένους.* Folgt noch die Geschichte, wie eine schöne Königstochter — in Mährchen treten entweder Königstöchter oder Gänsemädchen auf, und wie billig unter Semiten Kronen waren, zeigt das Buch Iosue 12, indem es auf einem Landstriche von der Größe des heutigen Würtemberg 31 Stück Majestäten als besiegt und ausgerottet nachweist, so daß der Vater jener Königstochter Strabos nach unsern Begriffen vielleicht in einer Art Mentuletum den Bauermeister spielte — folgt also die Geschichte, wie eine schöne Königstochter sich durch List von der zu großen Mittheilsamkeit ihrer funfzehn sogenannten Brüder befreite.

Ich schiebe die Bemerkung ein, daß die Stäbe, deren Strabo hier gedenkt, auf einem südArabischen Denkmale dargestellt erscheinen, das Herr DHMüller ZDMG 30 vor Seite 115 hat abbilden heißen, und daß Herr Mordtmann ebenda 35 440 441 gelegentlich jenes Meisterwerks sabäischer Kunst auf Strabos *ἑκάστῳ [δεῖν] ῥαβδοφορεῖν ἔθος* verweist, und den محجن (sehen wir diesen ZDMG 30 zu Seite 21?) aus Ibn Duraid [كتاب الاشتقاق] 307 [,6 Wüstenfeld] belegt.

Ein anderes Bild zeigt uns der von der Zeit des Kaisers Constantius redende Ammianus *xxii* 4, 3—5. Die Aussage des Ammianus bespricht Smith 65, ohne nachher den Namen Ammian in seinen Index aufzunehmen. Saraceni, deren exordiens initium ab Assyriis ad Nili catarractas porrigitur et confinia Blemmyarum — eine reichliche Ausdehnung des Begriffs Saraceni, die der Glaubwürdigkeit des Schriftstellers in meinen Augen abbricht. Es heißt: Uxores mercennariae conductae ad tempus ex pacto, atque ut sit species matrimonii, dotis nomine futura coniunx hastam et tabernaculum offert marito, post statum diem, si id elegerit, discessura: et incredibile est quo ardore apud eos in Venerem uterque solvitur sexus.

Bei Ammian wie bei Strabo scheint allerdings das Weib die Hauptperson zu sein: aber im glücklichen Arabien ist sie eine lupa,

bei den von Assyrien zu den Katarrakten des Nil streifenden Saracenen ein von einer lupa nicht allzuverschiedenes Eheweib auf Kündigung. Die Ehre der Vaterschaft kann freilich da nicht hoch gegolten haben, wo Zustände bestanden, wie Strabo und Ammianus sie schildern. Aber von diesen Zuständen auf ein Matriarchat schließen möchte ich nicht: wozu denn so vornehmen Titel? was unter diesen Menschen gebar, war was moderne »Wissenschaft« das menschliche Mutterthier nennt, nicht war es eine Mutter.

Ich bestreite dem Collegen Smith hier nicht, daß vor Muḥammad die Ehe der Araber unsern Idealen nicht entsprach: wie sie beschaffen war, mag Er ermitteln: ich beschäftige mich hier nur mit Beantwortung der Frage, ob der Zustand, wie ihn Strabo aus dem glücklichen Arabien berichtet, der normale Zustand altArabischen Ehelebens seit den ältesten Zeiten, etwa gar seit der Urzeit, gewesen ist.

Nicht bestreite ich irgend eine Thatsache aus Vernunftgründen: so gut die Urkröte schon eine Kröte war, so gut kann der UrAraber der Saufink gewesen sein, als der sein dem Aelius Gallus entgegentretender Nachkomme sich betragen hat. Aerzte dürften allerdings vielleicht glauben, daß die Fortpflanzung in solchen Ehen in nicht langer Zeit aufhören werde, und dürften daraus, daß das Volk der Araber doch nicht ausgestorben ist, Zustände, wie Strabo sie schildert, als nicht lange dauernd ansehen lehren: doch es könnte ja ein besonderer, die Thatsachen gewöhnlicher Erfahrung bei Seite schiebender Segen der Vorsehung auf dieser Rasse geruht haben[1]).

Wohl aber bestreite ich das Recht, Smiths Ergebnisse schon jetzt zurückzudatieren. Denn wir haben zwar nicht über die Ehe der Araber, aber über die Araber selbst ältere Nachrichten, die erwogen werden müssen, ehe wir den Ahnen das Thun nachsagen, das wir an gewissen Enkeln kennen.

Noch jüngst hat Paul Haupt in den Hebraica 1 (auch besonders:

1) Lese Smith was JGWetzstein in den Verhandlungen der Berliner anthropologischen Gesellschaft von 1878 Seite 393 auseinandergesetzt hat. Obwohl die Araber (ebenda 388) eine lebhafte Abneigung gegen Tapferkeit besitzen, sorgten und sorgen doch die unaufhörlichen Stammfehden dafür, daß die Männer nicht zu zahlreich werden. Der unversorgbaren Töchter gab es in Folge davon eine so große Zahl, daß die Väter ihren Ueberfluß lebendig begruben, nachdem sie ihm Brautkleider angelegt hatten. Da denke sich Einer Zustände wie die von Strabo geschilderten als die Regel. Ausnahmen dieser Art werden, da Strabo sie berichtet, dagewesen sein: für gewöhnlich kamen gewis weit eher auf Einen Mann mehrere Weiber als auf Ein Weib mehrere Männer. Menschenreich sind nach Wetzstein 395 Ḥaçramaut und die südlichen Sarawât: dahin paßt Strabos Bericht allenfalls: auf das ganze Arabien paßt er meines Erachtens nicht.

Wât
um (
schei
Arab
schei
schei
Ein
lebte
Arab
man
sie v
assyr
merk
]
die F
sie w
S
unge
arabis
mus«,
druck
des O
Abha
logy i
is one
blood
racter
from
If the
bers n
their l
occasi
often
D
und b
richte
ben, u
D
vor Ch
ten od
dorff
scheint

Ich vermuthe, Smith gehe stillschweigend von dem Satze aus, die Menschenwelt habe eine normale Entwickelung durchzumachen, deren Eine Periode die des in NordAmerica und Australien noch heute vorliegenden, in Arabien irgend wann einmal früher durchlebten Totemismus sei.

Ich aber bestreite, daß darum, weil die Nadowessier im Jahre 1750 nach Christus Totemisten gewesen sind, die Araber 4000 Jahre vor Christus ebenfalls Totemisten gewesen sein müssen. Denn daß es sich in der Menschengeschichte im Wesentlichen nicht um Naturgeschichte handelt, beweist allein schon der Umstand, daß, falls Smith Recht hätte, Ein Volk tausende von Jahren, nachdem ein anderes Volk eine frühere Stufe verlassen hat, auf dieser Stufe noch beharrt haben würde. Warum hat sich der Nadowessier nicht ebenfalls zum Islam entwickelt, wenn Menschenentwickelung eine natürlich-gesetzmäßige ist? welches x hat den Nadowessier beim Totemismus zurückgehalten, während der Araber über den Totemismus hinausgekommen ist? Hängt das geistige Leben der Rothhaut daran, daß am Susquehannah andere Bedingungen physischer Existenz vorliegen, als sie der Semit am Euphrat, der Arier in dem Hochgebirge Bactriens oder in der Gegend von Wiesbaden gefunden hat? und warum sind jene mit dem Wasser des Susquehannah zufrieden geblieben, während Semiten und Arier an anderen Quellen zu trinken suchten? Hier tritt eine, oder treten mehrere Unbekannte in die Rechnung, auf die Smith keine Rücksicht genommen hat: am schwersten fällt die fundamentale Verschiedenheit der Sprachen in das Gewicht, die wenigstens mir die Folgerung verbietet, die Smith seiner Auseinandersetzung als Postulat voranzudenken scheint.

Es gab bei den Arabern von Thiernamen hergenommene Bezeichnungen der Stämme. Wie ich jüngst, als ich über *Ἀρταίνηες* handelte, nicht an die Nachweisungen gedacht habe, die Georg Hoffmann in den Auszügen aus syrischen Akten persischer Märtyrer 145 über *Οραγνο* (so liest Herr von Sallet das alte *Οραγνο*) gegeben, so hat Smith vergessen, daß ich selbst 1870 in den Onomastica sacra 2 95 רְאוּבֵן für راءبل (Lane 994) erklärt, daß ich also nichts gegen eine gewisse Geltendmachung der ثمار und كلاب einzuwenden habe. Aber für angeblichen Totemismus lasse ich die ثمار und كلاب und ذئاب nicht verwenden, da eine andere Deutung dieser Namen näher liegt, und ich das Naheliegende (Mittheilungen 1 95) hier nicht für das Richtige zu halten keinen Grund habe.

Oldenberg hat in seinem Buche über Buddha 89/90 gegen Herrn Emil Senart über seinen am Fuße eines Baumes sitzenden und nachdenkenden Helden geschrieben: »Wir [warum »wir«?] sind nicht

ihr Sterben anhaftenden sogenannten Monotheismus der Juden um Nachdenken und Sehfähigkeit gebrachte christliche Theologie, die Aegypter beteten Thiere an. Es ist eine Bêtise, sich nicht nach der Ursache dieser angeblichen Anbetung umzuthun. Wie ich es trotz Smith 186 für unmöglich halte, daß je ein unverderbter Mensch in einem Bären seinen Vater erblickt (ich würde einen an derartigen Wahnvorstellungen leidenden Bruder einem zuverlässigen Irrenarzte zur Behandlung zuführen), so halte ich es für unmöglich, daß je ein unverderbter Mensch ein Krokodil oder einen Ibis angebetet habe: was die sogenannte Bildung aus unverderbten Menschen macht, erleben wir freilich an uns und unsrer Umgebung alle Tage, da unsres Lebens Hälfte mit dem Abschütteln zur Plage gewordener Wohlthat, als Unsinn auf uns lastender Vernunft der Ahnen und mit dem Kampfe gegen die alle Abgestorbenheiten der Vorzeit zu galvanischen Zuckungen veranlassenden Lügner neben uns erfüllt ist. Wenn ein aegyptischer Gott einen Sperber-, Hunde-, Ibiskopf trug, so sollte das zeigen, daß man im Sperber, Hunde, Ibis Eigenschaften bemerkt hatte, welche man als Theile des eigenen ethischen Ideals anerkannte. Daß nachmals der Katechismus, oder was dem Katechismus in Aegypten an Werthe gleich stand, den Anubis für einen Hund gehalten hat, ist schon möglich: daß noch später die Dogmatik mit diesem Anubis ihre Attrappenkunststücke gemacht haben wird, wahrscheinlich: aber das beweist gegen das Princip nichts, um das wir uns hier allein zu kümmern haben. Ich versuchte 1868 in den Beiträgen zur baktrischen Lexikographie 28 an գոմէզ einen mythologischen Prozess nachzuweisen. Als ich 1863 (was Smith 221 anführt) den Iolaus deutete, faßte ich die Wachtel, den Zugvogel, der den Lenz bringt, als Symbol der Wiederkehr des Lebens, ganz wie wir jede Ostern die Eier und die grünen Kräuter, wie wir den Ring der Ehe und den Ritterschlag als Symbol fassen: nicht dachte ich mir die mit dem Frühjahre wiederkehrende Wachtel als Wachtel verehrt.

Smith wird in Arabien zu Pferde gesessen, wird vielleicht schon einen Hund sein Eigen genannt haben, er wird Chamissos Gedicht »der Bettler und sein Hund« nachlesen können. Wir Alle haben mit Thieren, woferne wir diese nicht zum Erwerben brauchen, (und auch oft dann, wann wir dies thun), ein ethisches Verhältnis, weil wir an diesen Thieren uns wohlthuende, an den uns nahe kommenden Menschen öfter als nur gelegentlich vermißte Charakterzüge entdecken. Mindestens zweierlei gilt: das Thier ist sich und dem Freunde treu, es lügt nicht und hat auch keine Launen. Wenn ein arabischer Stamm sich nach einem Thiere nennt, so will er damit meines Erachtens sagen, daß er die Eigenschaften dieses Thieres als die vor-

zugsweise von ihm nachzuahmenden ansieht, wie er damit, daß er sich nach irgend einem sogenannten Gotte nennt, aussagt, daß dieser Gott sein Ideal ist.

Smith hat bei seiner Totem-Theorie eine Thatsache nicht beachtet, die ihm verhängnisvoll werden dürfte. Er sieht in den ذئاب und كلاب Leute, die von einem Urwolfe oder Urhunde abstammen. Alle heiligen — oder aber (nach semitischen Denkregeln) unreinen — Thiere sind ihm göttergleiche Ahnen irgendwelcher arabischen Horde. Aber warum fehlt dann unter den Hordennamen das bekannteste — unreine, das heißt heilige, ahnenhafte — Thier, unser Freund, das Schwein? Wir haben noch heute semitische Hyophoben neben uns leben, aber kein Stamm der Araber heißt خنزير? Das blauste Blut, die arabischen Seitenstücke der כֹּהֲנִים, würden, falls Smith Recht hätte, ein Clan der خنازير sein müssen. Auf meinem Standpunkte erklärt sich der Thatbestand, daß in Smiths Liste das Schwein fehlt, leicht. Das Schwein hatte keine ethischen Eigenschaften — Brehm kennt ihrer ein Paar, aber das ist Brehms Specialität —, darum war es für die Namengebung unverwendbar. Die Hyäne stinkt heftig, und sieht scheußlich aus, aber sie besitzt eine Fähigkeit von hinten anzugreifen (FDieterici Reisebilder aus dem Morgenlande 2 146), die sie, falls ihr Publicum für die Würdigung dieser Eigenschaft günstig gestimmt war[1]), als Ideal — nicht aller Menschen — erscheinen, und einem Clane den Namen ضبيعة verleihen konnte. Analog spielt nicht die Sau, aber der Eber bei Eraniern und Germanen seine Rolle, der, wenig hyänenmäßig, rücksichtslos geradeaus auf Vernichtung seiner Feinde ausgeht: der Donner wurde als hauender Eber gedacht: Eberstein ist ein häufiger Name, und die von Eberstein führen die drei Rosen, das heißt, die drei blutenden Wunden im Schilde, welche sie zu schlagen pflegen: die von Hardenberg zeigen Eberköpfe. Ueberhaupt sind die deutschen und römischen Wappenbilder, wie die unsren Göttern beigegebenen Thiergefolgschaften derselben Anschauung wie jene arabischen ذئاب und أسد und إبل entsprungen. Masûdî Murûg 7 165. Ausnahmen dieser Regel gibt es, aber sie sind als Ausnahmen erkennbar[2]).

---

1) We must think of the earliest Arabs as pure savages . . . In truth the early Arabs were not only savages but cannibals: Smith 284. Das reime wer mag mit der Thatsache, daß andere Gelehrte den Islâm als die reife Frucht des Semitismus ansehen, und zwar Gelehrte, die alles andere eher als »Antisemiten« sind.

2) Aelian über Thiere γ 13 *γέρανοι . . . . ἀναπαύονται νύκτωρ καὶ καθεύδουσι, τρεῖς δὲ ἢ τέσσαρες προφυλάττουσι τῶν λοιπῶν, καὶ ὑπὲρ τοῦ μὴ κατακοιμίσαι τὴν φυλακὴν ἑστᾶσι μὲν ἀσκωλιάζουσαι, τῷ γε μὴν μετεώρῳ ποδὶ λίθον κατέχουσι τοῖς ὄνυξι μάλα ἐγχρατῶς τε καὶ εὐλαβῶς, ἵνα ἐάν ποτε λάθωσιν ἑαυτὰς ἐς ὕπνον ὑπολισ-*

Ich mache auf noch Eines aufmerksam.

Ist, wie Smith zu glauben scheint, der »Totemismus« eine unumgängliche Stufe menschlicher Entwickelung, so muß er auch bei Nationen aufzuweisen sein, die eine durch Urkunden belegbare Geschichte gehabt haben. Chinesen, Aegypter, Inder, Griechen reichen mit ihren Erinnerungen höher hinauf als Nadowessier und Papuas: warum mißt Smith seine Araber nicht an ihnen? Unser Feld wird ja freilich von Linguisten beblüht, die Griechisch, Gothisch, Sanskrit, Arabisch, Aegyptisch nicht lesen, aber aus der ihnen von Niemandem controllierten Kunde der Idiome Hyahym und Wauwau das Wesen der Sprache ergründen. Quique potes Hecubam, non potes Andromachen. Ich möchte nicht, daß derlei Linguisten mit der Ethnologie Bastarde zeugten: diese wären kaum eine der Landschaft zu wünschende Belebung. Jedenfalls gehört WRSmith kraft seiner Kenntnisse, seiner Begabung und seines ernsten Willens nicht auch nur in die Nähe dieser Leute.

Smith schilt 203 diejenigen who do not know savage ways of thought. Es wird sich darum handeln zu wissen, was savage heißen soll. Hat sich die Menschheit aus der Thierheit, oder hat sie sich aus einer Menschenkindheit zu der jetzt von ihr eingenommenen Daseinsform emporgearbeitet? Ich behaupte Aus der letzteren, erstens, weil ich eine *μετάβασις εἰς ἄλλο γένος* nirgends kenne, zweitens, weil die Entstehung der Sprachen, die immer mit Sätzen, nicht mit Wurzeln oder Affixen in das Leben treten, nicht an eine Thierheit grenzen, sondern nur aus einer Menschenkindheit, aus der Fähigkeit menschlich zu denken, erwachsen sein kann. Weiter: Sinken Völker (wie

θάνουσαι, πεσὼν καὶ ὑποκτυπήσας ὁ λίθος ἀποδαρθάνειν καταναγκάσῃ. Aristoteles erzählt in der Thiergeschichte ϑ 10 dies nicht, aber Aelians Bericht läuft durch alle Zeiten und Länder: noch in Valentin Kräutermanns 1716 erschienenem Werke »das in der Medicin gebräuchligste Regnum Animale oder Thierbuch« lese ich 165 von den Kranichen: »des Nachts halten sie Wache, und welche unter ihnen wachen, nehmen in einen Fuß ein Steingen, also, daß sie mit einem Fuß nur stehen, und wann sie schlummern, und das Steingen ausfällt, wachen sie drüber auff«. Wegen der Herrschaft Kranichfeld haben die Fürsten von Reuß im Wappen einen Kranich, dessen aufgehobener rechter Fuß nach den mir in meiner Kindheit von einem Reuß gemachten Mittheilungen eine Kugel hält. So erscheint der Vogel auf den Titelblättern der im Auftrage des regierenden Landesfürsten zu Gera 1870 von GBrückner herausgegebenen Volks- und Landeskunde des Fürstenthums Reuß jüngerer Linie. PhJacSpener freilich kennt in der historia insignium illustrium (Frankfurt 1680) 1 320, woselbst Kaiser Ferdinands Wappenbrief vom Jahre 1561 abgedruckt ist, diese Kugel nicht: ebensowenig erscheint sie auf seiner Tafel 13. Es wäre immerhin möglich, daß ein den Stein haltender Kranich von dem an der Ilm gegen die Sorben wachenden deutschen Manne als Sinnbild seiner Aufmerksamkeit in das Schild genommen worden wäre.

einzelne Menschen dies thun) unter Umständen von einem höheren Standorte auf einen niederen zurück? ist das »Savage«thum die Folge eines solchen Zurücksinkens? Ich antworte Ja: denn im Völkerleben gelten dieselben Gesetze der Entwickelung wie im Leben der Individuen, und im Leben der Individuen ist ein Sinken überall da festzustellen, wo nicht ein Steigen stattfindet. Ich betrachte — das ist schon in den deutschen Schriften ausgesprochen — die Rothhäute Americas, die Papuas Australiens nicht als Reste einer Urzeit, sondern als ausgeschiedene Schlacken einer Entwickelung, und kann mir deshalb nicht gefallen lassen, die Existenzformen jener als maßgebend für die Beurtheilung geschichtlicher Völker anzusehen. Der Anatom wird sich nicht gemüßigt finden, dem Studenten des zweiten Semesters, der gesunde Lebern kennen lernen soll, als Muster menschlicher Bildung eine brandig entartete Leber vor Augen zu legen. Smith und seine Meister verkennen, daß in der Geschichte neben hellen Geistern auch ein finsterer Geist umgeht, der Sünde heißt, dessen Spuren überall zu sehen, dessen Thaten auf Schritt und Tritt zu erkennen sind.

Nachdem ich erwiesen, daß die von WRSmith in Betreff des Eherechts der Tage vor Muḥammad vielleicht gewonnenen Ergebnisse als in älteren Zeiten geltend nicht eher angesehen werden dürfen, als bis man ermittelt hat was Aegypter und Assyrer über das Arabien der aegyptischen und assyrischen Epoche sagen, nachdem ich meine Gründe gegen die Annahme, der Totemismus sei eine einst dem Menschengeschlechte gemeinsame Form der Religion und Psychologie gewesen, vorgetragen habe, komme ich nun darauf zu sprechen, daß uns auch ohne die Hülfe der Assyriologen und Aegyptologen und ohne die Philosophie der Geschichte gegen Smith in das Gewicht fallende Thatsachen bekannt sind.

Hartwig Dérenbourg, dessen musterhafte Ausgabe des Sîbawaihi mir das Recht eintragen wird, ohne Nachprüfung mich auf seinen Aufsatz zu beziehen, hat in der Revue des études Juives 1 56—60 eine Liste der dem alten Testamente und den Steinen SüdArabiens gemeinsamen Eigennamen geliefert, aus der nur מָשָׁךְ zu streichen sein wird. Da Strabos Bericht über die Ehen der SüdAraber der Ausgangspunkt für Smiths Abhandlung gewesen ist, kommt gerade auf SüdArabien für uns viel an.

HDérenbourg ist der Ansicht, daß die SüdAraber, als sie gegen das Jahr 200 unsrer Aera sich zum Judenthume bekehrten, eine Liebhaberei für jüdische Namen gefaßt, und die aus den Steinen von ihm als hebräisch gesammelten Namen aus dem alten Testamente auf ihre Kinder übertragen haben.

Gegen diese Auffassung sprechen mir drei Gründe.

Erstens haben die SüdAraber wohl überhaupt nicht zu viel gelesen, und den Kanon der Juden gewis am wenigsten.

Zweitens würden die Herren Bekehrten, falls sie jüdische Namen für ihre Söhne wählen wollten, die Namen Abraham, Isaac, Iacob, David, Salomon, Moses, Aharon, sie würden die Namen der Propheten nicht übergangen haben, da für das Judenthum, zu dem man sich nach Dérenbourg doch bekennen wollte, nur diese Namen charakteristisch waren. Von diesen Namen allen trifft man in Dérenbourgs Liste keinen einzigen.

Drittens: statt der mit יַהְוֶה zusammengesetzten Namen finden sich solche mit אֵל. An und für sich würde sich das auf die von mir in meinen Mittheilungen 1 98 angegebene Weise erklären lassen: in Verbindung mit dem soeben Besprochenen zwingt es zu der Annahme, daß die Eltern eines יכלאל oder יקמאל oder צדקאל nicht יְכָלְיָה und יְהוֹיָקִים und צִדְקִיָּהוּ aus der Proselyten des Thores gebührenden Bescheidenheit eine Terze tiefer gesetzt haben, sondern יכלאל und יקמאל und צדקאל ebenso wie die andern sowohl in Sabaea wie im Kanon der Juden vorkommenden Namen nicht sowohl von bekehrten Homeriten gepflückte Lesefrüchte, als vielmehr Beweise einer Urgemeinschaft zwischen den Homeriten und einem der in Palaestina seßhaft gewordenen Völker sind.

Damit wäre ich auf das 1877 in den Symmicta 1 114 Dargelegte geführt worden [1]).

---

1) JGWetzstein hat den Zusammenhang SüdArabiens mit Palaestina ebenfalls bemerkt: er denkt sich die Sache nur umgekehrt wie ich. Er geht von פֶּלֶג, dem Bruder des יָקְטָן aus: Gen. 10, 25. Den Phaleg deutete er in den Verhandlungen der Berliner anthropologischen Gesellschaft 1878, 397 ebenso wie ich ihn, ohne damals seinen Aufsatz gelesen zu haben, 1880 in meinen Orientalia 2 50/51 gedeutet habe, auf das von der Straße von Baçra nach Yamâma liegende Falg — daß רעו Genes. 11, 18 durch Ῥαγαῦ umschrieben wird, weist darauf, daß 𝔊 den Namen noch im Leben als Ortsnamen hörte: vergleiche über ע = غ = γ meine Orientalia 2 37 und meine Mittheilungen [1] 196 mit den nach allen Richtungen hin das Wesentliche nicht treffenden Bemerkungen des Akademikers Dillmann, Genesis[5] 100: der Herr Akademiker Dillmann, der verbunden war, zu Gen. 10, 25 11, 18 alles Wichtige zu sammeln, kannte noch 1886 Wetzsteins Abhandlung nicht. Auch in Betreff der Zeit der Wanderung sind Wetzstein und ich verschiedener Ansicht. Indeß ob Wetzstein Recht hat, oder ich es habe, ist Smith gegenüber gleichgültig: über den Zusammenhang SüdArabiens mit dem Norden, der durch Ueberschreitung des Falg-thales, der Grenzscheide zwischen der Halbinsel Arabien und Irâk, bewirkt wurde, sind wir einig. Besteht aber ein solcher Zusammenhang, so muß was Strabo über die Ehe der SüdAraber berichtet, falls es Sitte der Nation, nicht Unsitte einer einzelnen Epoche war, auch in den Landschaften gegolten haben, denen die über

Ist damit erhärtet, daß die SüdAraber in
Palaestina nach ihrem späteren Wohnsitze ge
härtet, daß die von Strabo geschilderten Zustä
aus diesen Zuständen erschlossene Totemismus
als unerwiesen gelten muß, als nicht in der I
Palaestina, »Ehen« wie sie Strabo schildert, u
Smith erschließt, erwiesen sind. Mit diesem E
lich gute Wege, da Alles was wir aus dem P
riode wissen, nicht nach einem Bordelle mit
stocke davor, und nicht nach dem Glauben a
mit einander nicht nach Thieren benannten S
wähnt hätten, von irgend einem Vierfüßler ab

Nicht unmittelbar her gehören die Hebräe
handelnden Listen der Genesis 25 (1—4 12—18)
den WRSmith 218 zum يغوث machen will, hat
mußte als יָעוּשׁ يغوث heißen, nicht יְעוּשׁ: Σεβ
ع, mithin צִבְעֹן nicht ضبع, יְעוּשׁ nicht يغوث): a
stehn Namen südArabischer Stämme, und un
in einer doch um Jahrhunderte über Strabos T
Zeit irgend welcher Totemistik Vorschub leiste

Eines der wichtigsten der von Iacob Grim
schaft gewonnenen Ergebnisse ist der von G
Gestalt nie formulierte Satz: Spracheinheit wird
tität, sondern durch die Regelmäßigkeit der Ver
ter und Formen — ich setze hinzu: der Bedeu
gestalt — erwiesen. Gesetzmäßige Lautverschie
Identität erweist Entlehnung.

Damit ist צָרָה = ܥܪܐ = ضرة (meine Mitth
als ein in dem von mir geprägten Sinne des W
sches Wort erkannt. Das Verbot, zu Einer Sc
Lebens derselben eine andere Schwester hinzuzu
drücklich hebräisch oder israelitisch oder jüdisch
es hier nicht an —: daß schon in der vor der
ten in Aramäer, Araber, Hebräer liegenden Pe
weibe ein anderes hinzugenommen werden dur
Thatsache erhärtet, daß die drei Hauptsprachen
ches Eheweib mit demselben technischen Name
dieser Name eine der charakteristischsten Lautvers

---

den Falg hinüberziehenden SüdAraber ihre Liebe wid
dort nicht, so ist es auch in SüdArabien Entartung, nic
klärung von Gen. 1, 26 nimmt Herr Dillmann von mei
keine Notiz.

es auf semitischem Gebiete gibt. Damit ist der Beweis erbracht, daß der Mann Haupt der Familie auch bei den ältesten Arabern war: hätte ein »Matriarchat« existiert, so würde die Zuchtkuh an der Spitze des Clans sich die עֶגְלָה wohl verbeten haben.

Ich glaube, daß auch noch anderswoher sich dasselbe erweisen läßt, finde aber zur Zeit die Muße nicht, meine Anschauungen noch einmal zu prüfen, und im Zusammenhange darzustellen. Ich will jetzt nur noch eine Vermuthung aussprechen. Der Zustand des Geschlechtslebens, in dem dasselbe sich zu Strabos Zeit in SüdArabien befunden hat, scheint mir so sehr dem gesunden Menschenverstande und dem Interesse des männlichen wie schließlich auch des weiblichen Geschlechts zu widerstreiten, daß ich nach einer Erklärung für denselben suchen muß. Ich finde diese Erklärung in der Schwagerehe, wie wir sie aus dem Kanon der Juden kennen.

Ich schicke vorauf, daß das Wort יָבָם im Arabischen und Aethiopischen fehlt, daß die NeuSyrer nach des Herrn Noeldeke neuSyrischer Grammatik § 23 44 es als ܝܒܡ (ܝܒܡ = יבמה) kennen, welches ܝܒܡ sich zu יָבָם einerseits, wie ثوم zu فوم und تحنث zu تحنف (Orientalia 2 45), andererseits wie لئ zu ولى verhält. יבם zu √אב mit Mimation?

Falls ein Mann stirbt ohne »Samen« zu hinterlassen, so muß sein nächster Schwertmage seine Witwe heirathen, und die aus der so eingegangenen Verbindung entspringenden Kinder werden als Kinder des Verstorbenen angesehen. Mir scheint nicht unmöglich, daß was Strabo von den Ehegepflogenheiten gewisser Araber seiner Zeit berichtet, eine Verwilderung dieses semitischen Eherechts ist: jene Araber waren savages geworden. Wer die Verpflichtung in Aussicht hat, unter Umständen mit der Frau seines Bruders in geschlechtliche Berührung zu treten, dürfte leicht schon vor dem Zeitpunkte, in dem diese Verpflichtung fällig wird, jenem Weibe nicht mit der nöthigen Zurückhaltung gegenüberstehn, und in einer Epoche der Verrohung konnte »Mode« geworden sein was Strabo, dessen Aussage Smith generalisiert, als Gesetz ansah.

Smith ist lange genug Mathematiker gewesen, um zu wissen, daß die Entdeckung einer neuen Formel nur durch das Gelingen der Gegenprobe gesichert wird. Meinte er ابو = אָב erklären zu dürfen wie er gethan, so waren ام = אֵם, ابن und بنت = בֵּן und בַּת ebenfalls zu untersuchen, und namentlich die mit »Mutter« zusammengesetzten Gruppen müßten wesentlich von den mittelst des Wortes »Vater« gebildeten verschieden sein, wenn Smith mit seiner Auffassung der Vaterschaft Recht hätte. Ich würde den ganzen Maidânî durchzusehen haben, wenn ich über diese Schwierigkeit Lesenswerthes schreiben wollte, und jenen auch nur zu durchfliegen fehlt mir die

Muße: ich begnüge mich also mit wenigen Bei
beneinander

ابو ايوب Kamel: عامر
ابو حباحب Marienkäfer: لحباحب
ابو نقط MariaTheresiathaler: الاخبار

und so weiter. Beweist das »Vater« solcher
Smiths Deutung des Vaternamens, wenn ihm e
gen Ausdrücken gegenüber steht?

Nun noch einige Bemerkungen zu einzelne

Nach 117 ist der Gebrauch des Worts »V
und Aethiopiern in der Weise von der Art ver
thern Semites« das Wort »Vater« verwenden,
say אָב but בַּעַל, the word for »lord« or »owner« v
band with marital dominion«. This alternatio
between the word for father and the word for
cident, for both in North and South Semitic, the
led the »father« of his wife. The Arabic philologi
zement a usage so foreign to later thought (La
taking the phrase in the sentimental sense in
says that a good husband is a father in room
The expression is not a more rhetorical phrase,
mitic usage, for in Jerem. 3, 4 in a passage w
as Jehovah's [dieses Scheusal bringt Smith übe
»my father« is synonymous with »the companio
is »my husband« (Prov. 2, 17). Ich bin viellei
holfen, um dieser Auseinandersetzung zu folgen
ich ihr nicht.

Ich setze zunächst aus Lane [1 11⁸] her w
gen wird:

ابو المرأة the womans husband: (Ibn Ḥabee
the TÇ that الاب, in certain of the dialec
band: MF deems this meaning strange (T.

Zunächst also: Lane schöpft hier wie sonst
3 93 in der letzten Hälfte des vorigen Jahrhu
schriebenen تاج العروس: die Mehrheit von Arab
Smith erwähnt, ist ein einziger Mann, Muḥamma
rer des Murtaça, der den تاج العروس verfaßt hat, a
sten Westen nach Qâhira gekommener Zeitgeno
der von amazement nichts verräth, und bei اب
ich seine Worte nicht lesen kann, da mir wie u
تاج العروس fehlt, an den von Smith gewitterten I
mit der Tochter nicht gedacht zu haben scheint.

[Ḥâǧî Ḳalfa § 8200, Loth § 661, Euting § 2036] fehlt mir: ich ersetze dessen »Sentimentalität«, indem ich der Andromache Ausspruch aus der Iliade 6, 429 430 herschreibe:

Ἕκτορ, ἀτάρ σύ μοι ἐσσὶ πατὴρ καὶ πότνια μήτηρ
ἠδὲ κασίγνητος, σὺ δέ μοι θαλερὸς παρακοίτης.

Ein »strange« des um 1750 nach Christus blühenden Muḥammad aus Fez mit dem אַלּוּף des Ieremias, der um 586 vor Christus auf der Höhe stand, zu kombinieren, will mir um so weniger erlaubt erscheinen, als der »Parallelismus membrorum« doch auch Gesetze hat, die vor der Verwendung eines altjüdischen Ausspruchs zu erwägen sind.

Wenn Smith aethiopisches »father, i. e. owner of the ox« dafür anführt, daß SüdSemiten da Vater = אָב gesagt, wo NordSemiten Besitzer = בַּעַל gebraucht, so hat er Unglück gehabt. Herr Dillmann allerdings führt 754 aus Exod. 21, 35 nur ኣበ፡ላህሞ፡ an = possessor, dominus tauri, aber Gesenius bringt im thesaurus 7² neben diesem auch በዕለ፡ላህሞ፡ bei, und Herr Dillmann hat 528 529 Mehreres geliefert, was über בַּעַל = በዕለ፡ zurückhaltender sich zu äußern empfehlen mußte.

Mir ist auch nicht recht klar, wie sich Smith das بعل der von mir in den Semitica 1 8 Mittheilungen 1 75—78 (dazu jetzt Herr Bacher die »Agada« der babylonischen Amoräer 48, der natürlich ohne mich auf Wetzsteins Aufsatz gekommen ist) besprochenen Formeln verständlich machen will, wenn er in der angegebenen Art zwischen Nord- und SüdSemiten abgrenzt. ارض بعل und عثرى schützen sich gegenseitig: ist aber بعل in Arabien so bekannt, daß man Baals Land vom Lande der Astarte in den Steuerrollen unterscheidet, dann wird vermuthlich der von Smith gemachte Gegensatz zwischen בַּעַל und ابو nicht zu alt sein, also das nicht beweisen, was Smith durch ihn beweisen will. Vergleiche das in meinem Psalterium iuxta Hebraeos Hieronymi 159 über *Χωχὲβ Βάαλ* Gesagte. Ist ارض بعل und ist dessen Gegensatz عثرى noch jetzt im Munde der Behörden, so ist بعل einst im Arabischen überhaupt in stärkerem Gebrauche gewesen: dann aber hat Smith nicht das Recht, aus der jetzt vorliegenden — wenn sie anders in dem von ihm behaupteten Umfange vorliegt — aus der jetzt vorliegenden Sprechweise der »SüdSemiten« Schlüsse auf eine weit ältere Epoche der Sprache zu ziehen.

Es ist nicht zu dulden, daß die Belehrungen, welche ein Kenner von JGWetzsteins Range uns zu Theil werden läßt, überall verstreut umherliegen: in gewissen Commentaren und hier und da in Zeitschriften sind sie den Fachgenossen vielmehr entzogen als zugänglich. Wenn Akademien und morgenländische Gesellschaften wüßten, wozu sie da sind, würden Wetzsteins »Symmicta« längst gesammelt sein.

Für Smith kommt außer vielem anderen in Betracht, was Wetzstein in der Berliner anthropologischen Gesellschaft am 16 October 1880 über خال (Smith 58), und was er ebenda am 20 Januar 1877 über وسم (Smith 213) auseinandergesetzt hat.

Cephas im Canticum.

Des Maizeaux theilt in seiner 1740 zu Amsterdam erschienenen Sammlung [1]) Scaligerana Thuana Perroniana Pithoeana et Colomesiana 1 349 eine Aeußerung des Cardinal du Perron [2]) über Optatus von Mileve mit:

> Quand il a dit [Seite 28 LEduPin] »caput eius Cephas«, il n'a pas fait allusion ou lieu du nouveau testament [Matth. 16, 18], voulant dire que *κεφαλή* vient de Cephas, ainsi que l'a voulu dire Baldouin [3]), arguant d'ignorance Optat, mais il fait allusion au passage du Cantique [5, 11] »aurum Cephas«, dont il est parlé dans Philo Carpathius.

Der Cardinal konnte diesen Philo nur in einer lateinischen Uebersetzung lesen (vermuthlich benutzte er die erste Bibliotheca patrum des Margarinus de la Bigne, Paris 1575). Die Urschrift ist von MAGiacomelli zu Rom 1772 herausgegeben: in ihr heißt es 134 *ἡ κεφαλὴ αὐτοῦ χρυσίον καιφαζ . . . χρυσίον δὲ καιφαζ ὀνομάζει, ὅπερ ἑρμηνεύεται πέτρα διὰ τὸ στερέμνιον τῆς πίστεως.*

Du Perron fährt 350 fort:

> Le lieu du Cantique, où il est dit »caput eius aurum Cephas«, en quoi le prophète a voulu entendre saint Pierre: Theodotio et Symmachus ont traduit Petrus.

Da BdeMontfaucon Cant. 5, 11 über Du Perron schweigt, schweigt auch FField. An der angeführten Stelle *καιφαζ* AB, *κεφαζ* S, aus 23 merkt Parsons *Καιφαζζ* an, während ich 1869 deutlich (über *και* habe ich nichts angemerkt) *φαζξ* in V las: dagegen *ωφατζ* der Vaticanus 336, *οφατζ* eine Handschrift des Eugenius: զլուխ Նորա յոսկւոյ կեփազեայ 𝔞, راسه ذهب كافار 𝔥, bei dem كافز herzustellen ist.

Im Urtexte hat also 𝔊 כֶּתֶם וּפָז, ein späterer Uebersetzer כֶּתֶם אוּפָז gefunden. Daniel 10, 5 schreibt *Θ* nach Chrysostomus 6 405, 30 *Ωφαζ*, wofür Andere *Οφαζ*: jener Spätere wird also *Θ* gewesen sein.

Wenn bei Daniel 𝔣 ⲟⲩⲛⲟⲩⲃ ⲛ̀ⲧⲉ ⲙ̀ⲙⲱⲫⲁⲍ bietet, so ist auf alle Fälle ⲙⲙⲱⲫⲁⲍ zu schreiben. Regn. *γ* 10, 18 זָהָב מוּפָז = ܘܕܗܒܐ ܡܢ ܐܘܦܝܙ [= ذهبا من الذهب الذى اتاه من الهند] hat IDMichaelis Supplementa 46 als זָהָב מֵאוּפָז erklärt: möglich, daß auch im Daniel כֶּתֶם מוּפָז gestanden hat. Aber auch 𝔥 بذهب اوفاز.

1) Bernays Scaliger 235.

2) GvPolenz Geschichte des französischen Calvinismus 3 2.

3) in seiner 1563 zu Paris erschienenen Ausgabe des Optatus und Victor.

Ueber die Bestimmung des Kohlenstoff-, Wasserstoff- und Stickstoffgehalts organischer Substanzen durch ein und dieselbe Verbrennung.

von

Paul Jannasch und **Victor Meyer.**

Die Methode der organischen Analyse, welche wir im Folgenden zur Kenntniß der Fachgenossen bringen wollen, ist keineswegs dazu bestimmt, die jetzt übliche Art der Elementaranalyse stickstoffhaltiger Körper zu ersetzen. Wir glauben vielmehr, daß diese zur Zeit in der großen Mehrzahl der Fälle durchaus zweckentsprechend ist, und finden in dem Umstande, daß dieselbe zur vollständigen Ermittelung der Zusammensetzung des Untersuchungsobjectes zwei Substanzproben und eben so viele getrennte Operationen erfordert, keinen Uebelstand. Zur Ausarbeitung des neuen, zunächst nur für besondere Fälle bestimmten Verfahrens sind wir veranlaßt durch eine Verlegenheit, die einmal dadurch entstand, daß eine stickstoffhaltige Substanz, von welcher nicht mehr als ungefähr 0.1 Gramm zu beschaffen war, zur Untersuchung vorlag. Hier konnte von einer vollständigen Analyse nicht die Rede sein, und man mußte sich zum Verzicht entweder auf die Kohlenwasserstoff — oder auf die Stickstoffbestimmung entschließen. In solchen Fällen wird, wie wir glauben, unsere Methode mit Vortheil benutzt werden können, zumal sie sich in der Ausführung schließlich so einfach gestaltet hat, daß sie kaum mehr Mühe oder Geschicklichkeit als eine gewöhnliche Elementaranalyse erfordert[1]).

Unser Verfahren ist im Wesentlichen folgendes:

Die Verbrennung der Substanzprobe geschieht in der gewöhnlichen Weise in einem Verbrennungsrohr mit Kupferoxyd nebst vorgelegten Kupferspiralen. Das Rohr ist vorn in üblicher Weise mit Chlorcalciumrohr und Kaliapparat und ferner einem zum Aufsammeln des Stickstoffes bestimmten Gefäß in Verbindung gebracht, hinten zum Bajonet ausgezogen. Die ganze Verbrennung wird in einer Atmosphäre von reinem Sauerstoff ausgeführt, welcher vor dem Beginn der Operation, ähnlich wie dieses bei der Dumas'schen Methode durch Kohlensäure geschieht, bereits die Luft aus dem Apparat vollständig verdrängt hat. Während aber dort der Stickstoff über Kalilauge ge-

1) Ueber ältere, das gleiche Ziel anstrebende Methoden vgl. man besonders: Schulze, Z. f. analyt. Ch. 5, 269; Frerichs, Ber. d. d. ch. Ges. 10, 26; Hempel, Z. f. analyt. Ch. 17, 409; Beilstein, Org. Ch. 2. Aufl., 1885, p. 10.

sammelt wird, fangen wir denselben über einer Lösung von Chromchlorür auf, welche nach den Untersuchungen von v. d. Pfordten[1]) ein ausgezeichnetes Absorptionsmittel für Sauerstoff ist, und welche, wie wir uns überzeugt haben, den Sauerstoff fast ebenso leicht zu beseitigen erlaubt, wie dies für Kohlensäure durch Kalilauge erreicht wird.

Das im Princip äußerst einfache Verfahren bot uns bei der Ausarbeitung freilich eine Anzahl Schwierigkeiten, auf welche wir kaum vorbereitet waren und die erst nach längeren Versuchen, nun aber vollständig, überwunden worden sind. Die erste derselben lag in der Beschaffung eines geeigneten Sauerstoffentwicklers. Wir wollen von den zahlreichen erfolglosen Versuchen, die wir in dieser Richtung angestellt haben, nicht sprechen, sondern nur darauf hinweisen, daß die der Ueberlegung am nächsten liegenden Körper, wie chlorsaures Kalium, Braunstein u. s. w. sich als völlig unbrauchbar erwiesen, daß auch der Gedanke, reinen Sauerstoff in einem Gasometer anzusammeln und ihn aus diesem in das Rohr treten zu lassen sich als practisch unausführbar erwies. In ausgezeichneter Weise aber wirkt eine Mischung von saurem chromsaurem Kalium und Kaliumpermanganat, welche einen regelmäßigen und langandauernden Sauerstoffstrom im Innern der Versuchsröhre durch gelinde Erhitzung zu entwickeln gestattet. Der Zusatz des Kaliumbichromats hat hierbei folgenden Zweck: Durch Erhitzung des Kaliumpermanganats allein erhält man ebenfalls sehr leicht und regelmäßig Sauerstoff, aber das dabei gebildete Kaliumoxyd absorbirt einen Theil der bei der späteren Verbrennung der Substanz gebildeten Kohlensäure und bewirkt daher ein Deficit an Kohlenstoff. Der Zusatz des sauren Chromats verhindert freilich diese Absorption während der Verbrennung nicht ganz, macht sie aber völlig unschädlich, wenn man am Schlusse der Operation, nach vollendeter Verbrennung, die gesammte Chromat-Permanganatmischung kräftig ausglüht. Die absorbirte Kohlensäure wird dann durch die Chromsäure vollständig ausgetrieben und gelangt, durch den zugleich und noch später entwickelten Sauerstoff hinausgeschoben, in den zur Aufnahme und Wägung bestimmten Kaliapparat.

Eine andere nicht unerhebliche Schwierigkeit, welche uns im Anfange unserer Versuche, zumal bei der Analyse von Nitroverbindungen, entgegentrat, bestand darin, daß es bei der Verbrennung in einer Atmosphäre von reinem Sauerstoff schwierig war, die gebildeten Stickoxyde vollständig zu reduciren. Selbst unter Anwen-

1) Annalen d. Chemie 228, 112.

dung einer sehr langen Kupferschicht, sowie bei gleichzeitiger Benutzung von Silberblech (oder Silberschnitzeln) und Kupferspiralen gelang solches nicht vollkommen. Dieser Uebelstand wird eben so leicht als vollständig vermieden, wenn man in einer Atmosphäre von verdünntem Sauerstoff arbeitet, und zwar so, daß man das für Aufnahme des Stickstoffs bestimmte Gefäß tief stellt und durch ein ca. 90 Centimeter langes Gasentbindungsrohr mit dem Kali-Apparate verbindet. Bei dieser Vorrichtung kann, nachdem alle Luft aus dem Apparate verdrängt ist, die Sauerstoffentwicklung unterbrochen werden; alsdann bildet sich durch Glühen der vordersten Kupferoxydschicht und des metallischen Kupfers, also durch Austreiben und durch Absorption von Sauerstoffgas, im Rohr ein gasverdünnter Raum, dessen Verdünnungsgrad sich leicht an dem Emporsteigen des Quecksilbers in dem Gas-Entbindungsrohr controliren läßt. Da die Verbrennung nunmehr in sehr verdünntem Sauerstoff erfolgt, ist die Reduction der Stickoxyde, selbst wenn es sich um mehrfach nitrirte Verbindungen handelt, auch bei Anwendung einer ziemlich kurzen Schicht Kupfer, eine vollständige. —

Die Bereitung des Chromchlorürs für die Zwecke der Analyse ist eine sehr einfache. Auf unsere Veranlassung liefert die chemische Fabrik von Dr. Schuchardt in Görlitz eine Pâte von essigsaurem Chromoxydul zu dem Preise von 10 Mark per Kilo, welche allen Anforderungen entspricht und welche durch Auflösen in Salzsäure augenblicklich die für die Analyse erforderliche Lösung von Chromchlorür liefert. —

Sehr zu beachten ist, daß das Chlorür sich bei Gegenwart freier Salzsäure allmälig unter Wasserstoffentwickelung zersetzt.

Diese Eigenschaft macht es nothwendig, nur mit einer, noch kleine Mengen von ungelöstem Acetat enthaltenden Lösung von Chromchlorür zu arbeiten, um sicher jede Verunreinigung des Stickstoffs mit Wasserstoffgas zu verhüten.

Die Chromsalzlösung muß vor der Analyse ausgekocht werden. Zu diesem Behufe werden 50 G. der Paste in einen starkwandigen, weithalsigen Kolben von ca 400 cc. Inhalt gegeben und die Masse mit so viel Wasser verdünnt, daß das Gefäß etwa bis zur Hälfte damit angefüllt ist. Beim Auskochen beachte man, daß die Masse leicht aufschäumt. Sobald reichlich Dampf entweicht, verschließt man das Gefäß und läßt erkalten.

Zur Ausführung der Analyse benutzt man ein 1,2 m. langes Verbrennungsrohr, welches am hinteren Ende zu einem Bajonet ausgezogen ist und folgendermaßen beschickt wird: Nachdem das Bajonet

mit einem Asbestpfropfen verstopft ist, wird in das Rohr die Sauerstoffentwickelnde Mischung in einer Schicht von ca 20 cm. Länge gebracht. Dann folgen: 4 cm. Asbest, eine 10 cm. lange Kupferspirale und 12 cm. Kupferoxyd; nunmehr die Substanz, entweder im Schiffchen abgewogen, oder mit Kupferoxyd (oder chromsaurem Blei) gemischt; dann 22 cm. Kupferoxyd und 2 Kupferspiralen von je 10 cm. Länge; nun abermals eine Schicht Kupferoxyd von ca 20 cm. Länge, und zum Schluß ein Asbestpfropfen. Das Verbrennungsrohr führt zunächst zum Chlorcalciumrohr und Geißler'schen Kaliapparat nebst Kaliröhrchen, welche sämmtlich etwas stark im Glase gewählt werden, um bei vermindertem Luftdruck im Innern nicht zu leiden. Wie bei allen Verbrennungs-Analysen, vermeiden wir am Chlorcalcium-Rohr u. s. w. alle Kautschukstöpsel, und stellten die Apparate ausschließlich aus Glas her. Die Lauge im Kaliapparat wählen wir concentrirt [1 : 1] und sorgen, daß der Apparat nicht zu viel Flüssigkeit enthält, um ein Uebersteigen zu vermeiden. An das Kaliröhrchen fügen wir noch ein zweites, ungewogenes von gleicher Beschaffenheit an und setzen dies mit dem zur Aufnahme des Stickstoffs dienenden Gefäß in Verbindung. Als solches verwandten wir nicht die üblichen Stickstoff-Aufsammlungsapparate (von Zulkowsky E. Ludwig, Städel, Schwarz oder Anderen), die bei der gewöhnlichen Dumas'schen Methode allgemein Anwendung finden, sondern wir fingen den Stickstoff in einem 400 Cc. fassenden starkwändigen Rundkolben, dessen Hals 30 cm. lang und 1,6 cm. weit ist, auf. Der Sauerstoff wird nämlich durch Chromchlorürlösung rasch nur beim Umschütteln absorbirt, und dies läßt sich in einem solchen Kolben bequemer ausführen. Aus dem Kolben kann später der Stickstoff leicht in ein gewöhnliches Gasmeßrohr übergeführt und über Wasser gemessen werden. Der entwickelte Stickstoff und der Sauerstoff treten durch eine Gasentbindungsröhre von 90 cm. Länge (siehe oben) und durch das Quecksilber der Wanne in den Absorptions-Apparat. —

In Bezug auf die Vorbereitung der Verbrennung ist noch folgendes anzuführen:

Der Sauerstoffentwickler wird aus reinem käuflichem Kaliumpermanganat und käuflichem, noch einmal umkrystallisirten Kaliumpyrochromat bereitet.

Zur Bereitung des Gemisches werden 110 Gr. Pyrochromat und 100 Gr. Permanganat fein zerrieben und gemischt. Das Gemenge wird in einem verschlossenen Gefäße aufbewahrt. Zum Zwecke der Verbrennung werden 25 Gr. des Gemisches im Porzellantiegel 2 Stunden bei 130 bis 140° getrocknet; höhere Temperatur ist zu vermei-

den, um Sauerstoffverlusten vorzubeugen. Der Tiegelinhalt wird heiß in eine mit Chlorcalcium-Rohr verschlossene Glasbirne gebracht und in dieser erkalten gelassen.

Bei Beginn der Analyse wird, nachdem sämmtliche Kautschukverbindungen durch Kupferdrathligaturen die nöthige Festigkeit erhalten haben, der ganze Apparat mit Sauerstoff gefüllt. Man leitet zunächst durch das Bajonet aus einem Gasometer ca 10 Minuten lang gut getrockneten und von Kohlensäure befreiten Sauerstoff in den Apparat; dann schmilzt man das Bajonet zu und beginnt nun, sobald das austretende Gas einen glimmenden Span entzündet, mit dem Erhitzen der Chromat-Permanganat-Mischung, um den Apparat nunmehr mit reinem, ganz luftfreien Sauerstoff zu füllen. Man erhitzt bei diesem Theile der Operation nur die kleinere Hälfte der Mischung in solchem Maße, daß sich ca 12—20 Minuten lang ein lebhafter Sauerstoffstrom entwickelt. Während dieser Zeit wird die Chromchlorürlösung bereitet. Man bringt zu diesem Zwecke etwa 200 cc. Quecksilber in den Kolben, und gießt darauf die ausgekochte und erkaltete Chromacetat-Paste nach. Dann wird ein Quantum von ungefähr 60 cc. [1]) verdünnter Salzsäure (1 Theil rauchende Säure auf 3 Theile Wasser) nachgegeben, gemischt und schließlich der kleine noch bleibende Luftraum des Kolbens sogleich mit destillirtem Wasser angefüllt. Durch wiederholtes Bewegen und Umkehren des Kolbens erreicht man eine vollständige Entfernung aller Luftblasen. Der so vorbereitete Kolben wird in der Quecksilber-Wanne umgestülpt und freibeweglich in derselben aufgestellt.

Nachdem der Sauerstoff regelmäßig etwa 10—12 Minuten ausgeströmt ist, unterbricht man die Erhitzung des Entwicklers und stellt die Verbindung des Verbrennungs-Apparates mit dem Chromchlorür erst her, wenn keine Sauerstoffbläschen mehr entweichen. Zuvor hat man sich von der Reinheit des Sauerstoffs, bezw. der völligen Verdrängung der Luft aus den Apparaten dadurch überzeugt, daß eine Probe des entwickelten Gases von Chromchlorürlösung ohne Rückstand absorbirt wird.

Ist dieses erreicht, so werden die vordersten zwei Schichten, das Kupferoxyd und die Kupferspiralen, zum Glühen erhitzt, wodurch ein großer Theil des in der Röhre befindlichen Sauerstoffs in die Absorptionsflüssigkeit gelangt und weitere Quantitäten des Gases von

1) Diese Menge mag mit der Consistenz des käuflichen Chromacetats schwanken und nicht unter allen Umständen zutreffend sein. Eventuell ist sie auszuprobiren und dann als richtig getroffen anzusehen, wenn nur eine sehr geringe Menge von Acetat ungelöst bleibt. Größere Mengen veranlassen störende Bläschen-Bildung.

den Kupferspiralen aufgenommen werden. Die eigentliche Verbrennung der Substanz erfolgt nun genau nach den für die Elementar-Analyse allgemein gültigen Vorschriften. Besonders zu beachten ist hierbei, daß die Verbrennung zuerst in einem gasverdünnten Raume vor sich geht (200—400 mm. Quecksilber im Entbindungsrohr), die Röhre also anfänglich nicht bis zur Erweichung des Glases geglüht werden darf, um unnöthige, die spätere Entleerung des Rohres unmöglich machende Zusammenpressungen zu vermeiden. Entweichen, nachdem alle Substanz verbrannt, keine Gasbläschen mehr, so entwickelt man von Neuem Sauerstoffgas. Bald nach dem Beginn der Gasentwickelung werden die Flammen unter der ersten und letzten Kupferspirale ausgelöscht, die mittlere Spirale bleibt aber so lange glühen, bis alles durch den Verbrennungsproceß reducirte Kupferoxyd vollständig wieder oxydirt ist. Von hier ab ist der Sauerstoffstrom so zu mäßigen, daß die noch in dem Rohr befindliche Kohlensäure nicht zu rapide in die Kalilauge gelangt. Später wird die Sauerstoffentwickelung wieder beschleunigt und man läßt dann noch 7—10 Minuten lang einen lebhaften Strom durch die Verbrennungs-Apparate gehen, um vollkommen sicher zu sein, daß aller Stickstoff aus denselben entfernt ist. Sinkt während der Sauerstoff-Entwickelung das Quecksilber bis in den Kolbenhals zurück, so bewirkt man die Verschluckung des überschüssigen Sauerstoffs sehr leicht und rasch durch Schütteln des Apparates, bis das Quecksilber seinen ursprünglichen Stand wieder einnimmt. Nach spätestens 10 Minuten wird die Verbindung des Chromchlorürkolbens mit den Verbrennungsapparaten aufgehoben und das Gasentwickelungsrohr entfernt. Den Rest von noch vorhandenem Sauerstoff läßt man jetzt in die Luft entweichen und glüht überhaupt die ganze Chromat-Manganat-Schicht bis über die Asbestpfropfen hinaus vollständig bei starker Hitze aus[1]). Die übrigen Flammen werden schon früher gelöscht. Zum Schluß leitet man eine Zeit lang Luft durch die Apparate, um den Sauerstoff zu verdrängen. Hierbei bleibt im Anfang (etwa 2 Minuten lang) die ganze Kalium-Chromat-Manganat-Schicht im Glühen. Die Zeit des Luftdurchleitens benutzt man, das erhaltene Stickstoffgas wiederholt tüchtig durchzuschütteln, um es rasch vollständig von Sauerstoff zu befreien. Sodann füllt man die Quecksilberwanne bis zum Rande mit Wasser an, läßt aus dem Kolben durch Heben desselben über das Quecksilberniveau alles Quecksilber ausfließen und dafür

1) Das Kalium-Chromat-Manganat muß eine vollkommen gleichmäßig braunschwarze Farbe angenommen haben; es bildet alsdann eine gesinterte zusammenhängende Masse.

Wasser eintreten und stellt ihn in eine mit Wasser gefüllte Porzellanschale. Schließlich wird das Gas in einer großen Wanne in eine Gasmeßröhre übergefüllt und feucht gemessen [1]). —

Beleg-Analysen.

1. Acetanilid.

1) 0.2364 g. gaben = 0.6168 CO_2 = 0.168218 g. C; 0.1466 H_2O = 0.016288 H und 22 Cc. N bei 14° und 747 mm. Luftdruck = 0.0254364 g. N. —

2) 0.2694 g. gaben = 0.7036 CO_2 = 0.191891 C; 0.1687 H_2O = 0.018744 H und 25 Cc. N bei 14° und 738 mm. Druck = 0.028550 g. N. —

Berechnet	Gefunden 1.	Gefunden 2.
C = 71.11%	71.15%	71.23%
H = 6.66%	6.89%	6.95%
N = 10.37%	10.75%	10.59%. —

2. Azobenzol.

1) 0.2362 g. gaben = 0.6870 CO_2 = 0.187364 C; 0.1256 H_2O = 0.013955 H und 31 Cc. N bei 12° und 737 mm. Druck = 0.0356717 g. N. —

2) 0. 2260 g. gaben = 0. 6542 CO_2 = 0. 178418 C; 0. 1166 H_2O = 0.012955 H und 29.9 Cc. N bei 14° und 751 mm. Druck = 0.03475875 g. N. —

Berechnet	Gefunden 1.	Gefunden 2.
C = 79.12%	79.32%	78.94%
H = 5.49%	5.91%	5.73%
N = 15.39%	15.10%	15.38%
100.00%	100.33%	100.05%. —

3. Dinitrobenzol.

1) 0.2334 g. gaben = 0.3674 CO_2 = 0.10020 C; 0.0543 H_2O = 0.0060333 H und 33 Cc. N bei 14° und 742 mm. Druck = 0.0378939 g. N. —

2) 0.2415 g. gaben = 0.3756 CO_2 = 0.102436 C; 0.0569 H_2O = 0.0063222 H und 35 Cc. N bei 14° und 752 mm. Druck = 0.0407400 g. N. —

---

1) Längere Zeit darf das Gas nicht mit der Chromlösung in Berührung bleiben, da diese unter Umständen schon nach einigen Stunden Wasserstoff zu entwickeln beginnt.

3) 0.2374 g. gaben = 0.3748 CO_2 = 0.102218 C; 0.0556 H_2O = 0.0061777 H und 34.5 Cc. N bei 12° und 743 mm. Druck = 0.04002690 g. N.

Berechnet	Gefunden 1.	2.	3.
C = 42.86%	42.93%	42.42%	43.05%
H = 2.38»	2.58»	2.62»	2.60»
N = 16.67»	16.24»	16.87»	16.86». —

Göttingen, Universitäts-Laboratorium, April 1886.

Universität.

Beneke'sche Preis-Stiftung.

Die Aufgabe der Beneke'schen Preis-Stiftung für das Jahr 1889 ist folgende:

»Es sollen die in der Gegend zwischen Weser, Werra und Leine auftretenden basaltischen Gesteine rücksichtlich ihrer petrographischen Natur, chemischen Beschaffenheit und der in ihnen etwa zufällig vorkommenden Mineralien, sowie endlich bezüglich ihres geologischen Auftretens genau untersucht werden, auf daß dadurch eine möglichst allseitige Kenntniß dieser nördlichsten Basalte Deutschlands erreicht werde.

Im Anschluß hieran wären die wesentlichsten Beziehungen der Basalte, die sich im Süden und Westen zunächst an dieses Gebiet anschließen, zu den erstgenannten klar zu stellen.

— Der Arbeit ist eine wohlgeordnete Suite von Handstücken und Präparaten beizugeben. —«

Bewerbungsschriften sind in deutscher, lateinischer, französischer oder englischer Sprache mit einem versiegelten Briefe, welcher den Namen, Stand und Wohnort des Verfassers angiebt,

bis zum 31. August 1888

an uns einzusenden. Das Titelblatt der Schrift und die Außenseite des Briefes sind mit gleichem Motto zu versehen und auf dem Titelblatte ist außerdem eine Adresse anzugeben, an welche die Schrift für den Fall, daß sie nicht preiswürdig befunden wird, zu senden ist.

Der erste Preis beträgt 2500 M., der zweite 680 M.

Die Zuerkennung der Preise erfolgt am 11. März 1889, dem Geburtstage des Stifters, in öffentlicher Sitzung der philosophischen Fakultät in Göttingen.

Die gekrönten Arbeiten bleiben unbeschränktes Eigenthum der Verfasser.

Die Preisaufgaben, für welche die Bewerbungsschriften bis zum 31. August 1886 und bis zum 31. August 1887 einzusenden sind, finden sich bezw. in den »Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen« im Jahrgange 1884 S. 240 und im Jahrgange 1885 S. 208.

Göttingen, den 14. April 1886.

Die philosophische Fakultät.
Der Decan
Griepenkerl.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

December 1885 und Januar 1886.

Histologische Studien an Batrachierlarven v. A. Kölliker. Leopoldina. Heft XXI. No. 21—22.
Zeitschrift der deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Band 39. Heft 3.
XXI. Jahresbericht des Vereins für Erdkunde in Dresden.
Zeitschrift für Naturwissenschaften für Sachsen und Thüringen. 4te Folge. 4. Band. 4. Heft. Juli — Aug. 1885.
Verhandlungen des historischen Vereins von Oberpfalz und Regensburg. 31ster Band der neuen Folge.
Abhandlungen der Mathematisch-Physikalischen Classe der Kön. Bair. Akademie der Wissenschaften. 15ten Bandes 2te Abth.
Lehrbuch über die Fortschritte der Mathematik begr. v. C. Orthmann. 15ter Band. Jahrg. 1883. Heft 1.
Joh. Andr. Schmeller. Von Konrad Hofmann. München 1885.
Zum Begriff und Wesen der römischen Provinz. Von A. v. Brinz.
Abhandlungen der Philosophisch-Philolog. Classe d. K. Bair. Akademie der Wissensch. 17ten Bandes 2te Abth.
L'Académie Royale de Copenhague. Bulletin pour 1885. No. 2. Mars — Mai.
Mémoires de l'Académie Royale de Kopenhague. 6me serie. Classe des sciences vol. III. No. 1. 3.
Annuaire de l'Académie Royale de Belgique 1886. 52ième année.
Bulletin de l'Académie Roy. de Belgique. 54e année. 3e série. tome 10. No. 11.
Handelingen en Mededeelingen v. d. Maatschappij d. Nederl. Letterkunde te Leiden. 1885.
Levensberichten d. afgest. Medeleden v. d. Maatschappij d. Nederl. Letterkunde.
Archives Neerlandaises de la société Hollandaise a Harlem. Tome XX. 3me livraison.
Observations made at the Magnetical and Meteorological observatory at Batavia. Vol. VI. Part 1. Part 2.
Mémoires de la société de Physique et d'Histoire naturelle de Geneve. Tome XXIX. 1e partie.
Mémoire sur l'école calligraphique de Tours au IXe siecle par M. Leop. Delisle.
Bulletin de la société Impériale des Naturalistes de Moscou. Année 1884. No. 4.
Nouveaux mémoires de la société Impériale des naturalistes de Moscou. Tome XV. Livr. 1. 2. 3.

Société des Naturalistes de la nouvelle Russie de Odessa. Lapisni tome IX. fasc. 1 et 2.
Publicationen der kgl. ungarischen geolog. Anstalt:
1. Földtani Közlöny XV. Kötet 6—10 f.
2. Die königl. Ung. geol. Anstalt und deren Ausstellungsobjecte von Böckh.
3. A. Mag. föl Int. en ennek kiale itasi Targyai.
Ungarische Revüe. Sechster Jahrg. 1. Heft. 1886. Jan.
Zeitschrift der Oesterreichischen Gesellsch. f. Meteorologie. XX. Band. Dezemberheft. 1885.
Lotos. Neue Folge VI. Band.
Neunter Verwaltungsber. der akadem. Lesehalle an der K. K. Franz-Josephs-Universität in Czernowitz.
Nature 841. 842. 843. 844. 845.
Monthly notices of the Royal Astronomical society. Vol. XLVI. No. 1. No. 2. Nov. Dec. 1885.
Proceedings of the Royal society. Vol. XXXIX. No. 239.
Journal of the R. Microscopical society. Ser. II. Vol. V. Part. 6. Dec. 1885.
The Northern Whig. Belfast No. 24, 119. 27. Nov. 1885.
The choicest Portion of the stock of Chr. Fred. S. Ellis. Dec. 1885. (Quaritch).
Proceedings of the London Mathematical society No. 250—252.
Proceedings of the Literary and Philosophical society of Liverpool No. XXXI. No. XXXII. No. XXXIII. No. XXXIV. No. XXXVIII.
The voyage of H. M. S. Challenger. Zoology. Vol. XIII.
Report of the Superintendent of the Un. St. Naval Observatory for the year ending June 30. 1885.
Bulletin of the museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XII. N. 2.
Memoirs of the Museum of comparative Zoology at Harvard college. Vol. X. N. 2. N. 4. Vol. XIV. N. 1. Part I.
Archeological Institute of America. Vol. I. 1882—1883.
Johns Hopkins University studies in hist. and polit. sciences. III. series XI—XII.
25th annual report of the curator of the mus. of comparative Zoology at Harvard college.
Conference faite au museum national de Rio de Janeiro 4. Nov. 1884.
Anuario del observatorio Astronomico national de Pacubaya año de 1886. (año VI).
Actas de la Academia nacional de ciencias en Córdova. Tom. V. Entrega segunda. Buenos Aires.
Estudios de Meteorologia comparada. Tomo I.
Boletin del ministerio de fomento de la republica Mexicana. N. 94—102.
Australian museum of New South Wales. Report of the trustees for 1884.
Procedings of the Royal Physical Society. Session 1884—85.
Jornal de sciencias Mathematicas e Astronomicas Vol. VI. N. 4.
Atti della R. Accademia delle science di Torino. Vol. XX. Disp. 8. (Giugno 1885).
Gazzetta delle Cliniche. Vol. XXII. No. 24.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Anno CCLXXXII. Vol. 1. fasc. 25. 26. 27.
Bulletino di bibliografia e di storia delle science mathematiche e fisiche. Tomo XVIII. Febr. Marzo. 1885.
L'Ottica di Claudio Tolomeo da Gilberto Govi.
Bollettino dell Osservatorio della Regia università di Torino. Anno XIX (1884).
Atti della R. Accademia delle scienze di Torino Vol. XX. Disp. 7a. (Maggio 1885).
Atti della società Toscana di science naturali di Pisa. Vol. VI. fasc. 2.
Atti della R. Accademia dei Lincei. Vol. I. fasc. 28. ed ultimo.

Ungarische Akademie der Wissenschaften.

1. Almanach 1885.
2. Evkönyd. XVII. 2.
3. Ertesitö 1884 $^{8}/_{7}$ 1885 $^{1}/_{2}$.
4. Emlék beszedék II $^{3}/_{10}$. III $^{1}/_{2}$.
5. Nyelotndomanyi Ertekezesek XI. 11. 12. XII $^{1}/_{5}$.
6. Scabó: Regi Magyar Könyotàr. II vol.

7. Nyelvemlektàr. XI. XII. vol.
8. Nyelvtudományi Közlemények. XVIII. 2. 3. XIX. 1 fasc.
9. Abel Bart faI Könyvtar.
10. Epistolae Sancti Pauli.
11. A Beresztényseg fondamentomarol.
12. Törtönettudomanyi ertekezesek. XI $^{7}/_{10}$. XII. 1. 2. 4.
13. Tarsadalmi Ertekezések. VII. 8. 9.
14. Nemzetgar dasagi értekezések. II. 6.
15. Szilagyi: Bethlen és a svéd diplomatia.
16. Vecsey: Aemilius Papinianus.
17. Pech: Alsö-Magyarorszag banyamüvelesenek Története. I vol.
18. Corpus Statutorum I.
19. Vazlatok az Akadémia félszados története böl.
20. Codex Diplomaticus Andegavensis. IV vol.
21. Marczali Magyarorszag II Iozsef Roràban II. II vol.
22. Monumenta Comitiorum Transsylvaniae. X vol.
23. Lipp. A keszthelyi sirmezö.
24. Archaeologiai Értesitö. IV. V. 1. 2.
25. Földes: Evkönyo II.
26. Természettudomànyi Értekézesek. XIV $^{1}/_{5}$.
27. Mathematikai Ertekezések. XI $^{1}/_{9}$.
28. Mathematikai és Természettudomànyi Értesitö. III $^{1}/_{5}$.
29. Mathematikai és Természettudomànyi Közlemények. XVIII. XIX vol.
30. Krusper: Légtüneti Eszleletek. II vol.
31. Naturwissenschaftl. Berichte. II vol.
32. Szinnyei. Repertorium. Vol. II, 1.
33. Földtani Közlöny. XV Köted 11—12 füzet.
34. Jahresbericht der K. U. geolog. Anstalt für 1884. Pest.
35. Specialkatalog der Budapester Landesausst. VI. Gruppe.

Verhandlungen d. K. K. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien 1885. XXXV. Band. II. Halbjahr.
Mittheilungen des naturwissenschaftl. Vereins für Steiermark. Jahrg. 1884. 21. Heft.
Nature 846. 847. 848.
Journal of the R. geological society of Ireland. Vol. VI. Part. III. 1882—84.
The canadian record of Science. Vol. II. No. 1.
The rotifera; or wheel-animalcules. Prospectus.
Memoirs of the geological survey of India. Ser. IV.
Indian Pretertiary vertebrata. Vol. I.
Ser. X. Ind. tertiary, and pottertiary vertebrata. Vol. III.
Astronomische Mittheil. von Dr. Rud. Wolf. LXV.
Leopoldina. Heft XXI. No. 23—24.
Acta mathematica. 7: 3.
Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellsch. 20. Jahrg. 4. Heft.
Basisapparate und Basismessungen von Westphal.
Sitzungsberichte d. physikalisch-medizinischen Societät zu Erlangen. 17. Heft. 1. Okt. 1884—1885.
Das Magazin für Litteratur des In- u. Auslandes. Probenummer.
Neues Lausitzisches Magazin. 61. Band. 2tes Heft.
Bericht der Wetterauischen Gesellschaft für die gesammte Naturkunde zu Hanau v. $^{1}/_{1}$ 83—$^{31}/_{8}$ 85.
Deutsche Chemiker-Zeitung. Jahrg. I. No. 6.

Inhalt von Nr. 8.

Paul de Lagarde, Kleine Mittheilungen. — *Paul Jannasch* und *Victor Meyer*, Ueber die Bestimmung des Kohlenstoff-, Wasserstoff- und Stickstoffgehalts organischer Substanzen durch eine und dieselbe Verbrennung. — Beneke'sche Preisstiftung. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stuppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

9. Juni. **№ 9.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 6. Februar 1886.

Bestimmung der Elasticitäts-Constanten von Beryll und Bergkrystall.

Von **W. Voigt.**

Festschrift zum 60jährigen Doctorjubiläum des Herrn Geh.-Rath Prof. Dr. F. Neumann in Königsberg.

(Fortsetzung.)

Zweiter Theil.

Formeln für das rhomboëdrische System.

Wir definiren die Elasticitäts-Constanten c_{hk} für das rhomboëdrische System durch die folgenden Formeln, bei welchen vorausgesetzt ist, daß die Z-Axe die krystallographische Hauptaxe, die YZ-Ebene die krystallographische Symmetrie-Ebene der Form ist; die $+Y$-Axe trete aus einer der Rhomboëderflächen $+R$ aus, welche um die $+Z$-Axe herum liegen.

$$
\begin{aligned}
-X_x &= c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z + c_{14}y_z & -Y_z &= c_{14}(x_x - y_y) + c_{44}y_z \\
-Y_y &= c_{12}x_x + c_{11}y_y + c_{13}z_z - c_{14}y_z & -Z_x &= c_{44}z_x + c_{14}x_y \\
-Z &= c_{13}x_x + c_{13}y_y + c_{33}z_z & -X_y &= \frac{c_{11}-c_{12}}{2}x_y + c_{14}z_x
\end{aligned}
\qquad 27)
$$

Dabei sei wieder gesetzt die Determinante dieser Coefficienten:

$$
\begin{vmatrix}
c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 \\
c_{12} & c_{11} & c_{13} & -c_{14} & 0 & 0 \\
c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\
c_{14} & -c_{14} & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{14} \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{14} & \frac{c_{11}-c_{12}}{2}
\end{vmatrix} = S \qquad 28)
$$

und hierin der Coefficient des $h$ten Elementes der $k$ten Colonne (oder umgekehrt) gleich S_{hk}.

Es gelten dann die Relationen:

$$S_{11} = S_{22},\ S_{13} = S_{23},\ S_{44} = S_{55},\ S_{66} = 2\,(S_{11} - S_{12}) \qquad 29)$$
$$S_{14} = -S_{24} = \tfrac{1}{2} S_{56};$$

außer den hierin enthaltenen S_{hk} ist nur noch S_{33} von Null verschieden; wir behalten als von einander unabhängig bei:

$$S_{11},\ S_{12},\ S_{13},\ S_{14},\ S_{33},\ S_{44}.$$

In diesen Größen giebt sich der Coefficient der lineären Dilatation E in einer durch die Richtungscosinus α, β, γ gegen die Coordinatenaxen bestimmten Richtung durch:

30) $$SE = S_{11}(1-\gamma^2)^2 + S_{33}\gamma^4 + (S_{44} + 2S_{13})\gamma^2(1-\gamma^2) + 2S_{14}\beta\gamma(3\alpha^2 - \beta^2).$$

Durch dies E oder das reciproke $E = 1/E$ bestimmt sich die Biegung eines rechteckigen Prismas von den Dimensionen L, B, D durch die Wirkung einer in der Mitte angreifenden Belastung P nach der bekannten Formel:

31) $$\eta = \frac{PL^3}{4EBD^3} = E\frac{PL^3}{4BD^3}.$$

Wie eine Abweichung von der streng prismatischen Gestalt in Rechnung zu ziehen, ist p. 12 erörtert.

Hinsichtlich der Drillung liegen beim rhomboëdrischen System die Verhältnisse complicirter als bei dem hexagonalen, weil es hier keinerlei Orientirungen der Prismen giebt, bei welchen alle drei Kanten in die Richtung von krystallographischen Symmetrieaxen fallen. Die Entwickelung der bezüglichen allgemeinen Gleichungen entnehme ich einer demnächst zu publicirenden größeren Arbeit [1]) und werde mich dabei zunächst nicht auf den vorliegenden speciellen Fall des rhomboëdrischen Systems beschränken.

Dilatationen eines cylindrischen Körpers, die parallel seiner Axe (welche zugleich die Z'-Axe eines neuen, beliebig gegen den Krystall orientirten Coordinatensystems X', Y', Z' sein mag) constant sind, werden in allgemeinster Art durch die Annahme erhalten:

32)
$$x'_x = \frac{\partial U}{\partial x'},\quad y'_y = \frac{\partial V}{\partial y'},\quad z'_z = g_1 x' + g_2 y' + g_3$$
$$y'_z = g_2\frac{l}{2} + hx' + \frac{\partial W}{\partial y'},\quad z'_x = g_1\frac{l}{2} - hy' + \frac{\partial W}{\partial x'},\quad x'_y = \frac{\partial U}{\partial y'} + \frac{\partial V}{\partial x'},$$

1) In meiner früheren Untersuchung über Biegung und Drillung von Cylindern aus krystallinischer Substanz (Wied. Ann. Bd. XVI, p. 273 u. 398, 1882.), welcher die meisten hier benutzten Formeln entnommen sind, war es mir nicht gelungen, das allgemeinste Problem der Torsion des rechteckigen Prismas mit Strenge zu behandeln; in dieser Hinsicht bringen die obigen Entwickelungen eine Vervollständigung und theilweise Berichtigung der früheren Resultate.

Diese letzte Gleichung läßt sich ersetzen durch

$$N = 2\int \Omega\, dq,$$

da identisch 39)

$$\int x' Y_\alpha' dq = -\int y' X_\alpha' dq = -\int \Omega dq.$$

Aus den Werthen der Druckkräfte in dem neuen Coordinatensystem X', Y', Z':

$$-X_\alpha' = c_{11}' x_\alpha' + c_{12}' y_\beta' + c_{13}' z_\alpha' + c_{14}' y_\alpha' + c_{15}' z_\alpha' + c_{16}' x_\beta', \qquad 40)$$

. . . . . .

in denen die c_{kk}' Functionen der Elasticitätsconstanten c_{kk} sind, die sich durch die Lage des Coordinatensystems X', Y', Z' bestimmen, erhält man durch Auflösung nach x_α', y_β' . . . .:

$$-x_\alpha' S' = X_\alpha' S_{11}' + Y_\beta' S_{12}' + Z_\alpha' S_{13}' + Y_\alpha' S_{14}' + Z_\alpha' S_{15}' + X_\beta' S_{16}', \qquad 41)$$

. . . . . .

worin sich die Determinanten S' und S_{kk}' ebenso durch die c_{kk}' ausdrücken, wie oben S und S_{kk} durch die c_{kk}.

Da nun identisch ist:

$$\frac{\partial^2 x_\alpha'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 y_\beta'}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2 x_\beta'}{\partial x' \partial y'} = 0$$

$$\frac{\partial y_\alpha'}{\partial x'} - \frac{\partial x_\alpha'}{\partial y'} = 2h$$

so gelten zwei Gleichungen zwischen den X_α' . . ., die sich durch Ω, Ω_1 und Z_α' geben lassen wie folgt:

$$\begin{aligned} 0 = &-S_{11}' \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial y'^4} - (2S_{12}' + S_{66}') \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^2 \partial y'^2} - S_{22}' \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^4} + 2S_{16}' \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x' \partial y'^3} + 2S_{26}' \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^3 \partial y'} \\ &+ S_{24}' \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^3} - S_{15}' \frac{\partial^3 \Omega}{\partial y'^3} + (S_{14}' + S_{56}') \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x' \partial y'^2} - (S_{25}' + S_{46}') \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^2 \partial y'} \\ &+ S_{13}' \frac{\partial^3 Z_\alpha'}{\partial y'^2} + S_{23} \frac{\partial^3 Z_\alpha'}{\partial x'^2} - S_{36} \frac{\partial^3 Z_\alpha'}{\partial x' \partial y'} \end{aligned} \qquad 42)$$

$$\begin{aligned} 2hS' = &S_{24}' \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x'^3} - S_{15}' \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial y'^3} + (S_{14}' + S_{56}') \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x' \partial y'^2} - (S_{25}' + S_{46}') \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x'^2 \partial y'} \\ &- S_{44}' \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^3} - S_{55}' \frac{\partial^3 \Omega}{\partial y'^3} + 2S_{45}' \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x' \partial y'} + S_{35}' \frac{\partial Z_\alpha'}{\partial y'} - S_{34}' \frac{\partial Z_\alpha'}{\partial x'}; \end{aligned}$$

hinzu fügen wir die noch nicht benutzte dritte Gleichung (41), welche unter Rücksicht auf den Werth von Z_α nach (32) giebt:

$$\begin{aligned} -S'(g_1 x' + g_2 y' + g_3) = &-S_{13}' \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial y'^3} - S_{23}' \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x'^2} + S_{36}' \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x' \partial y'} \\ &+ S_{34}' \frac{\partial \Omega}{\partial x'} - S_{35}' \frac{\partial \Omega}{\partial y'} + S_{33}' Z_\alpha'. \end{aligned}$$

Damit sind drei Haupt-Gleichungen für welche zusammen mit den Bedingungen (37) Größen bestimmen.

Integrirt man die letzte Gleichung dire cation mit x' und y' über den Querschnitt q

$$\int x'^2\,dq = qx_y^2, \qquad \int y'^2\,dq =$$

so erhält man in Rücksicht auf (37) und (3 setzung eines in Bezug auf die X'- und Y'-A schnittes:

$$g_1 = \frac{S'_{34}N}{2S'qx_y^2} = \frac{\Theta'N}{2qx_y^2}, \quad g_2 = -\frac{S'_{35}N}{2S'qx_z^2} = -$$

g_1 und g_2, und daher Θ' und Θ'', mißt die G Cylinderaxe in der $X'Z'$- und $Y'Z'$-Ebene, parallel der Z'-Axe.

Die Elimination von Z'_1 aus den zwei er mittelst der dritten giebt zwei Formeln für lauten:

$$0 = \frac{\partial^3\Omega}{\partial x'^3}(S'_{24}S'_{33} - S'_{23}S'_{34}) + \frac{\partial^3\Omega}{\partial x'^2\partial y'}(-S'_{33}(S'_{25}+S$$
$$+ \frac{\partial^3\Omega}{\partial x'\partial y'^2}(S'_{33}(S'_{14}+S'_{56}) - S'_{35}S'_{36} - S'_{13}S'_{34}) + \frac{\partial^3\Omega}{\partial y'^3}$$
$$+ \frac{\partial^4\Omega_1}{\partial x'^4}(-S'_{22}S'_{33}+S'^2_{23}) + \frac{\partial^4\Omega_1}{\partial x'^3\partial y'}2(S'_{26}S'_{33} - S$$
$$- \frac{\partial^4\Omega_1}{\partial x'^2\partial y'^2}(2(S'_{12}S'_{33} - S'_{13}S'_{23}) + S'_{33}S'_{66} - S'^2_{36})$$
$$+ \frac{\partial^4\Omega_1}{\partial x'\partial y'^3}2(S'_{16}S'_{33} - S'_{13}S'_{36}) + \frac{\partial^4\Omega_1}{\partial y'^4}(-S'_{11}S'_{33} +$$

$$S'(2hS'_{33} - g_1S'_{34} + g_2S'_{35}) = \frac{\partial^2\Omega}{\partial x'^2}(-S'_{44}S'_{33} + S'^2_{34})$$
$$+ \frac{\partial^2\Omega}{\partial x'\partial y'}2(S'_{33}S'_{45} - S'_{34}S'_{35}) + \frac{\partial^2\Omega}{\partial y'^2}(-S'_{55}S'_{33} +$$
$$+ \frac{\partial^3\Omega_1}{\partial x'^3}(S'_{33}S'_{24} - S'_{23}S'_{34}) + \frac{\partial x^3\Omega_1}{\partial x'^2\partial y'}(-S'_{33}(S'_{25}+$$
$$+ \frac{\partial^3\Omega_1}{\partial x'\partial y'^2}(S'_{33}(S'_{14}+S'_{56}) - S'_{13}S'_{34} - S'_{35}S'_{36}) + \frac{\partial^3\Omega}{\partial y'^3}$$

Sei nun ein Prisma von rechteckigem Qu parallel der X'- und Y'-Axe von den Dimensio muß

für $x' = \pm m$ und beliebiges y', sowie
für $y' = \pm n$ und beliebiges x'

46) $$\overline{\frac{\partial \Omega_1}{\partial x'}} = 0, \quad \overline{\frac{\partial \Omega_1}{\partial y'}} = 0, \quad \overline{\Omega} = 0 \text{ sein.}$$

Setzt man:

47) $$\Omega = n^2 \cdot \frac{S'(2hS'_{23} - g_1 S'_{24} + g_2 S'_{25})}{S'_{23} S'_{55} - S'^2_{25}} \left[\omega - \tfrac{1}{2}\left(\frac{y'^2}{n^2} - 1\right)\right],$$

so werden beide Hauptgleichungen in ω und Ω_1 homogen. Die Randbedingungen für Ω_1 bleiben dieselben; für ω aber gilt:

48) für $x' = \pm m$ und beliebiges y' $\omega = \frac{1}{2}\left(\frac{y'^2}{n^2} - 1\right)$
für $y' = \pm n$ und beliebiges x' $\omega = 0$.

Setzt man diesen Werth (47) für Ω in Gleichung (39) ein, so erhält man unter Rücksicht auf die Werthe von g_1 und g_2:

$$\left(S'_{23} S'_{55} - S'^2_{25}\right) N = m^2 \left[4hS' S'_{23} - \left(\frac{S'^2_{24}}{\varkappa_y^2} + \frac{S'^2_{25}}{\varkappa_x^2}\right)\frac{N}{q}\right]\left(\frac{q}{3} + \int \omega dq\right)$$

also

$$h = \frac{N\left[S'_{23} S'_{55} - S'^2_{25} + \frac{n^2}{q}\left(\frac{S'^2_{24}}{\varkappa_y^2} + \frac{S'^2_{25}}{\varkappa_x^2}\right)\left(\frac{q}{3} + \int \omega dq\right)\right]}{4n^2 S' S'_{23}\left(\frac{q}{3} + \int \omega dq\right)}$$

oder da $\varkappa_x^2 = \frac{n^2}{3}$, $\varkappa_y^2 = \frac{m^2}{3}$ und $hL = \tau$, d. h. der Drillungswinkel des ganzen Prismas von der Länge L ist:

49) $$\tau = \frac{3NL\left[S'_{23} S'_{55} + \frac{n^2}{m^2} S'^2_{24} + \left(\frac{S'^2_{24}}{m^2} + \frac{S'^2_{25}}{n^2}\right)\frac{3n^2}{q} \int \omega dq\right]}{4n^2 S' S'_{23}(q + 3\int \omega dq)}.$$

Die ω bestimmenden Gleichungen zeigen, daß wenn man $\xi' = x'/n$ und $\eta' = y'/n$ statt x' und y' als Variable einführt, ω n und m garnicht mehr enthalten kann. Es läßt sich also

50) $$\int \omega dq = n^2 \int_{-\frac{m}{n}}^{+\frac{m}{n}} \int_{-1}^{+1} \omega(\xi', \eta')\, d\xi' d\eta' = \frac{4n^2}{3} f$$

setzen, worin f eine Function allein des Verhältnisses m/n sein kann.

Betrachtet man $2n = D$ als die kleinere, $2m = B$ als die größere Querdimension des Prismas, so erhält man schließlich:

$$\tau = \frac{3NL\left[\frac{S'_{55}}{S'} + \frac{D^2}{B^2}\frac{S'^2_{34}}{S'S'_{33}} + \left(\frac{S'^2_{34}}{B^2} + \right.}{D^3 B\left(1+\frac{D}{B}f\right)}$$

Hierin ist nun zwar f eine unbekannte
nisses B/D, aber da dieselbe in den vollstän
len die Eigenschaft hat, für einigermaßen
hältnisses B/D constant zu werden, so wird
fen, daß sie diese Eigenschaft stets besitzt.
stattet dies zu prüfen. Findet sich dann f b
men für verschiedene Verhältnisse B/D gl
durch Combination von Beobachtungen elimin

Die Größe der Drillung wird wegen des
verhältnisses von D und B in erster Linie
ficienten

$$\mathrm{T} = S'_{55}/S'$$

abhängen, in zweiter Linie von den schon
Größen

$$\Theta' = S'_{35}/S', \quad \Theta'' = S'_{34}/$$

welche die Größe der bei der Drillung eintr
stimmen, außerdem von

$$\mathrm{E} = S'_{33}/S'$$

welches mit dem oben eingeführten Dehnung
ist. In diesen Größen schreibt sich:

$$\tau = \frac{3NLT\left[1+\frac{\Theta''^2}{\mathrm{ET}}\left(\frac{D^2}{B^2}+\frac{D^3 f}{B^3}\right)+\right.}{D^3 B\left(1+\frac{D}{B}f\right)}$$

Wie die Größen S'_{kk} sich in unsern auf da
zogenen S_{kk} ausdrücken, habe ich an einer
Hier werde ich nur die Werthe benutzen, die
System gelten. Es wird dafür:

$$S'_{55} = S\mathrm{T} = S_{44} + (2(S_{11}-S_{12})-S_{44})\gamma_2^2 + 4(S_{11}-$$
$$+ 4S_{14}[(\gamma\beta_1+\beta\gamma_1)(3\alpha\alpha_1-\beta\beta_1)-\beta_2$$

$$S'_{33} = S\Theta' = (S_{44}+2(S_{13}-S_{11}))\gamma\gamma_1 + 2(S_{11}+S_{33}$$
$$+ S_{14}[(\beta_1\gamma+\gamma_1\beta)(3\alpha^2-\beta^2)+2\beta\gamma($$

$$S'_{24} = S\Theta'' = (S_{44}+2(S_{13}-S_{11}))\gamma\gamma_2 + 2(S_{11}+S_{33}-S_{44}-2S_{13})\gamma^2\gamma_2 + S_{14}[(\beta_2\gamma+\gamma_2\beta)(3\alpha^2-\beta^2)+2\beta\gamma(3\alpha_2\alpha-\beta_2\beta)]$$

$$S'_{33} = SE = S_{11}(1-\gamma^2)^2+S_{33}\gamma^4+(S_{44}+2S_{13})\gamma^2(1-\gamma^2)+2S_{14}\beta\gamma(3\alpha^2-\beta^2).$$

Die Orientirungen der Prismen, für welche $\Theta' = \Theta'' = 0$ ist, sind für die Beobachtung am geeignetsten, einmal weil sie nach (44) eine Drillung ohne Biegung gestatten, was in technischer Hinsicht erwünscht ist, andererseits, weil für sie die obige Formel sich sehr einfach auf:

$$57) \qquad \tau = \frac{3NLT}{D^3B\left(1+\frac{D}{B}f\right)}$$

reducirt [1]).

Diese ganz allgemeinen Formeln (30) und (56) sollen nun für die speciellen Orientirungen der verschiedenen für die Beobachtung geeigneten Prismen angewandt werden.

Fällt die Längsrichtung in die krystallographische Hauptaxe — Gattung (0°) — so wird $\gamma = 1$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \alpha = \beta = 0$ sein, daher:

$$58) \qquad SE_0 = S_{33} \qquad ST_0 = S_{44} \qquad S\Theta'_0 = 0 \qquad S\Theta''_0 = 0.$$

Es gilt also für die Torsion die einfachere Formel (57); die sie enthaltende (nahe constante) Function f muß durch die Beobachtung bestimmt werden. Die Lage der Querdimensionen kann einzig auf ihren Werth influiren, im übrigen ist sie gleichgültig.

Liegt die Längsrichtung in der Symmetrieebene YZ im ersten oder dritten Quadranten und schließt sie mit der Hauptaxe den Winkel 45° ein, und fällt die größere Querdimension (B) in die X-(Symmetrie-)Axe, so soll die Gattung Prismen mit (+45°) bezeichnet werden. Hier ist $\gamma = \beta = 1/\sqrt{2}$, $\pm\gamma_2 = \mp\beta_2 = 1/\sqrt{2}$, $\alpha_1 = 1$, $\alpha = \alpha_2 = \beta_1 = \gamma_1 = 0$, also:

$$59) \qquad \begin{aligned} SE_{+45} &= \tfrac{1}{4}(S_{11}+S_{33}+S_{44}+2(S_{13}-S_{14})) \\ S\Theta' &= 0 \qquad S\Theta'' = \pm(S_{33}-S_{11}+S_{14}) \\ ST_{+45} &= \tfrac{1}{2}(S_{44}+2(S_{11}-S_{12})+4S_{14}). \end{aligned}$$

Daß Θ'' von Null verschieden ist, läßt die Formel für die Tor-

1) Diese Formel, auf welche ich in der früheren Abhandlung durch eine ungenaue Analyse allgemein gekommen war, hat demnach nur eine beschränkte Gültigkeit. Indessen sind die in der jetzt streng nachgewiesenen Formel (55) hinzutretenden Glieder immer klein, meist zu vernachlässigen. Vernachlässigt man D^2/B^2 neben 1, so geht die eine sogar völlig in die andere über.

sion unbequem complicirt sein; man wird diese Gattung Prismen daher nicht gern zu Drillungsbeobachtungen benutzen.

Die Gattung ($-45°$) unterscheidet sich von der vorigen nur dadurch, daß die Längsrichtung im zweiten Quadranten liegt, $\gamma = -\beta = 1/\sqrt{2}$ ist. Hier gilt:

$$SE_{-45} = \tfrac{1}{4}(S_{11} + S_{33} + S_{44} + 2(S_{13} + S_{14})). \qquad 60)$$
$$ST_{-45} = \tfrac{1}{2}(S_{44} + 2(S_{11} - S_{12}) - 4S_{14})$$

Liegt die Längsrichtung des Prismas normal zur Hauptaxe, d. h. in der Ebene der Nebenaxen, so hat man $\gamma = 0$, also für die Gattung ($90°$):

$$SE_{90} = S_{11} \qquad 61)$$

wie auch immer die Orientirung im Uebrigen sei. Dies Resultat ist analog dem bei hexagonalen Krystallen gefundenen. Ferner ist unter der gleichen Voraussetzung:

$$ST_{90} = S_{44} + (2(S_{11} - S_{12}) - S_{44})\gamma_2^2 + 4S_{14}[\beta\gamma_1(3\alpha\alpha_1 - \beta\beta_1) - \beta_2\gamma_2]$$
$$S\Theta'_{90} = S_{14}\gamma_1\beta(3\alpha^2 - \beta^2) \qquad S\Theta''_{90} = S_{14}\gamma_2\beta(3\alpha^2 - \beta^2).$$

Unterscheiden wir wie beim Beryll zwei Gattungen ($90° A$) und ($90° B$) jenachdem die kleinere oder größere Querdimension in die Hauptaxe fällt, d. h. γ_2 oder $\gamma_1 = 1$ ist, so erhält man für die Gattung ($90° A$):

$$ST_{90A} = 2(S_{11} - S_{12}), \qquad S\Theta'_{90A} = 0, \qquad S\Theta''_{90A} = S_{14}\beta(3\alpha^2 - \beta^2) \quad 62)$$

hingegen für die Gattung ($90° B$):

$$ST_{90B} = S_{44}, \qquad S\Theta'_{90B} = S_{14}\beta(3\alpha^2 - \beta^2), \qquad S\Theta''_{90B} = 0. \qquad 63)$$

Es sind hiernach für die beiden Gattungen die Torsionscoefficienten rings um die Hauptaxe her constant, nicht aber die gleichen Bedingungen entsprechenden Torsionswinkel, denn in Formel (55) variiren die Θ' und Θ'' mit α und β, auch ist f wechselnd. Da aber diese Ausdrücke in Gleichung (55) sämmtlich in Potenzen von D/B multiplicirt auftreten, so ist eine starke Abhängigkeit der Torsion von der Lage der Prismenaxe in der Ebene der Nebenaxen nicht zu erwarten; besonders findet dies statt bei der Gattung ($90° A$), da für diese $\Theta' = 0$ ist, welches nach Formel (55) in das größte variable Glied multiplicirt ist.

Die Orientirung der Prismenaxe normal zu der krystallographischen Symmetrieebene hat die besondre Wichtigkeit, daß für sie die bisher als unbekannt benutzte Function f sich bestimmen läßt. Wir gehen, um dies zu zeigen, zu den Formeln (45) und (46) zurück.

Bei der angenommenen Orientirung — und dies gilt wieder all-

gemein für jedes Krystallsystem, welches eine Symmetrieebene besitzt, — ist

64) $$S'_{14} = S'_{24} = S'_{21} = S'_{15} = S'_{25} = S'_{35} = S'_{46} = S'_{56} = 0.$$

Man kann daher in (45) $\Omega_1 = 0$ setzen und erhält in Rücksicht auf (47) für ω die Haupt-Gleichung:

65) $$0 = S'_{44}\frac{\partial^2\omega}{\partial x'^2} - 2S'_{45}\frac{\partial^2\omega}{\partial x'\,\partial y'} + S'_{55}\frac{\partial^2\omega}{\partial y'^2},$$

dazu die Nebenbedingungen

$$\text{für } x' = \pm m \qquad \omega = \tfrac{1}{2}\frac{y'^2 - n^2}{n^2}$$

$$\text{für } y' = \pm n \qquad \omega = 0.$$

Eine strenge Lösung dieser Gleichungen ist zwar möglich — das Problem ist identisch mit dem, auf einem Parallelogramm das logarithmische Potential bei gegebenen Randwerthen zu bestimmen, — führt aber auf keine practisch brauchbaren Resultate. Eine angenährte Lösung erhält man für eine langgestreckte Gestalt des Querschnitt-Rechtecks, indem man beachtet, daß in den Kanten gedrillter, rechteckiger Prismen die Spannungen gleich Null und überhaupt an den am weitesten von der Drehaxe entfernten Theilen der Begrenzung am kleinsten sind. Man kann daher für unsern Zweck der Bestimmung von ω in einem bereits kleinen Gliede an Stelle der kurzen Seiten des Rechteckes beliebige schwach gekrümmte Curvenstücke setzen, d. h. braucht die Bedingung für $x' = \pm m$ nur angenährt zu erfüllen. Dann kann man für ω eine particuläre Lösung benutzen.

Setzt man kurz $S'_{44} = a$, $S'_{\cdot} = b$, $S'_{55} = c$ so ist:

66) $$\omega = \left(Ae^{\alpha\frac{cx'+by'}{\sqrt{ca-b^2}}} + Be^{-\alpha\frac{cx'+by'}{\sqrt{ca-b^2}}}\right)\cos\alpha y'$$

eine Lösung, welche für $\alpha = (2h-1)\frac{\pi}{2n}$ der Hauptgleichung und der zweiten Randbedingung genügt.

Eine andere ist

$$\omega = \left(A'e^{\alpha'\frac{cx'+by'}{\sqrt{ac-b^2}}} + B'e^{-\alpha'\frac{cx'+by'}{\sqrt{ac-b^2}}}\right)\sin\alpha' y'$$

für $\alpha' = \frac{h\pi}{n}$.

Wir wollen die beiden für den speciellen Werth $h = 1$ combiniren und, indem wir abkürzend schreiben:

$$\frac{\pi}{2n} = \alpha, \qquad \frac{ab}{\sqrt{ac-b^2}} = \beta, \qquad \frac{}{\sqrt{ac}}$$

setzen:

$$\omega = (Ae^{\gamma x'+\beta y'} + Be^{-(\gamma x'+\beta y')})\cos\alpha y' + (Ce^{2(\gamma x'+\beta y')} + De^{-2(\gamma x'+\beta y')})\,\tfrac{1}{4}\sin 2\alpha y$$

Setzt man diesen Werth für ω gleich $\frac{y'^2}{2}$ die Gleichung derjenigen Curven, welche neben einen Querschnitt begrenzen, für welchen diese blem der Torsion streng löst, und den wir nun Rechteck $2m.2n$ ähnlich gestalten wollen.

Die Function ω wird bei hinreichend gestre schnitts, d. h. gegen n großes m, an den Gren merklich auf nur die zwei Glieder reduciren, Exponenten besitzen, z. B. für die positive Seit

$$A\cos\alpha y'\, e^{\gamma x'+\beta y'} + \tfrac{1}{4}C\sin 2\alpha y'\, e^{2(\gamma x'+\beta y')}$$

Hieraus folgt:

$$e^{\gamma x_2'+\beta y'} = \pm\sqrt{\frac{A^2}{C^2\sin^2\alpha y'} + \frac{y'^2-n^2}{n^2 C\cos\alpha y'\sin}}$$

oder unter Entwickelung der Wurzelgröße, in gegen A ansehen:

$$e^{\gamma x'+\beta y'} = \frac{A}{C\sin\alpha y'}\Big(\frac{C(y'^2-n^2)\sin\alpha y'}{2n^2A^2\cos\alpha y'} - \tfrac{1}{8}\frac{C^2(y}{n^4} + \tfrac{1}{16}\frac{C^3(y'}{n^6}$$

Wir wollen uns auf die drei hingeschrieber ken und die Reihe kurz schreiben:

$$e^{\gamma x'+\beta y'} = \frac{y'^2-n^2}{2n^2A\cos\alpha y'}(1-\tfrac{1}{2}F+\tfrac{1}{2}F^2), \text{ worin } F =$$

Dann folgt:

$$\gamma x' + \beta y' = l\Big(\frac{y'^2-n^2}{2n^2A\cos\alpha y'}\Big) - \tfrac{1}{2}F +$$

Für $y' = 0$ giebt sich:

$$\gamma x_0' = l\Big(\frac{-1}{2A}\Big)$$

für $y' = \pm n$, da $\lim_{y'=\pm n}\left(\frac{y'^2-n^2}{n^2\cos ay'}\right) = -\frac{4}{\pi}$, also $\lim_{y'=\pm n} F = \mp\frac{2C}{\pi A^2}$

$$\underset{\pm n}{\gamma x'} = l\left(\frac{-2}{\pi A}\right) \pm \frac{C}{\pi A^2} + \frac{3}{2\pi^2}\frac{C^2}{A^4} \mp \beta n.$$

Wir wollen C/A^2 so bestimmen, daß nach Möglichkeit $x'_{+n} = x'_{-n}$ ist, also der betrachtete Querschnitt den Character des Rechtecks zeigt[1]); hierzu ist erforderlich, daß die ungeraden Glieder der Formel 68ª etwa für $y' = 0{,}72n$ sich hinwegheben; und dadurch bestimmt sich: $0{,}895\,.\,\beta n = \frac{C}{\pi A^2}$. Dies ergiebt:

68ᵇ) $$F = 0{,}895\,\frac{\pi\beta(y'^2-n^2)}{2n}\operatorname{tg} ay'.$$

Dann wird auch

$$\gamma(\underset{\pm n}{x'} - x'_0) = l\left(\frac{4}{\pi}\right) \mp \beta n\,.\,0{,}104 + \beta^2 n^2\,.\,1{,}201$$

oder nach dem Werthe von γ:

$$\underset{\pm n}{x'} - x'_0 = \frac{2n\sqrt{ac-b^2}}{c}\left[\frac{1}{\pi}l\left(\frac{4}{\pi}\right) \mp \frac{\beta n}{\pi}\,.\,0{,}104 + \frac{\beta^2 n^2}{\pi}\cdot 1{,}201\right].$$

Dies giebt die Abweichung der Endpunkte $y' = \pm n$ der Curve aus der Verticalen durch den Mittelpunkt $y' = 0$; sie ist proportional mit $2n$. Der erste Factor $\frac{1}{\pi}l\left(\frac{4}{\pi}\right)$ ist dabei $= 0{,}077$; hat $\frac{\beta n}{\pi} = \frac{b}{2\sqrt{ac-b^2}}$ also keinen bedeutenden Werth, oder ist es gar gleich Null (wie u. a. bei isotropen Medien) so ist die Abweichung stets sehr klein, denn $\sqrt{ac-b^2}/c$ entfernt sich nicht weit von Eins.

Die obigen Betrachtungen sind nun ebenso für die negative Seite des Querschnitts anzustellen und ergeben dort dieselben Gleichungen (68) nur tritt $-(\gamma x' + \beta y')$ an Stelle von $+(\gamma x' + \beta y')$.

Der erhaltene Werth für ω ist nun behufs Bestimmung der Gleichung (57) einzusetzen in (50):

$$f = \frac{3}{4n^2}\int \omega dq.$$

---

1) Es dürfte dies am besten erreicht sein, wenn die in (68ª) durch die ungeraden Glieder $-\frac{1}{2}F - \beta y'$ gegebene Curve zwischen $y' = 0$ und $y' = \pm n$ mit der Coordinatenaxe gleichviel positive und negative Fläche umschließt. Wann dies geschieht ließ sich nur durch Probiren ermitteln; die oben angegebene Bedingung ist nicht genau und braucht es nicht zu sein, da es sich nur um ein Correctionsglied handelt.

Wir benutzen die abgekürzte Bezeichnun

$$f = \frac{3}{4n^2}\Big[\int_{-n}^{+n}\cos\alpha y'\,dy'\int_{x_-}^{x_+}\Big(Ae^{(\gamma x_r+\beta y')}+\frac{C}{2}e^{2(\gamma x'+\beta}$$

$$+\int_{-n}^{+n}\cos\alpha y'\,dy'\int_{x_-}^{x_+}\Big(Be^{-(\gamma x'+\beta y')}+\frac{D}{2}$$

Hierin bedeuten x'_+ und x'_- die x'-Coord Begrenzungscurve, welche auf der positive demselben Werthe y' entsprechen. Nach aus Bezug auf x' ist zu bedenken, daß die Expo negativen Exponenten neben denen mit positi sind, nach (68) u. f. aber $e^{\gamma x'_+ + \beta y}$ und $e^{-(\gamma x'_- + \beta y)}$

Wir haben daher nur zu berechnen:

$$f = \frac{3}{2n^2\gamma}\int_{-n}^{+n}\Big(Ae^{\gamma x'_+ + \beta y'}+\frac{C}{4}e^{2(\gamma x'_+ + \beta y')}\sin$$

Hier hinein ist der Werth von $e^{\gamma x'_+ + \beta y'}$ au erhält:

$$f = \frac{3}{2n^2\gamma}\int_{-n}^{+n}\frac{y'^2-n^2}{2n^2}\Big(1-\tfrac{1}{4}F+\tfrac{1}{4}F^2+$$

Darin verschwinden die Glieder mit ungerade bleibt also bei Beschränkung auf die frühere erste und dritte; das erstere ist $= -\frac{2}{3}n$ sich unter Rücksicht auf (68[b]) durch m $= -\frac{\pi^2\beta^2 n^3}{16}\cdot 0{,}279$, so daß also schließlich re

$$= -\frac{2}{\pi}\frac{\sqrt{ac-b^2}}{c}\Big(1+0{,}510\cdot\frac{l}{ac-$$

Das erste vernachlässigte Glied ist mit $-\frac{(}{}$ Setzt man für a, b, c nun die Werthe ein, so

$$f = -\frac{2}{\pi}\frac{\sqrt{S'_{44}S'_{55}-S'^2_{45}}}{S'_{55}}\Big(1+0{,}510\frac{}{S'_{44}}$$

Diese Formel gilt für alle Krystallsysteme daß die Drillungsaxe normal zu einer krystall trieebene steht. In dem speciellen Falle, daß $S_{}$

---

1) Der Zahlenfactor ist nur angenährt bestimmt; Werth 0,5.

$$f = -\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{S'_{44}}{S'_{55}}};$$

die strenge Analyse ergiebt hier nach Saint Venant für Rechtecke nur die Abweichung, daß an Stelle von $\frac{2}{\pi} = 0{,}637$ bei starkgestreckten Querschnitten der Zahlenfactor 0,630 auftritt. Der Unterschied beträgt nur 1% und ist, da f in der Hauptformel (57) in D/B multiplicirt auftritt, gänzlich ohne Belang. Wie groß die Genauigkeit im allgemeinsten Falle ist, läßt sich natürlich nicht mit Schärfe beurtheilen, doch darf man sie ebensogroß ansehen, so lange die allgemeinere Grenzcurve (68) nicht stärker von der Geraden abweicht, als die speciellere, für welche $b = 0$ ist.

Die in der Schlußformel (69) auftretende Partialdeterminante S'_{45} bestimmt sich für das rhomboëdrische System bei beliebiger Orientirung folgendermaßen:

$$\begin{aligned} S'_{45} = {} & S_{44}\gamma_1\gamma_2 + 4(S_{11}-S_{44}-2S_{13})\gamma_1\gamma_2\gamma^2 - 4(S_{11}-S_{12})\alpha\beta(\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1) \\ 70) \quad & + 2S_{14}[(\beta_1\gamma+\gamma_1\beta)(\alpha\alpha_2-\beta\beta_2)+(\beta_2\gamma+\gamma_2\beta)(\alpha\alpha_1-\beta\beta_1) \\ & + (\gamma\alpha_2+\alpha\gamma_2)(\alpha\beta_1+\beta\alpha_1)+(\gamma\alpha_1+\alpha\gamma_1)(\alpha\beta_2+\beta\alpha_2)]. \end{aligned}$$

Liegt, wie oben vorausgesetzt die Längsaxe Z' des Prismas normal zur krystallographischen Symmetrie-Ebene, d. h. parallel der X-Axe, so ist $\alpha = 1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta = \gamma = 0$ und daher

$$70^a) \qquad S'_{45} = S_{44}\gamma_1\gamma_2 + 2S_{14}(\gamma_1\beta_2+\gamma_2\beta_1).$$

Setzt man den Winkel zwischen der X' und Y Richtung gleich φ, so schreibt sich dies

$$S'_{45} = \tfrac{1}{2}S_{44}\sin 2\varphi + 2S_{14}\cos 2\varphi;$$

es giebt also jederzeit eine Orientirung der Kanten X', Y' des Rechtecks, für welche S'_{45} verschwindet; dazu ist nöthig, daß $\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{4S_{14}}{S_{44}}$. Man kann jedoch diese Orientirung nur angeben wenn S_{14} und S_{44} schon gefunden ist; da aber nur S_{14} sich durch Biegungsbeobachtungen bestimmt, so ist sie für die practische Anwendung wenig nütze.

Für den bei (70^a) vorausgesetzten Fall wird nach (56):

$$71) \qquad S'_{55} = S_{44} + (2(S_{11}-S_{12})-S_{44})\gamma_2^2 - 4S_{14}\gamma_2\beta_2,$$

und da sich S'_{44} von S'_{55} nur durch die Vertauschung der Indices der Richtungscosinus α, β, γ unterscheidet,

$$72) \qquad S'_{44} = S_{44} + (2(S_{11}-S_{12})-S_{44})\gamma_1^2 - 4S_{14}\gamma_1\beta_1.$$

Hieraus folgt, daß man durch Torsionsbeobachtungen an Prismen, deren Axe in die Normale zur krystallographischen Symmetrieebene

fällt, die drei Verhältnisse $(S_{11}-S_{12})/S$, $S_{44}'/$ kann. Die Biegung giebt ein viertes S_{11}/S, durch andre Prismen zu bestimmen bleiben.

Wir haben als die Gattung $(90°A)$ oben d welche die Längsrichtung und die Breitenricht axe steht; wir wollen die Benennung $(90°A.$ normal zur Symmetrieebene einführen, wenn

$$\alpha = \beta_1 = \gamma_2 = 1, \quad \beta_2 = \gamma_1 =$$

Dann wird:

$$S_{55}' = 2(S_{11}-S_{12}), \qquad S_{44}' = S_{44},$$

also:

$$T_{90AI} = \frac{2(S_{11}-S_{12})}{S},$$

$$f_{90AI} = -\frac{2}{\pi}\frac{\sqrt{2S_{44}(S_{11}-S_{12})-4S_{14}^2}}{2(S_{11}-S_{12})}\left(1+0{,}510-\right.$$
$$S_{44}$$

Die Gattung $(90°BI)$ ist analog gegeben

$$\alpha = \beta_2 = \gamma_1 = 1, \quad \beta_1 = \gamma_2$$

für sie wird:

$$S_{55}' = S_{44}, \qquad S_{44}' = 2(S_{11}-S_{12}),$$

also

$$T_{90BI} = \frac{S_{44}}{S},$$

$$f_{90BI} = -\frac{2}{\pi}\frac{\sqrt{2S_{44}(S_{11}-S_{12})-4S_{14}^2}}{S_{44}}\left(1+0{,}510-\right.$$
$$S_{44}$$

Sind nun aus den Beobachtungen nach den die sechs unabhängigen Determinantenverhältn

$S_{11}/S = s_{11}$, $S_{12}/S = s_{12}$, $S_{13}/S = s_{13}$, $S_{14}/S = s_{14}$,

berechnet, so bestimmen sich aus ihnen die stanten

$$c_{11}, \quad c_{12}, \quad c_{13}, \quad c_{14}, \quad c_{33}, \quad c_{4}$$

durch die folgenden Gleichungen:

a) $c_{11}s_{11}+c_{12}s_{12}+c_{13}s_{13}+c_{14}s_{14}$ =
b) $c_{12}s_{11}+c_{11}s_{12}+c_{13}s_{13}-c_{14}s_{14}$ =
c) $2c_{13}s_{13}+c_{33}s_{33} = 1$
d) $c_{13}(s_{11}+s_{12})+c_{33}s_{13} = 0$
e) $2c_{14}s_{14}+c_{44}s_{44} = 1.$
f) $c_{14}(s_{11}-s_{12})+c_{44}s_{14} = 0.$

hat gezeigt, daß dies entsprechend der Bezeichnung (-45^0) stattfand, d. h. die Längsrichtung nahe senkrecht zu einer Rhomboëderfläche $-R$ gestanden hat.

Dieses System Stäbchen genügte noch nicht zur Bestimmung aller Constanten und zur Prüfung der im Vorstehenden entwickelten Formeln. Ich habe daher durch Dr. Steeg und Reuter aus einem schönen großen Krystall noch die folgenden 14 Stäbchen herstellen lassen:

No. 15—17 zur Gattung (90^0 A I)
No. 18—20 » » (90^0 B I)
No. 21—24 » » (-45^0)
No. 25—28 » » ($+45^0$).

Diese Stäbchen waren vorzüglich geschliffen und polirt, aber leider nicht sehr genau orientirt, was die Beobachtungen und Berechnungen unbequem complicirt hat. Der Krystall hatte nämlich nicht genau parallele Säulenflächen und die optische Untersuchung zeigte, daß dem entsprechend die optische Axe im Innern des Krystalls von Stelle zu Stelle ihre Richtung ein wenig änderte. Eine größere Zahl von Stäbchen ist dann, um die theoretischen Resultate des vorhergehenden Abschnittes anwenden und prüfen zu können, von Voigt und Hochgesang in Göttingen auf geringere Dicke abgeschliffen worden; in dieser zweiten Gestalt sind die Stäbchen durch den oberen Index neben ihrer ursprünglichen Bezeichnung (z. B. also durch 0^0 No. 5′) unterschieden. Ihre Politur läßt theilweise zu wünschen übrig.

Die optische Untersuchung ergab vollständige Gleichartigkeit der Substanz, wie dies sich ja bei den Krystallen aus brasilianischem Geschiebe — und solche boten das Material — in ausgezeichneter Weise zu finden pflegt. Die Stäbchen No. 15—28 sind aus einem linksdrehenden Krystall geschnitten; ebenso zeigten linke Drehung No. 1—3, 9—14; es ist daher höchst wahrscheinlich, daß auch No. 5—8, die sich in dieser Hinsicht nicht wohl prüfen ließen, da sie mit der Längsrichtung parallel der Axe liegen, die gleiche Eigenschaft besitzen, obgleich nach einer überkommenen Notiz No. 5, 6 und No. 7, 8 aus zwei verschiedenen Krystallen geschnitten sind; der Fabrikant dürfte schwerlich um zweier Stäbchen willen einen neuen großen Krystall zerschnitten haben.

Die Bestimmung der Querdimensionen ist im Folgenden in derselben Weise wie oben für die Beryllstäbchen mitgetheilt.

Dimensionen.

0° No. 5. $D = 700 + \delta$

$\delta =$	53,8	63,8	72,8	81,9	93,2	103,1	103,9	$\beta = 8$
	59,0	68,2	77,4	87,0	96,6	103,8	107,5	8
	56,2	66,0	75,7	86,2	94,2	103,7	107,2	Mittel 8
	58,4	65,6	74,7	83,5	92,9	100,8	103,7	ber. 8
Mittel	56,8	65,9	75,2	84,6	94,2	102,8	105,6	β_0
ber.	55,9	66,5	76,3	85,2	93,4	100,7	107,2	

$\delta_0 = 85{,}2,\ \delta_1 = 8{,}5,\ \delta_2 = -0{,}41.$

0° No. 6. $D = 700 + \delta$

$\delta =$	66,0	72,9	77,3	83,7	92,6	100,0	105,5	$\beta = 3$
	71,0	78,7	83,9	90,5	99,6	106,8	110,0	36
	72,0	81,2	86,4	91,8	100,6	107,8	113,5	Mittel 36
	73,7	82,7	87,7	94,0	102,5	110,0	114,2	ber. 36
Mittel	70,7	78,9	83,8	90,0	98,8	106,2	110,8	β_0
ber.	70,9	77,7	84,5	91,3	98,1	104,9	111,7	

$\delta_0 = 91{,}3,\ \delta_1 = 6{,}8,\ \delta_2 = 0.$

0° No. 7. $D = 700 + \delta$

$\delta =$	90,0	96,0	103,9	111,7	120,0	127,7	133,8	$\beta = 29$
	92,5	99,5	105,5	111,5	120,0	127,5	134,0	27
	85,0	96,4	102,8	110,7	119,6	130,5	137,5	Mittel 28
	81,4	90,4	99,0	106,3	114,2	127,0	128,4	ber. 29,
Mittel	87,2	95,6	102,8	110,0	118,4	128,2	133,4	β_0
ber.	87,3	95,2	103,1	110,9	118,7	126,4	134,1	

$\delta_0 = 110{,}9,\ \delta_1 = 7{,}8,\ \delta_2 = -0{,}02.$

0° No. 8. $D = 700 + \delta$

$\delta =$	97,0	99,8	103,0	106,0	110,7	115,3	119,7	$\beta = 97$
	100,0	103,6	105,7	109,5	112,2	118,0	122,1	96
	99,5	104,0	105,0	109,0	114,0	120,1	125,3	Mittel 97
	94,0	96,6	100,0	103,5	109,0	113,0	117,0	ber. 97,5
Mittel	97,8	101,0	103,4	107,0	111,5	116,6	121,0	$\beta_0 =$
ber.	97,9	100,5	103,7	107,3	111,5	116,1	121,3	

$\delta_0 = 107{,}3,\ \delta_1 = 3{,}9,\ \delta_2 = +0{,}25.$

Die dünner geschliffenen Stäbchen sind sär
für die Torsionsbeobachtungen allein in Betrac
leren) Stück — ca. 8mm von beiden Enden be
tet, da sie nur ausnahmsweise zur Biegung beni

0° No. 5'. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	78,7	80,2	81,3	81,1	80,9	$\beta =$
	78,4	80,1	81,6	82,2	81,9	
	78,9	79,3	80,9	81,6	81,4	Mittel
	79,6	81,2	82,3	82,8	82,0	
Mittel	78,9	80,2	81,5	81,9	81,5	

0° No. 6′.

$D = 400 + \delta$

$\delta =$	61,3	59,2	59,9	64,0	72,2
	66,3	63,5	63,3	67,5	74,5
	66,4	64,0	64,2	68,5	74,8
	69,7	67,2	67,2	72,0	78,3
Mittel	65,9	63,5	63,7	68,0	74,9

$B = 4700 + \beta$

$\beta =$	47,5	34,0	32,0	33,0	38,0
	46,5	33,5	31,0	33,5	38,0
Mittel	47,0	34,0	31,5	33,0	38,0

0° No. 7′.

$D = 400 + \delta$

$\delta =$	57,6	60,0	60,7	60,9	61,9
	64,2	66,2	67,2	68,0	68,9
	66,9	68,6	69,6	70,1	69,7
	72,4	73,9	75,2	76,1	75,3
Mittel	65,3	67,2	68,2	68,8	68,9

$B = 5100 + \beta$

$\beta =$	41,0	25,5	21,0	23,0	32,0
	40,5	26,0	22,0	23,0	28,0
Mittel	41,0	26,0	21,5	23,0	30,0

45° No. 12.

$D = 700 + \delta$

$\delta =$	34,7	40,7	46,2	53,0	62,7	71,2	76,2
	54,4	62,2	67,0	73,2	83,2	91,7	99,7
	57,3	66,0	70,0	76,7	86,2	95,2	103,0
	79,0	84,5	89,5	95,8	105,8	115,8	120,8
Mittel	56,3	63,4	68,2	74,7	84,5	93,5	99,9
ber.	56,6	62,5	69,0	76,1	83,8	92,1	101,0

$\delta_0 = 76{,}1,\ \delta_1 = 7{,}4,\ \delta_2 = +0{,}3.$

$B = 5400 + \beta$

$\beta =$	64	50	40	39	49	64	79
	72	49	38	39	48	66	79
Mittel	68	49	39	39	48	65	79
ber.	66,5	50,1	41,3	40,1	46,5	60,5	82,1

$\beta_0 = 40{,}1,\ \beta_1 = 2{,}6,\ \beta_2 = +3{,}8.$

45° No. 13.

$D = 700 + \delta$

$\delta =$	98,4	106,7	112,8	119,8	125,8	133,3	139,6
	97,5	105,5	112,0	118,0	124,0	129,6	137,1
	95,4	103,7	109,6	117,0	124,2	131,6	137,1
	88,0	97,7	103,0	109,1	116,0	122,8	129,8
Mittel	94,6	103,4	109,4	116,0	122,5	129,3	135,8
ber.	95,3	102,4	109,4	116,2	122,8	129,2	135,5

$\delta_0 = 116{,}2,\ \delta_1 = 6{,}7,\ \delta_2 = -0{,}09.$

$B = 4500 + \beta$

$\beta =$	17	4	0	2	12	25	44
	15	3	−2	0	10	25	42
Mittel	16	4	−1	1	11	25	43
ber.	14,2	3,2	−1,2	1,0	9,8	25,2	47,2

$\beta_0 = 1{,}0,\ \beta_1 = 5{,}5,\ \beta_2 = 3{,}3.$

45° No. 14.

$D = 800 + \delta$

$\delta =$	0,8	10,1	15,9	22,5	29,7	37,2	42,2
	1,7	10,0	16,6	22,6	29,7	37,0	42,3
	0,9	9,5	16,1	22,1	29,3	36,6	42,0
	−0,7	7,1	15,3	20,5	28,3	35,0	40,7
Mittel	0,7	9,2	16,0	21,9	29,3	36,4	41,8
ber.	1,1	8,6	15,8	22,7	29,4	35,8	41,9

$\delta_0 = 22{,}7,\ \delta_1 = 6{,}8,\ \delta_2 = -0{,}13.$

$B = 4400 + \beta$

$\beta =$	92	89	87	92	104	124	144
	92	89	93	98	104	122	144
Mittel	92	89	90	95	104	123	144
ber.	93,7	88,7	89,1	94,9	106,1	122,7	144,7

$\beta_0 = 94{,}9,\ \beta_1 = 8{,}5,\ \beta_2 = +2{,}7.$

— 45° No. 21.

$D = 800 + \delta$

$\delta =$	49,4	50,4	51,4	52,1	53,9	57,5	58,5
	49,6	51,0	52,2	53,2	54,9	58,0	59,3
	50,0	51,6	52,7	53,5	54,7	57,4	59,5
	50,0	52,4	52,6	53,6	54,9	58,6	59,0
Mittel	49,8	51,3	52,2	53,1	54,6	57,9	59,1
ber.	49,8	50,8	51,9	53,4	55,1	57,2	59,4

$\delta_0 = 53{,}4\ \ \delta_1 = 1{,}6\ \ \delta_2 = 0{,}14.$

$B = 5900 + \beta$

$\beta =$	51,0	67,5	79,5	74,0	72,0	53,0	35,5
	47,0	65,0	73,5	72,0	66,0	53,0	33,0
Mittel	49,0	66,0	76,5	73,5	69,0	53,0	34,0

+ 45° No. 27. $D = 800 + \delta$ $B = 6000 + \beta$

$\delta =$	36,0	36,7	37,6	39,3	42,1	43,4	46,4
	38,6	40,8	40,4	43,0	44,1	46,7	49,5
	38,7	40,2	41,3	42,5	44,5	47,0	51,2
	41,0	41,9	43,1	45,1	45,9	48,3	51,7
Mittel	38,6	39,9	41,1	42,5	44,2	46,3	49,7
ber.	38,9	39,6	40,8	42,4	44,4	46,8	49,7

$\beta =$	− 8,0	+2,0	5,5	5,0	3,0	−3,0	−20,0
	− 8,5	+1,5	5,5	5,0	2,5	−3,5	−19,0
Mittel	− 8,0	+2,0	5,5	5,0	3,0	−3,5	−19,5

$\delta_0 = 42{,}6$ $\delta_1 = 1{,}8$ $\delta_2 = 0{,}21$.

+ 45° No. 28. $D = 800 + \delta$ $B = 6000 + \beta$

$\delta =$	37,0	38,0	39,3	40,7	42,5	44,1	46,0
	38,0	38,9	40,5	42,0	43,9	46,1	47,5
	39,4	39,7	41,0	42,6	44,2	46,1	48,4
	41,3	41,4	42,1	43,4	45,6	48,1	51,0
Mittel	38,9	39,5	40,7	42,2	44,1	46,1	48,2
ber.	38,7	39,6	40,8	42,2	44,0	46,0	48,3

$\beta =$	−10,0	+2,0	7,0	8,0	5,0	−1,0	−13,0
	− 9,0	+7,0	7,0	7,0	6,0	+1,0	−15,0
Mittel	− 9,5	+4,5	7,0	7,5	5,5	0,0	−14,0

$\delta_0 = 42{,}2$ $\delta_1 = 1{,}6$ $\delta_2 = 0{,}15$.

90° AI. No. 1. $D = 800 + \delta$ $B = 5400 + \beta$

$\delta =$	34,1	40,0	41,2	42,0	42,1	38,8	33,8
	43,1	49,4	50,7	50,0	49,1	46,3	41,5
	47,0	51,7	52,5	52,2	52,3	48,8	40,6
	53,9	58,8	59,1	58,8	58,0	54,1	45,0
Mittel	44,5	50,0	50,9	50,7	50,4	47,0	40,2
ber.	44,7	49,0	51,3	51,6	49,9	46,2	40,5

$\beta =$	66	55	44	42	46	57	69
	68	51	42	43	50	61	71
Mittel	67	53	43	43	48	59	70
ber.	66,7	53,1	45,3	43,3	47,1	56,7	72,1

$\delta_0 = 51{,}6$, $\delta_1 = 0{,}7$, $\delta_2 = -1{,}0$. $\beta_0 = 43{,}3$, $\beta_1 = 0{,}9$, $\beta_2 = +2{,}9$.

90° AI. No. 2. $D = 800 + \delta$ $B = 5400 + \beta$

$\delta =$	68,5	72,0	73,0	74,7	75,3	76,3	73,3
	69,2	73,3	74,7	75,7	77,7	77,7	75,7
	69,4	74,0	74,5	76,0	78,0	78,0	74,4
	70,0	73,5	75,0	76,2	78,2	79,3	75,3
Mittel	69,3	73,2	74,3	75,7	77,3	77,8	74,7
ber.	69,3	72,7	75,0	76,4	77,0	76,7	75,3

$\beta =$	52	39	30	37	42	60	78
	48	38	32	34	44	60	77
Mittel	50	39	31	36	43	60	77
ber.	49,0	38,0	33,4	35,2	43,4	58,0	79,0

$\delta_0 = 76{,}4$, $\delta_1 = 1{,}0$, $\delta_2 = -0{,}45$. $\beta_0 = 35{,}2$, $\beta_1 = 5{,}0$, $\beta_2 = +3{,}2$.

90° AI. No. 3. $D = 800 + \delta$ $B = 5400 + \beta$

$\delta =$	26,0	29,5	32,3	33,4	32,7	32,1	28,6
	36,8	40,8	43,5	44,8	45,2	44,5	42,1
	37,4	40,5	43,0	45,4	45,8	45,6	43,8
	49,5	51,8	54,4	56,8	57,5	58,0	56,4
Mittel	37,4	40,6	43,3	45,1	45,3	45,1	42,7
ber.	37,1	40,9	43,4	45,0	45,4	44,7	42,9

$\beta =$	68	56	48	47	52	61	76
	70	56	50	47	56	61	76
Mittel	69	56	49	47	54	61	76
ber.	68,4	56,2	49,4	48,0	52,0	61,4	76,3

$\delta_0 = 45{,}0$, $\delta_1 = 1{,}0$, $\delta_2 = -0{,}55$. $\beta_0 = 48{,}0$, $\beta_1 = 1{,}3$, $\beta_2 = +2{,}7$.

90° AI. No. 1′. $D = 400 + \delta$ $B = 5400 + \beta$

$\delta =$	54,6	56,3	57,3	58,6	60,1
	62,2	63,8	64,6	66,0	67,6
	63,5	65,5	65,5	67,0	69,3
	70,2	71,7	72,3	73,8	75,1
Mittel	62,6	64,3	64,9	66,3	68,0

$\beta =$	59,0	48,0	43,0	44,0	51,0
	60,0	47,0	42,0	45,0	53,0
Mittel	59,5	47,5	42,5	44,5	52,0

90° AI. No. 15. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	38,3	39,4	41,5	44,4	48,6
	41,0	40,0	41,5	45,0	49,3
	41,9	40,7	42,4	46,2	51,8
	40,5	41,2	43,8	47,1	51,7
Mittel	40,4	40,2	42,3	45,7	50,3

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	7,0	2,0	0,0	0,0	4,5
	7,0	3,0	0,0	2,0	4,0
Mittel	7,0	2,5	0,0	1,0	4,0

90° AI. No. 16. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	39,3	40,6	42,5	45,0	48,7
	40,0	41,3	43,2	45,5	48,9
	41,4	41,2	43,5	45,8	50,0
	41,1	42,2	44,3	47,0	51,1
Mittel	40,5	41,3	43,4	45,8	49,2

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	+1,0	−3,0	−4,0	−2,0	+1,0
	−1,0	−4,0	−5,5	−6,5	−2,0
Mittel	0,0	−3,5	−5,0	−4,0	−0,5

90° AI. No. 17. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	37,2	36,6	38,1	41,7	47,0
	37,1	36,3	37,6	41,1	48,7
	37,9	37,5	39,2	42,4	48,9
	39,9	38,0	39,2	42,6	48,0
Mittel	38,0	37,1	38,5	41,9	48,2

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	5,5	1,5	0,5	0,5	3,5
	6,5	1,5	0,0	0,0	3,5
Mittel	6,0	1,5	0,0	0,0	3,5

90° AI. No. 16′. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	74,4	74,8	75,1	75,1	75,1
	76,4	75,6	76,0	77,6	76,8
	75,6	75,7	75,8	75,4	76,6
	75,4	76,0	75,9	75,6	76,1
Mittel	75,4	75,5	75,7	75,4	76,1

90° AI. No. 17′. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	72,6	75,1	77,0	78,0	78,5
	76,0	77,7	80,0	81,0	81,5
	77,4	79,1	80,2	81,3	82,4
	78,2	80,2	82,0	83,0	83,0
Mittel	76,1	78,0	79,8	80,8	81,3

90° BI. No. 18. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	45,1	45,6	46,7	48,4	50,6
	43,4	44,4	46,2	48,0	50,3
	44,3	44,8	46,1	48,2	50,2
	44,9	45,4	46,7	48,1	50,8
Mittel	44,4	45,0	46,4	48,2	50,5

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	27,5	25,5	23,0	19,5	10,5
	27,5	26,0	22,5	16,5	9,0
Mittel	27,5	26,0	23,0	18,0	10,0

90° BI. No. 19. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	33,0	34,6	36,1	38,0	40,4
	34,2	35,4	36,6	38,6	41,0
	34,3	35,0	36,7	38,5	41,3
	35,1	36,3	37,8	40,1	42,5
Mittel	34,1	35,3	36,8	38,6	41,3

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	26,0	23,5	21,0	15,5	8,5
	25,0	23,0	21,5	14,0	10,0
Mittel	25,5	23,0	21,0	15,0	9,0

90° Bl. No. 20. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	35,9	36,9	37,7	39,5	41,5	β
	37,5	37,8	38,5	40,0	41,7	
	36,1	37,1	38,7	41,1	43,9	Mit
	37,7	38,1	39,5	41,0	43,4	
Mittel	36,8	37,5	38,6	40,4	42,6	

90° Bl. No. 19′. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	74,6	77,4	78,2	76,2	72,1
	75,9	78,3	79,2	77,1	73,9
	75,8	78,7	79,2	76,8	74,6
	74,7	77,3	78,0	75,1	71,1
Mittel	75,3	77,9	78,7	76,3	72,9

90° Bl. No. 20′. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	76,3	75,8	75,5	74,4	72,1
	77,0	76,6	76,2	75,1	74,2
	77,4	76,8	76,0	74,5	73,0
	76,9	76,9	76,1	74,8	74,1
Mittel	76,9	76,5	76,0	74,7	73,4

Biegungen.

Die Resultate der Biegungsbeobachtung
für Bergkrystall in derselben Weise mitgetheil
Die bei der Berechnung der Constanten einzu
der Prismen sind an die Spitze gestellt, die L
die Breite B und Dicke D in Theilen des Sphär
und die Belastung P in Grammen, die Beoba
Celsius-Graden zugefügt.

Was die beobachteten Biegungen η anbetr
daß die Stäbchen No. 1—14 mit demselben Appar
die aus Beryll gefertigten, die angegebenen V
als Einheit voraussetzen. Für die neuen Stäbch
Apparat etwas geändert, sodaß seine Constante
betrug[1]). Nachträglich sind dann noch eine R
Controle mit dem neu eingerichteten Appara
Zur Unterscheidung sind die Mittelwerthe fü
oder n versehen.

Die Werthe η' geben in den Einheiten von
drückung der Lagerschneiden an und sind dur
gen bestimmt. ρ_1 und ρ_2 messen in der frühe
Größe der Reibung in den beiden Axen des Bi

Die Berechnung nach Formel (31) giebt d
nungscoëfficienten für die Richtung, in welc

1) Dabei waren die messingnen Lagerschneiden
Stahl ersetzt, um die Eindrückung zu verringern.

0° No. 7′. $L = 56{,}2$, $B = 5124{,}5$, $D = 468{,}0$, $P = 20$, $\vartheta = 16{,}2$, $\eta' = 0{,}5$.
1. Lage. η = 673,9 673,4 672,7 673,4 673,9
2. Lage. η = 673,0 672,5 671,7 673,3 672,5
Mittel $\eta_m = 673{,}0$, $\rho_1 = 20{,}0$, $\rho_2 = 13{,}0$, $\mathbf{E} = 10350000$.

Die Formel (30) für den Dehnungscoëfficienten E zeigt, daß für eine unendlich kleine Abweichung der Längsaxe des Prismas aus der krystallographischen Hauptaxe $\delta E = 0$, d. h. zweiter Ordnung unendlich klein ist. Die Abweichungen der beobachteten Prismen von der vorgeschriebenen Richtung sind demnach bei der Gattung (0°) ohne merklichen Einfluß auf den Werth von E und E; man erhält daher unmittelbar das

Gesammtmittel $\mathbf{E}_0 = 10304000$, $\mathbf{E}_0 = 9{,}705 . 10^{-8}$
Wahrscheinlicher Fehler $\pm$ 10000, $\pm$ 0,009.

— 45° No. 21. $L = 66{,}2$, $B = 5963$, $D = 853{,}5$, $P = 100$, $\vartheta = 17{,}4$, $\eta' = 2{,}8$.
1. Lage. η = 620,5 620,6 620,9 621,1
2. Lage. η = 620,0 620,2 620,9 621,7
Mittel $\eta_m = 620{,}7$, $\rho_1 = 8{,}0$, $\rho_2 = 10{,}0$, $\mathbf{E} = 13040000$.

— 45° No. 22. $L = 62{,}2$, $B = 5962$, $D = 846{,}7$, $\vartheta = 17{,}2$.
1. Lage. η = 262,3 261,3 262,0 261,5, P = 50 η' = 1,3
η = 523,5 523,6 523,3 523,4, P = 100 η' = 2,6
2. Lage. η = 260,8 260,6 261,2 261,3, P = 50 η' = 1,2
η = 524,8 524,8 524,7 524,8, P = 100 η' = 2,6
Mittel $\eta_m = 523{,}7$, $\rho_1 = 8{,}5$, $\rho_2 = 10{,}5$, $\mathbf{E} = 13130000$.

— 45° No. 23. $L = 62{,}2$, $B = 5964$, $D = 850{,}1$, $\vartheta = 17{,}2$.
1. Lage. η = 259,8 259,3 259,2 259,5, P = 50 η' = 1,3
η = 519,4 518,7 518,8 518,9, P = 100 η' = 2,6
2. Lage. η = 258,5 258,2 258,5 258,7, P = 50 η' = 1,3
η = 518,0 517,9 518,2 518,2, P = 100 η' = 2,6
Mittel $\eta_m = 518{,}3$ $\rho_1 = 7{,}0$, $\rho_2 = 10{,}0$, $\mathbf{E} = 13110000$.

— 45° No. 24. $L = 58{,}2$, $B = 5967$, $D = 847{,}5$, $\vartheta = 17{,}4$.
1. Lage. η = 214,9 214,5 214,6 214,5, P = 50 η' = 1,3
η = 430,0 430,4 430,3 430,4, P = 100 η' = 2,6
2. Lage. η = 214,2 214,2 213,8 213,7, P = 50 η' = 1,3
η = 429,0 429,7 429,3 429,8, P = 100 η' = 2,6
Mittel $\eta_m = 429{,}5$, $\rho_1 = 6{,}5$, $\rho_2 = 11{,}0$, $\mathbf{E} = 13080000$.

Weicht die Richtung der Längsaxe von der vorausgesetzten Lage: in der krystallographischen Symmetrieebene um — 45° gegen die Hauptaxe geneigt (d. h. $\gamma = -\beta = 1\sqrt{2}$, $\alpha = 0$) um $\delta\alpha$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$ ab, so ergiebt sich dadurch eine Aenderung des Dehnungscoëfficienten E nach (30)

$$(\delta E)_{-45} = \sqrt{2}\,(s_{33} - s_{14} - s_{11})\,\delta\gamma$$

oder falls man $\gamma = \cos(45^0 + \delta\varphi)$ setzt

$$(\delta E)_{-45} = +(s_{33} - s_{14} - s_{11})\,\delta\varphi.$$

Die Abweichung aus der Meridianebene ist also ohne Einfluß. Vorläufige Bestimmungen ergaben beim Bergkrystall hierfür

$$(\delta E)_{-45} = -0{,}89 \cdot 10^{-6} \cdot \delta\varphi,$$

also da $E = 1/E$ und E nahe $= 13{,}0 \cdot 10^6$ ist:

$$(\delta E)_{-45} = +1{,}52 \cdot 10^{+6} \cdot \delta\varphi;$$

es ändert also eine Abweichung um einen Grad E nur etwa um 0,002 seines Werthes. Die mittlere Abweichung der obigen Stäbchen fand sich nach Messungen von Dr. Hennig und mir $+1{,}5^0$, es ist also um die Werthe E auf -45^0 zu reduciren bei allen $0{,}04 \cdot 10^6$ abzuziehen. So findet sich für

No. 21	$E = 13000000$	
22	13090000	
23	13070000	
24	13040000	
Gesammtmittel	$E_{-45} = 13050000$,	$E_{-45} = 7{,}668 \cdot 10^{-8}$
wahrscheinlicher Fehler	$\pm$ 9000,	$\pm$ 0,0055.

$+45^0$ No. 25. $L = 50{,}2$, $B = 5999$, $D = 845{,}3$, $\vartheta = 17{,}8$, $\eta' = 2{,}6$.

1. Lage.	$\eta = 211{,}4$	210,0	210,5	210,0,	$P = 50$
	$\eta = 424{,}2$	423,9	424,5	424,5,	$P = 100$
2. Lage.	$\eta = 212{,}2$	213,1	213,0	212,9,	$P = 50$
	$\eta = 424{,}0$	423,6	423,7	424,0,	$P = 100$

Mittel $\eta_m = 424{,}0$, $\rho_1 = 7{,}5$, $\rho_2 = 9{,}5$, $E = 8520000$.

$+45^0$ No. 26. $L = 52{,}2$, $B = 6000$, $D = 840{,}7$, $\vartheta = 18{,}0$, $\eta' = 2{,}6$.

1. Lage.	$\eta = 242{,}6$	243,0	243,2	242,7,	$P = 50$
	$\eta = 483{,}6$	483,6	483,5	483,4,	$P = 100$
2. Lage.	$\eta = 242{,}8$	242,2	242,5	242,6,	$P = 50$
	$\eta = 483{,}6$	483,7	483,8	483,6,	$P = 100$

Mittel $\eta_m = 484{,}2$, $\rho_1 = 7{,}5$, $\rho_2 = 9{,}5$, $E = 8520000$.

$+45^0$ No. 27. $L = 52{,}2$, $B = 6000$, $D = 842{,}5$, $\vartheta = 16{,}8$, $\eta' = 2{,}6$.

1. Lage.	$\eta = 243{,}5$	242,6	241,2	242,6,	$P = 50$
	$\eta = 481{,}6$	481,9	481,4	481,9,	$P = 100$
2. Lage.	$\eta = 240{,}9$	240,4	240,5	240,8,	$P = 50$
	$\eta = 480{,}3$	480,7	480,5	480,3,	$P = 100$

Mittel $\eta_m = 481{,}3$, $\rho_1 = 7{,}5$, $\rho_2 = 9{,}5$, $E = 8520000$.

$+45^0$ No. 28. $L = 48{,}2$, $B = 6002$, $D = 842{,}3$, $\vartheta = 17{,}0$, $\eta' = 2{,}6$.

1. Lage.	$\eta = 188{,}2$	188,3	188,4	188,2,	$P = 50$
	$\eta = 378{,}8$	378,0	377,9	378,2,	$P = 100$
2. Lage.	$\eta = 189{,}6$	189,8	189,5	189,6,	$P = 50$
	$\eta = 379{,}0$	380,3	379,6	379,5,	$P = 100$

Mittel $\eta_m = 378{,}6$, $\rho_1 = 7{,}0$, $\rho_2 = 11{,}0$, $E = 8540000$.

$L = 50{,}2$, $\vartheta = 17$, $\eta' = 2{,}6$.

1. Lage. $\eta = 255{,}4 \quad 255{,}5 \quad 255{,}0 \quad 255{,}0$, $P = 50$
$\eta = 512{,}7 \quad 512{,}3 \quad 512{,}5 \quad 512{,}5$, $P = 100$

2. Lage. $\eta = 258{,}4 \quad 257{,}5 \quad 257{,}5 \quad 257{,}2$, $P = 50$
$\eta = 515{,}2 \quad 514{,}6 \quad 514{,}8 \quad 514{,}4$, $P = 100$

Mittel $\eta_m = 513{,}3$, $\rho_1 = 8{,}0$, $\rho_2 = 8{,}5$, $E = \mathbf{7930000}$.

90° A II. No. 10. $L = 52{,}4$, $B = 5090$, $D = 877{,}8$, $P = 56$, $\vartheta = 16{,}8$, $\eta' = 2{,}5$.

1. Lage. $\eta = 287{,}5 \quad 288{,}1 \quad 287{,}5 \quad 286{,}8 \quad 286{,}6 \quad 288{,}0$
2. Lage. $\eta = 288{,}2 \quad 288{,}7 \quad 288{,}6 \quad 288{,}5 \quad 288{,}3 \quad 287{,}7$

Mittel $\eta_m = 287{,}9$, $\rho_1 = 3{,}0$, $\rho_2 = 4{,}6$, $E = \mathbf{8020000}$.

$L = 50{,}2$, $\vartheta = 17{,}2$, $\eta' = 2{,}6$.

1. Lage. $\eta = 240{,}4 \quad 239{,}7 \quad 240{,}0 \quad 239{,}7$, $P = 50$
$\eta = 478{,}5 \quad 478{,}1 \quad 477{,}0 \quad 477{,}0$, $P = 100$

2. Lage. $\eta = 237{,}2 \quad 237{,}7 \quad 236{,}2 \quad 236{,}9$, $P = 50$
$\eta = 473{,}2 \quad 472{,}8 \quad 472{,}5 \quad 473{,}0$, $P = 100$

Mittel $\eta_m = 475{,}8$, $\rho_1 = 10{,}0$, $\rho_2 = 9{,}5$, $E = \mathbf{8010000}$.

90° A II. No. 11. $L = 54{,}4$, $B = 5118$, $D = 821{,}0$, $P = 56$, $\vartheta = 16{,}0$, $\eta' = 10{,}8$ [1]).

1. Lage. $\eta = 401{,}3 \quad 401{,}6 \quad 401{,}6 \quad 402{,}9 \quad 401{,}7 \quad 401{,}5$
2. Lage. $\eta = 400{,}0 \quad 401{,}3 \quad 400{,}7 \quad 400{,}7 \quad 401{,}0 \quad 401{,}4$

Mittel $\eta_m = 401{,}3$, $\rho_1 = 3{,}8$, $\rho_2 = 5{,}1$, $E = \mathbf{7950000}$.

90° B I. No. 18. $L = 48{,}2$, $B = 6022$, $D = 846{,}6$, $\vartheta = 16{,}4$, $\eta' = 2{,}6$.

1. Lage. $\eta = 201{,}9 \quad 202{,}5 \quad 201{,}9 \quad 201{,}9$, $P = 50$
$\eta = 405{,}4 \quad 405{,}0 \quad 404{,}7 \quad 405{,}0$, $P = 100$

2. Lage. $\eta = 201{,}5 \quad 201{,}5 \quad 201{,}7 \quad 201{,}9$, $P = 50$
$\eta = 404{,}9 \quad 405{,}1 \quad 405{,}3 \quad 404{,}9$, $P = 100$

Mittel $\eta_m = 404{,}5$, $\rho_1 = 7{,}5$, $\rho_2 = 7{,}0$, $E = \mathbf{7840000}$.

Diese Werthe sind nun zunächst durch Correction wegen der Abweichung der Stäbchen von der vorgeschriebenen Orientirung vergleichbar zu machen. Formel (30) ergiebt für die Gattung

$$90°\ \text{A I.}\ (\alpha = \beta_1 = \gamma_2 = 1) \quad \delta E = 0$$
$$\text{für } 90°\ \text{A II.}\ (\alpha_1 = \beta = \gamma_2 = 1) \quad \delta E = -2 s_{14} \delta\gamma$$
$$\text{für } 90°\ \text{B I.}\ (\alpha = \beta_2 = \gamma_1 = 1) \quad \delta E = 0.$$

Die Stäbchen der ersten und letzten Gattung sind also für die Bestimmung von E am günstigsten.

Für (90° A II.) erhält man, wenn man $\gamma = \cos\varphi$ setzt, unter Rücksicht auf den durch vorläufige Bestimmung erhaltenen Werth

$$s_{14} = -4{,}24 \cdot 10^{-8}$$

1) Wie sich nachträglich herausstellte waren die Lagerschneiden bei dieser Beobachtung lose, die deshalb nothwendige Correction ist in η enthalten und nur nährungsweise richtig. Eine Wiederholung der Beobachtung war nicht möglich, da das Stäbchen bei Entdeckung des Fehlers schon dünner geschliffen war.

$$\delta E = -8{,}48 \cdot 10^{-6} \cdot \delta\varphi$$

also da $E = 1/E$ und E nahe $= 7{,}85 \cdot 10^{6}$ ist

$$\delta E = +5{,}20 \cdot 10^{6} \cdot \delta\varphi.$$

Die optische Untersuchung ließ für $\delta\varphi$ die folgenden absoluten Werthe erkennen

für No. 9 $\delta\varphi = 1°$, No. 10 $\delta\varphi = 1{,}5°$, No. 11 $\delta\varphi = 1°$.

In welchem Sinne diese Abweichungen lagen war nicht mehr festzustellen, die vorstehenden Werthe E für (90° AI) und (90° BI) lassen aber erkennen, daß sie positiv zu rechnen sein werden. Die Correctionen würden demgemäß sein

für No. 9, $\delta E = -0{,}09 \cdot 10^{6}$; No. 10, $\delta E = -0{,}14 \cdot 10^{6}$;
No. 11, $\delta E = -0{,}09 \cdot 10^{6}$.

Hiernach erhält man schließlich die folgende zusammenstellung:

90° AI.	No. 1,	$E =$	7810000
	No. 2,		7810000
	No. 3,		7870000
			7880000
	No. 15,		7880000
			7880000
90° AII.	No. 9,		7800000
			7840000
	No. 10,		7880000
			7870000
	No. 11,		7860000
90° BI.	No. 18,		7840000
Gesammtmittel		$E_{90} =$	**7853000**, $E_{90} = 12{,}734.10^{-6}$
wahrscheinlicher Fehler			$\pm$ 7000, $\pm$ 0,011.

Die Uebereinstimmung der unter verschiedenen Umständen an demselben Stäbchen gefundenen Werthe zeigt, daß die Ursachen der Abweichungen hauptsächlich in den Dimensionsbestimmungen und in Inhomogenitäten der Substanz zu suchen sind, nicht in den Biegungsbeobachtungen.

Die Gleichheit der Werthe von E für die drei Gattungen (90° AI), (90° AII) und (90° BI) giebt eine Bestätigung der Theorie (s. hierzu Formel 61).

Anmerkung. Der Ueberblick über die Werthe von ρ_1 und ρ_2 in den verschiedenen Beobachtungstafeln ergiebt, daß die Reibung in den Axen bei den letzten (durch η_0 characterisirten) Beobachtungen bedeutend größer war, als bei den früheren (mit η_0 bezeichneten); sie war in der That während der Benutzung des Apparates stetig

gestiegen. Es sind deshalb für weitere Beobachtungen Abänderungen des Apparates begonnen, um die gleitende Reibung durch rollende zu ersetzen; dieser naheliegende Ausweg bietet nur deshalb Schwierigkeiten, weil dadurch die Stabilität der äußerst leichten drehbaren Theile ganz minimal wird und dem durch besondern Maßregeln begegnet werden muß.

Drillungen.

0° No. 5. $L = 40{,}2$, $B = 4664$, $D = 784{,}5$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 201,1	201,6	201,8	202,0,	$\rho =$ 5,5
	$G + 20$,	$\sigma =$ 113,2	113,1	113,1	112,9,	$\rho =$ 5,8
	G ,	$\sigma =$ 25,2	25,3	25,2	25,2,	$\rho =$ 6,4
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 203,5	203,5	203,7	203,7,	$\rho =$ 7,7
	$G + 20$,	$\sigma =$ 114,6	114,8	114,6	114,9,	$\rho =$ 7,7
	G ,	$\sigma =$ 25,9	25,9	25,9	26,1,	$\rho =$ 8,4
		$\sigma_{20} =$ 88,55.				

0° No. 6. $L = 41{,}18$, $B = 4733$, $D = 791{,}5$, $E = 5163$, $\vartheta = 16{,}7$.

rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 197,5	197,4	197,6	197,6,	$\rho =$ 2,6
	$G + 20$,	$\sigma =$ 110,6	110,6	110,9	111,0,	$\rho =$ 2.0
	G ,	$\sigma =$ 24,6	24,9	24,8	24,7,	$\rho =$ 2,7
lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 197,7	197,4	197,4	197.6,	$\rho =$ 2,6
	$G + 20$,	$\sigma =$ 111,1	110,6	111,1	110,9,	$\rho =$ 2,5
	G ,	$\sigma =$ 25,0	25,0	24,8	24,8,	$\rho =$ 2,3
		$\sigma_{20} =$ 86,35.				

0° No. 7. $L = 41{,}3$, $B = 5127$, $D = 811{,}0$, $E = 5163$, $\vartheta = ?$

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 172,5	102,4	172,2	172,4,	$\rho =$ 0,5 [1]
	$G + 20$,	$\sigma =$ 96,9	96,8	96,9		$\rho =$ 0,6
	G ,	$\sigma =$ 21,5	21,7	21,7		$\rho =$ 0,3
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 172,8	172,9	173,1	172,8,	$\rho =$ 2,9
	$G + 20$,	$\sigma =$ 97,9	97,5	97,7	97,5,	$\rho =$ 3,1
	G ,	$\sigma =$ 22.5	22,4	22,4	22,5,	$\rho =$ 3,5
		$\sigma_{20} =$ 75,30.				

0° No. 8. $L = 30{,}68$, $B = 4671$, $D = 807{,}9$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}5$.

rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 183,3	183,5	183,7	183,7,	$\rho =$ 3,4
	$G + 20$,	$\sigma =$ 103,7	103,8	103,8	103,5,	$\rho =$ 2,9
	G ,	$\sigma =$ 23,8	23,8	23,9	24,0,	$\rho =$ 2,8
lR.	$G + 20$,	$\sigma =$ 103,1	102,9	103,0	103,0,	$\rho =$ 1,0
	G ,	$\sigma =$ 23,2	23,2	23,1	23,2,	$\rho =$ 1,2
		$\sigma_{20} =$ 79,80.				

1) Die bei dieser Reihe wahrnehmbare auffällige Kleinheit von ρ erklärt sich dadurch, daß aus unaufgeklärter Ursache Be- und Entlastung von einem Zittern des ganzen Apparates begleitet waren.

No.	5	6	7	8	5′	6′	7′
T =	20,09	19,95	20,33	20,00	19,97	19,99	20,29.

Die Uebereinstimmung ist sehr bedeutend; daß No. 7 und das daraus durch Dünnerschleifen erhaltene No. 7′ einen übereinstimmend großen Werth ergiebt, zeigt, daß diese Abweichungen nicht in Beobachtungsfehlern, sondern in mangelhafter Orientirung der Prismen begründet sind [1]).

Es ist bemerkenswerth, daß der Werth von f demjenigen sehr nahe liegt, der sich für dieselbe Gattung Stäbchen bei dem hexagonalen System ergiebt, wo rings um die Hauptaxe vollkommene Symmetrie stattfindet; die Theorie giebt dort $f = -0{,}636$. Hiernach kann man wenigstens beim Bergkrystall für die Torsion eines Prismas um die krystallographische Hauptaxe die einfache Formel (10) für $T = T'$ anwenden, wie sie auch für unkrystallinische Medien gilt. Es wäre ein bedeutender Vortheil, wenn sich dies allgemein bei rhomboëdrischen Krystallen bewähren sollte.

Der erhaltene Werth von T_0 und T_0 ist nun noch so weit als möglich wegen der Orientirung der benutzten Prismen zu corrigiren, was nicht mit Strenge ausführbar ist, da, wie gesagt, die Orientirung sich auf optischem Wege nur ungenügend bestimmen ließ. Die Formel (56) für T ergiebt für die Gattung (0°) d. h. für

$$\gamma = 1, \quad \alpha = \beta = \gamma_1 = \gamma_2 = 0$$

allgemein:

$$\delta T_0 = 4 s_{14} (\beta_1 (3 \alpha_1 \delta\alpha - \beta_1 \delta\beta) - \beta_2 \delta\gamma_2).$$

Nach der Herstellungsart war anzunehmen, daß entweder die Schmalseite oder die Breitseite in der krystallographischen Symmetrieebene gelegen hat, d. h. entweder

$$\beta_2 = \alpha_1 = 1, \ \beta_1 = \alpha_2 = 0 \text{ war, also: } \delta T_0 = -4 s_{14} \delta\gamma_2$$

oder

$$\beta_1 = \alpha_2 = 1, \ \beta_2 = \alpha_1 = 0, \qquad \text{also: } \delta T_0 = -4 s_{14} \delta\beta.$$

γ_2 ist der Cosinus des Winkels zwischen der kleineren Querdimension und Z-Axe, $\delta\gamma_2$ ist daher bei der ersten Annahme der Winkel $\delta\psi$, welchen die Polarisationsebene des ordentlichen Strahles, der parallel der Breite durch das Prisma geht, mit der Längs-Kante einschließt. β ist der Cosinus des Winkels zwischen Längs- und

1) Bei Ausschluß dieses Stäbchens 7 resp. 7′ findet sich

$$T_0 = 19{,}95.10^{-8}, \quad T_0 = 502000, \quad f = -0{,}651.$$

Y-Axe, $\delta\beta$ also bei der zweiten Annahme der Winkel $\delta\varphi$, welchen die Polarisationsebene des ordentlichen Strahles, welcher parallel der Dicke durch das Stäbchen geht, mit der Längskante einschließt.

Die optische Prüfung ergab, natürlich nur dem absoluten Werthe nach, $\delta\varphi$ für alle Stäbchen nahe gleich 1°, $\delta\psi$ ebenso groß, nur für No. 7 resp. 7′ etwa 2,2°. Hält man hiermit zusammen, daß No. 7 und 7′ auffällig abweichende Werthe ergeben haben, so kann man mit einer ziemlichen Wahrscheinlichkeit schließen, daß die Schmalseite der Stäbchen in der Symmetrieebene gelegen hat und auch daß die Correction mit negativem Vorzeichen anzubringen ist.

Hierdurch würde man erhalten, da s_{14} etwa $= -4{,}24 \cdot 10^{-6}$ ist, für:

No.	5	6	7	8	5′	6′	7′
$T_0 =$	19,80	19,76	19,69	19,71	19,68	19,65	19,69.

Im Mittel $T_0 = 19{,}70 \cdot 10^{-6}$, $T_0 = 5076000$.

90° AI. No. 1. $L = 42{,}1$, $B = 5448$, $D = 850{,}2$, $E = 5176$, $\vartheta = 16{,}5$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	200,8	200,9	200,7,	$\rho =$ 10,5
	$G + 20$,	$\sigma =$	114,0	113,7	113,3	113,1, $\rho =$ 10,8
	G ,	$\sigma =$	25,8	25,7	25,5	25,5, $\rho =$ 11,2
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	200,3	200,7	200,6	200,8, $\rho =$ 15,7
	$G + 20$,	$\sigma =$	113,5	113,4	113,5	113,1, $\rho =$ 15,5
	G ,	(Stäbchen zerbrochen)				

$\sigma_{20} = 87{,}40$.

90° AI. No. 2. $L = 39{,}52$, $B = 5442$, $D = 875{,}4$, $E = 5176$, $\vartheta = 17{,}5$.

rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	175,3	175,2	175,6	172,2, $\rho =$ 13,0
	$G + 20$,	$\sigma =$	98,5	98,5	98,5	$\rho =$ 12,5
	G ,	$\sigma =$	22,4	21,9	22,2	$\rho =$ 13,2
lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	173,4	172,8	172,8	$\rho =$ 12,0
	$G + 20$,	$\sigma =$	97,1	97,5	97,5	$\rho =$ 12,6
	G ,	$\sigma =$	21,7	22,2	22,2	$\rho =$ 13,2

$\sigma_{20} = 76{,}00$.

90° AI. No. 3. $L = 37{,}25$, $B = 5453$, $D = 844{,}1$, $E = 5176$, $\vartheta = 17{,}0$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	182,9	182,9	183,1	182,6, $\rho =$ 8,8
	$G + 10$,	$\sigma =$	102,5	103,2	102,9	103,1, $\rho =$ 9,0
	G ,	$\sigma =$	23,6	23,6	23,6	23,2, $\rho =$ 11,0
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	182,1	181,3	181,5	181,5, $\rho =$ 9,0
	$G + 20$,	$\sigma =$	102,2	102,6	102,8	102,5, $\rho =$ 9,9
	G ,	$\sigma =$	23,3	23,5	23,6	23,3, $\rho =$ 11,2

$\sigma_{20} = 74{,}40$.

90° A I. No. 1′. $L = 33{,}25$, $B = 5449$, $D = 465{,}2$, $E = 5163$, $\vartheta = 17$.

rR.	$G + 10$,	$\sigma =$	320,1	320,6	320,3	319,8	319,6, $\rho =$ 11,6
	$G + 5$,	$\sigma =$	217,6	217,5	217,7	217,8	217,8, $\rho =$ 12,0
	G ,	$\sigma =$	114,8	114,7	114,8	114,7	114,6, $\rho =$ 14,0
lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	321,3	321,6	321,1	321,6	321,1, $\rho =$ 10,6
	$G + 5$,	$\sigma =$	219,3	219,2	219,0	218,9	218,8, $\rho =$ 10,7
	G ,	$\sigma =$	116,1	116,3	116,4	116,4	116,5, $\rho =$ 10,5
		$\sigma_s =$	102,2.				

90° A I. No. 2′. $L = 41{,}00$[1]), $B = 5442$, $D = 470{,}6$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	375,3	376,0	376,5	377,0,	$\rho =$ 9,0
	$G + 5$,	$\sigma =$	255,8	256,0	256,6	255,7	256,0, $\rho =$ 9,5
	G ,	$\sigma =$	136,2	135,3	135,0	135,0	135,3, $\rho =$ 9,8
rR.	$G + 10$,	$\sigma =$	378,6	379,4	379,5	378,3	378,5, $\rho =$ 7,0
	$G + 5$,	$\sigma =$	258,8	257,5	258,0	258,0	258,4, $\rho =$ 10,2
	G ,	$\sigma =$	137,5	137,2	137,5	137,8	137,4, $\rho =$ 11,0
		$\sigma_s =$	120,2.				

Diese Beobachtungen wollen wir bei der Berechnung zusammenfassen, da die Stäbchen No. 1—3 aus demselben Krystall und zwar gemeinsam herausgeschnitten sind, also gleiche Orientirung zeigen. Wir können zur Bestimmung von T auf eine doppelte Weise verfahren; weil die Längsaxe in eine Normale zur krystallographischen Symmetrieebene fällt, ist die Formel (57) resp. (82) anwendbar, und darin einerseits f durch Combination von Beobachtungen an verschieden dicken Stäbchen zu bestimmen resp. zu eliminiren, andrerseits nach der früheren theoretischen Betrachtung durch Formel (73) in ihrem Werth zu berechnen. Wenden wir beide Methoden an, so erhalten wir dadurch eine neue Prüfung der Theorie.

Die erstere Methode ergiebt

$$T_{90^\circ} = 29{,}13 \cdot 10^{-6} \qquad f_{90^\circ} = -0{,}521.$$

Dabei findet sich der Werth von f äußerst empfindlich gegen kleine Aenderungen der beobachteten Werthe, die erhaltene Zahl hat also nur geringe Sicherheit. Setzt man sie in (57) ein, so erhält man folgende Werthe von T für die einzelnen Stäbchen:

No.	1	2	3	1′	2′
T =	29,19	29,14	29,05	29,31	28,94.

Was die zweite Methode anbetrifft, so ist zur Berechnung von f ein Nährungswerth von s_{44}, s_{55}, s_{14} nöthig; überdies muß berücksichtigt werden, daß die Orientirung der Stäbchen von der verlangten abweicht.

1) Unsichere Messung.

Dieser letztere Umstand würde streng genommen die Formeln (57) und (73) überhaupt nicht mehr anwendbar machen, indessen überzeugt man sich leicht, daß die allgemeinste Formel (55) sich merklich auf (57) reducirt, wenn die Abweichungen, wie hier, nur mäßige sind. Daher genügt es nur die Aenderungen zu untersuchen, welche die in f nach (73) vorkommenden Werthe erleiden, wenn die Orientirung nicht genau die vorgeschriebene ist. Diese Glieder sind nach (69) und (73):

$$s'_{55} = 2(s_{11} - s_{12}) \qquad s'_{44} = s_{44} \qquad s'_{45} = 2s_{14}$$

und ihre Aenderungen sind nach (56) und (70)

$$\delta s'_{55} = -4s_{14}\delta\beta_2, \qquad \delta s'_{44} = -4s_{14}\delta\gamma_1, \qquad \delta s'_{45} = s_{44}\delta\gamma_1.$$

Es hat also nur die Lage der Querdimensionen, nicht aber ein Fehler in der Lage der Längsaxe Einfluß.

Liegt die B-Richtung zwischen der Y- und Z-Axe und macht sie mit ersterer den Winkel $\delta\varphi$, so ist

$$\delta\gamma_1 = -\delta\beta_2 = \delta\varphi,$$

also

$$\delta s'_{55} = +4s_{14}\delta\varphi, \qquad \delta s'_{44} = -4s_{14}\delta\varphi, \qquad \delta s'_{45} = +s_{44}\delta\varphi.$$

Nun haben wir die Nährungswerthe:

$$s_{44} = 19{,}6, \qquad 2(s_{11} - s_{12}) = 28{,}7, \qquad s_{14} = -4{,}24.$$

Die optische Untersuchung an eigens dazu hergestellten Querschnitten der Stäbchen hat rund $\delta\varphi = 2°$ ergeben, das Vorzeichen ließ sich nur durch Vergleichung mit den folgenden positiv finden. Hiernach sind in (69) die Werthe einzusetzen:

$$(s'_{44}) = 19{,}0, \qquad (s'_{55}) = 29{,}3, \qquad (s'_{45}) = -9{,}15.$$

Dies ergiebt aber:

$$f = -0{,}515$$

zufällig in sehr großer Uebereinstimmung mit dem nach der ersten Methode gefundenen Werthe. Das Einsetzen in (57) ergiebt folgende Werthe

No.	1	2	3	1′	2′	
T =	29,22	29,16	29,08	29,33	28,98,	im Mittel $29{,}15 \cdot 10^{-6}$

Diese sind nun noch wegen der Orientirung zu corrigiren. Da $s'_{55} = T_{90°}$ ist, so wird

$$\delta T_{90°} = 4s_{14}\delta\varphi,$$

die Correction beträgt also hier im Mittel $-0{,}57$. Eine Zusammenstellung aller Werthe gebe ich weiter unten.

90° A I. No. 15. $L = 37{,}80$, $B = 6002$, $D = 843{,}4$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}7$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	179,4	179,5	179,5	179,6	179,6, $\rho = 1{,}4$
	$G + 20$,	$\sigma =$	107,5	107,3	107,4	107,4	107,3, $\rho = 1{,}4$
	G ,	$\sigma =$	35,2	35,0	35,0	35,0	34,9, $\rho = 1{,}4$
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	181,0	180,9	181,0	180,9	180,7, $\rho = 1{,}0$
	$G + 20$,	$\sigma =$	108,1	108,2	108,1	108,2	108,1, $\rho = 2{,}0$
	G ;	$\sigma =$	35,3	35,2	35,3	35,2	35,2, $\rho = 2{,}0$

$\sigma_{20} = 72{,}55$.

90° A I. No. 16. $L = 34{,}55$, $B = 5997$, $D = 843{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}2$.

rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	166,3	166,3	166,4	166,3, $\rho = 2{,}2$
	$G + 20$,	$\sigma =$	99,7	99,5	99,5	99,6, $\rho = 2{,}2$
	G ,	$\sigma =$	32,5	32,5	32,3	32,3, $\rho = 2{,}2$
lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	167,1	166,9	167,0	166,8, $\rho = 2{,}2$
	$G + 20$,	$\sigma =$	99,7	99,7	99,7	99,7, $\rho = 2{,}2$
	G ,	$\sigma =$	32,5	32,4	32,6	32,6, $\rho = 2{,}2$

$\sigma_{20} = 67{,}10$.

90° A I. No. 17. $L = 37{,}55$, $B = 6002$, $D = 840{,}2$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	182,6	182,9	182,8	182,9,	$\rho = 2{,}3$
	$G + 20$,	$\sigma =$	109,4	109,3	109,3	109,4,	$\rho = 2{,}2$
	G ,	$\sigma =$	35,8	35,8	35,8	35,8,	$\rho = 2{,}2$
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	181,9	181,8	181,8	181,8.	$\rho = 3{,}2$
	$G + 20$,	$\sigma =$	108,5	108,5	108,4	108,3,	$\rho = 3{,}5$
	G ,	$\sigma =$	34,7	34,6	34,7	34,7,	$\rho = 4{,}0$

$\sigma_{20} = 73{,}50$.

90° A I. No. 16′. $L = 34{,}30$, $B = 5997$, $D = 475{,}5$, $E = 5163$, $\vartheta = 16{,}4$.

lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	281,5	281,6	281,6	281,7	281,5,	$\rho = 11{,}5$
	$G + 5$,	$\sigma =$	191,5	192,2	192,4	192,4	192,0,	$\rho = 11{,}8$
	G ,	$\sigma =$	103,3	103,0	102,4	102,9	103,0,	$\rho = 9{,}5$
rR.	$G + 10$,	$\sigma =$	283,1	282,3	282,5	282,2	282,6,	$\rho = 14{,}5$
	$G + 5$,	$\sigma =$	192,0	192,5	192,5	192,5		$\rho = 13{,}0$
	G ,	$\sigma =$	102,6	102,6	102,4	102,4		$\rho = 12{,}8$

$\sigma_5 = 89{,}62$.

90° A I. No. 17′. $L = 35{,}10$, $B = 6002$, $D = 479{,}5$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}1$.

rR.	$G + 10$,	$\sigma =$	278,9	278,8	278,9	278,9,	$\rho = 12{,}7$
	$G + 5$,	$\sigma =$	188,9	189,0	189,9	188,8,	$\rho = 14{,}0$
	G ,	$\sigma =$	99,7	99,5	99,7	99,7,	$\rho = 15{,}5$
lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	279,3	279,0	279,0	278,9,	$\rho = 11{,}6$
	$G + 5$,	$\sigma =$	189,0	189,3	189,5	189,1,	$\rho = 13{,}0$
	G ,	$\sigma =$	100,4	100,2	99,9	100,1,	$\rho = 14{,}0$

$\sigma_5 = 89{,}55$.

Benutzt man diese Beobachtungen, um nach Formel (82) T und f zu berechnen, so erhält man die Werthe:

$$T_{90A} = 29{,}37 \cdot 10^{-6} \qquad f = -0{,}496,$$

90° A II. No. 11. $L = 39{,}2$, $B = 5118$, $D = 820{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 19$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma = 225{,}8$	225,7	225,7	225,7,	$\rho = 0{,}5$
	$G + 20$,	$\sigma = 126{,}9$	126,9	127,0	126,6,	$\rho = 1{,}0$
	G ,	$\sigma = 28{,}3$	27,9	27,9	27,9,	$\rho = 1{,}0$
rR.	$G + 40$,	$\sigma = 226{,}1$	226,4	226,3	226,4,	$\rho = 1{,}8$
	$G + 20$,	$\sigma = 127{,}4$	127,2	127,2	127,0,	$\rho = 2{,}0$
	G ,	$\sigma = 28{,}7$	28,7	28,8	28,7,	$\rho = 1{,}9$
		$\sigma_{22} = 98{,}85$.				

90° A II. No. 10′. $L = 37{,}75$, $B = 5093$, $D = 480{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 16{,}2$.

lR.	$G + 10$,	$\sigma = 355{,}0$	354,7	354,5	354,7,	$\rho = 12{,}0$
	$G + 5$,	$\sigma = 241{,}8$	241,8	241,7	242,0,	$\rho = 11{,}5$
	G ,	$\sigma = 129{,}6$	129,9	129,9	130,1,	$\rho = 11{,}0$
rR.	$G + 10$,	$\sigma = 352{,}1$	352,3	352,0	352,1,	$\rho = 14{,}5$
	$G + 5$,	$\sigma = 240{,}6$	240,7	240,5	240,6,	$\rho = 13{,}0$
	G ,	$\sigma = 128{,}6$	128,4	128,2	128,3,	$\rho = 13{,}0$
		$\sigma_5 = 112{,}15$.				

90° A II. No. 11′. $L = 31{,}85$, $B = 5118$, $D = 469{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 16{,}7$.

rR.	$G + 10$,	$\sigma = 319{,}3$	319,4	318,7	319,2,	$\rho = 11{,}5$
	$G + 5$,	$\sigma = 217{,}9$	217,5	217,8	217,8,	$\rho = 11{,}5$
	G ,	$\sigma = 116{,}4$	116,2	116,4	116,5,	$\rho = 11{,}5$
lR.	$G + 10$,	$\sigma = 318{,}6$	318,6	318,3	318,6,	$\rho = 9{,}5$
	$G + 5$,	$\sigma = 218{,}4$	218,3	218,6	218,4,	$\rho = 8{,}5$
	G ,	$\sigma = 117{,}7$	117,1	117,0	116,8,	$\rho = 9{,}0$
		$\sigma_5 = 101{,}05$.				

Für die Stäbchen der Gattung (90° A II) ist, weil ihre Längsrichtung in der krystallographischen Symmetrieebene liegt, die Formel (55) in der Vereinfachung anzuwenden, die sich nach (62) dadurch ergiebt, daß $\Theta' = 0$ ist. Sie lautet so:

$$\tau = \frac{3NLT\left[1 + \frac{\Theta''^2}{ET}\left(\frac{D^2}{B^2} + \frac{D^2 f}{B^3}\right)\right]}{D^3 B\left(1 + \frac{D}{B} f\right)}.$$

Nach (62) ist hierbei, da $\alpha = 0$, $\beta = 1$ ist, $\Theta'' = -s_{14}$; das Einsetzen dieses Werthes und der für E und T hier gültigen ergiebt für die im Zähler neben 1 stehende Klammer etwa 0,0014, es ist daher die Abweichung dieser Formel von der früher benutzten (57) fast zu vernachlässigen. Man kann im Uebrigen die Berechnung ebenso wie für die Gattung (90° A I) anstellen, nur läßt sich f hier nicht aus theoretischen Betrachtungen ableiten.

Man erhält

$$T = 28{,}54 \cdot 10^{-8} \qquad f = -0{,}691$$

und durch Einsetzen dieses letzteren Werthes in Gleichung (57) für

No. 9	10	11	10′	11′
T = 28,60	28,30	28,69	28,49	28,59.

Diese Stäbchen haben aber Abweichungen von der vorgeschriebene Lage, welche noch zur Correction von T benutzt werden müssen. Es ist für Gattung (90° A II) nach Formel (56)

$$\delta T = -4 s_{14} \delta\beta_2 = -4 s_{14} \delta\varphi$$

wenn $\delta\varphi$ die Abweichung der Längsaxe von der Lage normal zur Z-Axe bezeichnet.

Nach den p. 64 citirten Beobachtungen hat $\delta\varphi$ für No. 9, 10, 11 resp. den Werth 1°, 1,5°, 1°, es ist daher resp. die Correction + 0,29, + 0,43, + 0,29 anzubringen.

Stellt man nach Anbringung der angegebenen Correctionen nunmehr alle auf die Gattungen (90° A I und II) bezüglichen Beobachtungen [1]) zusammen, so erhält man folgendes System.

90° A I.	No.	1	T = 28,65
		2	28,59
		3	28,51
		1′	28,76
		2′	28,41
		15	28,49
		16	28,85
		17	28,75
		16′	28,75
		17′	28,73
90° A II.	No.	9	28,89
		10	28,73
		11	28,98
		10′	28,92
		11′	28,88
Gesammtmittel		$T_{90.I} = 28{,}725 . 10^{-8}$,	$T_{90.I} = 3481000$
wahrscheinlicher Fehler		± 0,030,	± 3600

Die Uebereinstimmung der Werthe für die Gattungen (90° A I und II) ist eine Bestätigung der Theorie; im Uebrigen zeigt sich hier wieder, daß die Schwierigkeit, die Orientirung der Prismen genau zu bestimmen, eine hauptsächliche Fehlerquelle ist, denn die zusammen angefertigten und daher nahezu gleich orientirten Systeme stimmen in sich besser als miteinander überein.

---

1) Von den Stäbchen der Gattung (90° A I) sind dabei als sicherer die Werthe benutzt, die mit dem nach der Theorie berechneten f erhalten sind; die andern würden übrigens ein nur unmerklich geändertes Gesammtresultat ergeben.

90° BI. No. 18. $L = 34{,}75$, $B = 6022$, $D = 846{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}5$.

rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	109,4	109,5	109,4	109,4	109,4,	$\rho = 1{,}2$
	$G + 20$,	$\sigma =$	65,4	65,3	65,5	65,4		$\rho = 1{,}3$
	G ,	$\sigma =$	21,5	21,5	21,6	21,6	22,6,	$\rho = 1{,}2$
lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	108,7	108,6	108,6	108,4	108,6,	$\rho = 2{,}2$
	$G + 20$,	$\sigma =$	64,5	64,6	64,7	64,7	64,6,	$\rho = 2{,}4$
	G ,	$\sigma =$	20,7	20,7	20,6	20,6	20,7,	$\rho = 2{,}6$
		$\sigma_{20} =$	43,95.					

90° BI. No. 19. $L = 31{,}5$, $B = 6019$, $D = 837{,}1$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}5$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	102,2	102,2	102,1	102,3	102,1,	$\rho = 3{,}0$
	$G + 20$,	$\sigma =$	60,8	60,6	60,7	60,6	60,7,	$\rho = 3{,}0$
	G ,	$\sigma =$	19,4	19,3	19,3	19,2	19,4,	$\rho = 3{,}2$
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	102,4	102,5	102,5	102,3	102,3,	$\rho = 1{,}0$
	$G + 20$,	$\sigma =$	61,3	61,4	61,2	61,3	61,3,	$\rho = 1{,}0$
	G ,	$\sigma =$	19,9	20,2	20,1	20,1	20,0,	$\rho = 1{,}0$
		$\sigma_{20} =$	41,30.					

90° BI. No. 20. $L = 29{,}65$, $B = 6017$, $D = 839{,}1$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}5$.

rR.	$G + 50$,	$\sigma =$	125,2	125,3	125,1	125,2		$\rho = 1{,}3$
	$G + 25$,	$\sigma =$	76,7	76,7	76,8	76,7	76,7,	$\rho = 1{,}4$
	G ,	$\sigma =$	28,4	28,4	28,4	28,4	28,4,	$\rho = 1{,}6$
lR.	$G + 50$,	$\sigma =$	124,7	124,9	124,9	124,9		$\rho = 2{,}0$
	$G + 25$,	$\sigma =$	76,7	76,5	76,5	76,6	76,4,	$\rho = 1{,}8$
	G ,	$\sigma =$	28,2	28,4	28,1	28,2	28,2,	$\rho = 1{,}7$
		$\sigma_{25} =$	48,40.					

90° BI. No. 19′. $L = 30{,}75$, $B = 6019$, $D = 476{,}7$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}5$.

lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	160,4	160,3	160,6	160,5,	$\rho =$	10,0
	$G + 5$,	$\sigma =$	108,9	109,1	108,9	108,8,	$\rho =$	9,5
	G ,	$\sigma =$	57,9	57,8	57,9	58,0,	$\rho =$	9,0
rR.	$G + 15$,	$\sigma =$	214,7	214,9	214,7	214,7,	$\rho =$	4,0
	$G + 10$,	$\sigma =$	163,6	163,7	163,5	163,3,	$\rho =$	3,8
	$G + 5$,	$\sigma =$	111,8	112,1	111,9	112,0,	$\rho =$	4,0
	G ,	$\sigma =$	60,1	60,2	60,3	60,2,	$\rho =$	4,0
		$\sigma_5 =$	51,32.					

90° BI. No. 20′. $L = 28{,}65$, $B = 6017$, $D = 475{,}5$, $E = 5163$, $\vartheta = 17$.

rR.	$G + 15$,	$\sigma =$	202,0	202,1	202,0	202,2,	$\rho =$	5,5
	$G + 10$,	$\sigma =$	153,2	153,4	153,2	153,2,	$\rho =$	7,2
	$G + 5$,	$\sigma =$	104,3	104,4	104,3	104,3,	$\rho =$	7,3
	G ,	$\sigma =$	55,7	55,5	55,3	55,5,	$\rho =$	7,0
lR.	$G + 15$,	$\sigma =$	202,6	202,5	202,5	202,5,	$\rho =$	6,0
	$G + 10$,	$\sigma =$	154,0	153,9	154,0	154,0,	$\rho =$	5,8
	$G + 5$,	$\sigma =$	105,2	104,8	104,7	105,1,	$\rho =$	5,7
	G ,	$\sigma =$	56,0	56,0	55,9	56,0,	$\rho =$	5,7
		$\sigma_5 =$	40,86.					

Diese Beobachtungen lassen sich nun zunächst wieder nach Formel (82) berechnen. Man erhält dann

$$T = 18{,}53 . 10^{-6} \qquad f = -0{,}845$$

und bei Einsetzen von diesem f für die einzelnen Stäbchen nach (57) bei

No.	18	19	20	19′	20′
$T =$	18,48	18,51	18,58	18,42	18,66.

Man kann aber f auch nach Formel (74) berechnen, wenngleich die Orientirung der Stäbchen etwas von der verlangten abweicht. Für die Gattung (90° B I) ist

$$s'_{55} = s_{44} \qquad s'_{44} = 2(s_{11} - s_{12}) \qquad s'_{45} = 2 s_{14}$$

und die Aenderungen dieser Größen bei Abweichungen von der vorgeschriebenen Orientirung betragen nach (56) und (70):

$$\delta s'_{55} = -4 s_{14} \delta\gamma_2, \qquad \delta s'_{44} = -4 s_{14} \delta\beta_2, \qquad \delta s'_{45} = s_{44} \delta\gamma_2;$$

es haben also wie bei der Gattung (90° A I) nur die Fehler der Lage der Querdimensionen Einfluß. Nennt man den Winkel der Breitedimension mit der Z-Axe $\delta\varphi$, so ist $\delta\gamma_2 = -\delta\beta_1 = \delta\varphi$, also

$$\delta s'_{55} = -4 s_{14} \delta\varphi, \qquad \delta s'_{44} = +4 s_{14} \delta\varphi, \qquad \delta s'_{45} = +s_{44} \delta\varphi.$$

Dabei haben wir die Nährungswerthe

$$s_{44} = 19{,}6 \qquad 2(s_{11} - s_{12}) = 28{,}7 \qquad s = -4{,}24,$$

wo die Factoren 10^{-6} zu ergänzen sind.

Die optische Untersuchung ergab $\delta\varphi = +3{,}3°$ im Mittel, wobei aber eine Unsicherheit von mehreren Zehntelgraden zugegeben werden muß. Die bei der Bestimmung von f zu benutzenden Werthe werden demgemäß

$$(s'_{55}) = 18{,}7 \qquad (s'_{44}) = 29{,}6 \qquad (s'_{45}) = -9{,}50.$$

Daraus folgt

$$f = -0{,}806$$

in befriedigender Uebereinstimmung mit dem oben erhaltenen Werthe, wenn man die große Empfindlichkeit dieser Größe berücksichtigt. Hieraus würde dann folgen für

No.	18	19	20	19′	20′
$T =$	18,60	18,63	18,70	18,48	18,73

im Mittel $T = 18{,}63 . 10^{-6}$.

Um diese Werthe wegen des Fehlers $\delta\varphi = 3{,}3°$ zu corrigiren ist 0,97 hinzuzufügen.

Stellt man die so erhaltenen Werthe mit den für die Gattung (0°) gefundenen, welche ihnen nach der Theorie gleich sein sollen, zusammen, so findet sich:

0° No. 5	T =	19,80
6		19,76
7		19,69
8		19,71
5′		19,68
6′		19,65
7′		19,69
90° Bl. No. 18		19,57
19		19,60
20		19,67
19′		19,45
20′		19,70

Gesammtmittel $T_{90°} = T_0 = 19{,}665{,}10^{-6}$, $\mathfrak{T}_{90°} = \mathfrak{T}_0 = 5085000$
wahrscheinlicher Fehler $\pm$ 0,018, $\pm$ 4700.

Resultate.

Aus den oben gefundenen Werthen[1])

$E_0 = 9{,}705 . 10^{-6} (\pm 0{,}011)$ $\quad T_0 = 19{,}665 . 10^{-6} (\pm 0{,}018)$
$E_{-45} = 7{,}668 . 10^{-6} (\pm 0{,}006)$ $\quad T_{90.1} = 28{,}725 . 10^{-6} (\pm 0{,}030)$
$E_{+45} = 11{,}898 . 10^{-6} (\pm 0{,}006)$
$E_{90} = 12{,}734 . 10^{-6} (\pm 0{,}011)$

folgen nach Gleichungen (58)—(63) sogleich die Determinantenverhältnisse $S_{ik}/S = s_{ik}$ nämlich:

$s_{11} = 12{,}734 . 10^{-6} (\pm 0{,}011)$ $\quad s_{12} = -1{,}629 . 10^{-6} (\pm 0{,}019)$
$s_{33} = 9{,}705 . 10^{-6} (\pm 0{,}011)$ $\quad s_{13} = -1{,}486 . 10^{-6} (\pm 0{,}015)$
$s_{44} = 19{,}665 . 10^{-6} (\pm 0{,}018)$ $\quad s_{14} = -4{,}230 . 10^{-6} (\pm 0{,}010)$

Dabei ist der wahrscheinliche Fehler jeder Zahl gleich der Wurzel aus der Summe der wahrscheinlichen Fehlerquadrate ihrer Theile nach den Formeln gesetzt, die aus (58)—(63) durch Auflösung nach den s_{ik} folgen.

Durch Einsetzen dieser Werthe ergiebt sich der allgemeine Ausdruck für den Dehnungscoefficienten E in einer durch die Richtungscosinus α, β, γ bestimmten Richtung[2])

1) Bei der Beurtheilung der Zuverlässigkeit der erhaltenen Zahlen ist zu berücksichtigen, daß die Fehler der Orientirungen der Prismen in den angegebenen »Wahrscheinlichen Fehlern« nur zum kleinsten Theil enthalten sind. Die letzten angegebenen Stellen der Resultate haben daher wenig Werth.

2) In den Formeln für E und T ist der jedem Zahlenfactor beizufügende Coefficient 10^{-6} unterdrückt.

$$E = 12{,}734.(1-\gamma^2)^2 + 16{,}693.(1-\gamma^2)\gamma^2 + 9{,}705.\gamma^4 - 8{,}460.\beta\gamma(3\alpha^2-\beta^2)$$

Für Richtungen, die in der Symmetrieebene liegen, erhält man, wenn man ihren Winkel gegen die ε-Axe mit φ bezeichnet:

$$E = 12{,}734.\sin^4\varphi + 16{,}693.\sin^2\varphi\cos^2\varphi + 9{,}705.\cos^4\varphi + 8{,}460.\cos\varphi\sin^2\varphi.$$

In dieser Ebene hat E Maxima oder Minima in den vier Richtungen:

$$\varphi_I = -48^\circ 15', \quad \varphi_{II} = 0^\circ, \quad \varphi_{III} = 10^\circ 50', \quad \varphi_{IV} = 71^\circ 35'.$$

Die Maximal- und Minimalwerthe, die diesen Richtungen entsprechen, sind:

$$E_I = 7{,}634.10^{-8}; \quad E_{II} = E_0 = 9{,}705.10^{-8}; \quad E_{III} = 9{,}671.10^{-8};$$
$$E_{IV} = 14{,}191.10^{-8}.$$

Für die Richtungen, welche eine Ebene, die zur Symmetrie-Ebene normal steht, erfüllen, gilt:

$$E = 12{,}734.\sin^4\varphi + 16{,}693.\sin^2\varphi\cos^2\varphi + 9{,}705.\cos^4\varphi.$$

Unter diesen ergiebt einen kleinsten Werth für E

$$\varphi = \pm 29^\circ 6' \quad \text{nämlich } E = 9{,}384.$$

Während bei Beryll das Minimum sehr nahe bei $\varphi = 45^\circ$ liegt, weicht es bei Bergkrystall von dieser Lage sehr erheblich ab; dies läßt im Voraus vermuthen, daß hier die Poissonsche Relation (77) auch nicht angenährt erfüllt sein wird.

Der Torsionscoefficient T, welcher allerdings nicht allein, aber doch in hervorragender Weise die Größe der Drillung bestimmt, wird im Allgemeinen

$$T = 19{,}665 + 9{,}060.\gamma_2^2 + 22{,}984.\gamma^2\gamma_1^2 - 16{,}920\,[(\gamma\beta_1+\beta\gamma_1)(3\alpha\alpha_1-\beta\beta_1)-\beta_2\gamma_2]$$

Liegt die Längsrichtung und die größere Querdimension in der krystallographischen Symmetrieebene, so ist

$$\alpha = \alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = 1, \quad \beta_2 = \gamma_2 = 0$$

also falls man

$$\gamma = \cos\varphi = \beta_1, \quad \beta = \sin\varphi = +\gamma_1 \quad \text{setzt:}$$

$$T = 19{,}665 + 5{,}746.\sin^2 2\varphi + 8{,}460.\sin 2\varphi\cos 2\varphi.$$

Hiernach wird T nicht geändert, wenn φ um 90° wächst, es ist also auch für $+45^\circ$ und -45° gleich groß und zwar gleich $25{,}411.10^{-8}$ Dies ist ein specieller Fall eines entsprechenden allgemeinen Satzes über die Unveränderlichkeit von T bei einer Verschiebung des Pris-

mas um 90° in der Ebene der größeren Querdimension, den ich in einem Zusatz zu dieser Abhandlung beweisen werde.

Maxima und Minima von T treten ein für

$$\varphi = 31°\,3' \text{ und } \varphi = 76°\,3'$$
$$= 121°\,3' \qquad = 166°\,3',$$

ihre Werthe sind respective

$$T = 27{,}652.10^{-6}, \qquad T = 17{,}424.10^{-6}.$$

Liegt die Längsrichtung und die kleinere Querdimension in der Symmetrieebene, so ist:

$$\alpha = \alpha_2 = 0, \quad \alpha_1 = 1, \quad \beta_1 = \gamma_1 = 0,$$

also falls man wieder setzt:

$$\gamma = \cos\varphi = -\beta_2, \quad \beta = \sin\varphi = +\gamma_2 \text{ gilt:}$$
$$T = 19{,}665 + 9{,}060.\sin^2\varphi - 8{,}460.\sin 2\varphi.$$

Hier finden sich Maxima und Minima für

$$\varphi = 30°\,55' \qquad \varphi = 120°\,55';$$

ihre Werthe sind:

$$T = 14{,}600.10^{-6} \qquad T = 33{,}791.10^{-6}.$$

Für $\varphi = +45°$ folgt $T = 15{,}735.10^{-6}$, für $\varphi = -45°$, $T = 32{,}655.10^{-6}$.

Endlich ist noch von Interesse wegen der Beobachtungen diejenige Orientirung, bei welcher die Längsaxe in die Normale zur Symmetrieebene fällt, d. h. $\alpha = 1$, also $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta = \gamma = 0$. Hier folgt, wenn man den Winkel der größeren Querdimension mit der Z-Axe durch φ bezeichnet, also $\gamma_2 = \sin\varphi$ $\beta_2 = -\cos\varphi$ setzt:

$$T = 19{,}665 + 9{,}060.\sin^2\varphi - 8{,}460.\sin 2\varphi.$$

Diese Formel ist identisch mit der letztvorhergehenden, in Uebereinstimmung mit dem eben citirten allgemeinen Satz, daß bei Drehung eines Prismas um 90° um die kleinere Querdimension sich der Drillungscoefficient nicht ändert.

Die gefunden Werthe der Determinantenverhältnisse s_{kk} bestimmen auch nach den Formeln (78) bis (80) die Größe der Deformation eines beliebig gestalteten Stückes eines Bergkrystalles bei allseitig gleichem Druck. Man hat dann:

$$z_0 = -pA_0, \qquad x_0 = y_0 = -pA_{90}$$

worin

$$A_0 = 2s_{12} + s_{33} \qquad A_{90} = s_{11} + s_{12} + s_{13}$$

die Coefficienten der Compression parallel und normal zur Hauptaxe sind. Der Coefficient der cubischen Compression ist

$$M = A_0 + 2A_{90}.$$

Für Bergkrystall findet sich:

$$A_0 = 6{,}73.10^{-6} \quad A_{90} = 9{,}62.10^{-6} \quad M = 25{,}97.10^{-6};$$

der letztere Werth ist etwa ein Zwanzigstel des für Wasser gültigen. Die Winkeländerung bei allseitigem Druck hängt allein ab von dem Coefficienten

$$B = s_{13} + s_{33} - s_{11} - s_{12};$$

derselbe hat für Bergkrystall den Werth:

$$B = -2{,}856.10^{-6},$$

übertrifft also den für Beryll gültigen Werth um das Vierfache, hat überdies das entgegengesetzte Vorzeichen, was damit zusammenhängt, daß hier $A_{90} > A_0$, dort $A_0 > A_{90}$ ist.

Die thermischen lineären Ausdehnungscoefficienten für Bergkrystall sind nach Fizeau:

$$a_0 = 0{,}781.10^{-5} \quad a_1 = 1{,}419.10^{-5}.$$

Setzt man sie in die Gleichungen (81) ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} 781 &= -q_1 . 2{,}972 + q_0 . 9{,}705 \\ 1419 &= q_1 . 11{,}105 - q_0 . 1{,}486 \end{aligned}$$

und hieraus folgt:

$$q_0 = 124{,}8, \quad q_1 = 143{,}9,$$

beide Werthe, welche, wie erwähnt, die Wärmeabstoßung parallel und normal zur Hauptaxe messen, untereinander wenig verschieden, aber die für Beryll gefundenen Zahlen außerordentlich überragend.

Schließlich sind noch nach den Formeln (76) die eigentlichen Elasticitätsconstanten $c_{\alpha\beta}$ für Bergkrystall zu berechnen. Die Resultate sind:

$$\begin{aligned} c_{11} &= 8{,}682.10^6 & c_{12} &= 0{,}709.10^6 \\ c_{33} &= 10{,}745.10^6 & c_{13} &= 1{,}438.10^6 \\ c_{44} &= 5{,}823.10^6 & c_{14} &= 1{,}715.10^6. \end{aligned}$$

Dabei ist zu bemerken, daß diese Zahlen wesentlich unsicherer sind, als die für die Anwendung zunächst in Betracht kommenden Determinantenverhältnisse $s_{\alpha\beta}$, da sie gegen Aenderungen der direct beobachteten Größen sehr empfindlich sind. Sie setzten, wie im Eingang erwähnt, ein Coordinatensystem voraus, dessen Z-Axe in die krystallographische Hauptaxe, dessen YZ-Ebene normal zu einer Fläche $+R$

steht, so daß die positive Y-Axe aus derjenigen Fläche austritt, in deren einer Ecke auch die positive Z-Axe den Krystall verläßt.

An die Poisson'schen Relationen (77)

$$c_{12} = c_{44} \qquad c_{11} = 3c_{12}$$

findet sich auch nicht einmal eine Annährung; man wird also die Moleküle des Bergkrystalls mit sehr starker Polarität versehen denken müssen.

Zusatz I. Mehrfach ist der allgemeine Satz erwähnt, daß zwei Prismen, deren Orientirungen durch eine Drehung um die kürzere Querdimension um 90° in einander übergehen oder bei denen Längs- und Breitenrichtung vertauscht sind, den gleichen Torsionscoefficienten zeigen. Ich füge hier den Beweis dieses Satzes an.

Sei im Krystall, der einem beliebigen System angehören mag, ein beliebiges Coordinatensystem X', Y', Z' gegeben und s'_{hk} das auf dieses bezogene Determinantenverhältniß, in derselben Weise verstanden, wie s_{hk} in dem Hauptaxensystem X, Y, Z. Dann drückt sich nach den von mir gegebenen allgemeinen Formeln in unserer Bezeichnung der Drillungscoefficient T aus für ein Prisma, dessen Längsrichtung durch α, β, γ, dessen größere Querdimension durch α_1, β_1, γ_1 ihrer Lage nach gegeben ist wie folgt:

$$\begin{aligned}
T = {} & 4(s'_{11}\alpha^2\alpha_1^2 + s'_{22}\beta^2\beta_1^2 + s'_{33}\gamma^2\gamma_1^2) \\
& + 2[(s'_{44} + 4s'_{23})\beta\beta_1\gamma\gamma_1 + (s'_{55} + 4s'_{13})\gamma\gamma_1\alpha\alpha_1 + (s'_{66} + 4s'_{12})\alpha\alpha_1\beta\beta_1] \\
& + 2(\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1)[(2s'_{14} + s'_{56})\alpha\alpha_1 + 2s'_{24}\beta\beta_1 + 2s'_{34}\gamma\gamma_1] \\
& + 2(\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1)[2s'_{15}\alpha\alpha_1 + (2s'_{25} + s'_{46})\beta\beta_1 + 2s'_{35}\gamma\gamma_1] \\
& + 2(\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1)[2s'_{16}\alpha\alpha_1 + 2s'_{26}\beta\beta_1 + (2s'_{36} + s'_{45})\gamma\gamma_1] \\
& + s'_{44}(\beta^2\gamma_1^2 + \gamma^2\beta_1^2) + s'_{55}(\gamma^2\alpha_1^2 + \alpha^2\gamma_1^2) + s'_{66}(\alpha^2\beta_1^2 + \beta^2\alpha_1^2) \\
& + 2[(s'_{56}(\alpha^2\beta_1\gamma_1 + \alpha_1^2\beta\gamma) + s'_{46}(\beta^2\alpha_1\gamma_1 + \beta_1^2\alpha\gamma) + s'_{45}(\gamma^2\alpha_1\beta_1 + \gamma_1^2\alpha\beta)].
\end{aligned}$$

Dieser Werth ändert sich nicht wenn man α, β, γ und α_1, β_1, γ_1 mit einander vertauscht; es ist der angegebene Satz durch diese Formel also bewiesen.

Zusatz II. In einer mir nach Vollendung der Beobachtungen am Beryll zugegangenen Abhandlung von Herrn H. Vater[1]) ist das Beobachtungsresultat mitgetheilt, daß die Zuwachse der Biegungen beim Beryll mit wachsender Belastung sehr schnell abnehmen. Die aus einer Belastung mit ca. 180 g und durch Zufügung von

---

1) Habilitationsschrift, abgedruckt in den »Neuen Jahrbuch für Mineralogie« 1886.

resp. ca. 60 und noch 50 g erhaltenen Werthe sollten abnehmen wie 1000 : 774 : 688. Ich hatte bei meinen Beobachtungen nichts dergleichen bemerkt, um aber ganz sicher zu gehen, ersuchte ich Herrn Dr. Hennig ein Beryllstäbchen noch einmal bei einer Belastung von 30, 60 und 90 g zu beobachten; letztere Belastung, auf ein dünnes und schmales Stäbchen ausgeübt, dürfte eine noch größere Spannung hervorgerufen haben, als Herr Vater sie angewandt hat.

Die Resultate waren (Sicherheit 0,5 Theile):

für $P =$	30	60	90 g
1. Lage $\eta =$	69,3	139,5	210,0
2. Lage $\eta =$	69,9	140,5	210,9
Mittel $\eta =$	69,6	140,0	210,4
$\eta_{\infty} =$	69,6	70,0	70,1

Sie zeigen nichts von dem, was Herr Vater beobachtet hat, und es ist daher die Vermuthung gestattet, daß die Sprünge in seinen Präparaten, welche nach seiner Angabe bei mehreren mit der Zeit wachsende Biegungen und ein vorzeitiges Zerbrechen veranlaßt haben, auch diese Anomalie hervorgerufen haben. Wenn diese sich nämlich zufällig in überwiegender Zahl auf der oberen Fläche des Präparates gefunden haben, so muß die Biegung bei kleinen Belastungen offenbar einen kleineren Wiederstand gefunden haben als bei größeren, da sich dann die Oeffnungen der Spalten beim Biegen allmählich schließen. Bei dem von mir benutzten vorzüglichen Material dürften derartige Uebelstände nur selten stattgefunden haben.

Zusatz III. In der folgenden Figurentafel ist ein Theil der für Beryll und Bergkrystall erhaltenen Resultate anschaulich dargestellt[1]).

Fig. I giebt für Beryll durch die mit E bezeichnete Curve die Abhängigkeit des Dehnungs- oder Biegungs-Coefficienten von der Neigung gegen die Krystallaxe (Z). Die mit T_1 und T_2 bezeichneten Curven stellen die Aenderung des Drillungscoefficienten dar, wenn man entweder die größere oder die kleinere Querdimension des Prismas senkrecht zur Krystallaxe beläßt und die Längsrichtung in einem Hauptschnitte dreht. Nach dem in Zusatz I bewiesenen Satz giebt dann die Curve T_1 zugleich die Aenderung, welche der Drillungscoefficient erleidet, wenn man die Drehungsaxe senkrecht zur Krystallaxe wählt, aber die Lage der größeren Querdimension durch Drehen des Prismas um die Längsaxe ändert. Die zur Construction benutzten Zahlwerthe sind auf Seite 115 und 116 enthalten.

Fig. II bezieht sich auf das elastische Verhalten des Bergkry-

1) Die dargestellten Curven sind nicht sehr genau ausgefallen.

stalls; wegen der hier viel complicirteren Verhältnisse mußte die Darstellung noch unvollständiger ausfallen, als für Beryll. Die Curven E_1 und E_2 geben den Verlauf der Dehnungscoefficienten in der krystallographischen Symmetrieebene und dem dazu normalen Hauptschnitt (der *YZ*- und *XZ*-Ebene). In letzterem findet sich Symmetrie in Bezug auf die Krystallaxe, im ersteren nicht. Die Curven T_1 und T_2 geben das Verhalten des Drillungscoefficienten an, wenn man die größere oder kleinere Querdimension in eine Nebenaxe (*X*) legt und die Längsrichtung durch Drehung um dieselbe in der Symmetrieebene verschiebt. Die Curve T_1 giebt dann noch zugleich den Verlauf des Drillungscoefficienten für ein mit der Längsrichtung in die *X*-Axe fallendes Prisma, wenn die größere Querdimension alle möglichen Lagen annimmt; sie zeigt eine ganz unerwartet große Veränderlichkeit von T mit der Orientirung.

Die zur Construction benutzten Zahlen finden sich Seite 334 und 335.

Die Figur für Beryll ist im doppelten Maaßstab gezeichnet wie die für Bergkrystall.

Da die Biegungen (oder Dehnungen) und Drillungen mit den Coefficienten E und T proportional sind, so geben die mitgetheilten Curven auch direct Aufschluß über das Verhalten dieser Größen.

Druckfehler.

p. 95 Z. 19 v. o. lies $\beta_2 = B_2 \frac{l^2}{n^2}$ statt $\beta_2 = B_2 \frac{l^2}{n_2}$.

p. 104 Z. 11 v. o. lies »einige der damaligen« statt »die damaligen«.

p. 115 Z. 11 v. u. lies $s_{18} = -0{,}836 . 10^{-6}$ statt $s_{18} = 0{,}836 . 10^{-6}$.

p. 117 Z. 14 v. o. lies $A_{90} = 2{,}154 . 10^{-6}$ statt $A_0 = 2{,}154 . 10^{-6}$.

Z. 5 v. u. lies $a_1 = +1{,}37 . 10^{-6}$ statt $a_2 = +1{,}37 . 10^{-6}$.

p. 120 Z. 18 v. o. lies »wie zu erwarten« statt »ein zu erwarten.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

December 1885 und Januar 1886.

(Fortsetzung.)

Johns Hopkins University Circulars. Vol. V. No. 45.
Bulletin of the American Geographical society. 1885. No. 2.
Proceedings of the Boston society of natural history:
Vol. XXII. part. IV. Oct. 1883–Dez. 1883.
Vol. XXIII. part. I. Jan.—March. 1884.
Memoirs of the Boston society of n. history. Vol. III. No. I.
Publications of the Washburn observatory. Vol. III.
Proceedings of the American Philosophical society. Vol. XXII. No. 120.
Washington astronomical and meteorological observations 1881. Vol. XXVIII.
Fourth annual report of the Un. St. Geolog. survey 1882–1883.
Norges Gamle Love indtil 1387, von Gustav Storm.
Extrait des Annales de la société medico-chirurgicale de Liège. Tome XXIV. 1885.
Journal de mathematiques. 4ieme série.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indie. 5te Folge. 1. Theil.
1. Recherches sur l'orbite intermédiaire de la comète de Faye. Petersburg 1885. Mémoires de l'acad. T. XXXIII. No. 3.
2. Studien über das Ei bei Knochenfischen. Tome XXXIII. No. 4.
3. Wild, H., Annalen des physikalischen Central-Observatoriums für 1884. Petersburg.
4. Wild, Repertorium für Meteorologie. Petersburg.
Boletin del ministerio de fomento Mexicano. Tomo X. 103. 104. 105. 106.
Sitzungsberichte der Kaiserl. Akademie der Wissensch. zu Wien.
1. Mathematisch-Naturwissensch. Classe:
Jahrgang 1884. 1. Abth. XC. Band. 1. 2. 3—5. Heft.
1884. 2. Abth. XC. Band. 1. 2. 3. 4. 5. Heft.
1884. 3. Abth. LXXXIX. Band. 3—5. Heft. XC. Band 1. 2. 3—5. Heft.
Jahrgang 1885. 1. Abth. XCI. Band. 1—4. Heft.
1885. 2. Abth. XCI. Band. 1. 2. 3. Heft.
1885. 3. Abth. XCI. Band. 1. 2. Heft.
2. Philosophisch-historische Classe:
Jahrgang 1884. CVII. Band. 1. 2. Heft.
1884. CVIII. Band. 1. 2. 3. Heft.
1885. CIX. Band. 1. 2. Heft.
Almanach d. Kaiserl. Akademie d. Wissensch. 25ter Jahrg. 1885. Wien.
Archiv für österreichische Geschichte: 66. Band 1. 2. Hälfte. 67. Band 1. Hälfte.
Denkschriften der Kaiserl. Akademie d. Wissensch. Mathematisch-Naturwissensch. Classe. 48. 49. Band.
Denkschriften der Kaiserl. Akademie d. Wissensch. Philosophisch-Historische Classe. 35. Band.
Register zu den Bänden 86—90 der Sitzungsberichte d. Mathem. Naturw. Classe. XI.
Bullettino di Bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. Tomo XVIII. Apr. 1885.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. 1885—86. vol. II. fasc. 1.

Inhalt von Nr. 9.

W. Voigt, Bestimmung der Elasticitäts-Constanten von Beryll und Bergkrystall. II. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Fig.1.

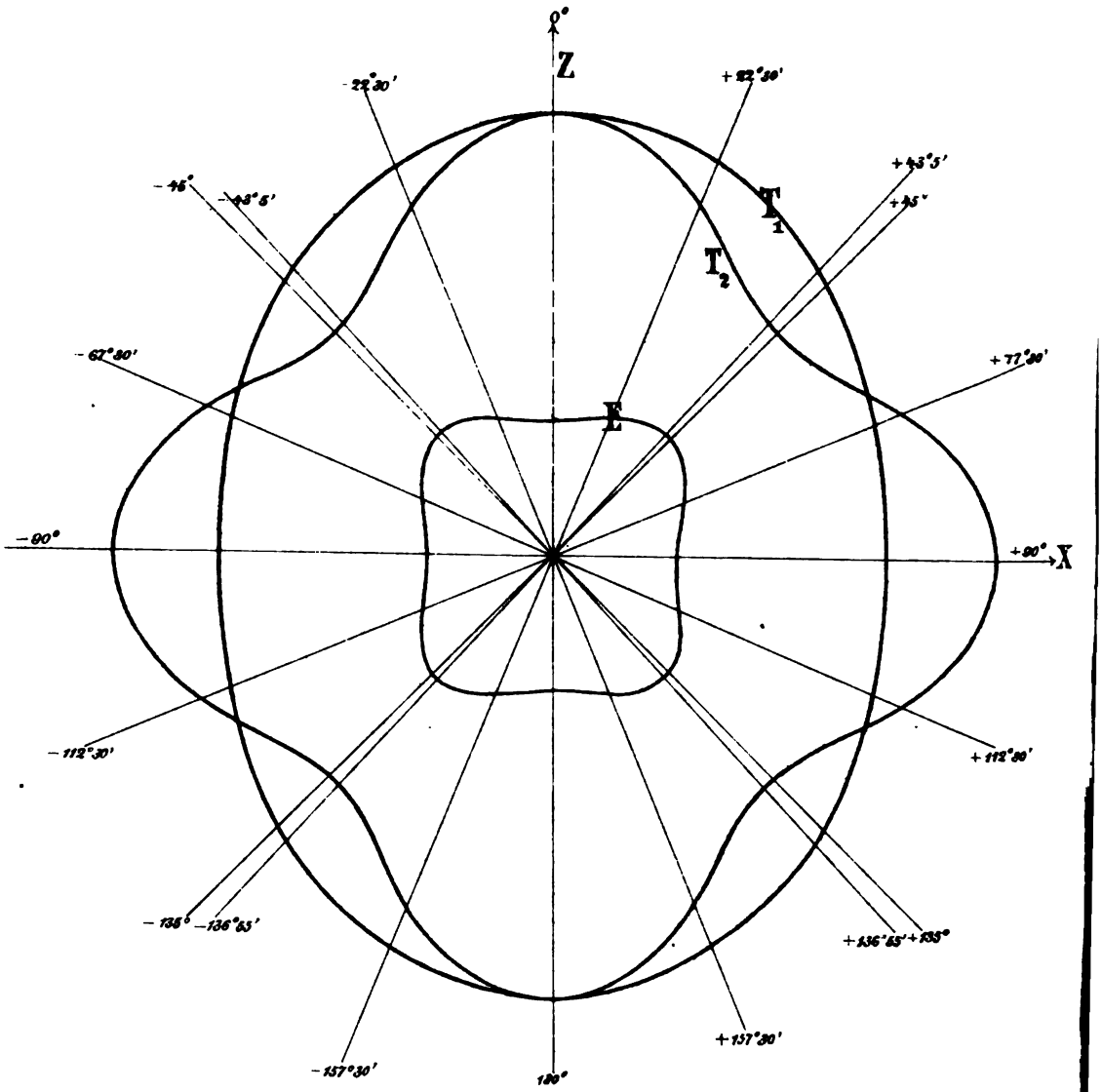

0°
Z
-22°30'
+22°30'
-45°
-45°5'
+45°5'
+45°
T1
T2
E
-67°30'
+67°30'
-90°
+90°
X
-112°30'
+112°30'
-135°
-136°65'
+136°65'
+135°
-157°30'
+157°30'
180°

Fig. 2.

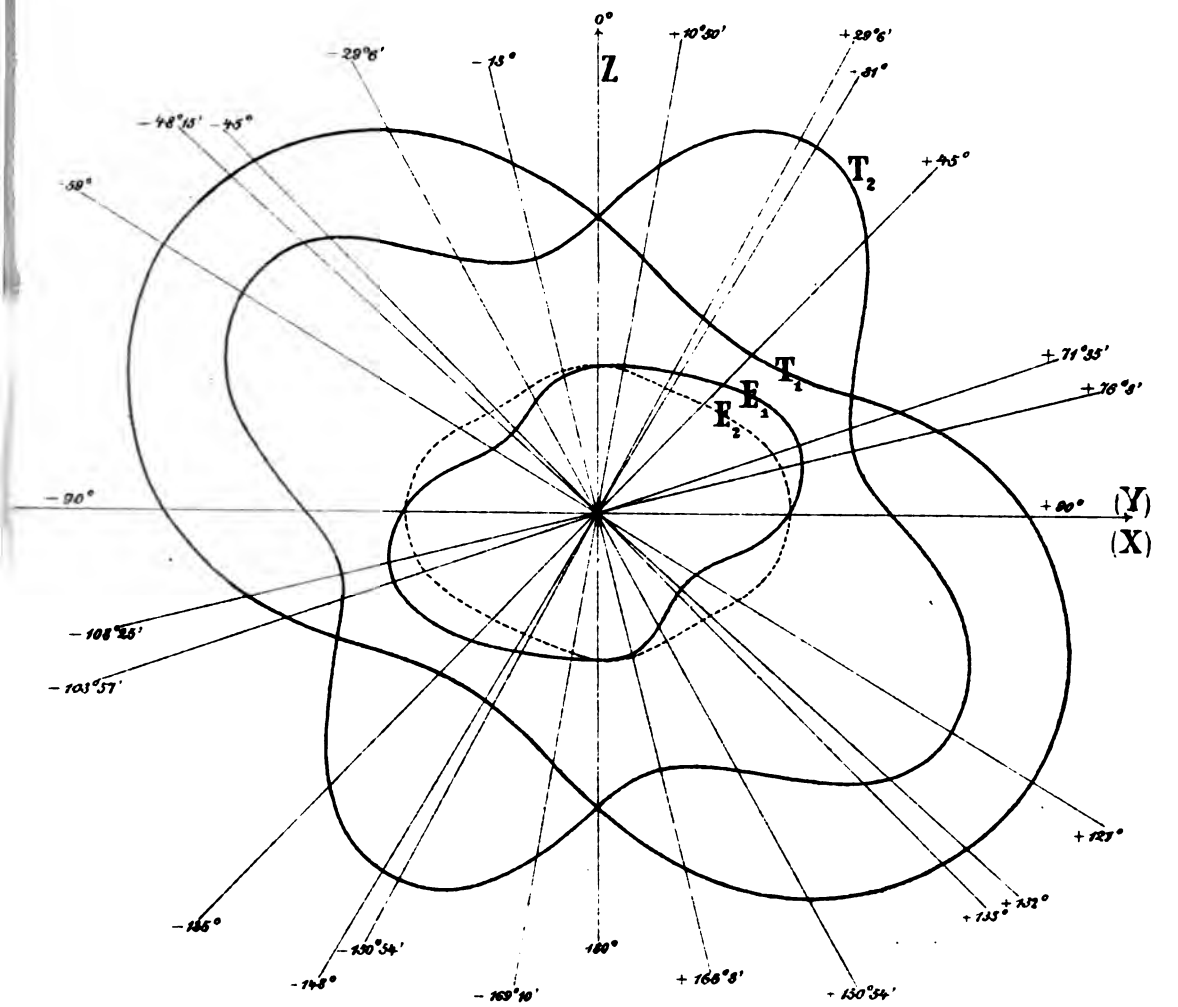

0°
Z
+ 10°30'
+ 29°6'
- 29°6'
- 15°
- 31°
- 48°15'
- 45°
- 59°
+ 45°
T2
T1
E1
E2
+ 71°35'
+ 76°8'
- 90°
+ 90°
(Y)
(X)
- 108°25'
- 103°57'
+ 123°
+ 135°
+ 152°
- 165°
- 150°54'
- 148°
180°
+ 168°8'
- 169°10'
+ 150°54'

Fig.1.

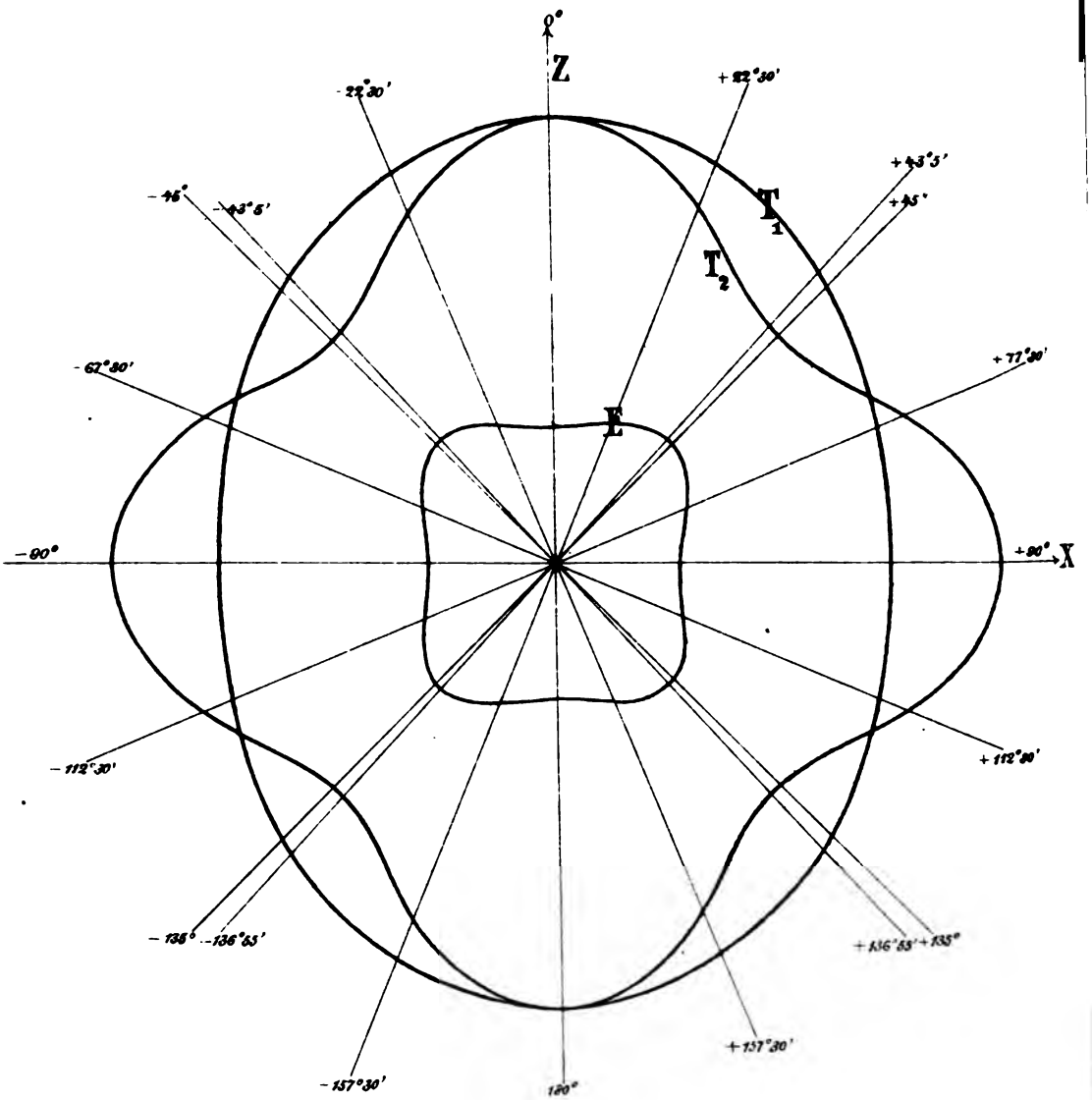
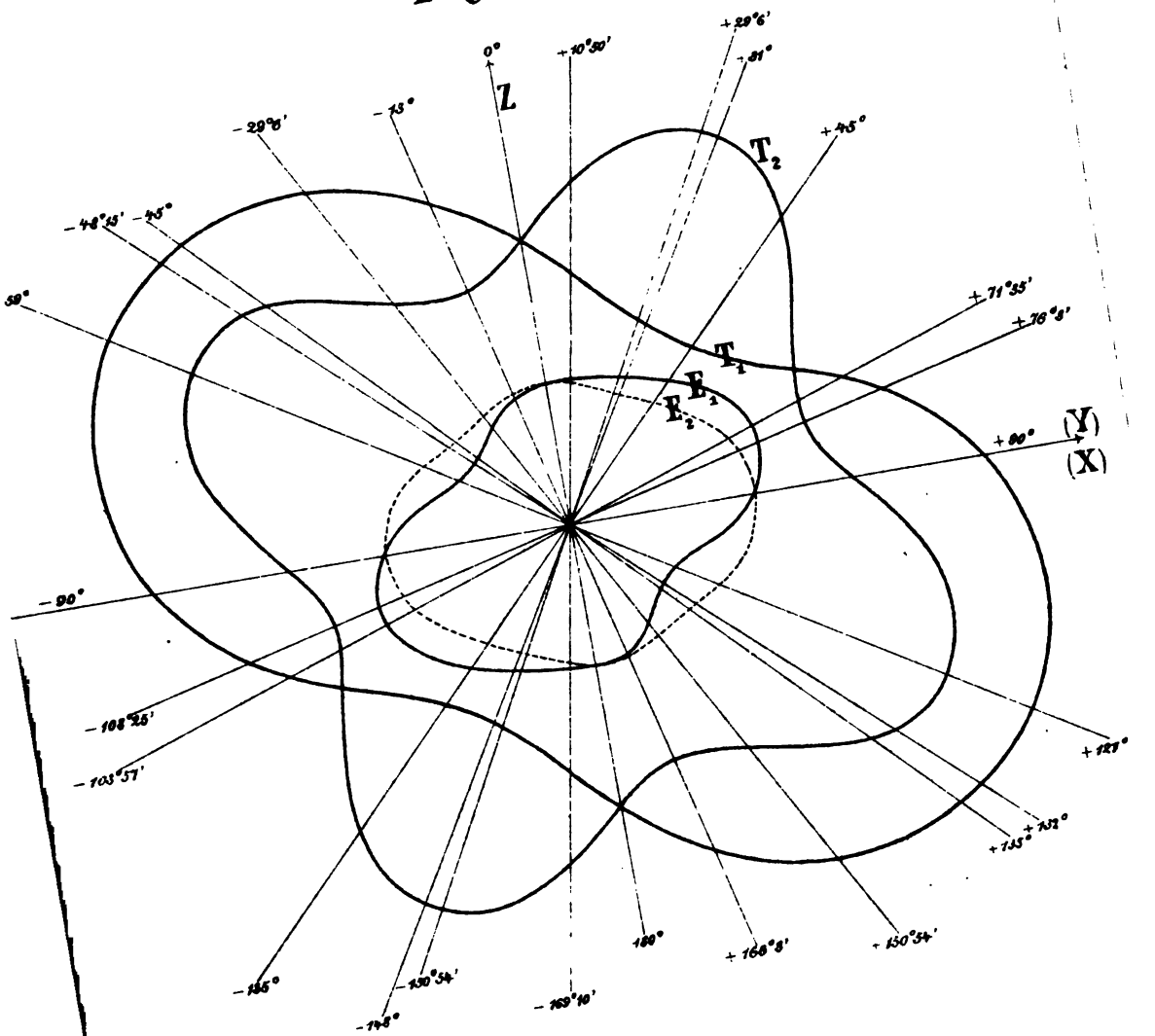

0°
Z
-22°30'
+22°30'
+43°5'
+45°
-45°
-43°5'
T1
T2
E
-62°30'
+77°30'
-90°
+90°
X
-112°30'
+112°30'
-136°
-136°65'
+136°65'+135°
+157°30'
-157°30'
180°

Fig. 2.



0°
+10°50'
+29°6'
+31°
Z
-13°
-29°6'
+45°
T2
-48°15'
-45°
59°
+71°35'
+76°8'
T1
E1
E2
+90°
(Y)
(X)
-90°
-108°25'
-103°57'
+127°
+132°
+135°
+150°54'
+166°8'
180°
-135°
-150°54'
-148°
-169°10'

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

23. Juni. **№ 10.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 8. Mai 1886.

Ueber Mac Cullagh's Theorie der Totalreflexion für isotrope und anisotrope Medien.

Fortsetzung.[1])

Von

Paul Volkmann.

Bevor ich zur Aufstellung der analytischen Ausdrücke gehe, aus denen die vollständige Lösung des Problems der totalen Reflexion hervorgeht, will ich auf eine Stelle meiner früheren Arbeit[2]) zurückkommen, die einer weiteren Ausführung wohl nothwendig ist.

Die Schwingungsellipse der gebrochenen Welle im anisotropen Medium war ihrer Lage und Form nach in den früheren Bezeichnungen durch die Gleichungen gegeben:

$$A\lambda + B\mu + \Gamma\nu = 0 \tag{2}$$

$$a^2 A(B\nu - \Gamma\mu) + b^2 B(\Gamma\lambda - A\nu) + c^2 \Gamma(A\mu - B\lambda) = 0. \tag{9}$$

Wir erhalten eine unzweideutige Auffassung der hieraus fließenden und von Mac Cullagh gegebenen geometrischen Construction für Lage und Form der Schwingungsellipse in optisch zweiaxigen Medien, wenn wir die optisch einaxigen Medien als Grenzfall der optisch zweiaxigen betrachten und die Gleichung (9) zuerst auf optisch ein-

1) P. Volkmann, Nachr. v. d. K. G. d. W. zu Göttingen. 1885. No. 10. p. 336.

2) l. c. p. 350. 351.

axige Medien anwenden; es ist dann $b = c$ zu setzen und die Gleichung (9) wird:

$$(a^2 - c^2)\,A(B\nu - \Gamma\mu) = 0$$

also:

$$A = 0 \qquad B\nu - \Gamma\mu = 0.$$

Die erste Gleichung entspricht bei der gewöhnlichen Lichtbewegung, wie sie bei der partiellen Reflexion und Brechung erhalten bleibt, der extraordinären Welle, die zweite Gleichung der ordinären Welle. Wir behalten diese Bezeichnungen auch für die Lichtbewegung bei, wie sie im Fall der totalen Reflexion in der gebrochenen Welle auftritt.

Dementsprechend ist die Ebene der Schwingungsellipse in der extraordinär gebrochenen Welle senkrecht zur optischen Axe gelegen, indem aus $A = 0 : \cos\alpha = 0\ \cos\alpha' = 0$ folgen. Des Näheren ergiebt sich die Form der Schwingungsellipse aus:

$$A : B : \Gamma = 0 : -\nu : \mu.$$

Die Ebene der Schwingungsellipse in der ordinär gebrochenen Welle hat im Krystall keine feste Lage mehr[1]); sie hängt nur von der Lage der Grenz-, der Einfallsebene und r ab. Des Näheren ergiebt sich die Lage und Form der Schwingungsellipse hier aus:

$$A\lambda + B\mu + \Gamma\nu = 0$$
$$B\nu - \Gamma\mu = 0$$

also aus:

$$A : B : \Gamma = -(\mu^2 + \nu^2) = \lambda\mu : \lambda\nu.$$

Wenn wir jetzt zu den optisch zweiaxigen Medien zurückgehen, so war in meiner früheren Arbeit der symbolische Ausdruck abgeleitet[2]):

$$\sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - b^2}}\ \frac{\Gamma}{A} = \frac{(\sqrt{p_1^2 - q_1^2} \mp \sqrt{p_2^2 - q_2^2})^2}{(p_1^2 - q_1^2) - (p_2^2 - q_2^2)}.$$

Hierin wird das doppelte Vorzeichen zu berücksichtigen sein. Das obere Vorzeichen entspricht einer inneren Theilung, das untere Vorzeichen einer äußeren Theilung der in Mac Cullagh's Regel vorkommenden Verbindungslinien nach dem Verhältniß von

$$\sqrt{p_1^2 - q_1^2} : \sqrt{p_2^2 - q_2^2}.$$

Der Fall optisch einaxiger Medien jetzt als Grenzfall der optisch zweiaxigen Medien angesehen, läßt die Ebene der beiden Hauptkreis-

1) Mac Cullagh Coll. Works p. 220.
2) l. c. p. 350.

schnitte in eine zusammenfallen. Die innere Theilung der Mac Cullagh'schen Verbindungslinien bei optisch zweiaxigen Medien entspricht also bei optisch einaxigen Medien der Ebene der Hauptkreisschnitte selbst d. h. also einer Ebene senkrecht zur optischen Axe. Die äußere Theilung der Verbindungslinien, welche bei optisch zweiaxigen Medien wegen des Vorhandenseins zweier Hauptkreisschnitte noch vollständig zum Ziele führt, versagt bei optisch einaxigen Medien wegen des Zusammenfallens der Hauptkreisschnitte in einen.

Behalten wir zur Unterscheidung die Bezeichnung ordinäre und extraordinäre Welle auch für optisch zweiaxige Medien bei, obwohl sie hier ebenso wie bei der partiellen Reflexion und Brechung, gänzlich bedeutungslos wird, so haben wir Mac Cullagh's Regel in folgender Weise zu präcisiren:

Man suche die Schnittellipsen der Kreisschnitte der Indexellipsoides mit dem durch die Größen r, l, m, n, f, g, h, bekannten Projectionscylinder; es seien $p_1 p_2$ die großen Halbaxen, $q_1 q_2$ die kleinen Halbaxen derselben. Nun verbinde man die Endpunkte $P_1 P_2$ der großen und $Q_1 Q_2$ der kleinen Halbaxen und theile jede dieser Verbindungen von P_1 und Q_1 aus — im Falle einer ordinären Welle in dem äußeren Verhältniß von $\sqrt{p_1^2 - q_1^2} : \sqrt{p_2^2 - q_2^2}$, im Falle einer extraordinären Welle in dem inneren Verhältniß von $\sqrt{p_1^2 - q_1^2} : \sqrt{p_2^2 - q_2^2}$. Die Ebene, welche durch diese Theilungspunkte und durch den Mittelpunkt der ersten Schnittellipsen gelegt wird, hat die Lage der Ebene der Schwingungsellipse.

Wenn Mac Cullagh bei der Anwendung dieser Regel einige Vorsicht empfiehlt [1]), so bezieht sich diese Mahnung, wie ich jetzt glaube, auf die Auseinanderhaltung dieser beiden verschieden zu behandelnden Wellen auch an der Indexfläche. Jedenfalls wirft diese Aeußerung Mac Cullagh's ein eigenartiges Licht auf seine dunkel gehaltene Darstellungsweise gerade der totalen Reflexion — denn alle anderen optischen Abhandlungen von ihm sind viel leichter dem Verständniß zugänglich.

Noch mag hervorgehoben werden, daß sich die vorliegende Lichtbewegung im Falle isotroper Medien und im Falle der ordinären Welle in optisch einaxigen Medien darin unterscheidet, daß die Lage der Schwingungsebene im isotropen Medium erst durch den Schwingungszustand des einfallenden Lichts gegeben ist; im Fall der ordinären Welle in optisch einaxigen Medien genügt die Kenntniß des Einfallswinkels — abgesehen natürlich von der Lage der Grenz- und Einfallsebene zum Krystall.

1) Mac Cullagh Coll. Works p. 251.

Ich gehe nun zur Aufstellung der analytischen Ausdrücke, welche die vollständige Lösung des Problems enthalten. Die Grenzbedingungen lassen es als zweckmäßig erscheinen, dem Coordinatensystem zunächst die Einfallsebene ($x'z'$) und die Grenzebene ($x'y'$) zu Grunde zu legen, wie es auch Kirchhoff[1]) thut. Das auf die Hauptaxen des Krystalls bezogene Coordinatensystem werde zum Unterschied von diesem wie früher mit xyz bezeichnet.

Beide Coordinatensysteme hängen durch die Gleichungen zusammen:

$$\begin{aligned} x' &= f_0 x + g_0 y + h_0 z \\ y' &= f_1 x + g_1 y + h_1 z \\ z' &= f x + g y + h z. \end{aligned}$$

Hierin sind:

$$\begin{aligned} f_0 \sin\omega &= l - f\cos\omega & f_1 \sin\omega &= gn - hm \\ g_0 \sin\omega &= m - g\cos\omega & g_1 \sin\omega &= hl - fn \\ h_0 \sin\omega &= m - h\cos\omega & h_1 \sin\omega &= fm - gh. \end{aligned}$$

Bezeichnen wir die Winkel, welche die conjugirten Axen der Schwingungsellipse pq mit $x'y'z'$ machen durch abc[2]), so haben wir:

$$\begin{aligned} \cos a &= f_0 \cos\alpha + g_0 \cos\beta + h_0 \cos\gamma \\ \cos b &= f_1 \cos\alpha + g_1 \cos\beta + h_1 \cos\gamma \\ \cos c &= f \cos\alpha + g \cos\beta + h \cos\gamma. \end{aligned}$$

Die Schwingungsellipse für eine gebrochene Welle sei dann gegeben durch:

$$\begin{aligned} \xi &= \varepsilon(p\cos a \sin\varphi + q\cos a' \cos\varphi) \\ \eta &= \varepsilon(p\cos b \sin\varphi + q\cos b' \cos\varphi) \\ \zeta &= \varepsilon(p\cos c \sin\varphi + q\cos c' \cos\varphi) \end{aligned}$$

wo:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x'\sin\omega + z'\cos\omega - st)$$

$$\varepsilon = e^{-\frac{2\pi}{\lambda} rz'}$$

Die ω r s folgten, wie schon früher abgeleitet, aus:

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{\sin i}{u} \qquad s = \frac{\sin\omega}{\sin i} \qquad r = sv,$$

wenn die Lichtgeschwindigkeit der einfallenden Welle zur Einheit genommen wurde.

Wir behandeln zunächst den Fall, daß Licht in einem iso-

1) Kirchhoff ges. Abh. p. 364 u. f.

2) Eine Verwechslung der Winkel a b c mit den Hauptlichtgeschwindigkeiten des Krystalls a b c wird nicht zu befürchten sein.

tropen stärker brechenden Medium auf ein anisotropes Medium auffällt und totale Reflexion erleidet. Es handelt sich dann zunächst darum bei gegebenem Einfallswinkel die uniradial einfallenden und reflectirten Schwingungen zu finden d. h. also solche, für welche nur eine gebrochene Welle existirt.

Die Schwingungsellipse einer uniradial einfallenden Welle sei:

$$\begin{aligned}\xi_e &= p_e \cos a_e \sin \varphi_e + q_e \cos a'_e \cos \varphi_e\\ \eta_e &= p_e \cos b_e \sin \varphi_e + q_e \cos b'_e \cos \varphi_e\\ \zeta_e &= p_e \cos c_e \sin \varphi_e + q_e \cos c'_e \cos \varphi_e\end{aligned}$$

wo $$\varphi_e = \frac{2\pi}{\lambda_e}(x' \sin i_e + z' \cos i_e - s_e t).$$

Die Schwingungsellipse der entsprechenden uniradial reflectirten Welle sei:

$$\begin{aligned}\xi_r &= p_r \cos a_r \sin \varphi_r + q_r \cos a'_r \cos \varphi_r\\ \eta_r &= p_r \cos b_r \sin \varphi_r + q_r \cos b' \cos \varphi_r\\ \zeta_r &= p_r \cos c_r \sin \varphi_r + q_r \cos c'_r \cos \varphi_r\end{aligned}$$

wo $$\varphi_r = \frac{2\pi}{\lambda_e}(x' \sin i_e - z' \cos i_e - s_e t).$$

Setzen wir jetzt zur Abkürzung:

$$\begin{aligned}A_e &= p_e \cos a_e + iq_e \cos a'_e & A_r &= p_r \cos a_r + iq_r \cos a'_r\\ B_e &= p_e \cos b_e + iq_e \cos b'_e & B_r &= p_r \cos b_r + iq_r \cos b'_r\\ C_e &= p_e \cos c_e + iq_e \cos c'_e & C_r &= p_r \cos c_r + iq_r \cos c'_r\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= p \cos a + iq \cos a'\\ B &= p \cos b + iq \cos b'\\ C &= p \cos c + iq \cos c'\end{aligned}$$

so liefern die Grenzbedingungen von der Gleichheit der Verrückungscomponenten:

$$\overline{\xi_e + \xi_r} = \overline{\xi} \qquad \overline{\eta_e + \eta_r} = \overline{\eta} \qquad \overline{\zeta_e + \zeta_r} = \overline{\zeta}$$

für diese uniradial schwingenden Wellen die Gleichungen:

$$\begin{aligned}A_e + A_r &= A\\ B_e + B_r &= B\\ C_e + C_r &= C.\end{aligned}$$

Das Neumann-Kirchhoffsche Princip, welches wie Mac Cullagh[1]) und Kirchhoff[2]) gezeigt haben, in 2 lineare Glei-

1) Mac Cullagh, Coll. Works p. 169.
2) Kirchhoff, ges. Abh. p. 367. 368.

chungen zerfällbar ist, wird unter Rücksicht auf: $\frac{\partial \xi}{\partial y'} = 0$ $\frac{\partial \zeta}{\partial y'} = 0$:

$$\frac{\partial}{\partial x'}(\overline{\zeta_s + \zeta_r}) - \frac{\partial}{\partial z'}(\overline{\xi_s + \xi_r}) = a_{21}\frac{\overline{\partial \eta}}{\partial z'} - a_{22}\frac{\overline{\partial \eta}}{\partial x'} + a_{23}\left(\overline{\frac{\partial \zeta}{\partial x'} - \frac{\partial \xi}{\partial z'}}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial z'}(\overline{\eta_s + \eta_r}) = a_{11}\frac{\overline{\partial \eta}}{\partial z'} - a_{13}\frac{\overline{\partial \eta}}{\partial x'} + a_{13}\left(\overline{\frac{\partial \zeta}{\partial x'} - \frac{\partial \xi}{\partial z'}}\right).$$

Die Lichtgeschwindigkeit im isotropen Medium ist hierin 1 gesetzt und die a_{α} hängen mit den drei Hauptlichtgeschwindigkeiten der Krystalle $a\ b\ c$ zusammen:

$$\begin{aligned} a_{11} &= a^2 f_0^2 + b^2 g_0^2 + c^2 h_0^2 & a_{23} &= a^2 f_1 f + b^2 g_1 g + c^2 h_1 h \\ a_{22} &= a^2 f_1^2 + b^2 g_1^2 + c^2 h_1^2 & a_{31} &= a^2 f f_0 + b^2 g g_0 + c^2 h h_0 \\ a_{33} &= a^2 f^2 + b^2 g^2 + c^2 h^2 & a_{12} &= a^2 f_0 f_1 + b^2 g_0 g_1 + c^2 h_0 h_1 \end{aligned}$$

welche im Fall optisch einaxiger Medien ($b = c$) werden:

$$\begin{aligned} a_{11} &= c^2 + (a^2 - c^2) f_0^2 & a_{23} &= (a^2 - c^2) f_1 f \\ a_{22} &= c^2 + (a^2 - c^2) f_1^2 & a_{31} &= (a^2 - c^2) f f_0 \\ a_{33} &= c^2 + (a^2 - c^2) f^2 & a_{12} &= (a^2 - c^2) f_0 f_1 \end{aligned}$$

Die beiden Gleichungen, welche das Neumann-Kirchhoff'sche Princip umfassen, liefern die Gleichungen:

$$(A_s - A_r)\cot i_s = A a_{23}\frac{\cos\omega + ir}{\sin\omega} + B\left(a_{23} - a_{21}\frac{\cos\omega + ir}{\sin\omega}\right) + C(1 - a_{23}$$

$$(B_s - B_r)\cot i_s = -A a_{12}\frac{\cos\omega + ir}{\sin\omega} - B\left(a_{13} - a_{11}\frac{\cos\omega + ir}{\sin\omega}\right) + C a_{12}.$$

Aus einer einfachen geometrischen Betrachtung folgen ferner:

$$\frac{C_s}{C_r} = \mp \operatorname{tang} i_s \frac{A_s}{A_r}.$$

Endlich sei hier die Incompressibilitätsbildung wiederholt:

$$A + C\frac{\cos\omega + ir}{\sin\omega} = 0.$$

Bei optisch zweiaxigen Medien sind hierin für $A\ B\ C$ die Werthe zu setzen, welche sich in Verbindung mit:

$$\begin{aligned} A &= f_0 \mathrm{A} + g_0 \mathrm{B} + h_0 \Gamma \\ B &= f_1 \mathrm{A} + g_1 \mathrm{B} + h_1 \Gamma \\ C &= f\,\mathrm{A} + g\,\mathrm{B} + h\,\Gamma \end{aligned}$$

aus einer der Gleichungen ergeben:

$$\begin{aligned} \mathrm{A}\{\mu^2(c^2 - a^2) - F\} &= \Gamma\lambda\nu(b^2 - c^2) \\ \mathrm{B}\{\nu^2(a^2 - b^2) - F\} &= \mathrm{A}\mu\lambda(c^2 - a^2) \\ \Gamma\{\lambda^2(b^2 - c^2) - F\} &= \mathrm{B}\nu\mu(a^2 - b^2). \end{aligned}$$

Hierin ist F eine der Wurzeln der quadratischen Gleichung:

$$F^2 - F[\lambda^2(b^2-c^2) + \mu^2(c^2-a^2) + \nu^2(a^2-b^2)]$$
$$+ \mu^2\nu^2(c^2-a^2)(a^2-b^2) + \nu^2\lambda^2(a^2-b^2)(b^2-c^2) + \lambda^2\mu^2(b^2-c^2)(c^2-a^2) = 0.$$

Die Ausführung der Rechnung ergiebt im Allgemeinen nicht sehr einfache Ausdrücke, dieselben sollen daher hier auch nicht weiter aufgestellt werden. Die Rechnung wird einfach im Falle die Grenz- und Einfallsebene mit je zwei Hauptschnitten des Elasticitätsellipsoides zusammenfällt.

Fallen z. B. $x'\,y'\,z'$ mit $x\,y\,z$ vollständig zusammen, so werden:

$$\begin{array}{llll} f = 0 & g = 0 & h = 1 & a_{11} = a^2 \quad a_{22} = 0 \\ f_0 = 1 & g_0 = 0 & h_0 = 0 & a_{22} = b^2 \quad a_{31} = 0 \\ f_1 = 0 & g_1 = 1 & h_1 = 0 & a_{33} = c^2 \quad a_{12} = 0 \end{array}$$

$$\omega = \frac{\pi}{2} \qquad l = 1 \qquad m = 0 \qquad n = 0.$$

Die Gleichung (7) wird:

$$0 = \left(s^2 - b^2(1-r^2)\right)\left(s^2 - (c^2 - r^2a^2)\right)$$

und wir erhalten für die ordinäre Welle:

$$r = \sqrt{1 - \frac{1}{b^2\sin^2 i}}$$

für die extraordinäre Welle:

$$r = \sqrt{\frac{c^2}{a^2} - \frac{1}{a^2\sin^2 i}}.$$

Indem hier:

$$\lambda = l + irf = 1 \qquad \mu = m + irg = 0 \qquad \nu = n + irh = ir$$

bestimmen sich die A B Γ, welche hier gleich dem $A\,B\,C$ sind, aus den Gleichungen:

$$-AF = Cir(b^2-c^2)$$
$$B\left(-r^2(a^2-b^2) - F\right) = 0$$
$$C\left(\quad (b^2-c^2) - F\right) = 0.$$

Es folgt für die ordinäre Welle:

$$F = b^2 - c^2 \qquad A : B : C = -ir : 0 : 1$$

für die extraordinäre Welle:

$$F = -r^2(a^2-b^2) \qquad A : B : C = 0 : 1 + i = 0.$$

Für die uniradialen Schwingungen, die der ordinär gebrochenen Welle zugehören, erhalten wir so:

$$\begin{aligned} A_s - A_r &= \operatorname{tang} i_s \{1 - b^2(1-r^2)\} & B_s - B_r &= 0 \\ A_s + A_r &= -ir & B_s + B_r &= 0 \\ 2\frac{A_s}{A_r} &= \mp \cot i_s - ir & 2\frac{B_s}{B_r} &= 0. \end{aligned}$$

Für die uniradialen Schwingungen, die der extraordinär gebrochenen Welle zugehören:

$$\begin{aligned} A_s - A_r &= 0 & B_s - B_r &= \operatorname{tang} i_s a^2 r(-1+i) \\ A_s + A_r &= 0 & B_s + B_r &= (1+i) \end{aligned}$$

$$2\frac{A_s}{A_r} = 0 \qquad 2\frac{B_s}{B_r} = 1 \mp a^2 r \operatorname{tang} i_s + i(1 \pm a^2 r \operatorname{tang} i_s).$$

Die Bezeichnung totale Reflexion findet in beiden Fällen ihre Rechtfertigung durch die unmittelbar hieraus folgende Relation:

$$p_r^2 + q_r^2 = p_s^2 + q_s^2.$$

Bei optisch einaxigen Medien setzten wir $b = c$, es wird dann

$$F = \tfrac{1}{2}[\mu_s^2(c^2 - a^2) + \nu^2(a^2 - c^2)] \pm \tfrac{1}{2}[\mu^2(c^2 - a^2) - \nu^2(a^2 - c^2)]$$
$$F_1 = \mu^2(c^2 - a^2) \qquad F_2 = \nu^2(a^2 - c^2).$$

Für die ordinäre Welle haben wir

$$r = \sqrt{1 - \frac{1}{c^2 \sin^2 i_s}},$$

für die extraordinäre

$$r = \sqrt{\frac{a^2(1-l^2) + c^2 l^2 - \dfrac{\sin^2 \omega}{\sin^2 i}}{a^2(1-f^2) + c^2 f^2}}$$

zu setzen.

Wir erhalten in Uebereinstimmung mit dem Früheren für die ordinäre Welle:

$$A : B : \Gamma = -(\mu^2 + \nu^2) : \lambda\mu : \lambda\nu$$

für die extraordinäre Welle:

$$A : B : \Gamma = 0 : -\nu : \mu.$$

Es folgen also bis auf einen constanten Factor:

Für die ordinäre Welle, unter Rücksicht, daß hier $\omega = \frac{\pi}{2}$:

$$\begin{aligned} A &= -l(\mu^2 + \nu^2) + m\lambda\mu + n\lambda\nu \\ B &= -(gn - hm)(\mu^2 + \nu^2) + (hl - fn)\lambda\mu + (fm - gl)\lambda\nu \\ C &= -f(\mu^2 + \nu^2) + g\lambda\mu + h\lambda\nu. \end{aligned}$$

Die Ausrechnung ergiebt:

$$A = f_0 r^2 + irf \qquad \text{wo } f_0 = l$$
$$B = -f_1(1-r^2) \qquad f_1 = gn - hm.$$
$$C = -f + irf_0$$

Für die extraordinäre Welle:

$$A = -\frac{m - g\cos\omega}{\sin\omega}\nu + \frac{n - h\cos\omega}{\sin\omega}\mu$$
$$B = -\frac{hl - fn}{\sin\omega}\nu + \frac{fm - gl}{\sin\omega}\mu$$
$$C = -g\nu + h\mu.$$

Die Ausrechnung ergiebt:

$$A = f_1(\cos\omega + ir) \qquad \text{wo } f_0 = \frac{l - f\cos\omega}{\sin\omega}$$
$$B = \frac{f - l\cos\omega}{\sin\omega} - irf_0 \qquad f_1 = \frac{ng - hm}{\sin\omega}.$$
$$C = f_1 \sin\omega$$

Wir erhalten so nach einigen Nebenrechnungen für die uniradialen Schwingungen, die der ordinär gebrochenen Welle zugehören:

$$A_s - A_r = (f - irl)\cot i_s$$
$$A_s + A_r = lr^2 + irf$$

woraus
$$2\frac{A_s}{A_r} = lr^2 \pm f\cot i_s + ir(f \mp l\cot i_s)$$
$$B_s - B_r = -irf_1(1-r^2)c^2 \tang i_s$$
$$B_s + B_r = -f_1(1-r^2)$$

woraus
$$2\frac{B_s}{B_r} = -f_1(1-r^2)[1 \pm irc^2 \tang i_s].$$

Wir bemerken schon hier die Gültigkeit der Relationen:

$$A_s - A_r = -i/r\, A\cot i_s$$
$$B_s - B_r' = irc^2 B \tang i_s,$$

welche bei der totalen Reflexion an der Grenze zweier isotroper Medien wiederkehren werden.

Wir erhalten ebenso nach einigen Nebenrechnungen für die uniradialen Schwingungen, die der extraordinär gebrochenen Welle zugehören, unter Berücksichtigung der Gleichungen:

(7a) $$\frac{\sin^2\omega}{\sin^2 i} = a^2(m^2+n^2) + c^2l^2 - r^2[a^2(g^2+h^2) + c^2f^2]$$

(8a) $$0 = a^2(mg+nh) + c^2lf$$
$$A_s - A_r = f_1 \sin\omega\cot i_s$$
$$A_s + A_r = f_1(\cos\omega + ir)$$

woraus:
$$2\frac{A}{A_r} = f_1(\cos\omega \pm \sin\omega\cot i_r) + irf_1$$
$$B_r - B_r = \left[lc^2 - f_0\frac{\sin\omega}{\sin^2 i_r}\right]\operatorname{tang} i_r + irfc^2\operatorname{tang} i_r$$
$$B_r + B_r = \frac{f - l\cos\omega}{\sin\omega} - irf_0$$

woraus:
$$2B_r = \frac{f - l\cos\omega}{\sin\omega} \pm \left[lc^2 - f_0\frac{\sin\omega}{\sin^2 i_r}\right]\operatorname{tang} i_r - irf_0 \pm irfc^2\operatorname{tang} i_r.$$

Aus diesen Resultaten folgen für die uniradialen Schwingungen, welche der ordinär und extraordinär gebrochenen Welle zugehören, einzeln:

$$p_r^2 + q_r^2 = p_r^2 + q_r^2.$$

Für die uniradialen Schwingungen, welche der ordinär gebrochenen Welle zugehören, ist diese Relation ohne Weiteres ersichtlich; für die der extraordinär gebrochenen Welle zugehörenden uniradialen Schwingungen läßt sich unter Anwendung der Gleichungen (7a) und (8a) nach einigen Nebenrechnungen zeigen, daß:

$$f_1^2\cos\omega\sin\omega\cot i_r(1 + \operatorname{tang}^2 i_r) + \frac{f - l\cos\omega}{\sin\omega}\left[lc^2 - f_0\frac{\sin\omega}{\sin^2 i_r}\right]\operatorname{tang} i_r - f_0 fr^2 c^2\operatorname{tang} i_r = 0,$$

womit dann gleichfalls die Richtigkeit der obigen Relation bewiesen ist.

Die Richtigkeit dieser Relation ist damit überhaupt für die totale Reflexion innerhalb eines isotropen Mediums an der Grenze eines optisch einaxigen Mediums bewiesen. Die Bezeichnung totale Reflexion findet darin ihre Rechtfertigung.

Nachdem so bei gegebenem Einfallswinkel für die totale Reflexion an der Grenze eines anisotropen Mediums die uniradial einfallenden und reflectirten Schwingungen ihrer Form nach gegeben sind, erübrigt es nur noch aus der Größe der einfallenden Schwingung auch die Größe der uniradial einfallenden Schwingungen zu bestimmen, nach welchen jene zerlegt werden kann, um daraus auch die Größe der uniradial reflectirten Schwingungen zu bestimmen, aus denen die total reflectirte Schwingung zusammengesetzt werden kann.

Es sei die einfallende Schwingung gegeben durch:

$$\xi_r = p_r\cos a_r\sin\varphi_r + q_r\cos a_r'\cos\varphi_r$$
$$\eta_r = p_r\cos b_r\sin\varphi_r + q_r\cos b_r'\cos\varphi_r$$
$$\zeta_r = p_r\cos c_r\sin\varphi_r + q_r\cos c_r'\cos\varphi_r.$$

Bezeichnen wir die beiden uniradial einfallenden Schwingungen, nach denen diese zerlegt werden kann, durch die Indices $e1$ (ordinär) und $e2$ (extraordinär), so wird:

$$p_{e1}\cos a_{e1} + p_{e2}\cos a_{e2} = p_e\cos a_e \qquad q_{e1}\cos a'_{e1} + q_{e2}\cos a'_{e2} = q_e\cos a_e$$
$$p_{e1}\cos b_{e1} + p_{e2}\cos b_{e2} = p_e\cos b_e \qquad q_{e1}\cos b'_{e1} + q_{e2}\cos b'_{e2} = q_e\cos b_e$$
$$p_{e1}\cos c_{e1} + p_{e2}\cos c_{e1} = p_e\cos c_e \qquad q_{e1}\cos c'_{e1} + q_{e2}\cos c'_{e2} = q_e\cos c_e$$

und es folgen:

$$p_{e1} = p_e\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta} \qquad p_{e2} = p_e\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta}$$
$$q_{e1} = q_e\frac{\sin\theta'_2}{\sin\theta'} \qquad q_{e2} = q_e\frac{\sin\theta'_1}{\sin\theta}$$

hierin sind $\theta\,\theta_1\,\theta_2$ die Winkel, welche $p_{e1}p_{e2}$, p_ep_{e1}, p_ep_{e2} mit einander bilden — entsprechend ist die Bedeutung der $\theta'\theta'_1\theta'_2$. Es ist also z. B.

$$\cos\theta = \cos a_{e1}\cos a_{e2} + \cos b_{e1}\cos b_{e2} + \cos c_{e1}\cos c_{e2}.$$

Nachdem so aus p_eq_e die $p_{e1}q_{e2}$, $p_{e2}q_{e2}$ ihrer Größe nach bestimmt sind, haben wir nur die Gleichungen für $p_{r1}q_{r1}\,p_{r2}q_{r2}$ mit einem Factor auf der rechten Seite zu multipliciren, um auch der Größe nach diese Ausdrücke zu gewinnen.

Im Falle die totale Reflexion an der Grenze eines optisch einaxigen Mediums erfolgt, kann z. B. für die der ordinär gebrochenen Welle zugehörigen uniradialen Schwingungen derselbe

$$= 2\sqrt{\frac{p_{e1}^2 + q_{e1}^2}{f^2 + r^2l^2}\,\frac{c^2\sin^2 i_e}{c^2 - 1}}$$

also durch $p_e^2 + q_e^2$ ausgedrückt werden, einfacher geschieht es durch p_e und q_e selbst. So folgt derselbe z. B. für die der extraordinär gebrochenen Welle zugehörigen uniradialen Schwingung

$$= \frac{2q_{e2}\cos a'_{e2}}{rf_1}.$$

Mit wenigen Worten mögen hier noch die Fälle erwähnt werden, in denen die Reflexion innerhalb eines isotropen Mediums an der Grenze eines anisotropen eine theils partielle theils totale ist[1]). Die eine gebrochene Welle befolgt dann die gewöhnlichen, die andere gebrochene Welle die von uns abgeleiteten Gesetze der Lichtbewegung.

Auch in diesen Fällen werden wir die uniradialen Schwingungen der einfallenden und reflectirten Wellen aufsuchen, die den beiden

---

1) cf. Mac Cullagh, Coll. Works p. 192 oben.

gebrochenen Wellen entsprechen. Es werden die uniradialen Schwingungen der einen Art linear polarisirt sein, dieselben ergeben sich unter anderem aus Formeln von Mac Cullagh[1]); die uniradialen Schwingungen der andern Art sind wenigstens bei optisch einaxigen Medien allgemein vorhin von mir aufgestellt.

Die gegebene einfallende Welle ist dann wieder nach diesen uniradialen Schwingungen zu zerlegen, um analog wie vorhin angedeutet daraus die uniradialen Schwingungen der reflectirten Welle zu erhalten, welche zu einer zusammenzusetzen sind.

Behandeln wir endlich den Fall der totalen Reflexion an der Grenze zweier isotroper Medien, so fällt hier die Bedeutung, welche die gebrochene Welle an der Grenze anisotroper Medien spielte, fort, und es handelt sich nur darum die aus dem Vorhergehenden für die Schwingungsellipse der gebrochenen Welle folgenden Daten zu eliminiren, um direct den Schwingungszustand der total reflectirten Welle aus dem der einfallenden zu erhalten.

Es werden hier $a_{11} = a_{22} = a_{33} = c^2$, $a_{12} = a_{23} = a_{31} = 0$. Unter Berücksichtigung ferner der Incompressibilitätsgleichung, welche hier lautet

$$A + irC = 0$$

folgen dann die Gleichungen:

$$A_e - A_r = -(i/r)\cot i_e A$$
$$B_e - B_r = ic^2 r \operatorname{tang} i_e B$$

welche schon für die uniradialen Schwingungen der ordinär gebrochenen Welle im Falle optisch einaxiger Medien gefunden waren.

Aus denselben folgen in Verbindung mit:

$$A_e + A_r = A$$
$$B_e + B_r = B$$
$$A_r(r \operatorname{tang} i_e - i) = A_e(r \operatorname{tang} i_e + i)$$
$$B_r(1 + ic^2 r \operatorname{tang} i_e) = B_e(1 - ic^2 r \operatorname{tang} i_e)$$
$$A_r = A_e\left(-\frac{1 - r^2 \operatorname{tang}^2 i_e}{1 + r^2 \operatorname{tang}^2 i_e} + i\frac{2r \operatorname{tang} i_e}{1 + r^2 \operatorname{tang}^2 i_e}\right)$$
$$B_r = B_e\left(\frac{1 - a^4 r^2 \operatorname{tang}^2 i_e}{1 + a^4 r^2 \operatorname{tang}^2 i_e} - i\frac{2a^2 r \operatorname{tang} i_e}{1 + a^4 r^2 \operatorname{tang}^2 i_e}\right).$$

Setzen wir: $r \operatorname{tang} i_e = \operatorname{tang} i'$, $a^2 r \operatorname{tang} i_e = \operatorname{tang} i''$ so folgt:

1) cf. Mac Cullagh, Coll. Works p. 182. 183.

$$
\begin{aligned}
p_r \cos\alpha_r &= -\cos 2i'\, p_e \cos\alpha_e - \sin 2i'\, q_e \cos\alpha_e' \\
q_r \cos\alpha_r' &= \sin 2i'\, p_e \cos\alpha_e - \cos 2i'\, q_e \cos\alpha_e' \\
p_r \cos\beta_r &= \cos 2i''\, p_e \cos\beta_e + \sin 2i''\, q_e \cos\beta_e' \\
q_r \cos\beta_r' &= -\sin 2i''\, p_e \cos\beta_e + \cos 2i''\, q_e \cos\beta_e' \\
p_r \cos\gamma_r &= \cos 2i'\, p_e \cos\gamma_e + \sin 2i'\, q_e \cos\gamma_e' \\
q_r \cos\gamma_r' &= -\sin 2i'\, p_e \cos\gamma_e + \cos 2i''\, q_e \cos\gamma_e'.
\end{aligned}
$$

Es ist hieraus unmittelbar wieder die Relation ersichtlich:

$$p_r^2 + q_r^2 = p_e^2 + q_e^2.$$

Diese Formeln befinden sich in vollständiger Uebereinstimmung mit den von Fressel u. F. E. Neumann aufgestellten (wo linear polarisirtes Licht auffällt), ihre Form ist nur eine andere.

Es soll nun noch auf die Fälle eingegangen werden, in denen die totale Reflexion innerhalb eines anisotropen Mediums[1]) erfolgt. Hier kann von uniradialen Schwingungen im früheren Sinne nicht die Rede sein. Die einfallenden und reflectirten Wellen sind sämmtlich linear polarisirt anzusetzen, sie befolgen nach Richtung und Polarisation die schon von Fresnel gegebenen Gesetze, mit dem einzigen Unterschied, daß beim Act der Reflexion eine Phasendifferenz entsteht; dieselbe kann jedoch, da die beiden reflectirten Wellen sich nach verschiedenen Richtungen fortpflanzen und linear polarisirt sind, durch die Beobachtung nicht weiter controlirt werden. Die gebrochenen Wellen befinden sich dagegen in einem elliptischen Schwingungszustand und befolgen die früher von mir abgeleiteten Gesetze. Es handelt sich um die Intensitätsverhältnisse der total reflectirten Wellen.

Es werde im Folgenden der Fall behandelt, daß beide reflectirte Wellen total reflectirt sind. Zwischen diesem Fall und dem, daß beide reflectirte Wellen partiell reflectirt sind, liegt der Fall, daß die eine reflectirte Welle total, die andere partiell reflectirt ist. Auch dieser Fall ist im Folgenden enthalten, insofern nur eine der Phasendifferenzen $\delta = 0$ zu setzen und für die zugehörige gebrochene Welle $\varepsilon = 1$ und $q = 0$ anzunehmen ist.

Es sei die einfallende Welle gegeben durch:

---

1) cf. Mac Cullagh, Coll. Works pag. 193.

$$\xi_e = p_e \cos a_e \sin \varphi_e$$
$$\eta_e = p_e \cos b_e \sin \varphi_e$$
$$\zeta_e = p_e \cos c_e \sin \varphi_e$$
$$\text{wo } \varphi_e = \frac{2\pi}{\lambda_e}(x' \sin i_e + z' \cos i_e - s_e t)$$

so werden die beiden reflectirten Wellen anzusetzen sein:

$$\xi_{r1} = p_{r1} \cos a_{r1} \sin(\varphi_{r1} + \delta_1) \qquad \xi_{r2} = p_{r2} \cos a_{r2} \sin(\varphi_{r2} + \delta_2)$$
$$\eta_{r1} = p_{r1} \cos b_{r1} \sin(\varphi_{r1} + \delta_1) \qquad \eta_{r2} = p_{r2} \cos b_{r2} \sin(\varphi_{r2} + \delta_2)$$
$$\zeta_{r1} = p_{r1} \cos c_{r1} \sin(\varphi_{r1} + \delta_1) \qquad \zeta_{r2} = p_{r2} \cos c_{r2} \sin(\varphi_{r2} + \delta_2)$$
$$\text{wo } \varphi_{r1} = \frac{2\pi}{\lambda_{r1}}(x' \sin i_{r1} + z' \cos i_{r1} - s_{r1} t) \,,$$
$$\varphi_{r2} = \frac{2\pi}{\lambda_{r2}}(x' \sin i_{r2} + z' \cos i_{r2} - s_{r2} t)$$

wo ferner der Index 1 sich auf die ordinäre, 2 auf die extraordinäre Welle beziehe.

Es können hierin gesetzt werden [1]):

$$\cos a = \cos\vartheta \cos i \qquad \cos b = \sin\vartheta \qquad \cos c = -\cos\vartheta \sin i$$

und es folgen bei gegebenem i_e die $i_{r1}\, i_{r2}$ aus:

$$\left[a_{11} - 2a_{12} \operatorname{tang} i + \left(a_{33} - \frac{s_e^2}{\sin^2 i_e}\right) \operatorname{tang}^2 i\right]\left[a_{22} + \left(a_{22} - \frac{s_e^2}{\sin^2 i_e}\right) \operatorname{tang}^2 i\right]$$
$$- (a_{12} - a_{23} \operatorname{tang} i)^2 (1 + \operatorname{tang}^2 i) = 0$$

und die zu den i gehörigen ϑ aus:

$$\operatorname{tang}\vartheta = \frac{a_{23} + (s_e^2/\sin^2 i_e)\sin^2 i}{a_{12} \cos i - a_{23} \sin i}$$

Die beiden gebrochenen Wellen setzen wir wie früher an:

$$\xi_1 = \varepsilon_1 (p_1 \cos a_1 \sin \varphi_1 + q_1 \cos a_1' \cos \varphi_1)$$
$$\eta_1 = \varepsilon_1 (p_1 \cos b_1 \sin \varphi_1 + q_1 \cos b_1' \cos \varphi_1)$$
$$\zeta_1 = \varepsilon_1 (p_1 \cos c_1 \sin \varphi_1 + q_1 \cos c_1' \cos \varphi_1)$$
$$\text{wo } \varepsilon_1 = e^{-\frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 z'}$$
$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}(x' \sin \omega_1 + z' \cos \omega_1 - s_1 t)$$
$$\xi_2 = \varepsilon_2 (p_2 \cos a_2 \sin \varphi_2 + q_2 \cos a_2' \cos \varphi_2)$$
$$\eta_2 = \varepsilon_2 (p_2 \cos b_2 \sin \varphi_2 + q_2 \cos b_2' \cos \varphi_2)$$
$$\zeta_2 = \varepsilon_2 (p_2 \cos c_2 \sin \varphi_2 + q_2 \cos c_2' \cos \varphi_2)$$

1) cf. Kirchhoff, ges. Abh. pag. 370. 371.

$$\text{wo } \varepsilon_2 = e^{-\frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 s'}$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}(x' \sin\omega_2 \quad + s' \cos\omega_2 - s_2 t)$$

Setzen wir jetzt zur Abkürzung:

$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= \cos\delta_1 + i \sin\delta_1 & \Delta_2 &= \cos\delta_2 + i \sin\delta_2 \\
A_1 &= p_1 \cos a_1 + iq_1 \cos a_1' & A_2 &= p_2 \cos a_2 + iq_2 \cos a_2' \\
B_1 &= p_1 \cos b_1 + iq_1 \cos b_1' & B_2 &= p_2 \cos b_2 + iq_2 \cos b_2' \\
C_1 &= p_1 \cos c_1 + iq_1 \cos c_1' & C_2 &= p_2 \cos c_2 + iq_2 \cos c_2'
\end{aligned}$$

so liefern die Grenzbedingungen von der Gleichheit der Verrückungscomponenten:

$$\begin{aligned}
\overline{\xi_0 + \xi_{r1} + \xi_{r2}} &= \overline{\xi_1 + \xi_2} \\
\overline{\eta_0 + \eta_{r1} + \eta_{r2}} &= \overline{\eta_1 + \eta_2} \\
\overline{\zeta_0 + \zeta_{r1} + \zeta_{r2}} &= \overline{\zeta_1 + \zeta_2}
\end{aligned}$$

die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
p_0 \cos a_0 + \Delta_1 p_{r1} \cos a_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos a_{r2} &= A_1 + A_2 \\
p_0 \cos b_0 + \Delta_1 p_{r1} \cos b_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos b_{r2} &= B_1 + B_2 \\
p_0 \cos c_0 + \Delta_1 p_{r1} \cos c_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos c_{r2} &= C_1 + C_2
\end{aligned}$$

Das Neumann-Kirchhoffsche Princip:

$$\begin{aligned}
&\frac{a_{21}}{a_{11}} \frac{\partial}{\partial s'} (\overline{\eta_0 + \eta_{r1} + \eta_{r2}}) - \frac{a_{22}}{a_{12}} \frac{\partial}{\partial x'} (\overline{\eta_0 + \eta_{r1} + \eta_{r2}}) \\
&+ \frac{a_{22}}{a_{12}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x'} (\overline{\zeta_0 + \zeta_{r1} + \zeta_{r2}}) - \frac{\partial}{\partial s'} (\overline{\xi_0 + \xi_{r1} + \xi_{r2}}) \right\} \\
= \frac{a_{21}'}{a_{11}'} \frac{\partial}{\partial s'} (\overline{\eta_1 + \eta_2}) &- \frac{a_{22}'}{a_{12}'} \frac{\partial}{\partial x'} (\overline{\eta_1 + \eta_2}) + \frac{a_{22}'}{a_{12}'} \left\{ \frac{\partial}{\partial x'} (\overline{\zeta_1 + \zeta_2}) - \frac{\partial}{\partial s'} (\overline{\xi_1 + \xi_2}) \right\}
\end{aligned}$$

liefert die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
&\frac{a_{21}}{a_{11}} \left\{ p_0 \cos b_0 \cot i_0 + \Delta_1 p_{r1} \cos b_{r1} \cot i_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos b_{r2} \cot i_{r2} \right\} \\
&- \frac{a_{22}}{a_{12}} \left\{ p_0 \cos b_0 \quad + \Delta_1 p_{r1} \cos b_{r1} \quad + \Delta_2 p_{r2} \cos b_{r2} \right\} \\
&+ \frac{a_{22}}{a_{12}} \left\{ p_0 \cos c_0 \quad + \Delta_1 p_{r1} \cos c_{r1} \quad + \Delta_2 p_{r2} \cos c_{r2} \right\} \\
&- \frac{a_{22}}{a_{12}} \left\{ p_0 \cos a_0 \cot i_0 + \Delta_1 p_{r1} \cos a_{r1} \cot i_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos a_{r2} \cot i_{r2} \right\} \\
= &- A_1 \frac{a_{22}'}{a_{12}'} \frac{\cos\omega_1 + ir_1}{\sin\omega_1} - B_1 \left(\frac{a_{22}'}{a_{12}'} - \frac{a_{21}'}{a_{11}'} \frac{\cos\omega_1 + ir_1}{\sin\omega_1} \right) + C_1 \frac{a_{22}'}{a_{12}'} \\
&- A_2 \frac{a_{22}'}{a_{12}'} \frac{\cos\omega_2 + ir_2}{\sin\omega_2} - B_2 \left(\frac{a_{22}'}{a_{12}'} - \frac{a_{21}'}{a_{11}'} \frac{\cos\omega_2 + ir_2}{\sin\omega_2} \right) + C_2 \frac{a_{22}'}{a_{12}'}
\end{aligned}$$

Als Unbekannte sind hierin zu betrachten:

$\Delta_1 p_{r1}$, $\Delta_2 p_{r2}$, p_1, p_2, indem die Verhältnisse
p_1/q_1 p_2/q_2 nach dem Früheren ja bekannt sind.

Ist das angrenzende Medium ein isotropes, dann ist:

$$\begin{matrix} a'_{11} = a'_{22} = a'_{33} = c'^2 \\ a'_{12} = a'_{23} = a'_{31} = 0 \end{matrix} \quad w = \frac{\pi}{2} \quad r = \sqrt{1 - \frac{c^2}{c'^2}\frac{1}{\sin^2 e}}$$

und es existirt nur eine gebrochene Welle.

Wir setzen die Hauptlichtgeschwindigkeit in diesem isotropen Medium $c' = 1$, dann wird im Neumann-Kirchhoffschen Princip die erste Gleichung auf der rechten Seite:

$$-irA + C = -(i/r)A(r^2-1) = (i/r)A\,c^2/\sin^2 i_e$$

die zweite Gleichung auf der rechten Seite:

$$irB$$

In Verbindung mit den ersten beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} p_e \cos a_e + \Delta_1 p_{r1} \cos a_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos a_{r2} &= A \\ p_e \cos b_e + \Delta_1 p_{r1} \cos b_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos b_{r2} &= B \end{aligned}$$

lassen sich dann A und B eliminiren.

Wir können setzen [1]):

$$\begin{matrix} \cos a_e = \cos\vartheta_e \cos i_e & \cos a_{r1} = -\cos\vartheta_{r1}\cos i_{r1} & \cos a_{r2} = -\cos\vartheta_{r2}\cos i_{r2} \\ \cos b_e = \sin\vartheta_e & \cos b_{r1} = \sin\vartheta_{r1} & \cos b_{r2} = \sin\vartheta_{r2} \\ \cos c_e = -\cos\vartheta_e \sin i_e & \cos c_{r1} = \cos\vartheta_{r1}\sin i_{r1} & \cos c_{r2} = \cos\vartheta_{r2}\sin i_{r2} \end{matrix}$$

und für $\Delta_1 p_{r1}$, $\Delta_2 p_{r2}$ folgen die beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} 0 = p_e \Big[\Big(\frac{a_{21}}{a_{11}} \cot i_e - \frac{a_{23}}{a_{13}}\Big) \sin\vartheta_e - \frac{a_{22}}{a_{13}} \frac{\cos\vartheta_e}{\sin i_e} - i \frac{(1/r)(c^2/\sin^2 i_e)\cos i_e \cos\vartheta_e}{r \sin\vartheta_e} \Big] \\ + \Delta_1 p_{r1} \Big[\Big(\frac{a_{21}}{a_{11}} \cot i_{r1} - \frac{a_{23}}{a_{13}}\Big) \sin\vartheta_{r1} + \frac{a_{22}}{a_{13}} \frac{\cos\vartheta_{r1}}{\sin i_{r1}} \pm i \frac{(1/r)(c^2/\sin^2 i_e)\cos i_{r1}\cos\vartheta_{r1}}{r \sin\vartheta_{r1}} \Big] \\ + \Delta_2 p_{r2} \Big[\Big(\frac{a_{21}}{a_{11}} \cot i_{r2} - \frac{a_{23}}{a_{13}}\Big) \sin\vartheta_{r2} + \frac{a_{22}}{a_{13}} \frac{\cos\vartheta_{r2}}{\sin i_{r2}} \pm i \frac{(1/r)(c^2/\sin^2 i_e)\cos i_{r2}\cos\vartheta_{r2}}{r \sin\vartheta_{r2}} \Big] \end{aligned}$$

Wir wollen diese Formeln auf den Fall anwenden, daß die totale Reflexion innerhalb eines optisch einaxigen Mediums erfolgt ($b = c$).

---

1) Die Ansätze für die reflectirten Wellen sind hier anders als pag. 355 getroffen, um später eine Vergleichung mit F. E. Neumann'schen Formeln besser zur Anwendung bringen zu können.

Fällt eine ordinäre Welle auf, dann ist:

$$\frac{\sin^2 i_e}{c^2} = \frac{\sin^2 i_{r1}}{c^2} = \frac{\sin^2 i_{r2}}{a^2-(a^2-c^2)l_{r2}^2}$$

und wir können setzen, wenn χ das Azimut des Hauptschnitts gegen die Einfallsebene ist:

$$\cos\vartheta_e = \frac{h\sin i_e - f\cos i_e\cos\chi}{\sqrt{1-l_e^2}} \qquad \sin\vartheta_e = \frac{h\sin\chi}{\sqrt{1-l_e^2}}$$

$$-\cos\vartheta_{r1} = \frac{h\sin i_{r1} + f\cos i_{r1}\cos\chi}{\sqrt{1-l_{r1}^2}} \qquad \sin\vartheta_{r1} = \frac{h\sin\chi}{\sqrt{1-l_{r1}^2}}$$

$$\sin\vartheta_{r2} = \frac{h\sin i_{r2} + f\cos i_{r2}\cos\chi}{\sqrt{1-l_{r2}^2}} \qquad \cos\vartheta_{r2} = \frac{h\sin\chi}{\sqrt{1-l_{r2}^2}}$$

Vernachlässigen wir den Unterschied der Electricitätsaxen, dann können wir setzen:

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = c^2$$
$$a_{12} = a_{23} = a_{31} = 0$$
$$\vartheta_{r1} = \vartheta_r \qquad \vartheta_{r2} = \vartheta_r - \pi/2$$
$$i_{r1} = i_{r2} = i_r = \pi - i_e$$

und erhalten:

$$\Delta_1 p_{r1}\cos\vartheta_r + \Delta_2 p_{r2}\sin\vartheta_r = p_e\cos\vartheta_e\frac{r + i\cot i_e}{r - i\cot i_e}$$

$$\Delta_1 p_{r1}\sin\vartheta - \Delta_2 p_{r2}\cos\vartheta_r = p_e\sin\vartheta_e\frac{c^2\cot i_e - ir}{c^2\cot i_e + ir}$$

Daraus folgen die schon von F. E. Neumann[1]) — aber auf Grund des Fresnelschen Raisonnements (Deutung des Imaginären) — gegebenen Formeln:

$$p_{r1}^2 = p_e^2[\cos^2(\vartheta_e - \vartheta_r) + L_1\sin 2\vartheta_e\sin 2\vartheta_r]$$
$$p_{r2}^2 = p_e^2[\sin^2(\vartheta_e - \vartheta_r) - L_1\sin 2\vartheta_e\sin 2\vartheta_r]$$

$$\text{wo} \quad L_1 = \frac{\sin^4 i_e}{c^2-(1+c^2)\sin^2 i_e}$$

Fällt dagegen eine extraordinäre Welle auf so ist:

---

1) F. E. Neumann, Abh. der Berl. Acad. 1835 pag. 73. Ich habe mich durch Nachrechnen aus den Formeln (7) und (8) pag. 71. daselbst überzeugt, daß die Neumannschen Formeln durch zwei Druckfehler entstellt sind, die auch aus dem Obigen sich ergeben. Neumann's $\frac{y'}{x'}$ ist gleich $\frac{\vartheta_e}{\vartheta_r}$.

$$\frac{\sin^2 i_e}{a^2-(a^2-i^2)l_e^2} = \frac{\sin^2 i_{r1}}{c^2} = \frac{\sin^2 i_2}{a^2-(a^2-i^2)l_{r2}^2}$$

Wir können setzen:

$$-\sin\vartheta_e' = \frac{h\sin i_e - f\cos i_e\cos\chi}{\sqrt{1-l_e^2}} \qquad \cos\vartheta_e' = \frac{h\sin\chi}{\sqrt{1-l_e^2}}$$

Vernachlässigen wir wieder den Unterschied der Elasticitätsaxen, so können wir die hier folgenden Formeln direct hinschreiben, wenn wir in den vorigen Formeln $\vartheta_e = \vartheta_e' + \pi/2$ einsetzen, wo ϑ_e' das Polarisationsazimut der extraordinär auffallenden Welle ist und haben [2]):

$$p_{r1}^2 = p_e'^2[\cos^2(\vartheta_e' - \vartheta_r) - L_1\sin 2\vartheta_e'\sin 2\vartheta_r]$$
$$p_{r2}^2 = p_e'^2[\cos^2(\vartheta_e' - \vartheta_r) + L_1\sin 2\vartheta_e'\sin 2\vartheta_r]$$

Diese Formeln zeigen wieder, wie zu erwarten stand, die für die totale Reflexion charakteristischen Relationen:

$$p_e^2 = p_{r1}^2 + p_{r2}^2 \qquad p_e'^2 = p_{r1}'^2 + p_{r2}'^2$$

Im Uebrigen rechtfertigen sie die Erweiterung der Fresnelschen Raisonnements — betreffend die Deutung des Imaginären bei totaler Reflexion — auf einaxige Medien, welches bis dahin nur für isotrope Medien bewiesen worden ist.

---

2) Neumann's $\frac{y''}{x''}$ ist unser $\frac{\vartheta_e}{\vartheta_{r2}} = \vartheta_r - \pi/2$.

Königsberg i. Pr. 22. April 1886.

Ein Beitrag zu Poincaré's Theorie der Fuchs'schen Functionen.

Von **H. Weber.**

Die von Poincaré unter dem Namen der Fuchs'schen eingeführten Functionen einer Veränderlichen, welche dadurch characterisiert sind, daß sie durch gewisse Gruppen linearer Substitutionen ungeändert bleiben, haben auch für die Theorie der algebraischen Functionen große Bedeutung, insofern es durch sie möglich ist, zwei Veränderliche, welche durch irgend eine algebraische Gleichung von einander abhängen, als eindeutige Functionen einer Variablen darzustellen, also in einem gewissen Sinne für alle algebraischen Functionen einer Veränderlichen das zu leisten, was für eine besondere Art derselben die elliptischen Functionen leisten. Auf diesen Zusammenhang hat zuerst F. Klein in zwei kleinen aber inhaltreichen Noten im XXten Bd. der mathematischen Annalen (Ueber eindeutige Functionen mit linearen Transformationen in sich) aufmerksam gemacht. Es ist der Zweck der vorliegenden Mitteilung, an denjenigen algebraischen Functionen, welche durch eine Quadratwurzel ausdrückbar sind, d. h. an den hyperelliptischen Functionen (mit reellen Moduln) solche Betrachtungen durchzuführen. Man kann in diesem Falle zu wesentlich einfacheren Darstellungen gelangen, als sie sich aus den allgemeinen Sätzen von Poincaré ergeben. Es handelt sich dabei um Functionen mit einer unendlichen Anzahl wesentlich singulärer Stellen, welche man ausdrücken kann, ohne die Kenntniß dieser wesentlich singulären Stellen vorauszusetzen.

§. 1. *Fundamentalaufgabe.*

Wir kleiden unsere Betrachtung in die Form einer Abbildungsaufgabe, die wir folgendermaaßen formulieren.

In der Ebene einer complexen Variablen $\eta = u + iv$ seien n Kreise gegeben, deren jeder die sämmtlichen andern ausschließt, deren Mittelpunkte alle auf der reellen Axe liegen; diese Kreise sollen in der Reihenfolge, wie sie in der Richtung der positiven reellen Axe auf einander folgen mit Nummern versehen werden, so daß dieselben als erster, zweiter, . . $n$ter Kreis bezeichnet werden, und es seien für den νten Kreis

r_ν der Radius, c_ν die Abscisse des Mittelpunktes, $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ die Abscissen der Durchschnittspunkte mit der Axe, so daß

$$r_\nu = c_\nu - a_{2\nu-1} = a_{2\nu} - c_\nu. \tag{1}$$

Durch diese Kreise wird in der η-Ebene ein $n$fach zusammenhängendes Flächenstück H begrenzt.

Nach dem Dirichlet'schen Princip[1]) wird in diesem Flächenstück H eine Function

$$z = x + yi \tag{2}$$

der complexen Variablen η aus folgenden Bedingungen bestimmt.

1) z ist an sämmtlichen Kreisperipherien reell.

2) In einem auf der reellen Axe gelegenen Punkt η_0 im Innern von H ist

$$z - \frac{A}{\eta - \eta_0}$$

endlich und stetig, worin A eine reelle Constante bedeutet.

3) Abgesehen von diesem Punkt ist y im Innern von H und x in der durch $n-1$ Querschnitte einfach zusammenhängend gemachten Fläche H endlich und stetig.

4) Durch diese Bedingungen ist z bis auf eine reelle additive Constante völlig bestimmt und hat folgende Eigenschaften.

5) Aus 4) folgt, daß für conjugiert imaginäre Werte von η gleiche und entgegengesetzte Werte von y stattfinden, woraus hervorgeht, daß auch x im Innern von H stetig ist; denn es ist

$$x = \int \left(\frac{\partial y}{\partial v} du - \frac{\partial y}{\partial u} dv \right), \tag{3}$$

und wenn man dieses Integral über irgend eine geschlossene Curve erstreckt, welche durch die reelle Axe symmetrisch geteilt wird, so erhält dasselbe den Wert Null. Die Function z hat also verschwindende Periodicitätsmoduln, und ist daher im Innern der ganzen Fläche H (mit Ausnahme des Punktes η_0) stetig.

6) Läßt man in 2) η_0 und A unbestimmt, so kann man z durch

$$\frac{c + \partial z}{a + bz}$$

ersetzen, worin a, b, c, ∂ beliebige reelle Constanten sind, und man kann daher z. B. die Function z auch so bestimmen, daß sie nur für $\eta = \infty$ unendlich wird.

---

1) Man vgl. die Beweise der unter diesem Namen zusammengefaßten functionentheoretischen Sätze von H. A. Schwarz in den Monatsberichten der Berliner Akademie vom 10. October 1870.

7) Aus der Betrachtung des Integrals

$$\int d \log (z - z_0)$$

über die ganze Begrenzung der Fläche H ergiebt sich, daß z jeden beliebigen Wert z_0 im Innern von H ein und nur einmal annimmt.

Stellt man die complexe Variable z in einer eigenen Ebene dar, so erhält man in derselben eine conforme Abbildung Z der Fläche H, und zwar wird nach 7) durch dieses Abbild die z-Ebene vollständig und einfach bedeckt. Die Begrenzung der Fläche Z besteht aus n längs der x-Axe verlaufenden Schlitzen, deren Endpunkte die Bilder der Punkte α_ν sind, und mit α_ν bezeichnet sein sollen. Entsprechen einander die Punkte $\eta = \infty$, $z = \infty$, so folgen sich die Punkte $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots \alpha_{2n}$ in dieser Reihenfolge längs der x-Axe.

§. 2. *Stetige Fortsetzung.*

Die im Vorhergehenden gestellte Abbildungsaufgabe gehört zu einer Classe von Problemen, die schon mehrfach Gegenstand von Untersuchungen gewesen sind. Ins besondere sei hier auf die einschläglichen Arbeiten von Schwarz im 70ten und 75ten Bd. des Crelle-schen Journals verwiesen. Ich folge hier dem Wege von Riemann, der, wenn auch in fragmentarischer Form, in Riemanns Werken unter No. XXV. mitgeteilt ist. Auf dies Riemann'sche Fragment mache ich an dieser Stelle besonders aufmerksam, da dasselbe, was aus dem Titel kaum erwartet werden dürfte, in der engsten Beziehung steht zu den functionentheoretischen Problemen, welche an die Betrachtung der Gruppen linearer Substitutionen anknüpfen.

Bildet man das Flächenstück H durch reciproke Radien (durch Spiegelung) an der νten Kreisperipherie ab, so entsteht ein an H sich anschließendes Flächenstück H_ν, welches ebenfalls durch n Kreise begrenzt ist, und mit H nur die Punkte der νten Kreisperipherie gemein hat; analytisch ist dies gleichbedeutend damit, daß man jeden Punkt η von H einem Punkt η_ν von H_ν zuordnet, der von ihm durch die Formel

$$\eta_\nu = A_\nu(\eta) = c_\nu + \frac{r_\nu^2}{\eta - c_\nu} \tag{4}$$

abhängt. Indem man das Princip der Spiegelung wiederholt anwendet, bezogen auf die verschiedenen nach und nach als Begrenzung auftretenden Kreise, so erhält man immer neue durch Kreise begrenzte Bilder von H, welche keine Flächenstücke gemein haben,

und allmählich die ganze η-Ebene erfüllen indem sie sich gewissen auf der reellen Axe im Innern der gegebenen Kreise gelegenen Punkten, deren Anzahl, falls $n > 2$, unendlich ist, unbegrenzt annähern.

Man erhält alle diese Bilder durch wiederholte Anwendung in allen möglichen Verbindungen der n linearen Substitutionen (4) (für $\nu = 1, 2, \ldots n$) wobei jedoch zu bemerken ist, daß die Substitutionen (4) von der zweiten Ordnung sind, d. h. durch eine zweimalige Anwendung zur Identität führen; es ist daher bei der Herstellung der aufeinander folgenden Bilder von H dieselbe Substitution nicht zweimal nach einander anzuwenden.

Wenn man nun die Function s nach dem Gesetz der Stetigkeit über das Gebiet H hinaus nach H_ν fortsetzt, so erhält diese Function in zwei Punkten, die einander durch die Substitution (4) entsprechen, denselben Wert[1]). Um daher das Flächenstück $H+H_\nu$ in der s-Ebene eindeutig abzubilden, bedürfen wir einer zweiblättrigen Fläche, welche in den Punkten $\alpha_{2\nu-1}$, $\alpha_{2\nu}$ Verzweigungspunkte hat und von $n-1$ Paaren über einander liegender Schlitze begrenzt ist. Dem Uebergang von einem Punkt η_1 zu dem ihm entsprechenden η_ν entspricht, je nach dem gewählten Wege, eine Umkreisung eines der beiden Punkte $\alpha_{2\nu-1}$, $\alpha_{2\nu}$. Hieraus ergiebt sich, daß nicht nur s, sondern auch die n Functionen

$$P_\nu(\eta) = \sqrt{\frac{s-\alpha_{2\nu-1}}{s-\alpha_{2\nu}}} \tag{5}$$

eindeutige Functionen in der η-Ebene sind, und daß die letzteren in Bezug auf die Substitutionen (4) das Verhalten zeigen

$$P_\mu[A_\nu(\eta)] = \pm P_\mu(\eta), \tag{6}$$

wo das obere Zeichen gilt, wenn μ, ν verschieden sind, das untere wenn sie gleich sind.

Diese Functionen haben also (im allgemeineren Sinne des Wortes) eine n-fache Periodicität. Für $n = 2$ gehen sie geradezu in elliptische Functionen über und bilden also für höhere n in dieser Richtung die naturgemäße Verallgemeinerung der elliptischen Functionen.

§. 3. *Lineare Differentialgleichung.*

Durch die Anwendung der oben erwähnten Abbildungsmethoden stellt man zunächst η als Quotient zweier Particularlösungen einer

1) Vgl. Schwarz l. c.

linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung dar. Wir setzen (nach Riemanns XXV. Fragment)

$$y_1 = \sqrt{\frac{dz}{d\eta}}, \qquad y_2 = \eta\sqrt{\frac{dz}{d\eta}} \tag{7}$$

und schließen wie dort, daß

$$\frac{1}{y_1}\frac{d^2y_1}{dz^2} = \frac{1}{y_2}\frac{d^2y_2}{dz^2} = \sigma \tag{8}$$

eine reelle rationale Function von z ist, da sie beim Umkreisen der Punkte α_ν ungeändert bleibt, und es ist η der Quotient zweier particularer Lösungen der Differentialgleichung

$$\frac{d^2y}{dz^2} - \sigma y = 0. \tag{9}$$

Um die Function σ näher zu bestimmen, nehmen wir an, daß η und z gleichzeitig unendlich werden, woraus sich ergiebt, daß σ unendlich klein in der vierten Ordnung wird für $z = \infty$. Desgleichen findet sich, daß in der Umgebung von $z = \alpha_\nu$ die Entwicklung von σ mit dem Gliede

$$-\frac{3}{16}\frac{1}{(z-\alpha_\nu)^2}$$

beginnt. Für alle andern Werte von z ist σ endlich und stetig. Wenn wir also

$$\prod_{1,2n}^{\nu}(z-\alpha_\nu) = f(z) \tag{10}$$

und

$$\sigma = \frac{\Phi(z)}{f(z)^2} \tag{11}$$

setzen, so ist $\Phi(z)$ eine ganze rationale Function von z vom Grade $4n-4$ welche den Bedingungen

$$\Phi(\alpha_\nu) = -\tfrac{3}{16}f'(\alpha_\nu)^2 \tag{12}$$

genügt, und man kann daher setzen

$$\Phi(z) = -\tfrac{3}{16}\left[f'(z)^2 - \frac{2n}{2n-1}f(z)f''(z)\right] - f(z)\,C(z), \tag{13}$$

$$C(z) = C_0 z^{2n-4} + C_1 z^{2n-5} + \ldots + C_{2n-4}, \tag{14}$$

wenn $C_0, C_1 \ldots C_{2n-4}$ reelle Constanten sind.

Die Differentialgleichung (9) vereinfacht sich daher, wenn wir eine neue Variable w durch die Gleichung

$$y = \sqrt[4]{f(z)}\, w \tag{15}$$

einführen; sie wird dadurch

$$f(z)\frac{d^2w}{dz} + \tfrac{1}{2}f'(z)\frac{dw}{dz} + \left(\frac{n-2}{8(2n-1)}f''(z) + C(z)\right)w = 0. \tag{16}$$

Die als Quotient zweier Particularlösungen dieser Gleichung bestimmte Function η ist abhängig von den $2n-3$ Constanten $C_0, C_1 .. C_{2n-4}$. Diese Constanten sind durch die Natur der Aufgabe völlig bestimmt, wenn auch ihre Darstellung nur in transcendenter Weise möglich ist. Die zu ihrer Bestimmung dienenden Bedingungen besagen, daß die Bilder der $n-1$ geradlinigen Strecken $(\alpha_2, \alpha_3)(\alpha_4, \alpha_5) .. (\alpha_{2n-2}\, \alpha_{2n-1})$ (welche im Allgemeinen Kreisbögen sind) Teile der reellen Axe in der η-Ebene sein sollen. Man kann die Bedeutung dieser Bedingungen auch so ausdrücken, daß die Bildpunkte der $\alpha_2, \alpha_3 \ldots \alpha_{2n-2}$ auf der reellen Axe liegen sollen, woraus, da die Mittelpunkte des ersten und letzten Kreises auf der Axe liegen, von selbst folgt, daß auch der Bildpunkt von α_{2n-1} reell ist, so daß die Anzahl der Bedingungen mit der Anzahl der Constanten C übereinstimmt.

§. 4. *Die Umkehrungsfunctionen.*

So wie es vorzuziehen ist, die elliptischen Functionen zu betrachten an Stelle der elliptischen Integrale, ebenso ist es einfacher z und die Functionen P_ν durch η darzustellen, als umgekehrt durch Integration der Differentialgleichung (16) η als Function von z. Um zu einer Darstellung der Functionen $P_\nu(\eta)$ zu gelangen, müssen wir zunächst die Punkte der η-Ebene aufsuchen, in welchen diese Function Null und unendlich wird. Dies sind die Punkte $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ und alle durch die Substitutionen (4) und ihre Wiederholungen daraus hergeleiteten. Die Substitutionen können in folgender Weise angeordnet werden:

Die erste Ordnung bilden die n Substitutionen $A_1, A_2 \ldots A_n$ selbst; die zweite Ordnung wird aus den Combinationen zu zweien $A_1A_2, A_1A_3 \ldots$ deren Zahl $n.(n-1)$ beträgt, gebildet; die Substitutionen der μten Ordnung sind diejenigen, die aus μ der Substitutionen (4) zusammengesetzt sind, wobei dieselbe Substitution nicht zweimal nach einander anzuwenden ist, so daß die Anzahl der Substitutionen μter Ordnung $n(n-1)^{\mu-1}$ beträgt; die so geordnete Gruppe der Substitutionen sei mit $\mathfrak{G}$ bezeichnet.

Die Punkte $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ bleiben ungeändert durch die Substitution A_ν; man hat daher auf dieses Punktepaar die sämmtlichen Substitutionen der Gruppe $\mathfrak{G}$ mit Ausnahme derjenigen anzuwenden, in welchen an erster Stelle (rechts) A_ν steht, wodurch man lauter neue Punkte-

paare erhält, welche wir die Begleiter der Punkte $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ nennen wollen. Je nach der Ordnung der angewandten Substitution werden auch die Begleiter in Ordnungen eingeteilt, so daß in der μten Ordnung nur je $(n-1)^\mu$ der Begleiter vorkommen. Die Gesammtheit eines der Punkte $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ mit allen seinen Begleitern bleibt ungeändert, wenn irgend eine Substitution der Gruppe $\mathfrak{G}$ auf alle zugleich angewandt wird.

Alle diese Begleiter liegen innerhalb der gegebenen Kreise, und zwar im Innern desjenigen, auf welchen sich die zuletzt (links) angewandte Substitution bezieht.

Wir betrachten nun das unendliche Produkt

$$\Pi_\nu(\eta) = \prod\left(\frac{\eta - a_{2\nu-1}}{\eta - a_{2\nu}}\right), \tag{17}$$

erstreckt über die Punkte $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ und alle ihre Begleiter; so jedoch, daß jeder der Brüche $\eta - a_{2\nu-1} : \eta - a_{2\nu}$ einen Factor des unendlichen Productes bildet, und daß nicht etwa die Zähler für sich und die Nenner für sich als unendliche Producte betrachtet werden.

Wir werden nachträglich beweisen, daß in diesem Sinne das Product Π_ν für alle Werte von η convergiert, und eine (mit Ausschluß der Punkte $a_{2\nu}$) endliche und stetige (analytische) Function von η ist, setzen aber einstweilen, um unsere Betrachtungen nicht unterbrechen zu müssen, dies voraus. Es ist unter dieser Voraussetzung Π_ν in der Fläche H und also auch in dem Bilde Z der Fläche H in der z-Ebene, eine stetige analytische Function (von η oder von z). Wir betrachten zwei conjugiert imaginäre Punkte η, η' auf der Peripherie des μten Kreises, welchen zwei an derselben Stelle an den beiden Rändern des μten Schlitzes in der z-Ebene gelegene Punkte entsprechen.

Die beiden Punkte η, η' sind aber mit einander durch die Relation verknüpft:

$$\eta' = A_\mu(\eta) \tag{18}$$

und daraus folgt nach (17)

$$\Pi_\nu(\eta') = \Pi_\nu(c_\mu)\ \Pi_\nu(\eta).$$

Die Function $d \lg \Pi_\nu : dz$ hat also zu beiden Seiten der Schlitze in der z-Ebene denselben Wert und ist mithin eine rationale Function von z. Aus dem Verhalten derselben in den Punkten $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$, ∞ ergiebt sich dann

$$\Pi_\nu(\eta) = \sqrt{\frac{\varepsilon - a_{2\nu-1}}{\varepsilon - a_{2\nu}}} = P_\nu(\eta) \tag{18}$$

wodurch diese Functionen dargestellt sind.

§. 5. *Convergenz.*

Zur Ergänzung des Vorigen bleibt uns noch die Convergenz und Stetigkeit des Productes Π_ν nachzuweisen. Setzen wir dasselbe in die Form

$$\Pi_\nu = \prod\left(1 + \frac{a_{2\nu} - a_{2\nu-1}}{\eta - a_{2\nu}}\right), \tag{19}$$

so ergeben sich die zu beweisenden Eigenschaften aus elementaren Sätzen über unendliche Producte, wenn bewiesen werden kann, daß die über sämmtliche Begleiter von $a_{2\nu}$, $a_{2\nu-1}$ erstreckte Summe

$$\Sigma(a_{2\nu} - a_{2\nu-1}) \tag{20}$$

eine unbedingt convergente ist. Dies kann aber aus einer einfachen geometrischen Anschauung gefolgert werden.

Die Fläche H wird durch jede Substitution S der Gruppe $\mathfrak{G}$ in ein Flächenstück H' transformiert, welches von n Kreisen begrenzt ist. Keine zwei dieser Flächen haben einen Flächenteil gemein und keine (außer H selbst) erstreckt sich ins Unendliche. Bedeutet also D die Gesammtlänge der Teile der reellen Axe, welche innerhalb H' liegen, so ist hiernach die Summe

$$\Sigma D, \tag{21}$$

erstreckt über sämmtliche Substitutionen der Gruppe $\mathfrak{G}$, eine (aus lauter positiven Gliedern bestehende) convergente Reihe.

Nehmen wir die Substitution S in der Form an

$$\eta' = p + \frac{m}{\eta - q}, \tag{22}$$

so ist q die Abscisse eines Punktes, der im Innern eines der gegebenen Kreise liegt; denn im entgegengesetzten Falle würde η' unendlich wenn η im Innern von H liegt, d. h. es würde sich H' ins Unendliche erstrecken, was nicht der Fall ist. Es sei also

$$a_{2\mu-1} < q < a_{2\mu}$$

wenn dann nach (22) den Punkten

$$a_1, a_2, a_3 \ldots a_{2n}$$

die Punkte

$$a_1', a_2', a_3' \ldots a_{2n}'$$

entsprechen, so folgen sich diese letzteren Punkte in der Größenfolge

$a'_{2\mu}$, $a'_{2\mu+1}$ . . $a'_{2\mu}$, a'_1, a'_2, . . $a'_{2\mu-1}$ aufsteigend oder absteigend, und es ist daher

$$(23)\ \pm D = -a'_1 + a'_2 - a'_3 + a'_4 - \ldots - a'_{2n-1} + a'_{2n}$$

$$= m\left\{-\frac{1}{a_1-q}+\frac{1}{a_2-q}-\frac{1}{a_3-q}+\cdots-\frac{1}{a_{2n-1}-q}+\frac{1}{a_{2n}-q}\right\}$$

$$= m\left\{\frac{1}{q-a_1}+\frac{a_3-a_2}{(q-a_2)(q-a_3)}+\cdots+\frac{a_{2n-1}-a_{2n-2}}{(q-a_{2n-1})(q-a_{2n-2})}+\frac{1}{a_{2n}-q}\right\},$$

so daß in letzterer Form jedes Glied in der Klammer positiv ist. Ebenso ist

$$(24)\qquad a'_{2\mu} - a'_{2\mu-1} = \frac{m(a_{2\mu}-a_{2\mu-1})}{(q-a_{2\mu})(q-a_{2\mu-1})},$$

und wenn man hieraus m eliminirt, so ergiebt sich

$$\pm D = (a'_{2\mu}-a'_{2\mu-1})\left[\frac{(q-a_{2\mu-1})(a_{2\mu}-q)}{a_{2\mu}-a_{2\mu-1}}\left\{\frac{1}{q-a_1}+\frac{a_3-a_2}{(q-a_2)(q-a_3)}+\ldots\right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{a_{2n-1}-a_{2n-2}}{(q-a_{2n-1})(q-a_{2n-2})}+\frac{1}{a_{2n}-q}\right\}\right].$$

Die in der eckigen Klammer stehende Größe ist eine rationale gebrochene Function von q, welche, wenn q von $a_{2\mu-1}$ bis $a_{2\mu}$ geht, nur positive von Null verschiedene Werte annimmt, und es läßt sich daher eine nur von der Configuration der ursprünglich gegebenen Kreise in der η-Ebene abhängige positive (echt gebrochene) Größe Θ angeben, so daß, vom Zeichen abgesehen,

$$(25)\qquad D > \Theta \,.\, (a'_{2\mu} - a'_{2\mu-1}),$$

und hierin kann die Substitution S so gewählt werden, daß $\pm(a'_{2\mu}-a'_{2\mu-1})$ der Durchmesser eines jeden beliebigen der successive als Begrenzung auftretenden Kreise wird. Hieraus folgt aber, daß

$$(26)\qquad \Sigma \pm (a'_{2\mu} - a'_{2\mu-1})$$

ebenso wie (21) eine unbedingt convergente Reihe ist, und um so mehr die Reihe (20) deren Glieder sämmtlich unter den Gliedern von (26) vorkommen.

Die Reihenfolge der Glieder von (20) oder der Factoren von (19) kann nach der im vorigen § festgesetzten Ordnung der angewandten Substitutionen genommen werden. Um dies nachzuweisen bezeichnen wir mit d die (positiv genommenen) Begleiter $a'_{2\nu} - a'_{2\nu-1}$ der Strecke $a_{2\nu} - a_{2\nu-1}$. Aus jeder der Strecken d der μten Ordnung entstehen $n-1$ Strecken d der $\mu+1$ten Ordnung durch Anwen-

dung von $n-1$ der Substitutionen A_ν, und zwar ist von diesen Substitutionen nur diejenige auszuschließen, die sich auf den Kreis bezieht, in dessen Inneren d liegt. Entsteht nun d' aus d durch Anwendung von A_λ, so ist

$$d' = d\,\frac{r_\lambda^2}{(a'_{2\nu}-c_\lambda)(a'_{2\nu-1}-c_\lambda)},$$

also

$$d' < \varepsilon d,$$

worin ε ein nur von der ursprünglichen Configuration abhängiger positiver echter Bruch ist. Daraus folgt, daß man eine mit unendlich wachsendem μ gegen Null convergierende positive Größe ε_μ derart angeben kann, daß sämmtliche d der μten Ordnung kleiner sind als ε_μ. Bei der gewählten Anordnung der Glieder von (20) bleibt also kein Glied von endlicher Größe unberücksichtigt.

§. 6. *Elliptische Functionen.*

Zur Erläuterung der vorstehenden Betrachtungen soll noch in der Kürze gezeigt werden, welche Gestalt die allgemeinen Resultate für den besonderen Fall annehmen, daß $n = 2$ ist. Man erhält in diesem Falle Ergebnisse, die sich aus der Theorie der elliptischen Functionen herleiten lassen, und die in der Hauptsache übereinstimmen mit der Form dieser Theorie, welche Rausenberger in seinem Buch »Lehrbuch d. Theorie der periodischen Functionen« (Leipzig 1884) entwickelt hat.

Für $n = 2$ ist die Function $f(s)$ in der Differentialgleichung (16) vom 4ten Grade, und die Function C reducirt sich auf eine Constante. Die Gleichung (16) hat die beiden particularen Lösungen

$$e^{\pm \frac{1}{2}\sqrt{C}\int \frac{ds}{\sqrt{f(s)}}}$$

und daraus ergiebt sich für η, wenn mit g_1, g_2 reelle Constanten bezeichnet werden

$$\frac{\eta - g_2}{\eta - g_1} = e^{\sqrt{C}\int_{-\infty}^{s} \frac{ds}{\sqrt{f(s)}}} \tag{27}$$

Um die Constanten zu bestimmen, setzen wir zur Abkürzung

$$(28)\qquad e^{\sqrt{C}\int_{-\infty}^{\alpha_1}\frac{ds}{\sqrt{f(s)}}} = Q, \qquad \int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{dt}{\sqrt{f(z)}} = iA_1$$

$$\int_{\alpha_2}^{\alpha_3}\frac{dz}{\sqrt{f(z)}} = A_2, \qquad \int_{\alpha_3}^{\alpha_4}\frac{dz}{\sqrt{f(z)}} = iA_1, \qquad q = e^{-\frac{\pi A_2}{A_1}}$$

worin die Wurzeln so genommen sein mögen, daß A_1, A_2 positiv, $Q > 1$ sei.

Wendet man (27) auf die Punkte α_1, α_2 an, so folgt:

$$Q = \frac{a_1 - g_2}{a_1 - g_1}; \qquad Qe^{i\sqrt{C}A_1} = \frac{a_2 - g_2}{a_2 - g_1}.$$

Damit nun in der η-Ebene ein und nur ein Halbkreis beschrieben werde, während s von α_1 bis α_2 geht, muß

$$(29)\qquad \sqrt{C} = \frac{\pi}{A_1}$$

gesetzt werden, und es ergeben sich aus den Punkten α_1, α_2, α_3, α_4 die vier Gleichungen:

$$(30)\qquad \begin{aligned} Q &= \frac{a_1 - g_2}{a_1 - g_1}, & -Q &= \frac{a_2 - g_2}{a_2 - g_1}, \\ -Qq &= \frac{a_3 - g_2}{a_3 - g_1}, & Qq &= \frac{a_4 - g_2}{a_4 - g_1}. \end{aligned}$$

Nimmt man die Punkte α_1, α_2, α_3, α_4 als gegeben an, so sind von den Punkten a_1, a_2, a_3, a_4 zwei willkürlich und die beiden andern nebst den Constanten g_1, g_2 sind aus (30) durch elliptische Integrale bestimmt.

Nimmt man dagegen a_1, a_2, a_3, a_4 als gegeben an, so dienen die Gleichungen (30) zur algebraischen Bestimmung von g_1, g_2, q, Q; g_1 und g_2 ergeben sich als die Abscissen des Punktepaares, welches zu (a_1, a_2) und (a_3, a_4) zugleich harmonisch ist, durch eine quadratische Gleichung. Man kann aber auch für q eine quadratische Gleichung bilden, welcher, wenn c den Abstand der beiden Kreismittelpunkte bedeutet, die Form gegeben werden kann

$$q + q^{-1} = \frac{c^2 - r_1^2 - r_2^2}{r_1 r_2},$$

und q ist als die kleinere Wurzel dieser Gleichung bestimmt. Q, g_1, g_2 werden dann in rationaler Weise durch (30) ausgedrückt. Für die Functionen $P_1(\eta)$, $P_2(\eta)$ erhält man die Darstellungen:

$$P_1(\eta) = \sqrt{\frac{z-a_1}{z-a_2}} = \prod_{-\infty,\infty}^{\nu} \frac{\eta - \dfrac{g_2 - Qg_1 q^{2\nu}}{1-Qq^{2\nu}}}{\eta - \dfrac{g_2 + Qg_1 q^{2\nu}}{1+Qq^{2\nu}}}$$

$$P_2(\eta) = \sqrt{\frac{z-a_3}{z-a_4}} = \prod_{-\infty,\infty}^{\nu} \frac{\eta - \dfrac{g_2 + Qg_1 q^{2\nu-1}}{1+Qq^{2\nu-1}}}{\eta - \dfrac{g_2 - Qg_1 q^{2\nu-1}}{1-Qq^{2\nu-1}}}$$

Für die Begleiter der Punkte a_1, a_2, a_3, a_4 ergeben sich also in diesem Falle Ausdrücke, die einem einfachen Gesetze folgen.

Marburg im April 1886.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Februar 1886.

Leopoldina Heft XXII. No. 1—2.
Zeitschrift f. Naturwissenschaften f. Sachsen u. Thüringen. Band LVIII. Sept. Okt. 1885.
Sitzungsberichte der philos.-philolog. und hist. Classe der Akademie der Wissenschaften zu München. 1885. Heft IV.
Sitzungsber. der K. Pr. Akademie der Wissensch. in Berlin. Heft XL—LII.
Worte der Erinnerung an Prof. Dr. A. v. Lasaulx von G. v. Rath.
Meteorologische Zeitschrift. 1886. Januar. Februar.
Berichte über die Verhandl. der K. S. Gesellsch. der Wissensch. zu Leipzig. Mathem.-Physische Classe. III. 1885.
Sitzungsber. der Physikalisch-Medicinischen Gesellsch. zu Würzburg. Jahrg. 1885.
Jahrbücher des Nassauischen Vereins f. Naturkunde. Jahrgang 38. 2 Exemplare.
Rede zur Feier des 25jähr. Regierungsjubil. S. M. des Kaisers in der technischen Hochschule zu Berlin geh. von Ed. Dobbert.
1. u. 2. Bericht des naturforschenden Vereins zu Bamberg. 1882/4.
Annalen des K. K. naturhistorischen Hofmuseums in Wien. Jahresber. für 1885.
Jahrbuch der K. K. Geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1885. Band 35. Heft 4.
Verhandlungen der K. K. Geolog. Reichsanstalt. 1885. No. 10—18. 1886. No. 1.
Ungarische Revue. Jahrg. 6. Heft 2—3. 1886.
Erläuterungen zur geologischen Specialkarte der Länder der Ungarischen Krone. Umgebungen v. Versecz. Blatt K. 14.
Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Coimbra. Vol. VI. No. 5.
Annalen d. Physikalischen Centralobservatoriums in Petersburg. Jahrgang 1884. Theil II.
Nature. Vol. 33. No. 849—853.
Proceedings of the Royal society. Vol. XXXIX. No 240.
Journal of the R. Microscopical society. Vol. V. Part. 6a. Vol. VI. Part. 1.
Monthly notices of the Royal astronomical society. Vol. XLVI. No. 3. Jan. 1886.
Notulen van de Algem. en Bestuursvergaderingen van het Bataviaasch Genootschap v. Kunsten en Wetensch. Deel XXIII. 1885. Aflever. II.
Flora Batava 271 u. 272e Aflevering.
Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde. Deel XXX. Aflevering 5.
Annales de l'école Polytechnique de Delft. 3me et 4me Livraison.

Archives du Musee Teyler. Ser. II. Vol. II. Troisième partie.
Fondation Teyler. Catalogue de la Bibliotheque. Prem. livr. Deuxieme livr.
Annales de la société géologique de Belgique. Tome XII.
Bulletin de l'Académie royale des sciences etc. 54 année. 3. série. tome 10. No. 12.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. Deuxième série. No. 3. 1885.
Sur la fondation de l'ancien Port de Cherbourg par M. A. de Caligny et M. L. E. Bertin.
Tableaux comparatifs des pr. modifications phonétiques des infinitifs des verbes faibles dans les dialectes germaniques P. J. — M. Grandjêan.
Atti della Società Toscana di scienze Naturali. Processi verbali. Vol. V. p. 1—40.
Atti della R. Accadem. dei Lincei. Roma serie quarta. Vol. II. fasc. 2 u. 3.
Bulletino di Bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. Tomo XVIII. Maggio 1885.
Professional papers of the signal service. N. XVI. No. XVIII.
Johns Hopkins University studies. Fourth series No. 1. Duttch village Communities on the Hudson river.
Observations of minor planets made at the Unit. St. Naval Observatory in Washington.
Programme of Work to be pursued at the Naval Observ. in Washington.
Report of the superintendent of the U. S. Coast and Geodetic Survey. June 1884. Part. I. Text. Part. II. Sketches.
Commission géologique et d'histoire naturelle et Musée de Canada. Rapport des operations 1882. 83. 84.
Rapport des operations 1882. 83. 84 (Traduction).
Mappes etc. accompagnant le rapport des operations pour 1882. 83. 84.
Geological Survey of Canada.
Catalogue of Canadian plants. Part. II. Gamopetalae.
Proceedings of the Canadian Institute. Toronto. Vol. II. Juli 1884. fasc. No. 2. and: Third séries Vol. III. fasc. No. 2. Jul. 1885.
Anales de la Sociedad Centifica Argentina. Tomo XX. Entrega II e III. Agosto e Setiembre de 1885.
Boletin del ministerio de Fomento de la republica Mexicana. Tom. X. No. 107—113.
Records of the Geological Survey of India. Vol. XVIII. Part. 4. 1885.

März und April 1886.

Rendiconto dell' Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli. Anno XXII 1883, XXIII 1884, XXIV 1885, XXV fasc. 1. 2 e 3. Genn. Febbr. Marzo 1886.
Bulletino di bibligr. e di storia delle science matem. e fisiche di Roma. Tomo XVI (indici etc.) Tomo XVIII juigno e luglio 1885. (für die Gauss'-Bibliothek.)
Bollettino delle publicazioni italiane ricevute per diritt di stampa. 1886. No. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
R. Accademia di scienze in Modena. Opere presentate negli anni 1884. 1885.
Annuario della R. Accademia dei Lincei 1886. Roma.
Atti d. R. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXI disp. 1. (nov. — dicembre 1885) e Genn. 1886.
Atti della società Toscana di scienze naturali. Proccsi verbali. Vol. V. p. 43—58.
Atti della R. Accademia dei Lincei Anno CCLXXXIII. Vol. II. fasc. 4. 5. 6. 7.
Mémoires de l'Académie imper. des sciences de S. Petersbourg. Tome XXXIII. No. 5.
Bulletin de l'Acad. d. sc. de St. Petersbourg. Tome XXX. feuilles 21—½29.
Bulletin de la société Impériale des Naturalistes de Moscou. Année 1885. No. 1. 2.
Flora Chersonensis. Ed. Lindemann. Vol. 1. e Vol. 2.
Platon Lukaschewitsch: Korneslor gretscheskago jazyka, tschastj I i II Kiew 1869—1872.
» » » Korneslor latinskago jazyka. Kiew 1872.
» » » Korneslor evreiskago jazyka. Kiew 1883.
» » » Objasnenie assiriiskich imen. Kiew 1868.
» » » Mnimyi indo-germanskij mir ili istimoš natschalo i obrazowanie jazykor niemetzkago, angliiskago, frantzuskago i drugich zapadno-ewropeiskich. Kiew 1874.

Platon Lukaschewitsch: Issliedoranie o welikom godie solutza. Kiew 1882.
» » » Isloshenie glavnych zadonor astest wennoi i nabljudateljuo-mikroskopitscheskoi astronomii a takshe astronomitscheskai meteorologii. Ischastj I i II. Kiew 1884—1885.

Mathematical papers 1883—1885. by J. W. L. Glaischer.
Royal Astronomical society. Monthly notices. Vol. XLVI. No. 4. 1886. No. 5. 1886.
R. Microscopical society. Journal. Vol. VI. Part. 2. April 1886. (Zwei Exempl.)
London mathematical society. Proceedings 253—257. No. 258—261.
Transactions of the zoological society of London. Vol. XI. Part. II. Vol. XII. Part. I.
The Manchester literary and philosophical society. Proceedings Vol. XXIII. session 1883—4. Vol. XXIV. sess. 1884—5. Memoirs. 3 Series. Vol. VIII.
Proceedings of the Cambridge philosophical society. Vol. V. Part. 5.
The fixed idea of the Astronomical Theory by Aug. Tischner.
The geological survey of India 1) Memoirs Vol. XXI. Part. 3. 4. 2) Records Vol. XIX. Part. 1.
Victorian branch of the geographical society of Australia. Proceedings January 1886.
The Canadian Institute. Toronto. Proceedings. Third series. Vol. III. fasc. No. 3.
Nature. Vol. 33. No. 856. 857. 858. 859. 860. 861.
Lehrbuch d. K. K. Geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1886. XXXVI. Band. Heft 1.
Verhandlungen d. K. K. geologischen Reichsanstalt. No. 1. 2. 3. 1884.
Mittheilungen aus den Jahrb. d. kön. Ungar. geologischen Gesellsch. Band VII. Heft 5. Band VIII. Heft 1.
Zeitschrift der ung. geolog. Gesellsch. XVI. Kötet 1—2 Fuzet. 1886.
Ungarische Revue Jahrg. VI. Heft 4. 1886.
Jahresbericht des Vereins für siebenbürgische Landeskunde für 1884/5.
Archiv d. Vereins f. siebenbürgische Landeskunde. N. F. 20ter Band. 2. u. 3. Heft.
Meteorologische Zeitschrift 1886. März Heft 3. April H. 4.
Verhandlungen des naturforschenden Vereins in Brünn. Band XXIII. Heft 1. 2. 1884.
Bericht der meteorologischen Commission des naturf. Vereins in Brünn. 1883.
Die Kunstgeschichte als Wissenschaft und Lehrgegenstand. Rede zum Geb. d. Kaisers am Polytechnicum in Berlin von Ed. Dobbert. 1886.
Erläuterungen zur Mayahandschrift d. K. Öff. Bibliothek in Dresden v. Prof. Förstemann.
Vorträge und Mittheilungen von G. vom Rath.
Berichte über die Verhandlungen d. k. sächsischen Gesellsch. d. Wissenschaften zu Leipzig. Philol.-histor. Classe 1885. IV. (zwei Eyempl.)
Verhandlungen der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft in Würzburg. Neue Folge. XIX. Band.
Leopoldina. Heft XXII. No. 5—6 u. 3 u. 4.
Beiträge zur Kenntniß der Vogelfauna von Celebes von Prof. W. Blasius.
Abhandlungen herausgeg. vom naturwissenschaftl. Verein zu Bremen. IX. Band. 3. Heft.
Katalog der im Germanischen Museum befindl. Gemälde. 1885.
Anzeiger des germ. Museums. 1. Band. 2. Heft. 1885.
Mittheilungen aus dem germ. N. Museum. 1. Band. 2. Heft. 1885.
Irmischia. No. 10. 11. 12. 1885.
Ueber die Kugelfunctionen P_n und Q_n von C. Neumann.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Band 15. Jahrg. 1883. Heft 2.

Inhalt von Nr. 10.

Paul Volkmann, Ueber Mac Cullagh's Theorie der Totalreflexion für isotrope und anisotrope Medien. — *H. Weber*, Ein Beitrag zu Poincarés Theorie der Fuchs'schen Functionen. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

30. Juni. **№ 11.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 5. Juni 1886.

Kielhorn legt eine Inschrift des Chandella Fürsten Dhanga vor.

V. Meyer legt eine Abhandlung »über die Isomerie der α- und β-Thiophensäure« vor.

Bechtel legt eine Inschrift aus Eresos vor.

Inschrift aus Eresos.

Von

F. Bechtel.

Herr Professor Blass in Kiel hat die Güte gehabt mir die Copien zweier lesbischer Inschriften zususenden, welche er kürzlich von Herrn Gymnasialdirektor G. Bernardakis in Mytilene erhalten hat. Die kleinere derselben lege ich für den nächsten Nachtrag zu Collitz' Sammlung zurück; die größere halte ich für wichtig genug schon jetzt bekannt gemacht zu werden. Ich teile sie also in Lithographie mit und gebe eine Umschreibung des Textes, soweit eine solche möglich ist. Die Notizen über Material, Größe, Fundort u. s. f. gehn auf Herrn Bernardakis selbst zurück.

Weißer Marmor. Länge: 0,46 cm, Breite: 0,37 cm, Höhe: 0,16 cm. Oben schräg gebrochen. Größe und Gestalt der Buchstaben, sowie Abstand der

Zeilen sind von dem Abzeichner, einem Freunde des Herrn B., genau wiedergegeben; unsichere Buchstaben eingeklammert. Ob *στοιχηδόν* geschrieben wird nicht bemerkt.

Die drei ersten Zeilen nicht herzustellen. Von Z. 4 ab lese ich:

. . . . . *ασθαι μήδενι, μηδὲ ὑπό-*
θεσθαι μηδ' εἶπην ἐμ βόλλα μηδὲ ἐν
δάμωι μήδενα, ὡς δεῖ περιβάλεσθαι
τὰν οὐσίαν μηδὲ τὸ ἀργύριον εἰς ἄλλο
κατάταξαι μᾶδεν· αἰ δὲ μή, ἄκυρα ἔμμενα(ι)
τὰ πραχθεντα: Ἐπαίνησαι δὲ Ἀγέμοριον
Βακχίωι, ὅτι καὶ πρότερον ἄνηρ ἀγαθος ἐων
διετέλεις περί τε τὰ ἱρα καὶ τὸ(ν) δᾶμον καὶ
πρυτανεύσαις ἐνεδείξατο τὰν εὔνοιαν,
ἂν ἦχε περὶ τὰμ πόλιν καὶ τοὶς πολίταις· καὶ κά-
λεν(τ)ον αὔτον καὶ ἐκγόνοις εἰς τὸ προτανήϊον,
ὅτα κε τὰν θυσίαν ταύταν ποιέωσι· δέδοσ-
θαι δὲ αὔτωι καὶ τὰν ἐπιγράφαν ἐπὶ τὸμ βῶμον
[κα]θά(π)ερ αἴ(τη)ται. Τὸ δὲ ψάφισμα τοῦτο ἀνά-
γραψαι εἰς στάλλαις μαρμαρίναις καὶ
τὰμ μὲν θέμεναι ἐν τᾶγόρα, τὰν δὲ εἰς τὸ
Ἀθάναιον.

Die beiden einzigen Stellen, welche Schwierigkeiten bereiten, hat Herr Professor Blass vor der Uebersendung der Inschrift an mich in Ordnung gebracht. Es sind folgende zwei:

Z. 13/14 *κά|λεν(τ)ον*: *(BA)|(AEN)YON* die Abschrift. Dazu schreibt Herr Bernardakis, für *BA* am Ende der Z. 13 könne auch *KA* gelesen werden; *AEN* sei sicher. — *κάλεντον* ist ein Imperativ wie *κατάγρεντον*.

Z. 17 *[κα]θά(π)ερ αἴ(τη)ται*: . . *ΘA(ΓΕΡΑΙΥ)NTAI* die Abschrift. Herr B. bemerkt, man könne auch . . *O.ΠΣΒΑ. TNTAI* lesen. Daß Blass' Herstellung richtig ist, wird durch eine Inschrift von Ephesos bewiesen, in der eine analoge Wendung vorkommt: Wood Discoveries at Ephesus Appendix 2 p. 28 no. 18 heißt es: *ἐπειδὴ Ἀντιφῶν Ἀντιμέδοντος Ἰσιαιε(ὺς) | πρόθυμος ὢν εἰς τὸν δῆμον τὸν Ἐφε[σί]ων, κατασταὶς εἰς τὴν βουλὴν καὶ τὸν δῆμον | αἰτεῖται πολιτείαν.* Wegen des *βωμός*, von dem in Z. 16 die Rede ist, verweise ich auf die Inschriften aus Teos CIG. no. 3065. 3066, wo ein *βωμὸς τῆς συμμορίας* genannt wird, neben welchem der Stein mit dem Ehrendekrete aufgestellt werden solle. An die Errichtung eines neuen *βωμός* ist wol nicht zu denken: sonst wäre das Decret der Aegineten CIG. no. 2140 anzuziehen.

Am Schlusse von Z. 8 ist der Steinmetz mit dem Raume ins Gedränge gekommen; Z. 11 ist τὸ(ν) δᾶμον für ΤΟΔΑΜΟΝ zu schreiben.

Zu Ἀθάναιον (Z. 20) muß ich eine Bemerkung des Herrn Bernardakis mitteilen. Am Fundorte der Inschrift steht eine Kapelle des H. Andreas. Dabei fließt ein Gießbach, der zuweilen Erdreich wegschwemmt und dann Grundmauern, Sarkophage und Inschriften zu Tage fördert. Herr B. schließt hieraus, daß an dieser Stelle das am Schlusse unserer Inschrift genannte Ἀθάναιον gelegen habe. Letztere würde demnach dasjenige Exemplar des Beschlusses vorstellen, welches in dem Ἀθάναιον aufbewahrt worden war.

Die Inschrift stammt aus der ersten Hälfte des zweiten Jahrh. v. Chr.: sie ist etwa gleichaltrig mit dem zuerst von Christ bekannt gemachten, aus Tenedos stammenden Ehrendecrete Samml. no. 305. Neben einigen hellenistischen Formen wie δεῖ, οὐσίαν, ἄν, ἄπερ in Z. 2 und καθάπερ, πρυτανεύσαις neben προτανήϊον enthält sie gut äolische, schreibt z. B. immer εἰς, nie ἐς; hauptsächlich aber ist sie darum interessant, weil sie in dem διετέλεις der Z. 11 den ersten inschriftlichen Beleg für die epischen Formen τελείω, νεικείω, πενθείω, ἀκείομαι bringt. Aus dem Auftreten des διετέλεις in einer äolischen Inschrift des zweiten Jahrhunderts ergibt sich zweierlei: erstens, daß die gleichwertigen epischen Formen bis auf Weiteres für äolisch gelten müssen; zweitens, daß die über das Verhältnis von τελείω zu τελέω τελῶ aufgestellte Hypothese nicht gehalten werden kann. Auf letztere Behauptung gehe ich etwas näher ein.

Die herkömmliche Lehre ist die, daß τελείω die nächst ältere Gestalt von τελέω τελῶ sei, wie τοῖο diejenige von τόο τῷ (τοῦ). Als Grundformen betrachtet man *τελέϳω, *τόϳο, die man nach bekannten indischen Mustern construiert. Den historischen Hergang denkt sich JWackernagel (KZ. XXV, 268) so: *τελέϳω, *τόϳο seien durch Epenthese zu *τελείσω, *τοῖσο geworden; dann sei σ geschwunden, die so entstandenen τελείω, τοῖο habe die älteste Schicht der griechischen Sprache festgehalten. Indem nun ι zwischen Vocalen zu ϳ geworden und letzteres ausgefallen sei, habe sich als nächste Stufe τελέω und τόο ergeben, die dann den Gesetzen der Contraction anheimgefallen seien.

Noch ehe διετέλεις auf einer jungen Inschrift erschien, ließ sich gegen die Verknüpfung von τελείω τελέω und τοῖο τόο, wie sie Wackernagel versucht hat, ein Bedenken erheben. Da die von W. angenommene Epenthese älter sein müßte als das Verstummen des σ zwischen Vocalen, so müßte die Geschichte der Wortformen, in denen die Lautfolge ι-Diphthong plus σ plus Vocal durch eben

jene Epenthese bewirkt ist, den gleichen Verlauf nehmen wie die Geschichte der Wortformen, in denen jene Lautfolge ursprünglich ist. Dies ist aber nicht der Fall: zwar kann auch in der zweiten Kategorie dialektisch das zwischen Vocalen stehende ι wegfallen, aber niemals tritt Contraction ein. Hier die Belege:

gr. φαιός = lit. *gaisas* Schein (Froehde Beitr. III. 14).

gr. βαιός, ἠβαιός zu lit. *gaisztì* verderben, umkommen, schwinden (Fick Beitr. VI. 211).

gr. ἔμπαιος zu lat. *quaero* (Bezzenberger und Fick Beitr. VI. 236).

gr. σείω zu sskr. *tvēšati* ist in heftiger Bewegung, versetzt in heftige Bewegung (Froehde KZ. XXII. 263); σίονται bei Anakreon fragm. 50 stimmt in der Flexion zu sskr. *tvišáti*.

gr. φέροιο ist gebildet wie avest. *yazaęša*. Die obigen Beispiele zeigen, daß das ι des Diphthongs nicht durch die Analogie der übrigen Optativformen festgehalten ist.

Man sieht: die *i*-Diphthonge gehn auch hierin den *u*-Diphthongen zur Seite: gr. ἀϝος = lit. *saũsas* trocken (Bugge KZ. XX. 33), gr. σῦσι und γενέι heißen in indischem Gewande *ōšati* und *jōšati*. Entwickeln sich aber die aus *θεῖσο, *φέροισο entstandenen θεῖο, φέροιο nicht zu *θέο *θοῦ, *φέροο *φέρου, so können auch die τελέω τελῶ, τύο τοῦ nicht aus τελείω, τοῖο hergeleitet werden, da letztere, wenn zunächst aus *τελείσω, *τοῖσο entstanden, den gleichen Verlauf nehmen mußten, den θεῖο, φέροιο genommen haben.

Die Unhaltbarkeit der Hypothese wird aber durch die neue Inschrift erst recht in das Licht gestellt. Kein einziger äolischer Stein, der in Prosa redet, kennt die Genetivform τοῖο, die nach Wackernagel mit τελείω auf Einer Stufe steht. Da taucht auf einem Denkmale des zweiten Jahrhunderts noch ein τελείω auf, das doch in der gleichen Sprachperiode, in der τύο aus τοῖο sich entwickelte, dem τελέω hätte weichen müssen. Man wird nicht sagen wollen, das τελείω unserer Inschrift sei nicht identisch mit dem τελείω des Homer, dieses sei der Nachkomme von *τελέϳω, jenes in bekannter Weise aus τελέω entstanden, welches durch das inschriftliche συντελέωντας (Samml. no. 279) als äolisch bezeugt wird. Sind aber τελείω bei Homer und das τελείω der Inschrift identisch, so ist nichts klarer als daß τελείω und τοῖο nicht die Mutterformen von τελέω und τύο sein können: da wir sonst den wunderlichen Fall zu registrieren hätten, daß ein Geschlecht, welches τῶ schrieb, daneben noch τελείω festgehalten hätte.

Es ist nachgewiesen, daß τελείω nicht die Vorstufe von τελέω sein kann. Eben so wenig aber sind τελείω, πενθείω, νεικείω aus τελέω, πενθέω, νεικέω herzuleiten. Folglich stehn τελείω, τελέω nicht

hinter sondern neben einander. Da hinter σ sowenig wie hinter ϝ eine *i*-Epenthese nachgewiesen werden kann, so hat der Ansatz *τελέσjω: τελείσω: τελείω keine Berechtigung. Dagegen würde sich τελείω ohne weitere Zwischenstufe aus *τελέσjω dann herleiten lassen, wenn die von Fick Beitr. IX. 317 ff. aufgestellte, in diesen Nachrichten 1885. 235 ff. von mir gestützte Vermutung sich als richtig erweisen sollte, daß *j* vor dem Hochtone als Vocal fungiere, resp. Verdoppelung erfahre. Die im Rigveda herrschende Betonung *daça-syáti*, *namasyáti* für das Griechische vorausgesetzt würde die Entstehung des τελείω begreiflich machen. Umgekehrt würde gemeingriechisch τελέω auf Betonung einer dem *j* vorausgehenden Silbe weisen; die Verschiebung des ursprünglichen Accentes ließe sich mit dem Einflusse des dem Denominativum zu Grunde liegenden Nomens begründen. Mithin wären τελείω und τελέω als Abkömmlinge einer einzigen Grundform zu betrachten, deren Betonung mit den Zeiten und dem Orte gewechselt hätte. Abgesehen indes davon, daß die Fick'sche Regel erst noch eingehender bewiesen werden muß, ehe man Folgerungen aus ihr zieht, hindert mich noch ein Umstand die oben gegebene Erklärung des Diphthongs in τελείω für gesichert zu halten. So lange τελείω inschriftlich nur durch einen lesbischen Stein des zweiten Jahrhunderts verbürgt ist, wissen wir nicht, ob ει echter Diphthong oder erst aus η hervorgegangen sei. Kann aber τελείω etwa τελήω vertreten, so fällt natürlich die Möglichkeit weg den Gegensatz zwischen τελείω und τελέω in der vorhin angedeuteten Weise zu begründen.

Daß τελείω lautlich aus τελήω hat entstehn können, läßt sich leicht dartun. Bei Blass Ausspr.[2] S. 30 heißt es: »auf dorischen und ionischen Inseln des Archipelagus begegnen wir in der nachklassischen Zeit hie und da Schreibungen wie εἴ für ἤ, δεείση für δεήσει . . . . . ; dann auch im dorischen Peloponnes τειρεῖν, εἰ μάν, συντελεῖται Conjunctiv«. Die gleiche Erscheinung erkenne ich in dem ποεί̈μενος des oben erwähnten Ehrendecrets von Tenedos. ποεί̈μενος kann nur ποήμενος vetreten; mit delph. lokr. καλείμενος, delph. ἀφαιρείμενος und Genossen darf lesb. ποείμενος nicht zusammengebracht werden, da die nordgriechischen Participia »durch ihr ει statt η als erst in historischer Zeit aus -σέμενος contrahiert« sich erweisen (Wackernagel KZ. XXVII. 86)[1]). Nun ist aber die Inschrift von

1) Daß die Nordgriechen die äolische Weise ebenfalls gekannt haben, lehrt außer den bekannten Formen der delphischen Freilassungsurkunden wie συλήοντες W.-F. 435. 442, δουλώη 427, στεφανωέτω 110. 136 u. s. f. der elische Aorist ποιήασσαι der Demokratesbronce. Ich betrachte ἐποίηα als *a*-Aorist zu einem Präsens ποιήω, gebildet wie δατέασθαι zu δατέομαι.

Tenedos gleichzeitig mit der neuen Inschrift von Eresos. Also darf man διετέλεσε ansehen wie ποσίμενος: τελείω ist nachclassische Aussprache von τελῶ. In unsern Homertext können derartige späte Formen gekommen sein entweder, weil sie den Grammatikern in lebendigem Gebrauche begegnet waren, oder in Folge der gleichen Verlegenheit, in der sie z. B. ΛΕΟΚΡΙΤΟΣ der Vorlage mit Λειώχριτος statt mit Ληώχριτος (so schon Nauck Mélanges III. 268 Note) wiedergaben. So würde τελείω in Eine Linie rücken mit ὀνείω *E* 255 — einer Form, die doch sicher in dem ποθῆω der Sappho ihr Gegenstück hat.

Also lautlich wäre gegen die Auffassung von τελείω als τελῶ Nichts einzuwenden. Es fragt sich nur, ob ein τελῆω sich morphologisch rechtfertigen lasse.

Die alten ē-Stämme, die als Kategorie in der lateinischen 5. Declination weiter leben, sind im Griechischen als solche nur noch in Resten erhalten. Sicher ein ē-Stamm ist Ἄρης; das Paradigma desselben läßt sich ohne Mühe herstellen, indem bei Homer Ἄρῃς, Ἄρῃν, bei Archilochos (fragm. 48) Ἄρεω [1]) belegt ist. Als ē-Stämme betrachte ich ferner die von Blass (Rhein. Mus. 1881. 604 ff.) ermittelten böotischen Kosenamen auf -ει Ἀθανίκει, Ἀχύλλει, Βουκάττει, Πτωΐλλει, Χαστιούλλει (Meister I. 272), die in der Bildung des Nominativs elischem τελέστα gleich kommen. Der Genetiv Ἄρεω erinnert sofort an den Genetiv ἱέρεω, den man aus Colonien von Milet kennt: 3 mal steht er auf der Inschrift von Olbia CIG. no. 2058 = Inscriptiones Orae Septentr. Ponti Euxini I no. 16 A; 1 mal auf der von Tomoi Arch.-epigr. Mitth. VI. 8 no. 14. Zu ἱέρεω gehört der Nominativ ἱέρεως, der auf einer von Rayet (Rev. arch. XXVIII. 106) herausgegebenen Opferordnung [2]) von Milet belegt ist. Die bisherigen Erklärungen von ἱέρεως ἱέρεω können mich nicht befriedigen.

---

1) Da ionisch Ἄρεω aus Ἄρηο umgesetzt, das η von Ἄρηο aber urgriechisch ist, erhält das von Merzdorf (Curt. Stud. IX. 226) aufgestellte Gesetz einen weiteren Stoß; vgl. Beitr. X. 282.

2) Rayet setzt die Inschrift in das fünfte Jahrhundert; nach einem mir vorliegenden Abklatsche indessen ist sie jedenfalls jünger als die Maussollos-Decrete aus Mylasa, von denen ich ebenfalls Abklatsche besitze. Ich möchte hier noch zu bedenken geben, ob nicht die ὥρη, welche auf der Inschrift neben γλῶσσα, ὀσφύς und δασέα genannt und von Dittenberger (Syll. p. 805) mit οὐρά erklärt wird, mit lat. *sūra* identisch sei. Unterstützt wird meine Vermutung durch das Scholion zu μ 89 ἀώρους. Ἀρίσταρχος ἀχώλους. τοὺς γὰρ Ἴωνας λέγειν φασὶ τὴν κωλῆν ὥρην καὶ ὡραίαν. Geirrt hätte Aristarch nur darin, daß er ὥρη mit κωλῆ identificierte, während sie der ὠμοπλάτη entsprochen haben müßte.

Was Rayet zur Aufhellung des *εω* beibringt, wird von Dittenberger Sylloge no. 376 Note 4 widerlegt. Der Ansicht Dittenbergers selbst aber, vom Compositum *ἀρχιέρεως* aus sei *ἱέρεως* auch als Simplex üblich geworden, meine ich entgegenhalten zu müssen, daß *ἱέρεως* in der Composition mit *ἀρχι-* eben so auffällig ist wie außerhalb derselben. Dagegen wird zunächst der Genetiv *ἱέρεω* verständlich, wenn wir annehmen, daß der arkadisch-kyprische Nominativ *ἱερής* in die griechische Ursprache hineinrage. Um diese Annahme kommen wir aber nicht herum. Wer *ἱερής* aus **ἱερηύς* herleiten will, muß sagen, wie dies möglich sei. Und wenn GMeyer Gr. Gr.[2] S. 314 schreibt, *ἱερής* für *ἱερεύς* verdanke seine »Entstehung einer Analogie: *ἱερής* zu *ἱερέα ἱερέος, ἱερέι* nach *εὐγενής* zu *εὐγενέα εὐγενέος εὐγενέι*« — so widerlegt er dies S. 332 selber, wo es heißt: »die älteste Form des Genetivs der Nomina auf *-εύς* ist die kyprische, zu umschreiben mit *βασιλῆϝος*«. Wir gelangen also auf eine alte Declination *ἱερής: ἱερῆϝο*, deren Reste in verschiedenen Dialekten weiter leben; zu dem Gen. *ἱέρεω* ist der Nom. *ἱέρεως* nach dem Muster *λεώς: λεώ* im Ionischen neu geschaffen. Ist das richtig, so sind die ursprachlichen *ē*-Stämme im Griechischen in den *ēu*-Stämmen aufgegangen. Auch dafür lassen sich Zeugnisse anführen. Einerseits sind schon bei Homer zu *Ἄρης* die obliquen Casus *Ἄρηος, Ἄρηϊ, Ἄρηα* im Gebrauche, bei Alkaios und Sappho ist der *ē*-Stamm sogar völlig durch den *ēu*-Stamm verdrängt; andrerseits wird *Τύδης, Ὄρφης, Φύλης* als »dorisch« angeführt (Ahrens II. 236), das tatsächliche Vorkommen solcher Nominative jedenfalls durch die lateinischen Uebertragungen wie *Ulixes, Achilles* verbürgt (vgl. Jordan Krit. Beitr. 57)[1]. Ob alte *ē*-Stämme auch noch in anderen Declinationsklassen als den *ēu*-Stämmen anzutreffen sind, untersuche ich hier nicht: es sollte nur gezeigt werden, daß die alte *ē*-Declination auf griechischem Boden einmal reicher vertreten war als uns jetzt scheint.

So lange die alten *ē*-Stämme fortbestanden, berührten sie sich im Nom. Sg. mit den *s*-Stämmen, soweit diese keine Neutren waren. Der Nom. Sg. *Ἄρης* ist von dem Nom. Sg. *Πολυδεύκης* nicht zu scheiden. Daher kommt es, daß wir von den frühesten Zeiten des Griechischen ab, in einzelnen Dialekten sogar ausschließlich, von *s*-Stämmen Accusative Sg. auf *ν* antreffen. Für Homer ist allerdings nur ein einziger derartiger Accusativ direct überliefert: *ζαήν* von

1) Vielleicht löst sich das alte Rätsel sskr. *dyâus* = gr. *Ζεύς* = altn. *TýR*: sskr. *dyâm* = gr. *Ζῆν* = lat. *diem* durch die Annahme, die Umformung langvocalischer Stämme in diphthongische habe schon in der Ursprache begonnen.

ζαής. Seit aber durch Nauck gezeigt worden ist, daß zwei ursprünglich durch σ geschiedene Vocale bei Homer noch nicht der Contraction unterliegen, können die Accusative *Πολυδεύκεᾱ* (*Πολυδεύκην Γ* 237 schlecht, besser *λ* 300 bezeugt), *Διομήδεᾱ*, *Θεσειδέᾱ*, *αἰνοπαθῆ*, *πρωτοπαγῆ* (Belege bei LMeyer Gedrängte Vergleichung S. 23) nicht mehr länger geduldet werden; Nauck selbst hat schon an einigen Stellen Accusative auf *-ην* vermutet, die dem Accusative *ζαήν* völlig analog sein würden. Man sieht: die *s*-Stämme werden unter der Hand zu *ē*-Stämmen. Stünde also neben dem *s*-Stamme *τελες-* ein *ē*-Stamm *τελη-*, so wüßten wir, woher er käme: aus einer heteroklitischen Flexion *πολυτελής*: *πολυτελῆν*, die mit der alten Flexion *Ἄρης*: *Ἄρην* zusammenfiel. Ein solcher Stamm existiert aber: er steckt in der Ableitung *τελήεις*, die man nun nicht mehr mit Brugmann Morph. Unters. III. 88 als Analogiebildung nach *φωνήεις* betrachten wird. Auch das Nebeneinander von *θύος* und *θυη-* in *θυήεις* ist hiermit gerechtfertigt. Flectiere ich den Stamm *τελη-* verbaliter, so erhalte ich ein Präsens *τελήω*, wenn ich ihn nach der *ō*-Conjugation, ein Präsens *τέλημι*, wenn ich ihn nach der *mi*-Conjugation abwandle. Auf *τελήω* ist unser *διετέλεισε* sowie die homerischen *τελείει*, *τελείεται*, *ἐτελείετο*, *ἐτέλειον* zu beziehen — immer vorausgesetzt, daß das *ει* dieser Formen wirklich mit dem *ει* von *ποείμενος* verglichen werden darf. Der Infinitiv zu *τέλημι* müßte **τελήμεναι* heißen. Er ist nicht überliefert, dafür aber *πενθήμεναι* *σ* 174, *τ* 120, ein Infinitiv, der auf ein Verbum **πένθημι* weist, zu welchem *πενθήω* (belegt *πενθείετον Ψ* 283) sich verhält wie *τελήω* zu *τέλημι*. *πενθη-* ist der dritte *ē*-Stamm, den wir neben einem *s*-Stamme gewahren. Und ein vierter würde in dem *οἰνοβαρείων ι* 374, *ξ* 555, *φ* 304 anzuerkennen sein; der zugehörige *s*-Stamm liegt in *οἰνοβαρής*.

Morphologisch könnte also *τελήω* gerechtfertigt werden. Und wenn derartige Verba wirklich angenommen werden müssen, so haben sie Ebenbilder in der vedischen Sprache, die genau eben so verstanden werden können. In den Accusativen Sg. *vēdhā́m*, *uśā́m* hat Benfey (vgl. Ueber altpersisch Mazdāh S. 8) Formen erkannt die das treue Gegenstück zu *ζαήν*, *Διομήδην* bilden. Genau wie im Griechischen *πενθήω*, *βαρήω*, *τελήω* zu den *s*-Stämmen *πενθες-*, *βαρες-*, *τελες-*, so im Rigveda *ōjāyámānas* zu dem *s*-Stamme *ṓjas*: aus einer Flexion *tádōjās*: *tádōjām* wurde der Stamm *ōjā-* gefolgert. Daher zu *dákšas* ein *dakšā́yya-*, neben *panasyátē* ein *panāyatē*, neben *çravasyà* ein *çravā́yya*. Dem *ō'jā-* in *ōjāyámānas* entspricht lat. *augē-* in *augēre-*: vielleicht also hat schon die Ursprache *s*-Stämme als *ē*-Stämme abgewandelt.

Ich habe hier bloß zwei Möglichkeiten andeuten, keine ab-

schließende Erklärung geben können. Letztere ist erst dann zu finden, wenn wir einmal auf einer alten Inschrift τελείω oder τελήω begegnen werden. Inzwischen neige ich mich zu der Ansicht, daß die zweite Möglichkeit die Wahrheit treffe. Hierzu bewegt mich namentlich die Tatsache, daß gerade bei den Aeolern heteroklitische Accusative von *s*-Stämmen von frühester Zeit an bezeugt sind: Meister I. 154; gerade bei ihnen also, die δαμοτέλης: δαμοτέλην flectierten, konnte neben τελέω: τέλεσσαι ein Verbum τελήω: τέλησαι (vgl. πενθῆσαι *T* 225) aufkommen.

Universität.

Preisvertheilung.

Die akademische Preisvertheilung fand am 4. Juni statt. In der Festrede stellte der Prorector, Professor Carl Klein, die Entwicklung der Wissenschaft der Mineralogie dar. Hierauf trug er die Berichte der Facultäten über die Preisbewerbungen und die neuen Preisaufgaben vor.

Die wissenschaftliche Preisaufgabe der theologischen Fakultät hat keine Bearbeitung gefunden.

Ueber den Predigttext: Jacobus 1, 2—4 sind drei Predigten eingeliefert worden.

Zwei konnten für den Preis nicht in Betracht kommen, die dritte mit dem Motto πᾶσα δόσις ἀγαθὴ u. s. w. ist nicht ohne homiletische Fehler und namentlich in ihrem zweiten Theile nicht frei von ermüdender Breite, zeigt aber auf der andern Seite anzuerkennende Begabung für erbauliche Verwendung und Auslegung des Textes, zeichnet sich auch an einigen Stellen durch das Sinnige ihrer Ausführung aus. Da auch der öffentliche Vortrag würdig und erbaulich ausfiel, ward die Fakultät auf ihren Antrag von dem hohen Universitäts-Curatorium ermächtigt, dem Verfasser die Hälfte des Preises zuzuerkennen.

Als Verfasser ergab sich:

Heinrich Hachmann,
Cand. theol. z. Z. in Schulenburg.

Bei der juristischen und der medicinischen Fakultät sind Bearbeitungen der von denselben gestellten Preisaufgaben nicht eingegangen.

Die von der philosophischen Fakultät gestellte Preisaufgabe: »Die Einführung der Reformation im Lüneburgischen durch Herzog Ernst den Bekenner«
hat einen Bearbeiter gefunden, welcher eine Abhandlung von nicht weniger als 332 Folioseiten mit dem Ranke's Werken entlehnten Motto: »In Schule und Litteratur mag man kirchliche und politische Geschichte von einander sondern, in dem lebendigen Dasein sind sie jeden Augenblick verbunden und durchdringen einander« rechtzeitig eingereicht hat.

Statt der vorschriftsmäßigen Inhaltsübersicht, deren Fehlen indeß nur als ein unwesentlicher Mangel bezeichnet werden kann, geht der Darstellung eine umfassende Uebersicht »über die Quellen und Litteratur« mit der Bestimmung voraus, »einen Ueberblick über die allmälige Entwickelung und Erweiterung« des in Frage stehenden Forschungsgebietes zu geben. Schon diese litterarisch-kritische Einleitung zeigt, daß der Verfasser seine Aufgabe mit wissenschaftlichem Geiste erfaßt und an deren Lösung mit der rechten Methode, sowie mit hingebendem Fleiße herangetreten ist.

Hatte die Fakultät es als wünschenswerth bezeichnet, daß außer den weit zerstreuten gedruckten Quellen auch die leicht zugänglichen Akten des K. Staatsarchivs in Hannover benutzt würden, so ist der Verfasser der vorliegenden Abhandlung noch einen sehr bemerkenswerthen Schritt weiter gegangen: er hat außer den Akten des genannten Archivs auch eine Menge bisher zum Theil unbenutzter Urkunden des Stadtarchivs zu Lüneburg, sowie eine Reihe von Handschriften der öffentlichen Bibliotheken zu Lüneburg, Wolfenbüttel, Hannover und Göttingen herangezogen.

Des so in erfreulicher Weise vermehrten Quellenmaterials ist der Verfasser (Dank seiner ausdauernden Arbeitskraft) bis in die Einzelheiten Herr geworden; aber während er mit sorgfältig erwägender Kritik eine Fülle von Detailfragen behandelt, verliert er den Zusammenhang der Ereignisse und die leitenden Gesichtspunkte nicht aus dem Auge. Der Stoff ist wohlgegliedert, die Darstellung schlicht und anschaulich; nur hie und da läßt eine Unebenheit im Styl die letzte Feile vermissen.

Von der Menge des Neuen, das die Abhandlung bietet, dient manches zur Bereicherung unserer Kenntniß von dem reformatorischen Wirken des Herzogs Ernst selbst, anderes läßt seine geistlichen und weltlichen Mitarbeiter in neuem Lichte erscheinen; nicht geringer sind die Aufschlüsse, die wir über den Widerstand erhalten, den der Rath der Stadt Lüneburg und noch mehr die Klöster des Landes leisteten. Dem nüchternen und besonnenen Urtheil des Verfas-

sers wird man in der Regel beistimmen können, und wenn man etwa die Frage, ob der Reichstag von 1526 einen so wichtigen Einschnitt in der Reformationsgeschichte des Landes bilde, in anderem Sinne beantworten muß, so hat doch auch hier eine unhaltbare, durch Ranke begründete Auffassung die quellenmäßige Darlegung der Thatsachen nicht beeinträchtigt.

Nach dem Allen darf die vorliegende Arbeit als eine wissenschaftliche Leistung bezeichnet werden, die bestimmt erscheint, in der Litteratur der Braunschweig-Lüneburgischen Landesgeschichte, wie in der Litteratur der Reformationsgeschichte eine achtungswerthe Stelle einzunehmen.

Die Fakultät hat dieser Arbeit den Preis zuerkannt.

Als Verfasser ergibt sich

Adolf Wrede

stud. hist. aus Groß-Freden.

Was die von der philosophischen Fakultät ferner gestellte mathematische Preisaufgabe anlangt, so ist eine für diese Aufgabe eingereichte Arbeit inzwischen vom Verfasser zurückgezogen worden.

Für das Jahr 1887 werden folgende neue Preisaufgaben von den vier Fakultäten gestellt:

I. Von der theologischen:

a) Wissenschaftliche Preisaufgabe:

»*Hermanni Lotzii placita de conscientia recti quanti momenti sint in apologia religionis christianae, demonstretur*«,

b) als Text für die Predigt ist »Matth. 18, 1—4« gegeben.

II. Von der juristischen:

»*Der Anspruch des redlichen Erwerbers auf Erstattung dessen, was er für die Erwerbung der Sache gegeben oder geleistet hat, nach* §. 26, *Theil* I, *Titel* 15 *des allgemeinen Landrechts in seinen historischen Wurzeln, seiner dogmatischen Bedeutung und seiner casuistischen Gestaltung.*«

III. Von der medicinischen:

»*Es sollen mit Rücksicht auf das bisherige Mißlingen der Ueberpflanzung der durchsichtigen Hornhaut des Auges die Bedingungen untersucht werden, von welchen die Erhaltung der Durchsichtigkeit überpflanzter Hornhautstücke abhängt.*«

IV. Von der philosophischen:

a) »*Es wird eine genaue Beschreibung der oberen Jurabildungen von den Schichten Terebratula humeralis inclusive an gewünscht, wie sie auf dem Nordostflügel der Hilsmulde zwischen Kreiensen und Salzhemmendorf entwickelt sind, besonders mit Rücksicht auf ihre Schichtenfolgen und Fossilien und im Vergleich mit den Ar-*

beiten von Credner, von Seebach und denen von Struckmann. Der Arbeit sind die Belegstücke und Handstücke der wichtigeren Gesteine beizufügen.«

b) »*Examinetur sermo graecus, quo senatus populusque romanus magistratusque populi romani usque ad Tiberii Caesaris aetatem in scriptis publicis usi sunt.*«

Die betreffenden Arbeiten werden in der Sprache erwartet, in der die Aufgaben gestellt sind, jedoch ist es bei der wissenschaftlichen Preisaufgabe der theologischen Fakultät auch zulässig, daß Arbeiten in deutscher Sprache zur Bewerbung eingereicht werden. Die Arbeiten müssen, versehen mit einem Motto und einem versiegelten Zettel, der außen dasselbe Motto trägt, innen aber den Namen und Wohnort des Bewerbers enthält, vor dem 15. April an den Dekan der bezüglichen Fakultät eingereicht werden.

Preisstiftung der Wittwe Petsche geb. Labarre.

In Gemäßheit der Statuten dieser unter dem 10. März 1873 genehmigten Stiftung schreibt die juristische Fakultät folgende Preisaufgabe aus:

»*Die staatsrechtliche Lehre von der Regentschaft und Stellvertretung des Monarchen nach deutschem Staatsrecht.*«

Der Preis (Dreihundert Mark) kann nur einer solchen Arbeit zuerkannt werden, deren Verfasser in diesem oder dem folgenden Semester als Studirender unserer Universität angehört. Die Preisarbeiten müssen spätestens bis zum ersten Januar 1887 dem Decan der juristischen Fakultät übergeben werden, zugleich mit einem versiegelten, den Namen des Verfassers enthaltenden Zettel. Die Arbeit und der Zettel müssen ein gleichlautendes Motto haben.

Göttingen den 7. Juni 1886.

Dove,
z. Z. Decan der juristischen Fakultät.

Petsche-Stiftung.

Auf Grund der »Statuten der Preisstiftung der Wittwe des weiland Gastwirts Petsche geb. Labarre« stellt die theologische Fakultät an der Universität Göttingen die folgende Preisaufgabe:

»*Unter welchen leitenden Gesichtspunkten ist der Dekalog im Ganzen wie im Einzelnen im Zusammenhange des kleinen Lutherschen Katechismus unterrichtlich zu behandeln?*«

Der zur Verfügung stehende Preis beträgt 170 M.

Etwaige Preisarbeiten sind bis zum 1. Januar 1887 bei dem Dekan der theol. Fakultät mit einem Motto versehen einzureichen, zugleich mit einem versiegelten Zettel, der außen dieses Motto trägt und innen den Namen des Verfassers enthält.

Der Preis kann nur solchen Arbeiten zuerkannt werden, deren Verfasser in dem laufenden oder in dem nächstfolgenden Semester als Studierende der hiesigen Universität angehören.

Göttingen, den 1. Juni 1886.

Die theologische Fakultät.

Dr. K. Knoke, d. zt. Dekan.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

März und April 1886.

(Fortsetzung.)

Sitzungsberichte d. philosoph.-philol.-hist. Classe der Gesellsch. d. Wissensch. zu München. 1885. Heft IV. ; Sitzungsber. d. mathem.-physik. Classe. 1885. Heft IV.

Jahrb. f. schweitzerische Geschichte. Band 11.

Astronomische Mittheilungen von Dr. Rud. Wolf. No. 66.

Bulletin de la société mathematique de France. Tome XIV. No. 1. 2.

Mémoires de la société des antiquaires de Picardie. Trois. série. Tome VIII = T. 28.

Annales du Musée Guimet. T. VIII. Le Yi: King.

Revue de l'histoire des réligions. Tome XI. No. 3. Tome XII. No. 1.

Catalogue de la bibliotheque de l'école polytechnique a Paris.

Bulletin de l'académie royale des sciences de Belgique. 3. série Tome 11. No. 1. 2. 3.

Mémoires de la société royale des sc. de Liège. Deuxieme série. Tome XI.

Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde v. Nederlandsch-Indie. Deel XXXV. 2. Heft.

Catálogo de las Ares de España, Portugal é islas Baleares par Don Ventura de los Reyes y Prosper. Madrid 1886.

Anales de la sociedad cientifica Argentina. Tomo XX. entrega 4. 5. 6.

Boletin de la Academia nacional. Tomo VIII. Entrega 2a y 3a.

Jornal de sciencias mathem. e astronomicas a Coimbra. Vol. VI. No. 6.

Boletin del ministerio di fomento. No. 114—120.

Gesellsch. der Wissenschaften in Prag:

1. Sitzungsberichte. Jahrgang 1882. 1883. 1884.

2. Jahresbericht 1882. 1883. 1884. 1885.
3. Geschichte der k. böhm. Gesellsch. d. Wissensch. Heft 1. 2. von Jos. Kalousek. Prag 1884/5.
4. Verzeichniß der Mitglieder 1784—1884. Prag 1884.
5. Bericht über die mathematischen und naturwissenschaftl. Publikationen Heft 1. u. 2. v. Studnicka. Prag 1884/5.
6. Abhandlungen vom Jahre 1883—1884. VI. Folge. 12. Band.
7. Generalregister zu den Schriften 1784—1884 von G. Wegner. Prag 1884.

Memoirs of the geological survey of India. Palaeontologia indica. Ser. II. Vol. 1. Part. 1. Ser. XIII. Vol. I. 4 fasc. 5. Ser. XIV. Vol. I. 3. fasc. 5.

Zeitschrift der deutschen Morgenländischen Gesellsch. Band 39. Heft IV.

Proceedings of the royal society. Vol. XXXIX. No. 241. Vol. XL. No. 242.

Report of the chief signal officer war department 1884.

U. S. geological survey Mineral resources 1883—84. Albert Williams. Washingt. 1885.

Transactions of the New York Accademy of sciences. Vol. III. 1883—1884. Vol. V. 1885—1886 No. 1.

Annals of the New York Accademy of sciences. Vol. III. No. 7. and No. 8.

Johns Hopkins University studies. 4 Series II. III and IV.

American journal of mathematics. Vol. VIII. No. 2.

Proceedings of the american academy of arts and sciences. Boston. N. S. Vol. XIII. Part. I.

Proceedings of the american philosophical society. Vol. XXIII. No. 121.

Memoirs of the american academy at Cambridge. Vol. XI. Part. III. No. 2. 3.

Second Geological survey of Pensylvania. Grand Atlas.

1. County Geological maps. Division I. Part. 1.
2. Anthracite coal fields. Division II. Part. 1 and 2.
3. Petroleum and bituminous coal fields. Division III. Part. 1.
4. South mountain and great valley topographical maps. Division IV. Part. 1.
5. Central and south eastern Pennsylvania. Division V. Part. 1.

Sapiski noworossiiskago obschtschestva estestwoispyta telei.

Bd. II. Lief. 2 und 3. Odessa 1873. 1874.
Bd. III. Lief. 1 und 2. Odessa 1875.
Bd. IV. Lief. 1 und 2. Odessa 1876. 1877.
Bd. V. Lief. 1 und 2. Odessa 1877. 1879.
Bd. VI. Lief. 1 und 2. Odessa 1879. 1880.
Bd. VII. Lief. 1 und 2. Odessa 1880. 1881.
Bd. VIII. Lief. 1 und 2. Odessa 1882. 1883.
Bd. X. Lief. 1. Odessa 1885.

Mai 1886.

Publicationen des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. Herausg. von Vogel. 5. B. 4.

Leopoldina. XXII. 7—8.

Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig Neue F. 6, 3. 8.

Jahresbericht und Abhandlungen des naturwiss. Vereins in Magdeburg. 1885. 8.

70. Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft in Emden. 1884/5. 8.

Zeitschrift für Naturwissenschaften. LVIII. Vierte Folge. 4, 6. Halle, 1885. 8.
Jahresbericht der Naturhistor. Gesellschaft zu Nürnberg. 1885. Abhandl. VIII. Bog. 3.
Vierundzwanzigster Bericht der Oberhessichen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde. Giessen. 8.
G. vom Rath, Mineralogische Notizen. 8.
Rhenus. Herausg. vom Lahnsteiner Alterthumsverein. 3r Jahrg. No. 1.
Mittheilungen des Geschichts- und Alterthums-Vereins zu Leisnig. 7. Heft. 8.
Meteorologische Zeitschrift. 3r Jahrg. Heft 5. Berlin. 4.
Annalen des K. K. Naturhistorischen Hofmuseums. 1, 2. Wien.
Jahrbücher der K. K. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Jahrg. 1884. N. F. XXI. 4.
Ungarische Revue. 1886. VI. Jahrg. 5. 6. Heft.
Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. 3r Band. 8.
Mittheilungen aus dem Jahrbuche der Kgl. Ungar. geol. Anstalt. Bd. VIII. Heft 2.: (Posewitz, Die Zinninseln im indischen Ocean. Budapest, 1886. 8.)
7 Abhandlungen dem montanistischen, hüttenmännischen und geologischen Congresse zu Budapest im J. 1885 vorgelegt. 8.
Archives Neerlandaises des sciences exactes et naturelles. XX, 4.
Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen. Natuurkunde. XXIV. — — Letterkunde. XVI. 4.
Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen. Natuurkunde 3 Reeks, 1. — Letterkunde 3 Reeks, 2. 8.
Jaarboek van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen voor 1884.
Carmina praemio et laude donata. 1885. 8.
Register of den Catalogus van de Boekerij der Koninel. Ac. van Wetensch.
Acta mathematica. Herausg. von Mittag-Leffler. 7, 4.
Nature. 862—865.
Forhandlingar i Videnskats-Selskabet i Christiania. 1885.
(Ein zweites Exemplar, und einzelne Abh. 2. 4. 9. 11—23 für die Univ.-Bibl.)
Monthly Notices of the Royal astronomical Society. XLVI, 6. London.
Transactions of the zoological society of London. XII, 2.
Proceedings of the scientific Meetings of the geological society of London, for the year 1885. IV.
Annales de la Faculté des lettres de Bordeaux. 2 Serie. No. 1. 1886.
Atti della reale accademia dei Lincei. Anno CCLXXXII. Serie quarta. Rendiconti. II, 8. 9. 10.
Atti della societa toscana di scienze naturali residente in Pisa. Memorie. Vol. VII. & Processi verbali. Vol. V. p. 59—76.
Bolletino delle publicazioni italiane. 1886. 9.
Bulletin de l'Académie impériale des sciences de St. Petersbourg. T. XXXI, feuilles 1—$^3/_4$8. 4.
Bulletin of the Museum of Comparative Zoology et Harvard College. XII, 3. Locy, development of Agelena Naevia. — XII, 4. A. Agassiz, Studies from the Newport Marine Laboratory.
Johns Hopkins University Circulars. 5, 47. 4.
Johns Hopkins University Studies in historical and political Science. 4, 5.
Journal. The Trenton Natural-History Society. I, 1.
Proceedings of the American Pharmaceutical Association. Vol. 33.

Second geological survey of Pensylvania. Report of Progress T³. The Geology of Huntigdon County. By J. C. White.

— — — — Report of Progress T. C⁵. Part. I. Field Notes in Delawaro County, by C. E. Hall.

— — — — Atlas. Eastern middle anthracite field. Part I.

— — — — Second report of progress in the Anthracite Coal Region. Part I.

Ashburner, The geology of Natural Gas in Pensylvania and New-York..

— The Product and Exhaustion of the Oil Regions in Pensylvania and New-York.

The Canadian record of science. Vol. II, 2.

Boletin del Ministerio di Fomento de la república Mexicana. Tomo X. núm. 121—126.

Exámen de la propuesta y proyecto del puerto del Sr. D. Eduardo Madero por L. A. Huergo. 1a e 2a Parte. Buenos Aires 1886.

Anales de la Sociedat científica Argentina. Tomo XXI. Entrega 1 y 2. Enero. Febrero. Buenos Aires 1886.

Informe de la Oficina de Estadistica. 1885. Guatemala.

Record of the geological Survey of India. Vol. XIX, part 2. 1886. Calcutta.

Mittheilungen der Deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens. 34. Heft. Band IV. Seite 163—204. April 1886. Yokohama.

Nachträglich.

P. H. Ray, Report of the international polar expedition to Point Barrow, Alaska. Washington, 1885. 4.

Annual report of the Comptrolles of the Currency to the first session of the 49 congress of the U. St. Washington 1885. 8.

Memoirs of the National Academy of sciences. Vol. III. Part. I. 1884. Washington, 1885. 4.

Report of the Nat. Acad. of sciences for the year 1883. Washington, 1884. 8.

— — — — for the year 1884. — 1885. 8.

National acad. of sc. Proceedings. Vol. I. Part. 2. Washington 1884. 8.

Bulletin of the U. St. Geological Survey. 7—14. Washington, 1884. 1885.

Inhalt von Nr. 11.

F. Bechtel, Inschrift aus Eresos. — Preisvertheilung. — Preisstiftung der Wittwe Petsche geb. Labarre. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

ΜΗΔΕΤΟΙΣ
ΠΑΓΕΡΑΣ
ΕΥΓΟΟΕ
ΜΗΔΕΥΓΟ
ΟΕΗΔΕΕΝ
ΔΑΛΕΣΟΑΙ
ΤΕΙΣΑΛΛΟ

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

14. Juli. **№ 12.** 1886.

Universität.

Ueber die Witterungsverhältnisse Göttingens.

(Zweiter Theil.)

Mittheilungen aus dem physikalischen Institute der Universität.

Von

Hugo Meyer.

In einem früheren Aufsatze habe ich nach einer kurzen historischen Einleitung über die älteren meteorologischen Beobachtungen zu Göttingen aus Listing's 25 Jahre umfassenden Tagebüchern (1857/81) die meteorologischen Normalelemente abgeleitet und die periodischen Aenderungen derselben ziemlich vollständig dargestellt[1]). Auf die unperiodischen Aenderungen der meteorologischen Factoren ist damals nicht eingegangen worden. Das soll, wenigstens was die Temperatur-, Niederschlags- und Bewölkungsverhältnisse anlangt, in der vorliegenden Abhandlung geschehen. Zu einer vollständigen Geschichte der Witterung Göttingens für jene 25 Jahre fehlt es dann nur noch an einer Darstellung der nichtperiodischen Aenderungen des Luftdrucks und der Luftfeuchtigkeit, welche, da der Barometerstand für das Klima nur eine untergeordnete Rolle spielt, und rücksichtlich der Luftfeuchtigkeit es noch zweifelhaft ist, in welcher Weise man dieselbe am besten angiebt, für eine spätere Bearbeitung einstweilen zurückgelassen werden mögen.

1) H. Meyer, Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. etc. zu Göttingen 1883 p. 309.

Bei der hohen Bedeutung, welche den nichtperiodischen Aenderungen der meteorologischen Elemente unbestritten zukommt, ist es lebhaft zu bedauern, daß dieselben bislang nur in sehr mangelhafter Weise bearbeitet worden sind. Fast überall, wo man überhaupt auf sie Rücksicht nimmt, beschränkt man sich auf die Betrachtung der thermischen Verhältnisse und behandelt auch diese meist nur von einseitigen Gesichtspunkten aus. Obwohl schon vor nunmehr fast fünfzehn Jahren Köppen[1]) gezeigt hat, in welcher Weise die nichtperiodischen Aenderungen zu bearbeiten sind, so ist doch, soviel ich wenigstens weiß, bislang eine systematische Durcharbeitung aller meteorologischen Factoren nach den von Köppen aufgestellten Grundsätzen für keinen Ort der Erde erfolgt. An Material fehlt es nicht. Gewiß ist eine lange Reihe von Beobachtungsjahren erforderlich, um aus ihnen einigermaßen zuverlässige Resultate für die unperiodischen Aenderungen ableiten zu können, eine längere Reihe als für die periodischen Aenderungen, und mit der Anzahl der Jahre steigt die Mühseligkeit der Arbeit ganz erheblich; aber ich hoffe, der vorliegende Aufsatz wird zeigen, daß eine 25-jährige Beobachtungsreihe (und deren giebt es bekanntlich sehr viele) schon ausreicht und wohl der Mühe lohnt, bearbeitet zu werden. Weil ich aber sehr wohl weiß, daß manches der hier abgeleiteten Resultate, sich noch an langjährigeren Beobachtungen bewähren muß, habe ich die Tabellen in einer Ausführlichkeit mitgetheilt, welche es gestattet, an die hier bearbeiteten Jahrgänge spätere mit Leichtigkeit anzuschließen, ohne auf die früheren wieder zurückgehen zu müssen.

Die Kenntnisse der unperiodischen Aenderungen der meteorologischen Factoren und deren Aufeinanderfolge hat zunächst ein rein klimatologisches Interesse. Es ist bekannt, daß das Wetter eine gewisse Neigung hat, den herrschenden Zustand zu erhalten. Aber wie groß ist diese Tendenz für die einzelnen Elemente und für die gesammte Wetterlage, vor allem, wie ändert sich diese Erhaltungstendenz mit der geographischen Lage des Ortes? Diese Fragen dürften für die Klimatologie von hervorragender Bedeutung sein, an der Antwort aber gebricht es noch fast vollständig. Ferner aber verspricht die Kenntniß der Aufeinanderfolge der nichtperiodischen Aenderungen für die ausübende Witterungskunde von Nutzen zu werden; denn sie lehrt uns, wie groß zu gegebener Zeit und unter gegebenen Umständen die Wahrscheinlichkeit eines Wetterwechsels ist. Zur Aufstellung einer

1) W. Köppen, Die Aufeinanderfolge der unperiodischen Witterungserscheinungen nach den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Rep. f. Met. Bd. 2, p. 187. 1872.

localen Prognose ist eine genaue Kenntniß der heimischen klimatischen Verhältnisse durchaus erforderlich; die Kenntniß des nicht periodischen Wechsels der Witterungserscheinungen dürfte hier aber wenn nicht von höherer, so doch mindestens von gleicher Bedeutung sein wie die der periodischen Aenderungen. Eine Voraussagung des muthmaßlichen Wetters für längere Zeit (Monate, Jahreszeiten) hinaus ist bislang nur mit Hülfe der Kenntniß der wahrscheinlichen Aenderungen möglich, wie sie sich für die einzelnen meteorologischen Factoren aus langjährigen Beobachtungen ergeben haben.

Für Göttingen liegt heute ein Beobachtungsmaterial vor, das sich über beinahe dreißig Jahre erstreckt. Wenn ich trotzdem in diesem Aufsatze nur die fünfundzwanzigjährige Periode 1857—81 behandle so geschieht das einmal, um diese Arbeit unmittelbar an die frühere anzuschließen, dann auch weil die Beobachtungen jenes Zeitraums so gut wie vollkommen »homogen« sind und ohne Unterbrechung fortlaufen, während sich in neuerer Zeit eine zweimonatliche Lücke (1882, Jan. u. Febr.) findet, und bald darauf die Beobachtungstermine von 6^a, 2^p, 10^p auf 7^a, 2^p, 9^p verlegt werden mußten. — Die vorliegende Untersuchung machte die Berechnung einer Reihe von Tabellen nothwendig (z. B. die der Mitteltemperatur der einzelnen Tage des Jahres), welche sich auf den periodischen Gang der Elemente beziehen, ich habe auch diese im Anhang mitgetheilt, sie mögen als eine Ergänzung meiner ersten Arbeit angesehen werden.

Der speciellen Betrachtung der nichtperiodischen Aenderungen der einzelnen meteorologischen Elemente soll eine Uebersicht über die Entstehungs- und Berechnungsweise der Tabellen vorausgeschickt werden.

Das Studium der unperiodischen Aenderungen der klimatischen Factoren verlangt zunächst eine Zusammenstellung der Abweichungen oder Anomalien der einzelnen Elemente von den Normalwerthen für den betrachteten Zeitraum. Diese Zusammenstellungen finden sich in den Tabellen 1, 20, 21, 28. Sie haben schon für sich ein hervorragendes Interesse; denn sie stellen die Geschichte der Witterung in ihren Hauptzügen dar. Ferner gestatten sie den Zusammenhang der Witterungserscheinungen während der verschiedenen Jahresabschnitte, die ja vom meteorologischen Standpunkte aus ganz willkürlich sind, des Näheren zu untersuchen. Wir wissen, daß eine Tendenz zur Erhaltung der Wetterlage besteht, welche ihren Grund darin hat, daß die Aenderungen der physikalischen Verhältnisse der Atmosphäre, denen wir die herrschende Witterung verdanken, nur langsam erfolgen; es fragt sich nun, auf wie lange Zeit hinaus sich die Wirkung dieser

Tendenz erstreckt, und wie groß dieselbe ist. Läßt sich zwischen den Anomalien der auf einander folgenden Zeitabschnitte (Pentaden, Monate, Jahreszeiten) ein Zusammenhang, wenn möglich ziffernmäßig, feststellen, so wird man aus den Störungen der letzt verflossenen Zeit einen Schluß ziehen können auf die voraussichtlichen Abweichungen der Zukunft. Daß ein solcher Zusammenhang zwischen benachbarten Zeitabschnitten besteht, ist von vornherein zu vermuthen; daß nach Ablauf von Jahresfrist sich dieselben Anomalien zu wiederholen pflegen, darauf hat, wenigstens für die Temperatur, schon Dove hingewiesen. — In den Tabb. 2, 22, 23, 29 habe ich für die Temperatur, den Niederschlag (Höhe und Zahl der Tage) und die Bewölkung die Wahrscheinlichkeiten zusammengestellt, mit welchen ein Wechsel des Zeichens der Anomalie der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate zu erwarten ist. Diese Wahrscheinlichkeiten sind die Quotienten, deren Dividenden durch die Anzahl der Fälle, in denen ein Zeichenwechsel eintrat, und deren Divisoren durch die Anzahl sämmtlicher Fälle gegeben sind. Die Größe der Abweichung bleibt hier, wie überall, im Folgenden unberücksichtigt, es handelt sich hier nur um den Sinn derselben. Ist die Wahrscheinlichkeit eines Zeichenwechsels 0.5, so stehen die Chancen für Erhaltung und Aenderung des Zeichens gleich; ist die Wahrscheinlichkeit kleiner, so haben wir Erhaltung, ist sie größer, Aenderung des Sinnes der Anomalie zu erwarten, und zwar ist die Sicherheit, mit welcher wir auf das Eintreffen unserer Erwartung hoffen dürfen, um so größer, je mehr die Wahrscheinlichkeit in dem einem oder dem andern Sinne von 0.5 abweicht; mit andern Worten, die Größe dieser Abweichung ist ein Maaß für die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens unserer Vermuthung. Wenn wir z. B. auf Grund der Anomalien, etwa die Temperatur, zweier Monate eine Prognose stellen wollen auf die Abweichung des folgenden dritten Monats, und ist die Wahrscheinlichkeit der Aenderung der Anomalie für den ersten Monat 0.62 und für den zweiten 0.44, so werden wir für den dritten Monat die entgegengesetzte Abweichung zu erwarten haben, wie wir im ersten beobachteten, auch dann, wenn die allein auf den zweiten Monat begründete Prognose der der ersten widerspricht, denn wenn wir die Verwendbarkeit der Prognose des ersten Monats gleich 12 setzen, so haben wir der des zweiten nur das Gewicht 6 zu geben. Diese relativen Werthe der Verwendbarkeit der bekannten Anomalie für eine Prognose habe ich jenen Tabellen angehängt, indem ich dieselben für je drei nachfolgende Monate durch Summation zusammenfaßte. — Die kleinen Tabellen am Fuße der eben besprochenen größeren geben den Zusammenhang

der Jahreszeiten in derselben Weise wie die größeren den der Monate. Da sie selbständig berechnet sind, indem zunächst aus den Tabb. 1 u. s. f. die Abweichungen der Jahreszeiten und aus ihrer Aufeinanderfolge die Wahrscheinlichkeiten für den Zeichenwechsel abgeleitet wurden, so brauchen die Resultate, welche sie für eine Prognose liefern, nicht nothwendig mit denen der Monatstabellen überein zu stimmen. — Eine Anwendung dieser Tabellen auf die Vorausbestimmung des Wetters soll am Schlusse dieses Aufsatzes gegeben werden.

Gehen wir nun zur Betrachtung der nichtperiodischen Aenderungen der meteorologischen Factoren von Tag zu Tag, so haben wir die Tage nach ihrem Character zu ordnen. Wir müssen die Anzahl der Tage gleichen Characters, welche ohne Unterbrechung einander gefolgt sind, und die Häufigkeit gleich langer Perioden gleichen Charakters bestimmen. So sind die Tabb. 5, 6, 24, 25, 30, 31, 32 enstanden, deren weitere Verwerthung in folgender Weise geschah. Durch Division der Anzahl der Gruppen von Tagen gleicher Abweichung eines gegebenen Zeitraumes durch die Gesammtanzahl der Tage jener Gruppen wurde die mittlere Länge der Perioden gleichen Charakters erhalten; der reciproke Werth dieser Größen ist das, was wir die beobachtete Veränderlichkeit in der Zeitfolge oder kurz die Veränderlichkeit des betreffenden Witterungscharacters nennen. Diese beobachtete Veränderlichkeit muß nun verglichen werden mit derjenigen, welche die Wahrscheinlichkeitsrechnung unter der Voraussetzung liefert, daß in der Aufeinanderfolge der Tage verschiedener Beschaffenheit allein der Zufall walte, wenn man zu einem Maaße für die Stärke der Erhaltungstendenz der Witterung gelangen will. Nehmen wir an, es sei uns ein Zeitraum an S Tagen gegeben, unter denen nur zwei verschiedene Arten A und B (Tage mit und ohne Niederschlag, zu warme und zu kalte Tage u. s. f.), zu unterscheiden sind; ist dann αS die Anzahl der A und also $(1-\alpha)S$ die Anzahl der B, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß auf ein A ein B folgt $1-\alpha$, und die, daß auf ein B ein A folgt, gleich α. Diese Werthe sind die theoretischen Veränderlichkeiten der A und der B, welche für die Herrschaft des reinen Zufall in der Aufeinderfolge der A und B gelten. — Daß nun thatsächlich eine Tendenz zur Erhaltung der Wetterlage besteht, zeigt sich darin, daß überall die beobachtete Veränderlichkeit kleiner ist als die berechnete. Die Differenz beider würde ein Maaß für die Größe der Erhaltungstendenz sein, falls die berechnete oder die beobachtete Veränderlichkeit während des ganzen Jahres dieselbe wäre, das ist aber nicht der Fall; denn wenn auch die untere

Grenze beider Null ist, so schwankt doch die obere. Köppen hat daher als Maaß dieser Tendenz (l. c.) vorgeschlagen (und diesem Vorschlag wollen wir uns hier anschließen) die genannte Differenz dividirt durch die größt mögliche Veränderlichkeit, und diese Größe bezeichnet Köppen als den Index der Tendenz der Erhaltung der Wetterlage. Bezeichnen wir also die Veränderlichkeiten durch V, so ist der Index die Erhaltung, wie er sich in den Tabellen findet, berechnet als $\frac{V_{ber.} - V_{beob.}}{V_{ber.}}$.

Aus denselben Tabellen ist ferner berechnet worden die Veränderlichkeit des Wetters in ihrer Abhängigkeit von der Länge der voraufgehenden Periode gleichen Charakters. Ist nämlich P_n die Anzahl der Perioden von n gleich beschaffenen Tagen und P'_n die Anzahl der Perioden von mehr als n gleichen Tagen, so ist $\frac{P_n}{P_n + P'_n}$ die Wahrscheinlichkeit, daß nach Verlauf einer Periode von n Tagen gleicher Anomalie ein Zeichenwechsel der Abweichung eintritt. Diese Wahrscheinlichkeiten finden sich in den Tabb. 7, 26, 27, 33, 34, 35. Sie bestätigen durchweg die Erfahrung, daß, entgegen der landläufigen Ansicht, die Wahrscheinlichkeit eines Wetterwechsels mit der Länge der voraufgehenden Periode abnimmt; offenbar wieder ein Ausfluß der Erhaltungstendenz der Wetterlage.

Hiernach gehen wir an die Betrachtung der Veränderlichkeit der einzelnen Witterungsfactoren.

Die Temperaturverhältnisse. Die Temperaturabweichungen der einzelnen Monate sind in Tab. 1 gegeben; in der darauf folgenden Tab. 2 sind die Wahrscheinlichkeiten einer Aenderung der Temperaturanomalie der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate zusammengestellt. Aus dieser erkennt man für den größten Theil des Jahres ein Streben nach Erhaltung des Sinnes der Abweichung eines Monats für den nächstfolgenden, diese Tendenz ist am schärfsten im Winter ausgeprägt; im Sommer sind die Schlüsse von einem Monat auf den folgenden ziemlich unsicher. Diese Periode verschiebt sich für die später folgenden Monate etwas, so daß die größte Zuverlässigkeit der Prognosen auf den Herbst fällt. Ferner tritt eine Tendenz zur Wiederkehr gleichartiger Wärmeverhältnisse nach Ablauf eines Jahres im Sommer (mit Ausschluß des August) und Herbst deutlich hervor; die entgegengesetzte Neigung scheint während der Frühlingsmonate zu bestehen. Dieses Resultat wird für den Sommer durch die Berechnungen bestätigt, welche Köppen (l. c. p. 233) an den 138jährigen Berliner Beobachtungen ausgeführt hat. Für den Frühling zeigen die

Berliner Beobachtungen aber keine ausgesprochene Neigung zum Wetterwechsel nach Jahresfrist. Die Bestätigung unseres Ergebnisses bleibt daher abzuwarten.

Die Relativzahlen für die Verwendbarkeit der bekannten Anomalie für die Bestimmung der muthmaaßlichen Anomalie der folgenden Monate zeigen, daß wenn es sich um die Prognose auf die nächsten 1—3 Monate handelt, die auf die Wintermonate fundirten Voraussagungen das größte Vertrauen verdienen; dagegen stehen diese Monate allen andern nach bei der Bestimmung der vermuthlichen Abweichung der viert- bis sechstfolgenden Monate. Für die nachfolgenden siebten bis neunten Monate werden die zuverlässigsten Prognosen aus den Herbstmonaten abgeleitet. Ganz allgemein sind, wenn man von den nächstfolgenden Monaten absieht, die auf die Anomalien der Frühlingsmonate basirten Prognosen die vertrauenswürdigsten. — Nach der kleinen Tabelle, welche den Zusammenhang der Jahreszeiten darstellt, ist der Winter für die Prognosenstellung am meisten geeignet.

Wegen der hervorragenden Bedeutung, welche die Temperaturverhältnisse unter den meteorologischen Elementen einnehmen, habe ich die Wahrscheinlichkeit für eine Aenderung der Anomalie auch noch für kürzere Zeiträume, nämlich für die auf die Ausgangspentade folgenden ersten sechs Pentaden berechnet, Tab. 3. Daraus ergiebt sich, daß die Wahrscheinlichkeit einer Aenderung durchschnittlich im Winter kleiner ist als in den übrigen Jahreszeiten, sie erreicht im Winter nur ausnahmsweise den Werth 0.5, was sonst eben nicht selten ist. Darnach wäre die Stabilität unserer Temperaturverhältnisse im Winter größer als sonst im Jahre.

Wir haben bislang einen gegebenen Jahresabschnitt als zu warm oder zu kalt angesehen, je nachdem die Temperaturanomalie der ganzen Periode positiv oder negativ war. Es ist nicht zu verkennen, daß dieses sein Mißliches hat, wenn der betrachtete Zeitraum einigermaaßen lang ist, wenn er sich wie bei den Jahreszeiten über drei Monate erstreckt; denn es kann hier leicht kommen, daß beispielsweise eine lange Kälteperiode durch wenige abnorm warme Tage ausgeglichen oder vielleicht gar übercompensirt wird, und wir könnten so leicht eine Jahreszeit als zu warm zu bezeichnen gezwungen sein, welche noch in aller Erinnerung als äußerst kalt fortlebt. Sich so mehr dem Gefühl und dem allgemeinen Eindruck einer Jahreszeit anschließend, hat daher Hellmann[1]) die Definition kalter und warmer Zeiten folgendermaaßen gegeben. Ein »warmer Sommer« ist der, in

1) G. Hellmann: Zeitschrift d. K. preuss. stat. Bureaus 1884 p. 232. Sitzungsberichte d. K. preuss. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1885 p. 205.

welchem die Mitteltemperaturen von mindestens dreien der vier Monate Jun.—Sept. über der Normalen liegen. »Kalt« ist ein Sommer zu nennen, wenn in ihm die Abweichungssumme der Monate Jun.—Aug. kleiner als Null ist. Bei einem »milden Winter« sollen die Mitteltemperaturen von Dec. und Jan. über der Normalen liegen, und endlich soll ein Winter als »kalt« bezeichnet werden, wenn von den vier Monaten Nov.—Febr. mindestens zwei negative Anomalie haben, und außerdem die Summe der Abweichungen aller vier Monate kleiner als Null ist.

Nach diesen Bestimmungen haben wir in den verflossenen 25 Jahren folgende excessive Jahreszeiten gehabt:

Warme Sommer: 1857, 58, 59, 61, 68, 73, 75, 76; zusammen 8.

Kalte Sommer: 1860, 62, 63, 64, 66, 67, 69, 70, 71, 72, 74, 78, 79, 80; zusammen 14.

Milde Winter: $18^{58}/_{59}$, $^{62}/_{63}$, $^{65}/_{66}$, $^{66}/_{67}$, $^{68}/_{69}$, $^{72}/_{73}$, $^{73}/_{74}$, $^{76}/_{77}$, $^{77}/_{78}$; zusammen 9.

Kalte Winter: $18^{56}/_{57}$, $^{57}/_{58}$, $^{60}/_{61}$, $^{63}/_{64}$, $^{69}/_{70}$, $^{70}/_{71}$, $^{71}/_{72}$, $^{74}/_{75}$, $^{75}/_{76}$ $^{78}/_{79}$, $^{79}/_{80}$, $^{80}/_{81}$; zusammen 12.

Diese Uebersicht läßt zunächst erkennen, daß außergewöhnlich warme oder kalte Jahreszeiten selten vereinzelt auftreten, sie sind fast immer gruppenweise zu zwei bis vier aufeinander folgend eingetreten. Bei den milden Wintern haben diese Gruppen nie mehr als zwei umfaßt, das scheint eine Eigenthümlichkeit zu sein, die den Wintern nach der hier gegebenen Definition zukommt. Betrachtet man nämlich die Tabelle, in welcher Hellmann die 38 milden Winter Berlins seit 1720 zusammengestellt hat, so stehen diese Winter einzeln, es finden sich sechs Gruppen zu zweien und nur eine zu drei aufeinander folgenden milden Wintern, größere Gruppen kommen nicht vor. — Wir wollen unsere außergewöhnlich warmen oder kalten Jahreszeiten mit denen Berlins vergleichen. Nach unserer Zusammenstellung haben wir in demselben Zeitraum zwei warme Sommer (72, 74) weniger, dagegen fünf warme Winter ($^{58}/_{59}$, $^{62}/_{63}$, $^{66}/_{67}$, $^{68}/_{69}$, $^{76}/_{77}$) mehr gehabt; die kalten Winter sind der Zahl nach gleich, nur ist in Berlin $^{64}/_{65}$ zu kalt gewesen, bei uns dagegen $^{78}/_{79}$. Darnach dürfte das Göttinger Klima etwas weniger extrem sein als das von Berlin. Darin, daß kalte Sommer und strenge Winter bei uns häufiger sind als warme Sommer und milde Winter, stimmen die Beobachtungen beider Orte überein.

Versuchen wir nun an die Aufeinanderfolge der excessiven Jahreszeiten einige Schlüsse zu knüpfen. Von den fünf Monaten Oct.—Febr. waren auf einen warmen Sommer folgend

1 mal 1 Monat zu warm,
1 » 2 Monate » »
2 » 3 » » »
4 » 4 » » »

Wahrscheinlich werden also von den auf einen warmen Sommer folgenden fünf Monaten 3.1 zu warm sein (Hellmann findet für Berlin 2.82). Nach einem warmen Sommer haben wir also einen warmen Herbst und Winter zu erwarten. Daß auf einen sehr warmen Sommer ein kalter Winter folge, ist aus unserem Materiale, wohl wegen der Dürftigkeit desselben, nicht zu ersehen.

Die Zahl der kalten Sommer ist erheblich größer, wir haben im Durchschnitt alle zwei Jahre einen kalten Sommer. Von den fünf auf einen solchen folgenden Monaten waren

1 mal alle zu warm ($18^{62}/_{63}$),
2 » 1 Monat zu kalt,
1 » 2 Monate » »
5 » 3 » » »
4 » 4 » » »
1 » alle » » » ($18^{79}/_{80}$).

Es fallen demnach wahrscheinlich von den einem kalten Sommer folgenden fünf Monaten 2.9 zu kalt aus, und zwar sind auf die kältesten Sommer auch die strengsten Winter gefolgt. Ordnen wir nämlich die Jahre, in denen die Abweichungssumme Jun.—Aug. größer als -2^0 war, nach der Größe dieser Abweichung so erhalten wir

1864 mit 4 zu kalten Monaten im Gefolge,
69 » 4 » » » » »
60 » 4 » » » » »
71 » 3 » » » » »
79 » 5 » » » » »

Auf eine Abweichungssumme Jun.—Aug. größer als -2^0 folgen in Göttingen also unter fünf Monaten vier mit negativer Anomalie; liegt die Abweichungssumme zwischen 0^0 und -2^0, so sind von den nachfolgenden Herbst- und Wintermonaten nur 2.2 zu kalt. In diesem Resultate haben wir eine Stütze der Hypothese von Karsten[1]) zu

1) G. Karsten: Schriften des naturwissenschaftl. Vereins für Schleswig-Holstein. Bd. V, 1884, p. 86.

finden: »Die Einleitung einer großen Störung beeinflußt die Witterung auf eine im Verhältniß zur Intensität der Störung stehende Zeitdauer«, eine Hypothese, welche bei der Betrachtung der Störungen aufgestellt ist, welche milde Winter herbeiführen.

Die neun milden Winter hatten sechs kalte und zwei warme Sommer zur Folge, nach einem milden Winter haben wir also einen kalten Sommer zu erwarten. Faßt man die beiden warmen Sommer näher ins Auge, so war von ihnen der eine (73) Folge des mildesten Winters, falls man als maaßgebend die Temperaturanomalie allein von Dec. und Jan. ansieht; berücksichtigt man dagegen auch die Abweichnngen von Nov. und Febr., so steht dieser Sommer mitten zwischen den kalten, welche auf milde Winter folgten. Der zweite warme Sommer (59) war Folge des am wenigsten milden Winters. Es lassen sich hieraus aber keine weiteren Schlüsse über den Einfluß der Intensität der Störungen ziehen. April und Mai waren fünf mal zu warm, vier mal zu kalt. — Von den sechs mildesten Wintern (Dec. Jan.) waren vier von einem kalten Frühjahr gefolgt, und zwar hatten die auf die wärmsten Winter ($^{72}/_{73}$, $^{76}/_{77}$) folgenden Frühlinge (Apr. Mai) die größte negative Abweichung (−3.58° und −3.37°). Nach sehr milden Wintern pflegen also April und Mai zu kalt zu sein. Endlich findet sich in unserm Beobachtungsmaterial auch die Erfahrung bestätigt, daß milde Winter meist sehr andauernd sind. In acht Jahren mit warmen Wintern lag die Mitteltemperatur von mindestens einem der Monate Oct. und Nov. über der Normalen, in vier Fällen die beider. Vom Nachwinter hatte stets mindestens ein Monat positive Anomalie, überhaupt der Febr. 7 mal, der März 5 mal, davon beide gleichzeitig 3 mal.

Für die Wirkungen kalter Winter lassen sich aus unsern Beobachtungen keine nennenswerthen Resultate ableiten. April und Mai sind 7 mal zu kalt, 5 mal zu warm gewesen; der Sommer war 6 mal zu kalt, 5 mal zu warm; 2 mal waren sowohl Frühling wie auch Sommer zu warm.

Die Anordnung der Tage in Gruppen gleicher Temperaturanomalie machte zunächst eine Berechnung der Mitteltemperaturen der einzelnen Tage des Jahres nothwendig; ich gebe diese Mitteltemperaturen in Tab. 4. Darauf wurden die Perioden von n sich folgenden Tagen positiver und negativer Anomalie gesondert ausgezählt und in Tab. 5 und 6 monatsweise zusammengestellt. Diese beiden Tabellen sind einander sehr ähnlich. In beiden tritt ganz deutlich hervor, wie die Anzahl der Perioden bis zu einer Länge von fünf Tagen von der kälteren zur wärmeren Jahreszeit zu und von dieser zur kälteren wieder abnimmt. Für die längern Perioden scheinen sich zwei

Maxima der Häufigkeit zu ergeben; das eine im Frühjahr, das andere im Herbst. Gruppen, welche mehr als 20 Tage gleicher Temperaturabweichung in sich begreifen, finden sich fast nur in der kälteren Zeit des Jahres. Im Winter ist die Gesammtzahl der Tage mit positiver Anomalie während eines Monats etwas größer als im Sommer; dagegen herrscht in den Sommermonaten an der Mehrzahl der Tage negative Abweichung. Diese Unterschiede sind übrigens nur gering, dagegen ist deutlich zu bemerken, daß im Winter die Anzahl der Perioden kleiner ist als im Sommer. Bei so bewandten Umständen werden die mittlere Periodenlänge und der Index der Erhaltungstendenz im Jahre bei beiden Arten von Tagen denselben Weg durchlaufen. Bei beiden liegt der Maximalwerth im Winter, der Minimalwerth im Sommer, zwischen ihnen liegen die nahezu gleichen mittleren Werthe des Frühlings und Herbstes. Der April nimmt eine etwas abweichende Stellung ein, bei ihm ist die Veränderlichkeit größer, die mittlere Periodenlänge und der Index kleiner als bei den ihm benachbarten Monaten. Der Juni weist rücksichtlich der Temperaturverhältnisse die größte Veränderlichkeit auf.

Wenn die Verhältnisse wie hier für beiden Arten A und B von Tagen einander so sehr gleichen, so werden auch die Gesetze, welche den Sinn der Temperaturanomalie rücksichtlich der Dauer beherrschen, als dieselben angenommen werden können für die positiven und für die negativen Abweichungen, und dann, aber auch nur dann empfiehlt es sich, »um größere resp. sicherere Zahlenresultate zu erlangen«, die Periodenanzahl beider (positiver und negativer Anomalie) zu addiren, also die beiden Tabellen einfach zu superponiren. Für Göttingen ist eine solche Superposition der Tabellen für die A und die B nur bei der Temperatur statthaft. Ich habe auf diese Weise die beiden Tabellen 5 und 6 zu einer vereinigt und aus dieser in der oben angegebenen Weise die Wahrscheinlichkeit eines Wechsels der Temperaturanomalie nach Ablauf einer Periode an n Tagen gleicher Abweichung für die einzelnen Monate berechnet: Tab. 7. Die Wahrscheinlichkeit eines Zeichenwechsels der Anomalie ist hiernach nach Ablauf gleich langer Perioden in den wärmeren Monaten größer als in den kälteren, es tritt uns aber auch hier wieder die größere Stabilität unserer Temperaturverhältnisse während des Winters entgegen. Im Großen und Ganzen nimmt die Wahrscheinlichkeit eines Wechsels mit der Länge der voraufgehenden Periode ab, wenn auch in den verschiedenen Monaten in sehr verschiedenem Maaße und mehr oder weniger ungleichförmig. Nicht selten tritt der Fall ein, daß nach Ablauf längerer Perioden ein Wechsel des Zeichens wieder wahrscheinlicher wird, z. B. im März und September.

Es ist von Interesse mit diesen Resultaten die analogen zu vergleichen, welche Köppen für Brüssel aus dreißigjährigen Beobachtungen abgeleitet hat. Die mittlere Periodenlänge beträgt zu Brüssel 5.16 und die mittlere Wahrscheinlichkeit eines Zeichenwechsels der Anomalie 0.194; trotz der maritimen Lage dieses Ortes stimmen diese Zahlen so gut wie vollkommen mit den unsrigen überein. Vergleichen wir nun aber die Wahrscheinlichkeiten für die Aenderung der Abweichung nach Ablauf gleich langer Perioden beider Orte mit einander, so finden wir, daß nach Ablauf kurzer Perioden die Wahrscheinlichkeit eines Wechsels in Brüssel größer ist als in Göttingen, daß nach Ablauf längerer Perioden dagegen das Umgekehrte eintritt. Diese Wahrscheinlichkeiten sind nämlich

nach Ablauf von	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tagen
Brüssel	0.251	.242	.216	.206	.165	.169	.148	.142	.161	
Göttingen	0.231	.232	.209	.180	.207	.173	.147	.159	.160	

nach Ablauf von	10—14	15—19	20—24	25—29	30—34	Tagen
Brüssel	0.139	.128	.136	.112	.190.	
Göttingen	0.148	.184	.170	.147	.171.	

Es wäre von Wichtigkeit zu untersuchen, ob dieses Verhältniß nur für den Jahresdurchschnitt, oder auch für die einzelnen Monate besteht, und wie sich dasselbe bei weiterem Eindringen in den Continent ändert. Leider fehlt hierzu das Material noch vollständig.

Auch die Sommer-, Eis-, Frost- und frostfreien Tage habe ich aus den Journalen ausgezählt und nach der Anzahl, in der sie in ununterbrochener Reihe einander folgten, in den Tabb. 8—11 zusammengestellt. Da Extremthermometer erst in späterer Zeit beobachtet wurden, so sind die für die Eintheilung der Tage entscheidenden Temperaturen aus den Terminbeobachtungen (6ᵃ, 2ᵖ, 10ᵖ) entnommen.

Sommertage folgen nur selten in größerer Anzahl auf einander, in dem ganzen 25jährigen Zeitraume sind in unmittelbarer Folge nie mehr als 10 Sommertage beobachtet. Die mittlere Periodenlänge derselben beträgt für die drei Sommermonate 2.3, während sich die mittlere Länge der Perioden von Tagen, deren Maximaltemperatur 25° nicht erreicht, für denselben Zeitraum auf 4.4 Tage berechnet. Mittlere Periodenlänge und Index sind am größten im Aug., am kleinsten im Juli. Die Wahrscheinlichkeiten eines Herabsinkens des Temperaturmaximums unter 25° nach Verlauf einer gegebenen Anzahl von Sommertagen (Tab. 12) zeigen auffallend große Werthe nach Ablauf im Juni und August von 4, im Juli von 3 Tagen, die größten,

welche sich überhaupt finden. Da dieses allen drei Monaten gemeinsam ist, so dürfen wir es kaum dem Zufall zuschreiben, es scheint als ob die physikalische Beschaffenheit der Atmosphäre, welche das Auftreten eines Sommertages veranlaßt, nach Ablauf weniger Tage einer Veränderung zuneigt, daß diese Neigung aber, wenn ihr nicht Statt gegeben wird, bald wieder verschwindet. Uebrigens findet sich bei den Bewölkungs- und Niederschlagsverhältnissen nichts Analoges, das etwa zu einer Erklärung dieser Erscheinung herangezogen werden könnte.

Die Gesammtzahl der Eistage in den drei Wintermonaten ist nur um $^1/_4$ größer als die der Sommertage, aber sie treten zu erheblich längeren Gruppen vereinigt auf, kurze Perioden sind relativ selten. Die mittlere Periodenlänge liegt zwischen 3.9 im Febr. und 5.0 im Jan.; der Index der Erhaltungstendenz ist im Dec. am kleinsten, im Jan. erreicht er seinen Maximalwerth. Die Wahrscheinlichkeit des Ansteigens der Maximaltemperatur über 0° nach Ablauf einer Periode von n Eistagen (Tab. 13) nimmt im Allgemeinen mit der Länge der nachfolgenden Periode erst ab, später wieder zu.

In die Uebersicht über die Häufigkeit der Gruppen von Frost- und frostfreien Tagen (Tabb. 10 und 11) habe ich die den Winter einschließenden Monate Nov. und März mit hineingezogen. Dabei habe ich angenommen, daß immer der letzte October und der erste April ein Frosttag sei, falls der erste Nov. und der letzte März frostfrei waren, da sonst im Nov. und März Bruchtheile außergewöhnlich langer frostfreier Perioden aufgetreten wären, welche für den Character unseres Winters nichts besagen. Der so begangene Fehler ist jedenfalls ohne Belang. Obwohl die Gesammtzahl der Frosttage nahe gleich der der frostfreien ist, so ist doch die Vertheilung derselben über die verschiedenen Gruppen so verschieden, daß eine Superposition beider Tabellen ausgeschlossen ist. Die mittlere Länge der Grnppen frostfreier Tage ist größer als die der Frosttage, sie erreicht ihren größten Werth im Nov., den kleinsten im Febr.; die der Frosttage ist dagegen am größten im Jan., am kleinsten im Vor- und Nachwinter. Der Index verfolgt bei beiden denselben Weg: der Maximalwerth liegt im Jan., der Minimalwerth im März und Nov. Die Tabellen 14 und 15, welche die Wahrscheinlichkeiten des Herabsinkens der Minimaltemperatur unter 0° und des Ansteigens derselben über 0° enthalten, zeigen für den Uebergang von wärmeren zu Frostperioden kleinere Werthe als für die entgegengesetzte Aenderung, namentlich im Vor- und Nachwinter. Im Allgemeinen nimmt wieder die Wahrscheinlichkeit mit der Länge der voraufgehenden Periode ab, nur beim Uebergang von Frostwetter zu mildem Wetter zeigen Febr.

und März, vielleicht auch Jan., dieselbe Erscheinung, die wir bei den Sommertagen gefunden haben, indem hier die Wahrscheinlichkeit einer Aenderung des Wetters nach Ablauf von fünf bis sieben Frosttagen relativ hohe Werthe erreicht.

Zur Vervollständigung unserer Witterungsgeschichte mögen hier noch kurz die außergewöhnlich langen Perioden gleichen Characters Platz finden.

Die größte Anzahl der einander folgenden Sommertage betrug 1858, Juni 1—9, 65, Juli 14—23, 76, Aug. 12—21, je 10 Tage.

Die größte Anzahl der einander folgenden Eistage betrug 1860, Dec. 27—61, Jan. 20, 25 Tage,
64, Jan. 1—19, 20 »
74, Dec. 15—75, Jan. 2, 19 »

Die längsten Frostperioden waren
1870, Jan. 17—Febr. 25, 40 Tage,
60, Dec. 14—61, Jan. 21, 39 »
79, Nov. 25—Dec. 29, 35 »

Die längsten frostfreien Perioden waren
1868, Dec. 11—69, Jan. 10, 30 Tage,
68, Febr. 20—März 19, 29 »
59, » 10— » 8, 27 »

Fast immer traten in einem Monate mehrere Frost- und mehrere frostfreie Perioden auf; ich führe hier noch die Monate an, in denen andauernder Frost nur ein einziges Mal durch eine wärmere Periode, und diejenigen, in denen die anhaltend über Null Grad gelegene Minimaltemperatur nur durch eine einzige Frostperiode unterbrochen wurde. Die eingeklammerten Zahlen geben die Länge der unterbrechenden Periode in Tagen.

Unterbrechung der Frosttage durch einen einzigen frostfreien Zeitabschnitt:

November: — —
December: 1864 (5), 1870 (7).
Januar: 1871 (3).
Februar: 1861 (7), 1870 (1).
März: — —

Der kalte Kriegswinter 70/71 tritt hier im Dec. Jan. auf, im Febr. desselben Jahres wurde der Frost fünfmal unterbrochen: dreimal durch je einen, zweimal durch je fünf Tage. Von 1870 Nov. 29 bis 1871 März 3 finden sich nur 23 frostfreie Tage.

Einmalige Unterbrechungen frostfreien Wetters im Monat fanden sich

November: 1865 (2), 1877 (1).
December: — —
Januar: 1863 (4), 1869, (18).
Februar: — —
März: 1861 (3).

Wir haben bislang die Bezeichnung »Veränderlichkeit der Temperatur« immer in dem Sinne der Veränderlichkeit in der Zeitfolge der Temperaturanomalie, als die Wahrscheinlichkeit eines Zeichenwechsels der Abweichung gebraucht. Das aber ist nicht die einzige Bedeutung, welche man in der Meteorologie dem Worte Veränderlichkeit beilegt. Die Dove'sche Bezeichnung »mittlere Veränderlichkeit« für mittlere Abweichung vom Mittel kommt mehr und mehr außer Gebrauch. Hann hat an ihrer Stelle die mittlere Größe der Veränderung von einem Tag zum andern als Maaß der Veränderlichkeit eingeführt. Die Größe dieser interdiurnen Temperaturänderung (cf. Sprung, Lehrb. d. Met. Hamburg 1885 p. 874) habe ich ebenfalls für Göttingen berechnet und gebe die monatlichen Mittel derselben in Tab. 16. Der jährliche Mittelwerth derselben beträgt 1.83°, ist also nahe derselbe wie der für Leipzig und Stuttgart. Der Maximalwerth der interdiurnen Temperaturänderung findet sich im Dec. und Jan., das Minimum im Aug. und Sept., in der Zwischenzeit findet sich noch ein secundäres Maximum im Mai. Vergleicht man die interdiurne Aenderung mit der mittleren Abweichung vom Mittel, so findet man letztere im Winter größer, sonst immer kleiner als erstere. Hier die Werthe:

	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli
Mittlere Abweichung	2.5	2.3	1.6	1.2	1.7	1.1	1.2
Interd. Aenderung	2.0	1.9	1.8	1.9	1.9	1.9	1.8
	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.		
Mittlere Abweichung	1.1	1.0	1.3	1.5	2.4		
Interd. Aenderung	1.6	1.6	1.6	1.8	2.2		

Andere Orte, z. B. Petersburg zeigen andere Beziehungen.

Auch die größten Werthe der interdiurnen Temperaturänderung, sowohl die mittleren als die absoluten, finden sich im Winter. In dem ganzen Zeitraum ist eine Aenderung von einem Tag zum andern von mehr als 13.2° nie beobachtet worden. — Die mittlere Temperaturänderung von Monat zu Monat erreicht ihren größten Werth während des Anstieges und des Abfalls der Temperatur im Frühling und Herbst, dazwischen liegen die beiden Minima, von denen das des Sommers die kleineren Werthe aufweist. — Ein etwas schärferes Bild der Veränderlichkeit der Temperatur in diesem Sinne liefert

Tab. 17, welche angiebt, wie oft innerhalb der einzelnen Monate eine interdiurne Temperaturänderung beobachtet wurde, welche liegt zwischen 0° und 2°, zwischen 2° und 4° u. s. f. Ueberall herrschen die kleinen Aenderungen in hohem Maaße vor. Die Grenzen, zwischen denen die Temperaturänderung von Tag zu Tag schwankt, sind am engsten im Herbst; im September ist eine Aenderung von mehr als 6° nur ein einziges Mal beobachtet worden, dieselbe kommt im Aug. alle fünf Jahre einmal, im Dec. und Jan. dagegen fast jedes Jahr vor; Aenderungen von mehr als 10° sind im Ganzen nur 15 mal beobachtet werden.

Die Niederschlagsverhältnisse. Es mag mir zunächst gestattet sein, meine früheren Angaben über die Niederschlagsverhältnisse in Göttingen etwas zu verbessern und zu vervollständigen. Damals wurden als Tage mit Niederschlag alle gezählt, an denen überhaupt Regen, Schnee oder Graupeln resp. Hagel, wenn auch in unmeßbarer Form beobachtet waren. Nach internationalem Uebereinkommen sollen als Regentage aber nur solche gezählt werden, an denen die Höhe der gefallenen Niederschläge mehr als 0.2 mm beträgt. Nach dieser Bestimmung haben wir in Göttingen im Durchschnitt 156 (nicht 171) Niederschlagstage im Jahr, sie vertheilen sich wie folgt.

	Jan.	Febr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli
Anzahl d. Tage m. Niederschlag.	13	13	14	11	12	13	14

	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
Anzahl d. Tage m. Niederschlag.	14	11	13	14	14.

Ferner habe ich in meiner früheren Arbeit durch ein Versehen die mittlere Höhe der gefallenen Niederschläge im Jan. zu 29.7 mm, im Jahre zu 542.1 mm angegeben, während die richtigen Zahlen resp. 34.2 und 546.6 sind.

Die monatlichen Mittelwerthe gewähren noch kein genügend scharfes Bild der Verhältnisse; sie mögen ausreichen, wenn es sich um die durchschnittlichen Verhältnisse eines ausgedehnten Gebietes handelt, für die Charakteristik der Witterung eines einzelnen Ortes aber genügen sie nicht. Ich habe daher sowohl die mittlere Niederschlagshöhe als auch die mittlere Anzahl der Regentage für die Pentaden berechnet und in Tab. 18 zusammengestellt. Als dritte Größe geht in diese Tabelle die Regendichtigkeit pro Tag ein, d. i. die auf den einzelnen Regentag im Durchschnitt entfallende Niederschlagshöhe. Die Curve, welche den jährlichen Gang der Niederschlagshöhe nach Pentaden darstellt, ist sehr zackig, aber das scheint in der Natur der Sache begründet, und wenn sich durch längere Beobachtungen auch vielleicht noch manches in denselben vereinfachen wird, so wird sie doch stets mit einer großen Anzahl von Sprüngen behaftet bleiben. Vergleicht man diese Curve nämlich mit derjenigen, welche

Karsten (l. c.) für Kiel (25 Jahre), Altona (24 Jahre) und Sylt (13 Jahre) gegeben hat, so erkennt man, daß namentlich zwischen den Curven von Göttingen, Kiel und Altona eine sehr große Aehnlichkeit besteht, was um so mehr überrascht, als die Jahre, aus denen sie abgeleitet wurden, nicht dieselben sind. Am wenigsten stimmt die Curve von Sylt zu den übrigen, was wohl mehr an der Lage des Ortes als an der geringeren Anzahl der Beobachtungsjahre liegt. Wesentliche Abweichungen finden sich nur im Aug. und Sept. Allen gemeinsam ist eine ausgeprägte Trockenperiode im April bis Mitte Mai; dann nimmt die Regenmenge zu und erreicht Mitte Juni bis Anfang Juli (Pent. 33—37) ein erstes Maximum. Ein zweites Maximum fällt bei uns auf Anfang August, in Holstein auf Mitte desselben Monats; dann fällt unsere Curve steil ab, für Holstein dauert die Regenzeit noch etwas an. — Die Regendichtigkeitscurve hat einen etwas glatteren Verlauf, im Uebrigen ist sie der der Niederschlagshöhe ziemlich parallel, nur hin und wieder finden sich Abweichungen zwischen beiden, z. B. Mai 6—10 und Ende Juni.

Karsten hat jene Tabelle benutzt, um zu entscheiden, ob die z. Z. üblichen mittleren Erndtetermine in einer günstigen Zeit liegen, oder ob sie und damit auch die Aussaat, wenigstens des Sommerkorns, passend um kleine Zeiträume verschoben werden sollten. Dabei hat sich gezeigt, daß die derzeitigen Erndtetermine in Holstein möglichst günstig liegen. Für unser Gebiet ist das weniger der Fall. Nach gütiger Mittheilung des Herrn Dr. Edler beginnt bei uns im Durchschnitt die Erndte

von Heu am 25. Juni, von Roggen am 20 Juli, von Weizen am Anfang und von Hafer in der Mitte des Aug.

Darnach beginnt die Heuerndte in einer Zeit anwachsender Regenmenge von verhältnismäßig geringer Dichte, also während sog. Landregen herrscht. Dasselbe zeigt Tab. 19, welche die Wahrscheinlichkeit dafür giebt, daß es in einer Pentade an 0, 1, 2, ..5 Tagen regnet, auf das deutlichste. Wenn daher nicht andere Umstände hindernd sind, so dürfte es sich empfehlen, die Heumaat 10—14 Tage früher zu beginnen; denn alsdann sind zwar heftige aber nur vereinzelte Regengüsse zu erwarten, dazu kommt, daß die Lufttemperatur in der Pentade Juni 20—24 einen relativ hohen Grad erreicht. — Ganz ähnlich steht es um die Roggenerndte. Mit Juli 20—24 beginnt bei uns eine Periode starker und anhaltender Regen, sowie die Zeit des Temperaturrückgangs, während wir in der voraufgehenden Pentade geringe Niederschläge und das Temperaturmaximum haben. — Die Weizen- und Hafererndte fällt in eine sehr günstige Zeit.

Aus der Tab. 19 entnehmen wir ferner, daß die Wahrscheinlichkeit

von Niederschlag an 4 oder 5 Tagen pro Pentade namentlich groß ist im Febr. und Anfang März, ferner von März 27—April 5, Ende April, Ende Juni und Anfang Juli, während der letzten Aug.- und der beiden ersten Pentaden des Sept., endlich von Ende Oct. bis Dec. eingeschlossen. Die Wahrscheinlichkeit, daß es in einer Pentade überhaupt nicht zu Niederschlägen kommt, ist im Februar namentlich aber im April und Ende Sept. bis Anfang Oct. relativ groß. Im Februar haben wir also entweder große Trockenheit oder Regen an zahlreichen Tagen; ein bis zwei Regentage pro Pentade sind selten. Im April ist dagegen die Wahrscheinlichkeit dafür am größten, daß es an ein bis zwei Tagen regnet.

In den Tabb. 20 und 21 finden sich die Abweichungen der einzelnen Monate betreffs der Regenhöhe und der Anzahl der Tage mit Niederschlag, aus ihnen sind die Tabb. 23 und 24 abgeleitet, welche die Wahrscheinlichkeitswerthe für eine Aenderung der Abweichung jener Größen in den nachfolgenden Monaten enthalten. Dabei wurden diejenigen Monate, welche vom Normalwerth um nicht mehr als die Größe des wahrscheinlichen Fehlers bei der Niederschlagshöhe, um nicht mehr als einen Tag bei den Regentagen abwichen, als normal betrachtet. Jeder Fall, wo auf einen normalen Monat einer mit einer Abweichung folgte, wurde als ein halber Wechsel angesehen. Die Betrachtung der Tab. 22 lehrt, daß im Frühjahr (Febr.—Mai) eine starke Neigung zur Erhaltung der Anomalie der Regenhöhe für den nächstfolgenden Monat besteht, so daß, wenn der Februar zu viel Niederschlag brachte, wir drei gegen zwei wetten können, daß auch der März zu naß sein wird. Dagegen pflegt im Sommer der nächstfolgende Monat in entgegengesetztem Sinne von dem voraufgehenden abzuweichen. Dieselben Verhältnisse bleiben, abgesehen vom März als Ausgangsmonat, auch noch für die folgenden beiden Monate bestehen und dabei schließen sich die Wintermonate eng an das Frühjahr an. Für die viert- und später folgenden Monate bestehen ähnliche allgemeinere Relationen nicht. Ein Streben nach Wiederkehr derselben Verhältnisse nach Ablauf eines Jahres tritt nur bei einzelnen Monaten (Juni, Aug., Sept.) scharf hervor. — Beurtheilen wir die Verwendbarkeit der bekannten Abweichung eines Monats zur Prognose für die nachfolgenden Zeiten wie oben bei den Temperaturverhältnissen, so zeigen sich hier bei den Relativzahlen ganz eigenthümliche Erscheinungen. Die Wintermonate, in erster Linie Dec. und Jan., sind für Prognosen auf die nachfolgenden neun Monate ziemlich gleich brauchbar; für spätere Zeiten gestatten sie keine so zuverlässige Vorausbestimmung der Anomalie. Im Frühling nimmt die Verwendbarkeit durchweg ab mit dem Abstande vom Ausgangsmonat, ebenso

im Herbst bis zum neunten Monat; genau den entgegengesetzten Weg verfolgt die Verwendbarkeit der Sommermonate, hier verdienen die für die nächstfolgenden Monate gestellten Prognosen das geringste Vertrauen, die für die folgenden Winter- und Frühlingsmonate sind die zuverlässigsten. — Nach der Tabelle für die Wahrscheinlichkeiten der Aenderung der Abweichung für die auf einander folgenden Jahreszeiten schließt man am sichersten auf die Anomalie des

kommenden Winters aus der des voraufgehenden Frühlings,
» Frühlings » » » » Sommers oder Herbstes,
» Sommers » » » » Herbstes,
» Herbstes » » » » Herbstes.

Die Werthe für die Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Abweichung in der Zahl der Regentage, Tab. 23, zeigen einen wenig regelmäßigen Verlauf. Nur soviel scheint aus ihnen hervorzugehen, daß die Wahrscheinlichkeit der Erhaltung derselben Abweichung durch die nachfolgenden Monate im Winter größer ist als zu andern Zeiten des Jahres. Außerdem herrscht von Aug. bis März eine große Neigung zur Wiederkehr derselben Abweichung nach Verlauf von 10—11 Monaten. In Uebereinstimmung hiermit zeigt die kleine Fußtabelle, daß die Abweichungen des Winters für die Vorausbestimmung zukünftiger Anomalien geeigneter sind, als die jeder anderen Jahreszeit.

Die Tabb. 24 und 25, in denen die Anzahl der Perioden von einander folgenden Tage mit und ohne Niederschlag zusammengestellt sind, lassen die Nothwendigkeit einer gesonderten Aufzählung und die Unzulässigkeit einer Vereinigung beider durch Addition zum Zweck einer Ausgleichung zufälliger Störungen deutlich erkennen. Man vergleiche nur die Vertheilung der Trocken- und Regenperioden im Jan. oder Febr., man wird kaum behaupten können, daß die Anordnung der Gruppen von Tagen mit und ohne Niederschlag von denselben Gesetzen beherrscht werde. Selbst wenn man die Perioden durch das ganze Jahr hindurch zählt, ist eine Superposition beider Reihen für Göttingen nicht zulässig; denn durchweg sind kurze Regenperioden (bis zu 3 Tagen) häufiger als gleichlange Perioden ohne Niederschlag, und für längere Perioden kehrt sich die Sachlage um. Ein solches Gesetz besteht für Brüssel nicht, und deshalb durfte Köppen in diesem Falle die Gruppen der Regentage mit den gleich langen der trockenen zusammenfassen; es darf das aber durchaus nicht allgemein geschehen. Je nach der Lage des Ortes, dessen Verhältnisse man studiren will, wird eine Scheidung beider Arten von Tagen mehr oder weniger nothwendig sein; und es wäre von hohem Interesse zu erfahren, wie sich die hier in Betracht kommenden Verhältnisse in

den verschiedenen Gegenden eines ausgedehnten Gebietes ändern. — Von $18^{57}/_{81}$ ist in Göttingen keine einzige Regenperiode von mehr als 17 Tagen beobachtet worden, die längste war 1866, Nov. 13—29; die Anzahl der einander ohne Unterbrechung folgenden Tage ohne Niederschlag stieg dagegen bis auf 36 (1865, Sept 3—Oct. 8). Im Durchschnitt sind die Gruppen trockener Tage um $^1/_3$ länger als die der Regentage. Die mittlere Periodenlänge der trockenen Tage ist im April am größten, im November am kleinsten; die bez. Extreme für die Perioden der Tage mit Niederschlag fallen auf Febr. (2.9) und Jan., Mai, Sept. (2.1). Der Index der Tendenz der Erhaltung zeigt keine deutliche jährliche Periode, auffallend groß ist er im Febr., relativ groß ist er auch im April.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß es nach Verlauf einer gegebenen Anzahl von Tagen mit Niederschlag aufhört zu regnen (Tab. 26) nimmt im Allgemeinen mit der Länge ab, doch treten in den einzelnen Monaten dabei mancherlei Unregelmäßigkeiten zu Tage. Der April fügt sich diesem Gesetze durchaus nicht. Dieses stimmt zu der Erfahrung, die wir oben bei der Betrachtung der Wahrscheinlichkeit von 0—5 Regentagen in einer Pentade machten, diese Wahrscheinlichkeit war im April für 1—2 Regentage am größten. Durch relativ geringe Stabilität zeichnen sich auch hier Sept. und Oct. aus. — So ziemlich dasselbe gilt von der Wahrscheinlichkeit des Regenbeginns nach Verlauf von Trockenperioden. Im Uebrigen ist die Wahrscheinlichkeit des Uebergangs von einer regenfreien zu einer Regenzeit bei gleicher Länge der voraufgehenden Gruppe von Tagen gleichen Characters stets kleiner als die Wahrscheinlichkeit des umgekehrten Wechsels. Bei uns ist also die Wetterlage während einer regenlosen Zeit weniger veränderlich als in einer Regenperiode. Diese Erscheinung wird vermuthlich in regenärmeren Gegenden noch mehr hervortreten.

Wir wollen Göttingen wieder mit Brüssel vergleichen. Köppen hat für Brüssel die Perioden der trockenen und der Regentage getrennt aufgeführt. Aus diesen beiden Reihen sind die folgenden Wahrscheinlichkeitswerthe berechnet.

Wahrscheinlichkeit für den Uebergang von Regen zu Trockenheit nach Verlauf von

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tagen
Brüssel	0.343	.309	.312	.247	.221	.219	.238	.330	.219	.246	
Göttingen	0.454	.420	.378	.369	.369			.251			

	11—15 Tagen
Brüssel	0.271
Göttingen	0.330

Wahrscheinlichkeit für den Uebergang von Trockenheit zu Regen nach Verlauf von

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tagen
Brüssel	0.387	.329	.289	.267	.313	.279	.274	.260	.193	.109	
Göttingen	0.404	.322	.295	.291	.244	.208	.217	.264	.219	.247	

	11—15	16—20	21—25	Tagen
Brüssel	0.167	.202	.157	
Göttingen	0.237	.115	.335	

In Brüssel liegen hiernach, wenigstens bis zu einer Länge der Perioden von 7 Tagen, die Verhältnisse gerade umgekehrt wie in Göttingen, dort ist die Wahrscheinlickeit eines Ueberganges von einer Regenperiode zu einer Zeit ohne Niederschlag kleiner als für den umgekehrten Uebergang. Der Erhaltungsindex für Tage mit Niederschlag ist in Brüssel im Jahresmittel um 0.008 kleiner, in Göttingen um 0.003 größer als der Erhaltungsindex für regenlose Zeiten. Dieser Unterschied ist zwar nur gering, verdient aber doch vielleicht Beachtung. Jedenfalls zeigt sich auch hier die Nothwendigkeit ähnliche Berechnungen wie die hier vorliegenden für eine größere Anzahl von Orten durchzuführen.

Die Bewölkungsverhältnisse. Die Tab. 29, in der ich die Wahrscheinlichkeiten für eine Aenderung die Abweichung der mittleren Bewölkung des nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate gebe, ist aus der Abweichungstabelle 28 gerade so abgeleitet wie Tab. 2 aus 1. Die Wahrscheinlichkeitswerthe haben in den verschiedenen Monaten ziemlich verschiedenen Verlauf; gemeinsame Züge scheinen nicht vorhanden zu sein. Auch finden sich nur geringe Aehnlichkeiten mit den entsprechenden Tabellen für die Temperatur- und die Niederschlagsverhältnisse, nur wie in Tab. 23 sich vom Aug. bis März eine augenfällige Neigung zur Wiederholung derselben Anomalie in der Anzahl der Niederschlagstage nach Ablauf von 10—11 Monaten fand, so erscheint hier eine ähnliche Tendenz für die zehnt- und zwölftfolgenden Monate vom Sept. bis März. — Was die Verwendbarkeit der bekannten Anomalien für die Bestimmung der muthmaaßlichen Abweichung späterer Zeiten anlangt, so wird man von den Herbstmonaten aus die sichersten Prognosen ableiten für die nachfolgenden ersten bis dritten und siebten bis neunten Monate; von den Sommermonaten prognosticirt man am zuverlässigsten auf die viert- bis sechstfolgenden, vom Frühjahr endlich auf die zehnt- bis zwölftfolgenden Monate. Allgemein erscheinen für die Vorausbestimmung der künftigen Abweichungen in der Bewölkung die Herbst- und Frühjahrsmonate am geeignetsten. Beim Frühjahr nimmt daher

die Brauchbarkeit für die Prognose mit dem Abstande des Monats dessen muthmaßliche Abweichung bestimmt werden soll, vom Ausgangsmonate zu, also gerade umgekehrt wie die Verwendbarkeit der bekannten Abweichung in der Höhe des Niederschlags. Die kleine Tabelle über die gegenseitige Beeinflussung der Jahreszeiten liefert hinsichtlich der Verwendbarkeit etwas andere Resultate. Nach ihr ist der Sommer zu besagtem Zwecke am geeignetsten. Von der Anomalie des Winters kann mit einiger Sicherheit nur auf die Abweichung des kommenden Frühlings geschlossen werden; beide haben vermuthlich dieselbe Anomalie.

Nach der Größe der Bewölkung werden in neuerer Zeit die Tage eingetheilt in heitere (gesammte Himmelsbedeckung kleiner als 20%), in mäßig bedeckte (Bewölkung $\geqq 20\%$ und $\leqq 80\%$) und trübe Tage (Bewölkung größer als 80%). Ich habe aus den Journalen (die Bewölkung der ersten drei Jahrgänge mußte erst in Zahlen umgeschrieben werden), alle heitern, mäßig bewölkten und trüben Tage ausgezählt und nach der Länge der Gruppen, in denen sie auftraten, in Tabb. 30, 31, 32 zusammengestellt. Heitere Tage finden sich fast nur zu kurzen Gruppen vereinigt, Gruppen von mehr als fünf einander ohne Unterbrechung folgenden heitern Tage gehören schon zu den Seltenheiten. Die mittlere Periodenlänge und der Index der Erhaltungstendenz sind im Jan. und Febr. am größten. Bei den mäßig bewölkten und bei den trüben Tagen zeigt sich in der Anzahl der Gruppen gleicher Länge eine deutliche jährliche Periode: Einzelne mäßig bewölkte Tage sind am häufigsten in der kalten, am seltensten in der wärmeren Hälfte des Jahres. Die Häufigkeit der Perioden von drei und mehr Tagen Länge nimmt dagegen vom Winter zum Sommer zu und dann wieder ab. Den Uebergang bilden die zweitägigen Gruppen. Genau der entgegengesetzte Verlauf tritt bei der Betrachtung der Häufigkeit gleich langer Perioden trüber Tage in die Erscheinung. Aehnlich verhält es sich mit der mittleren Periodenlänge; diese liegt bei den mäßig bewölkten Tagen von Nov. bis März zwischen 1.7 und 1.9, von April bis Oct. zwischen 2.3 und 2.6; bei den trüben Tagen schwanken diese Werthe von Nov. bis Febr. zwischen 3.3 und 3.8, und von März bis Oct. sind 2.0 und 2.8 die Grenzen. Die mittlere Periodenlänge der mäßig bewölkten Tage ist also in der wärmeren Jahreszeit größer als in der kälteren, die der trüben Tage dagegen in der kälteren größer als in der wärmeren. Im Jahresdurchschnitt nimmt die mittlere Länge der Perioden der Tage gleicher Bewölkung mit der Größe der Bewölkung zu. Der Index der Tendenz zur Erhaltung der herrschenden Bewölkungsverhältnisse ist für die mäßig bewölkten Tage am größten im Herbst,

dann folgen Sommer, Winter, Frühling, für die trüben Tage ist dieses die Reihenfolge: Winter, Sommer, Herbst, Frühling. Der April ist ausgezeichnet durch einen relativ großen Index für die Erhaltung mäßig bewölkter Tage; im October erreicht sowohl der Index für die mäßig bewölkten wie auch der für die trüben Tage hohe Werthe.

Die Wahrscheinlichkeiten einer Aenderung der Bewölkungsverhältnisse nach Ablauf gegebener Perioden gleichen Charakters zeigen keine besonderen Eigenthümlichkeiten; es bedürfen die Tabb. 33, 34, 35, welche diese Wahrscheinlichkeiten darstellen, keiner weiteren Erläuterung.

Man kann noch fragen nach der Häufigkeit der ganzen und halben Wechsel der Bewölkung, indem man unter einem ganzen Wechsel den Uebergang von einem heitern zu einem trüben Tage oder umgekehrt versteht und mit einem halben Wechsel den Uebergang von einem mäßig bewölkten Tage zu einem heitern oder einem trüben bezeichnet. Bei uns ist, wie wir gesehen haben, die Gesammtzahl der heitern Tage schon sehr gering, noch seltener sind ganze Wechsel, sie verschwinden fast gegen die halben; relativ häufig sind sie im Frühjahr und Herbst, im Sommer und Winter kommen sie nur ausnahmsweise vor.

Schluß. In Tab. 36 habe ich einige der Hauptresultate der vorliegenden Untersuchung übersichtlich zusammengestellt. Eine Beziehung zwischen den betreffenden Größen der verschiedenen Elemente läßt sich hieraus nicht erkennen. — Der wahrscheinliche Fehler, mit dem die Resultate fünfundzwanzigjähriger Beobachtungen noch behaftet sind, ist bei der Niederschlagshöhe noch ziemlich bedeutend; dagegen dürften die Mittelwerthe der Bewölkung durch eine Beobachtungsreihe wie die unsrige mit vollkommen ausreichender Genauigkeit bestimmt sein. — Was die mittlere Periodenlänge anbetrifft, so ist dieselbe für die Gruppen von Tagen gleicher Temperaturanomalie am größten, darauf folgen die Perioden der Tage ohne Niederschlag, die kürzesten sind die Gruppen der sich folgenden heitern Tage. — Der Index der Erhaltungstendenz ist besonders groß für die Temperaturabweichung und für die geringste Bewölkung, dagegen ist die Tendenz zur Erhaltung mäßiger Bewölkung sehr klein.

Wir wollen noch ein Urtheil zu gewinnen suchen über die Verwendbarkeit der bekannten Abweichungen aller Elemente zusammen für eine Prognose auf den allgemeinen Witterungscharacter der nächsten Zukunft, und die Zuverlässigkeit der Prognosen für die einzelnen Elemente mit einander vergleichen. Zu dem Ende gehen wir aus von den Relativzahlen der Verwendbarkeit der bekannten Monatsanomalien und fassen diese zu den meteorologischen Jahreszeiten zusammen, so erhalten wir

	Winter.	Frühling.	Sommer.	Herbst.	
Temperaturanomalie	293	325	247	299	1165
Niederschlagshöhe	307	281	240	223	1051
Tage m. Niederschlg.	339	210	268	231	1048
Bewölkung	268	292	260	309	1129
	1207	1108	1015	1062	

Hiernach sind die Winter- und Frühlingsmonate für eine Prognose für den Gesammtcharacter der Witterung die besten Fundamente, am wenigsten brauchbar erscheint der Sommer. In Betreff der Zuverlässigkeit der Prognosen für die einzelnen Elemente hat die Vorausbestimmung der Temperaturanomalie und die der Abweichung der Bewölkung die größten Chancen für ein Eintreffen, das beweisen die Zahlen in der letzten verticalen Colonne. Wären wir statt von den Monatstabellen von den Relativzahlen der kleinen Tabellen ausgegangen, welche den Zusammenhang der Jahreszeiten darstellen, so hätten wir etwas andere Resultate erhalten, die aber weniger Vertrauen erwecken; nach ihnen wäre z. B. die Prognose auf die Anomalie der Niederschlagshöhe am zuverlässigsten, was doch wohl nicht sehr wahrscheinlich ist.

Schließlich wollen wir noch die Benutzung der Tabb. 2, 22, 23, 29 an einem Beispiel illustriren. Wir wollen die Anomalien des Jahres 1885 als bekannt voraussetzen und von ihnen eine Prognose für den Winter $18^{85}/_{86}$ ableiten und mit der Erfahrung vergleichen. Die Abweichungen 1885 waren

		Dec. 84.	Jan. 85.	Febr.	März.	Apr.	Mai.
Temperatur		+ 1.6	— 2.9	+2.6	+0.7	+ 2.0	— 1.7
Niederschlg.	Höhe	+28.8	—18.9	—7.3	—2.3	—24.4	+10.7
	Tage	+ 4	— 8	—3	—3	— 3	+11
Bewölkung		+ 1.4	— 1.7	0.0	+0.3	— 0.6	+ 1.2
		Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
Temperatur		+ 0.7	—0.7	— 2.4	—0.9	— 1.2	— 1.2
Niederschlg.	Höhe	+57.9	—5.8	—21.8	+2.4	+30.2	+18.7
	Tage	0	—4	0	+5	+ 9	— 3
Bewölkung		— 0.6	+0.8	+ 0.5	+0.8	+ 1.4	— 0.4

Die gewünschte Prognose für den Winter $18^{85}/_{86}$ (Dec.—Febr.) wollen wir zunächst ableiten aus den Anomalien der Jahreszeiten von 1885. Diese ergeben sich aus unserer Uebersicht wie folgt:

		Winter.	Frühling.	Sommer.	Herbst.
Temperatur		+	+	—	—
Niederschlag	Höhe	+	—	+	+
	Tage	—	+	—	+
Bewölkung		0	+	+	+

Tabelle 2 unten liefert nun als zu erwartende Temperaturanomalie des Winters auf Grund des voraufgehenden Winters +4, wenn wir durch das Vorzeichen das Zeichen der zu erwartenden Anomalie und durch die Zahl die Verwendbarkeit bezeichnen; der voraufgehende Frühling liefert 0, der Sommer —21 und der Herbst —12, wir bilden die arithmetische Summe dieser Größen und erhalten für die zu erwartende Temperaturabweichung des Winter 85/86 —29. Verfahren wir gerade so mit den übrigen Elementen, so erhalten wir unsere Prognose in der Form

Temperatur —29, Niederschlagshöhe —10, Tage m. Niederschlg. +5, Bewölkung +10,

Wir hätten hiernach einen strengen Winter mit häufigen aber schwachen Niederschlägen und starker Bewölkung zu erwarten. Thatsächlich stattgehabt haben folgende Abweichungen:

	1885 Dec.	86 Jan.	Febr.	Winter
Temperatur	— 0.4	—0.5	— 4.1	—
Niederschlagshöhe	—27.1	+1.0	—18.2	—
Tage m. Niederschlg.	— 4	—4	— 0	—
Bewölkung	+ 0.1	+0.8	+ 0.6	+

Unsere Prognose ist also eingetroffen, mit Ausnahme der Zahl der Tage mit Niederschlag, diese sollte über der Normalen liegen, thatsächlich war sie kleiner.

Etwas weniger günstig stellt sich das Verhältniß der Prognose zu der wirklich eingetroffenen Witterung, wenn wir, die muthmaaßlichen Anomalien für die drei Wintermonate einzeln bestimmen und dabei für die Prognose für Jan. die Beoachtungen des Dec., für Febr. die des Jan. und Dec. desselben Winters mitbenutzen. Wir erhalten dann folgende Werthe, von denen die mit * bezeichneten eingetroffen sind.

December: Temperatur +17, Niederschlagshöhe —30*, Tage mit Niederschlag —21*, Bewölkung +28*.

Januar: Temperatur +14, Niederschlagshöhe —25, Tage mit Niederschlag —31*, Bewölkung +46*.

Februar: Temperatur +22, Niederschlaghöhe +25, Tage mit Niederschlag —76*, Bewölkung +64*.

Die Treffer sind die mit den größten Zahlen der Verwendbarkeit.

Tab. 1.

Temperaturanomalie der einzelnen Monate. °C.

Jahr	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
1856	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2.41
1857	−0.96	−1.20	−0.01	− 0.75	1.34	1.01	0.94	2.71	2.01	2.86	− 0.13	2.76
1858	− 2.02	−3.39	−1.90	−0.98	−0.85	3.01	− 0 80	0.16	1.40	0.01	−4.99	1.19
1859	1.81	2.26	3.34	− 0.44	0.69	1.49	2.24	1.28	0.14	1.14	0.74	−1.75
1860	2.81	−2.39	−1.44	−0.99	1.13	−0.09	− 1.96	1.26	−0.88	−0.71	−2.30	− 1.98
1861	− 5.24	3.13	2.13	− 1.71	−1.36	1.80	0.15	0.19	−0.38	0.88	1 46	0.88
1862	−0.48	0.26	2.90	2.18	3.69	− 0.85	−0.32	- 0.80	−0.21	1.80	0.16	1.48
1863	3.78	1.92	1.68	0.16	0.55	−0.75	− 2.04	0.94	−0.78	2.04	0.40	3.08
1864	−4.79	−1.56	1.18	−1.98	−1.60	− 0.72	− 1.61	−2.99	−0.50	−0.86	0.99	− 3.09
1865	0.80	−5.52	−4.34	2.46	4.75	−1.88	2.69	−0.30	1.39	0.63	2.78	0.38
1866	4.63	3.28	−0.35	1.18	−2.11	1.92	− 2.45	−1.02	1.58	−2.11	1.35	2.52
1867	1.13	4.09	− 1.70	0.40	− 0.13	−0.22	− 1.76	0.36	0.68	−0.49	0.54	−1.31
1868	− 0.38	3.46	0.82	− 0.70	4.59	0.81	1.45	2.09	0.82	−0.89	−1.30	5.05
1869	0.06	4.52	−2.00	2.82	0.48	- 2.94	0.84	−1.95	0.64	− 1.51	− 0.34	−0.50
1870	0.69	−4.88	− 2.01	0.14	0.34	−0.82	0.98	− 1.02	− 1.88	−0.85	1.32	− 5.56
1871	−4.58	− 1.01	1.94	− 0.95	−2.55	−2.99	0.20	0.35	− 0.03	−1.54	− 2.56	−3.88
1872	0.44	1.64	1.78	1.63	0.74	−0.36	0.63	− 1.24	1.02	0.25	3.15	3.06
1873	4.02	−1.25	1.39	- 1.34	−2.24	0.55	1.38	0.91	−1.11	0.84	1.02	1.29
1874	2.64	− 0.40	0.65	1.29	−2.89	− 0.68	1.51	- 1.48	1.39	0.61	−1.82	− 1.64
1875	2.50	−4.38	−2.54	− 0.79	0.98	1.18	0.10	2.04	− 0.68	−2.10	− 0.84	−1.81
1876	− 2.36	0.29	0.66	0.39	- 2.88	0.25	0.28	0.48	− 1.32	2.02	−0.99	2.69
1877	3.88	2.39	−1.30	−1.29	−2.08	1.95	−0.65	0.29	− 3.42	−1.35	1.66	0.68
1878	0.68	2.09	0.15	1.40	1.10	− 0.68	− 1.51	0.42	0.60	0.82	0.34	−0.60
1879	- 2.28	−0.72	− 1.26	− 1.13	−2.88	− 0.11	−2.36	0.46	0.35	−0.90	−2.24	− 7.13
1880	−2.55	- 0.38	0.82	1.13	− 0.41	−0.54	0.22	−0.09	0.66	−1.16	0.48	4.00
1881	−5.78	− 0.48	− 0.61	−2.30	0.38	− 0.46	1.63	−0.98	− 1.20	− 3.95	2 96	—
Maxima	4.63	4.52	2.90	2.82	4.75	3.01	2.69	2.71	2.01	2.86	2.96	5.05
	(1866)	(1869)	(1862)	(1869)	(1865)	(1858)	(1865)	(1857)	(1857)	(1857)	(1881)	(1868)
	−5.78	−5.52	−4.34	− 2.30	−2.89	− 2.99	− 2.45	−2.99	−3.42	−3.95	−4.99	−7.13
	(1881)	(1865)	(1865)	(1881)	(1874)	(1871)	(1866)	(1864)	(1877)	(1881)	(1858)	(1879)
Minima	0.06	0.26	0.65	0.14	0.34	0.25	0.10	0.16	0.14	0.01	0.16	0.38
	(1869)	(1862)	(1874)	(1870)	(1870)	(1876)	(1875)	(1858)	(1859)	(1858)	(1862)	(1865)
	− 0.38	−0.38	−0.01	−0.44	− 0.13	− 0.09	−0.32	−0.09	− 0.03	−0.49	− 0.13	−0.50
	(1868)	(1880)	(1857)	(1859)	(1867)	(1860)	(1862)	(1880)	(1871)	(1867)	(1857)	(1869)

Tab. 2.

Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Temperaturanomalie der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate.

Ausgangsmonate		Dec.	Jan.	Feb.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.
Nachfolgende Monate.	Januar	0.40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Februar	40	0.40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	März	52	60	0.36	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	April	48	32	32	0.44	—	—	—	—	—	—	—	—
	Mai	52	36	44	56	0.44	—	—	—	—	—	—	—
	Juni	48	56	40	52	72	0.60	—	—	—	—	—	—
	Juli	68	52	60	40	52	40	0.44	—	—	—	—	—
	August	48	56	40	44	72	60	24	0.52	—	—	—	—
	September	44	44	44	56	36	48	52	48	0.52	—	—	—
	October	40	48	40	28	40	44	40	44	40	0.44	—	—
	November	36	36	36	40	36	48	60	56	60	56	0.44	—
	December	50	51	38	42	46	54	29	46	46	50	29	0.38
	Januar	—	50	42	38	50	58	42	42	58	46	42	50
	Februar	—	—	42	62	58	58	33	58	42	63	58	58
	März	—	—	—	58	63	54	54	63	38	77	54	46
	April	—	—	—	—	67	54	42	50	50	63	67	50
	Mai	—	—	—	—	—	67	50	50	50	46	58	50
	Juni	—	—	—	—	—	—	46	46	54	42	38	72
	Juli	—	—	—	—	—	—	—	42	58	46	77	67
	August	—	—	—	—	—	—	—	—	54	50	46	54
	September	—	—	—	—	—	—	—	—	—	38	58	50
	October	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	46	54
	November	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	46
Verwendbarkeit der bekannten Anomalie für die nachfolg. Monate	1—3	22	38	38	14	30	30	34	10	22	12	35	20
	4—6	6	22	30	22	46	10	41	18	20	44	29	4
	7—9	26	14	30	40	18	20	29	21	12	25	47	43
	10—12	24	15	28	32	38	25	12	12	16	16	16	8
	1—3		98			74			66			67	
	4—6		58			78			79			77	
	7—9		70			78			62			115	
	10—12		67			95			40			40	
			293			325			247			299	

	Winter	Frühling	Sommer	Herbst
Frühling	0.28	—	—	—
Sommer	52	0.48	—	—
Herbst	24	28	0.52	—
Winter	46	50	29	0.38
Frühling	—	63	50	58
Sommer	—	—	50	58
Herbst	—	—	—	46
Verwendbarkeit	54	37	23	32

Tab. 3.

Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Temperaturanomalie der nachfolgenden *n*-ten gegen die Ausgangspentade.

		Januar.						Februar.						März.					
n		1—5	6—10	11—15	16—20	21—25	26—30	31—4	4—9	10—14	15—19	20—24	25—1	2—6	7—11	12—16	17—21	22—26	27—31
Nachfolgende Pentaden	1	0.24	0.40	0.20	0.32	0.36	0.20	0.24	0.24	0.32	0.16	0.36	0.16	0.24	0.24	0.48	0.44	0.44	0.32
	2	40	44	36	44	48	28	40	32	32	28	36	40	24	56	36	40	44	52
	3	44	44	40	56	48	44	32	40	44	44	44	32	64	52	40	56	64	48
	4	36	40	44	48	56	36	40	52	44	52	28	48	52	48	40	52	68	60
	5	48	52	60	40	48	44	52	52	60	44	40	52	56	32	52	40	56	52
	6	52	44	44	48	48	48	68	52	52	36	48	48	40	60	64	68	56	44

		April.						Mai.						Juni.					
n		1—5	6—10	11—15	16—20	21—25	26—30	1—5	6—10	11—15	16—20	21—25	26—30	31—4	5—9	10—14	15—19	20—24	25—29
Nachfolgende Pentaden	1	0.52	0.60	0.36	0.40	0.32	0.48	0.24	0.28	0.32	0.32	0.40	0.36	0.36	0.32	0.40	0.40	0.36	0.52
	2	56	48	44	40	48	32	36	28	48	48	36	48	44	56	48	60	48	56
	3	68	64	52	56	40	52	36	44	56	52	56	56	52	56	60	48	64	48
	4	52	48	28	56	44	44	36	44	54	56	40	56	52	52	56	48	36	44
	5	68	48	44	60	36	60	44	40	48	60	40	40	48	48	64	36	48	44
	6	52	40	56	52	52	44	40	60	48	72	56	52	44	40	52	40	48	60

		Juli.						August.						September.						
	n	30—4	5—9	10—14	15—19	20—24	25—29	30—3	4—8	9—13	14—18	19—23	24—28	29—2	3—7	8—12	13—17	18—22	23—27	28—2
Nachfolgende Pentaden	1	0.40	0.36	0.28	0.40	0.32	0.32	0.24	0.28	0.24	0.36	0.36	0.48	0.36	0.20	0.28	0.52	0.44	0.36	0.20
	2	36	40	36	48	32	48	52	36	52	56	60	44	48	28	36	56	40	32	40
	3	48	36	36	48	40	52	52	48	56	48	40	40	56	48	48	52	44	52	28
	4	48	24	36	48	44	60	56	44	48	44	44	40	52	52	52	60	48	32	52
	5	48	32	44	36	52	48	60	52	36	56	44	36	56	48	56	60	44	48	52
	6	48	40	60	52	64	60	60	56	48	56	48	64	52	52	60	48	52	64	52

		October.						November.						December.						
	n	3—7	8—12	13—17	18—22	23—27	28—1	2—6	7—11	12—16	17—21	22—26	27—1	2—6	7—11	12—16	17—21	22—26	27—31	
Nachfolgende Pentaden	1	0.36	0.28	0.32	0.16	0.44	0.28	0.36	0.48	0.40	0.28	0.36	0.46	0.36	0.32	0.28	0.36	0.28	0.60	
	2	32	44	48	48	52	40	60	64	52	32	54	46	52	28	40	40	56	52	
	3	64	52	56	52	48	64	52	52	40	42	67	50	40	40	44	52	56	36	
	4	68	52	36	48	56	48	32	48	50	54	63	58	44	20	40	44	32	40	
	5	48	40	40	60	48	28	60	35	38	58	46	46	40	40	32	52	44	40	
	6	28	36	56	56	44	56	52	48	42	58	67	42	44	48	40	56	44	44	

Tab. 4.

Mitteltemperaturen °C. $\frac{1}{3}$ (6°+2°+10°) ohne Correction.

Tag	Jan.	Febr.	März	Aprl	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Tag
1	—0.4	0.1	2.5	6.5	8.9	14.9	16.4	16.9	15.1	11.6	5.8	0.9	1
2	—1.1	0.6	2.1	6.4	9.1	15.5	16.8	16.2	15.4	11.6	4.6	0.0	2
3	0.2	1.4	2.4	6.6	9.4	16.6	16.7	17.1	15.5	11.1	3.9	0.5	3
4	0.4	1.1	2.8	6.6	9.6	16.2	16.8	17.5	15.8	10.8	4.5	—0.4	4
5	0.1	1.0	2.8	6.5	9.4	15.6	16.8	18.0	15.8	10.8	5.2	0.8	5
6	—0.4	1.4	3.2	7.4	10.0	16.5	16.9	18.0	15.8	9.8	5.4	1.9	6
7	—0.4	0.6	3.9	7.8	10.6	16.5	16.6	17.5	15.8	10.8	5.6	1.4	7
8	—0.5	0.2	4.0	7.8	10.4	15.8	17.2	17.8	15.8	10.6	5.1	1.0	8
9	—1.0	0.0	3.1	7.4	10.9	16.1	17.0	17.4	15.1	9.8	4.0	0.0	9
10	—0.8	—0.4	2.6	7.5	11.2	15.9	16.8	16.5	15 0	8.6	3.2	0.4	10
11	—0.9	—0.6	2.5	6.8	11.9	15.8	17.2	17.0	14.1	9.6	3.5	0.8	11
12	—0.6	—1.2	2.2	6 5	12.0	15.5	17.2	17.1	13.1	9.2	3.0	1.4	12
13	—0.9	—0.5	2.0	7.0	11.6	15.1	17.9	17.4	13.2	9.6	3.4	1.5	13
14	—0.8	0.1	2.4	7.8	11.4	15.1	18.2	17.4	13.6	9.7	3.6	0.8	14
15	—0.8	1.1	2.4	8.2	12.4	15.4	19.1	17.9	13.6	9.5	3.4	0.8	15
16	—0.6	2.6	2.8	8.4	12.4	16.0	17.9	18.1	12.9	9.4	4.0	1.0	16
17	—0.6	2.9	3.6	8.4	12.4	15.8	18.0	16.8	13.2	9.0	3.5	1.2	17
18	—0.2	2.6	3.6	8.2	13.6	15.9	18.2	16.1	13.4	8.9	3.2	1.0	18
19	0.4	2.4	3.0	8.6	13.4	16.5	18.2	16.8	12.8	8.8	2.5	1.1	19
20	0.6	1.8	2.2	9.6	12.6	16.5	17.7	16.5	12.4	8.0	2.0	0.8	20
21	—0.1	1.6	2.5	9.9	13.4	17.2	17.9	16.6	12.1	7.4	1.4	0.0	21
22	—0.4	1.8	2.5	9.2	13.1	17.9	18.2	16.2	12.0	7.5	2.4	0.4	22
23	0.4	1.6	2.5	8.5	12.8	17.2	18.8	16.1	12.1	7.5	3.0	0.1	23
24	—0.2	1.8	4.1	9.0	12.9	16.2	18.0	15.9	12.5	7.1	3.0	—0.4	24
25	—0.2	1.9	4.6	9.1	13.2	16.1	18.4	15.8	11.9	6.9	3.2	—1.5	25
26	—0.6	2.8	4.6	9.1	13.4	16.0	17.5	16.4	11.8	6.6	3.5	0.4	26
27	—0.4	2.6	5.0	8.8	14.2	16.4	17.5	16.5	12.2	6.0	3.9	—0.4	27
28	—0.1	1.9	5.5	8.5	14.5	16.5	17.5	16.2	12.9	6.1	3.2	0.5	28
29	0.2	(4.9)	6.5	7.8	14.6	16.1	17.8	15.6	12.9	5.9	2.8	0.5	29
30	0.9		6.4	8.4	14.4	16.2	17.2	15.5	12.5	5.8	2.1	0.8	30
31	0.6		6.5		14.2		17.5	15.0		5.5		0.4	31

Tab. 5. Anzahl der Perioden von n auf einander folgenden Tagen mit positiver Temperaturanomalie.

n	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Zusammen
1	7	10	14	22	15	30	13	19	20	22	8	6	186
2	6	11	12	10	15	14	17	11	21	18	11	11	157
3	3	6	8.3	7.3	11	14.7	8.7	13.3	8	10	8.3	9.3	108
4	0.75	5.25	12	8.75	9.75	5	6	3.75	5.25	7	5.5	7	76
5	3	3.2	1.8	9	5	5.2	12.8	6.2	9.8	3.2	5.8	3	68
6	3.8	6	3	2.7	3.3	5.5	7.5	3	3	4.3	1.7	2.2	46
7	1.3	1.7	6.4	1.9	3.4	3.6	1.3	2.7	3	5	0.4	3.3	34
8	5	—	3	4	2.6	3.3	4.5	2.6	—	1.4	4.1	2.5	33
9	—	2.2	0.8	1.9	1.1	3	2	3.1	3	2.9	3	3	26
10	2.2	1.6	—	1	—	—	0.5	1.5	4.2	1	4	2.2	18
11	0.5	—	1	2.4	1.6	0.9	0.9	1.2	—	—	1	1.5	11
12	2	—	1	—	1.75	0.25	1	1.1	0.9	2.2	0.8	3	14
13	1	0.8	0.2	1.2	2.5	0.7	2.2	2.2	1.8	0.2	0.2	3	16
14	1.2	0.1	3.7	1.1	1	1	—	2	—	0.1	0.9	1.9	13
15	0.8	0.4	—	1	—	2	1	—	0.5	0.5	1	0.8	8
16	—	0.5	2.5	—	—	1	1	2.6	0.4	1	—	—	9
17	—	—	—	—	—	—	—	—	0.6	0.4	—	—	1
18	1	—	—	0.6	0.4	—	—	—	1.7	1.5	0.8	—	6
19	—	—	0.4	0.6	—	0.3	0.7	—	—	—	0.7	0.3	3
20	—	0.8	0.2	—	—	—	0.55	0.45	—	—	—	—	2
21	1.3	0.5	—	—	—	1		0.1	0.9	—	1.2	1	6
22	0.8	2.1	1.4	0.2	—	—				—	—	0.5	5
23	1	—	—	1	—	—				0.8	1.8	0.3	5
24	0.7	—	0.7	0.3	—	—				1	0.5	0.8	4
25	1	1		—	—	—				—		—	2
26	0.2	0.8		—	—	—				—		—	1
27	0.9	—		—	—	—				—		0.1	1
28	0.5	0.5		—	0.9	0.1				—		—	2
29	—	—		—	1					—		—	1
31	—	—		—	—					1		—	1
32	0.3	—		—	—							0.7	1
34	0.2	0.8		0.4	0.6							—	2
51	0.6	0.3										0.1	1
Zusammen	46.05	55.55	72.4	77.35	75.9	91.55	80.65	75.8	84.05	83.5	60.7	63.5	867
Zahl der Tage	443	374	390	375	384	370	380	362	372	400	379	425	4654
Mittl. Länge der Perioden	9.6	6.7	5.4	4.9	5.1	4.0	4.7	4.8	4.4	4.8	6.2	6.7	5.4
Beob. Veränderlichkeit . .	0.104	0.148	0.186	0.206	0.197	0.247	0.212	0.209	0.226	0.209	0.160	0.153	0.186
Berechn. „ . .	428	465	496	498	502	504	509	533	500	478	488	445	486
Differenz	324	317	310	292	305	257	297	324	274	269	328	292	300
Index	757	682	625	587	607	510	584	607	548	562	671	656	617

Tab. 6. Anzahl der Perioden von n auf einander folgenden Tagen mit negativer Temperaturanomalie.

n	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Zusammen
1	8	9	10	20	21	26	15	19	20	30	16	20	214
2	8	10.5	13.5	15	12	18.5	17.5	14	17	11	5.5	7.5	151
3	6.3	7.3	10	10.3	7.3	9	12.7	10.7	13	7.3	6	6.3	106
4	1	3	7	5	3	10.5	10.5	6.5	6.5	8	3.75	5.25	70
5	6.2	4.8	3	6.6	7	8.4	2.2	6.8	7.8	8.2	4	4	69
6	2	2	7.3	6.9	6.7	4.2	2.2	4.7	2.2	2	2.8	2.2	45
7	1	1	2.6	1.7	5.7	1.4	4.6	2.3	1.7	3.6	2.4	2	30
8	1.6	1	3	0.25	0.75	3	4.8	3.1	3.1	2	1	2.4	26
9	2.4	2.6	2	1.1	2.9	1.5	2.5	4	2	1	1	1	24
10	2.6	2.8	0.6	1	3.2	4.8	0.8	0.2	—	—	4.2	0.8	21
11	0.7	1.8	1.6	3.9	—	1.9	2.9	0.2	3	0.2	1.8	—	18
12	1.8	0.2	1	—	1	1	0.8	1.2	—	1.2	2.8	1	12
13	0.4	0.6	0.2	1.8	0.1	1	0.4	1.3	1.3	—	1.1	1.9	10
14	2.9	0.1	—	2	1	—	1	—	1.2	2.4	1.4	—	12
15	—	0.7	0.9	2.7	0.8	1	1.8	1.1	—	1.1	0.9	—	11
16	—	1.2	0.8	—	—	—	—	—	1	—	—	—	3
17	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—	—	2
18	1.3	1	—	0.5	05	—	—	0.9	0.1	—	1	0.7	6
19	0.4	0.7	1.7	0.3	—	0.3	0.7	1	0.4	1.6	—	0.9	8
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.45	1.55	2
21	—	0.1	0.9	—	1	0.8	0.2	1	—	0.8	0.2	—	5
22	1	—	—	—	1		—	1	—	—	—	—	3
23	0.9	—	—	—	—		—	1	—	—	—	0.1	2
24	—	1	—	—	—		0.4	0.6	—	—	—	—	2
25	0.2	—	—	0.2	0.8		—		—	—	—	0.8	2
26	—	—	—	—			1		—	0.8	0.2	—	2
28	—	0.5	0.5	—					0.5	0.6	0.9	—	3
30	—	—	—	—					0.8	0.2	—	—	1
33	—	0.8	0.2	—							—	—	1
34	—		0.9	0.1							—	—	1
36	—										0.2	0.8	1
37	—										0.6	0.4	1
39	0.5											0.5	1
Zusammen	49.2	52.7	67.7	79.35	76.75	93.3	82.0	80.6	82.6	82.0	58.2	60.1	865
Zahl der Tage.	332	325	384	372	387	376	394	413	372	367	362	341	4425
Mittl. Länge der Perioden	6.7	6.2	5.7	4.7	5.0	4.0	4.8	5.1	4.5	4.5	6.2	5.7	5.1
Beob. Veränderlichkeit . .	0.148	0.162	0.176	0.214	0.198	0.248	0.208	0.195	0.222	0.223	0.161	0.176	0.195
Berechn. „ . .	572	535	504	502	498	496	491	467	500	522	512	555	514
Differens	424	373	328	288	300	248	283	272	278	299	351	379	319
Index	741	697	651	575	602	500	576	582	556	573	686	683	621

Tab. 7. Wahrscheinlichkeit eines Wechsels der Temperaturanomalie nach Ablauf von *n* Tagen gleicher Abweichung.

n	Jan.	Fbr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.158	0.175	0.171	0.268	0 236	0.303	0.172	0.243	0.240	0.314	0.202	0.210	0.231
2	174	241	220	218	231	252	256	211	300	256	174	190	232
3	140	196	202	196	204	246	214	257	237	205	182	197	209
4	031	152	263	191	179	213	209	148	174	223	144	193	180
5	167	173	090	267	205	238	241	219	315	218	179	137	207
6	126	210	212	225	214	223	205	167	136	154	100	100	173
7	057	089	231	108	248	148	157	130	142	249	069	133	147
8	174	036	205	144	122	218	294	170	109	131	135	142	159
9	077	181	121	119	166	200	201	256	197	173	123	135	160
10—14	137	085	110	179	167	183	161	137	169	112	180	163	148
15—19	055	076	142	204	079	198	199	151	216	141	099	057	184
20—24	148	120	184	178	090	195	133	481	} 259	123	192	148	170
25—29	175	155	062	} 128	220					128	127	124	147
30—34	070	229	236									056	171

Tab. 8. Anzahl der Perioden von *n* aufeinander folgenden Sommertagen.

n	Juni	Juli	Aug.	Sommer.
1	31	39	27	97
2	14	22.5	15.5	52
3	7	19.7	9.3	36
4	8.75	6.75	9.25	24.75
5	0.6	3	1	4.6
6	1	0.3	0.7	2
7	1	1	3	5
8	—	1	—	1
9	1	—	—	1
10	1	1	1	3
Anzahl der Perioden	65.35	94.25	66.75	226.35
Tage	150	212	163	525
Mittl. Länge d. Perioden	2.3	2.2	2.4	2.3
Veränderlichk. beob.	0.436	0.445	0.409	0.430
ber.	800	726	789	772
Differenz	364	281	380	342
Index	455	387	482	443

Tab. 9. Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden Eistagen.

n	Dec.	Jan.	Febr.	Winter.
1	23	16	10	49
2	8	11	9.5	28.5
3	7	4	4.6	15.6
4	4	3	6	13
5	1	3.6	2.4	7
6	4.2	1.3	2.2	7.7
7	1.3	3.7	1	6
8	4	2	1	7
9	—	0.9	0.1	1
10	1	2	—	3
11	1	2	1	4
12	—	1	—	1
13	2	0.5	0.5	3
14	—	2	1	3
15	—	—	—	—
16	0.6	—	1	1.6
17	0.6	—		0.6
18	0.7	0.3		1
19	1	—		1
20	—	1		1
25	0.2	0.8		1
Anzahl der Perioden	59.6	55.1	40.3	155.0
Tage	244	273	156	673
Mittl. Länge d. Perioden	4.1	5.0	3.9	4.3
Veränderlichk. beob.	0.244	0.202	0.258	0.230
ber.	685	648	779	702
Differenz	441	446	521	472
Index	644	688	669	672

Tab. 10.

Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden frostfreien Tage.

n	Nov.	Dec.	Jan.	Febr.	März	Zusammen
1	14	14	14	21	21	84
2	10.5	5.5	9.5	11.5	16	53
3	7	6	10	11	14	48
4	4	9	5	4	7	29
5	6.8	5.2	5	6	7	30
6	3	2.7	5.3	2.7	6.3	20
7	3.9	1.9	0.7	5.6	6	18
8	2.6	6.8	3	0.6	2	15
9	2.9	3.1	3	1	1	11
10	6.2	2	0.8	1.1	1.9	12
11	2.8	2.2	1	2	1	9
12	2	1	2	—	1	6
13	1	1	—	1	—	3
14	1	—	—	0.1	1.9	3
15	—	2	—	—	1	3
16	1	—	1	0.5	1.5	4
17	1.9	0.8	2	0.2	1	6
18	3.2	0.8	—	—	—	4
19	—	—	—	—	—	—
20	1	—	1	1	1	4
21	1	—	—	—	—	1
22	—	0.4	0.8	0.9	—	2
23	—	—	—	—	—	—
24	—	—	—	—	—	—
25	0.5	0.5	—	0.3	0.7	2
26		—	0.5	1	0.5	2
27		—	—	0.8	0.2	1
28		—	—	—	—	—
29		—	—	0.3	0.7	1
30		0.7	0.3			1
35						
39						
40						
Anzahl d. Perioden	76.3	65.6	64.9	72.6	92.7	372
Anzahl d. Tage	503	383	353	358	467	2064
Mittl. Lge. d. Per.	6.6	5.8	5.4	4.9	5.0	5.5
Beob. Veränderlichkeit	0.152	0.171	0.184	0.203	0.199	0.182
Berechn. Veränderlichkeit	329	506	545	493	397	454
Differnz	177	335	361	290	198	272
Index	538	662	663	588	499	599

Tab. 11.

Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden Frosttagen.

n	Nov.	Dec.	Jan.	Febr.	März	Zusammen
1	24	12	15	21	26	98
2	10.5	19.5	11	14	12	67
3	7	5.3	4.7	7	13	37
4	8	4	4	3	5	24
5	4.2	6.2	2.2	2.2	7.6	22.4
6	—	4	3.5	5.8	6.7	20
7	1.3	2.7	4	5	4	17
8	1	1	1	2	3	8
9	4	2.9	2.8	3.3	1	14
10	2	—	2	1.4	0.6	6
11	1	—	1.6	1.1	0.3	4
12	—	—	—	1	—	1
13	—	2.4	2.6	—	—	5
14	0.1	0.9	—	—	—	1
15	—	1	1.8	0.2	—	3
16	—	—	—	1	—	1
17	—	—	—	0.1	1.8	1.9
18	0.4	1.2	1.9	1.1	0.4	5
19	0.2	0.8	—	—	—	1
20	—	0.85	0.15	—	—	1
21	—	—	—	—	—	—
22	—	—	1.4	0.6	—	2
23	—	—	—	—	—	—
24	—	0.2	0.8	—	—	1
25	—	—	—	—	—	—
26	1	—	—	0.5	0.5	2
27	—	—	—	—		—
28	—	0.4	0.6	—		1
29	—	0.8	0.8	0.4		2
30	—	—	—	—		—
35	0.2	0.8	—	—		1
39		0.5	0.5	—		1
40			0.4	0.6		1
Anzahl d. Perioden	64.9	67.45	62.75	71.3	81.9	348.3
Anzahl d. Tage	247	392	422	348	308	1717
Mittl. Lge. d. Per.	3.8	5.8	6.7	4.9	3.8	4.9
Beob. Veränderlichkeit	0.263	0.172	0.149	0.205	0.266	0.203
Berechn. Veränderlichkeit	671	494	455	507	603	541
Differnz	408	322	306	302	337	338
Index	608	652	673	596	559	625

Tab. 12.
Wahrscheinlichkeit des Herabsinkens der Maximaltemperatur unter 25° C. nach Verlauf von *n* Sommertagen.

n	Juni	Juli	Aug.	Sommer.
1	0.475	0.414	0.404	0.429
2	408	407	390	402
3	344	602	384	465
4	654	517	619	599
5	130	476	221	277
6	250	091	149	167
7	333	333	750	500
8—10	500	500	333	067

Tab. 13.
Wahrscheinlichkeit des Ansteigens der Maximaltemperatur über 0° C. nach Ablauf einer Periode von *n* Eistagen.

n	Dec.	Jan.	Febr.	Winter.
1	0.387	0.290	0.249	0.317
2	219	281	315	269
3	246	142	222	202
4	232	125	373	211
5	071	170	238	144
6	246	074	273	180
7	} 152	228	179	175
8		160	218	248
9		086	028	047
10—14	135	252	197	234
15—19	417	028		194

Tab. 14. Wahscheinlichkeit des Herabsinkens der Minimaltemperatur unter 0° C. nach Verlauf einer Periode von *n* frostfreien Tagen.

n	November	December	Januar	Februar	März	Mittel
1	0.184	0.213	0.216	0.289	0.227	0.226
2	169	107	186	223	223	184
3	135	130	242	274	251	204
4	089	224	159	138	168	155
5	167	167	189	239	202	190
6	088	104	248	141	227	156
7	126	082	044	271	280	166
8	094	319	195	056	130	166
9	118	214	242	098	075	147
10—14	165	142	093	112	115	134
15—19	185	194	123	109	135	129
20—24	213	050	177	101	067	121
25—29		083	125	166	198	297

Tab. 15. Wahrscheinlichkeit des Ansteigens der Minimaltemperatur über 0° C. nach Ablauf von *n* Frosttagen.

n	November	December	Januar	Februar	März	Mittel
1	0.370	0.178	0.239	0.295	0.317	0.281
2	256	350	230	276	215	268
3	230	148	128	193	296	202
4	341	131	125	127	162	164
5	273	233	078	084	294	183
6	} 142	196	135	240	366	200
7		164	179	273	345	213
8		073	054	150	395	127
9	} 158	} 118	162	292	218	255
10—14			101	105	053	100
15—19	} 080	110	101	130	202	125
20—24		063	120	057		075
25—29		108	146	147		163

Tab. 16.

Veränderlichkeit der Temperatur.

		Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Januar
Von Tag zu Tag	Mittel	2.03	1.90	1.78	1.87	1.94	1.88	1.75	1.57	1.58	1.65	1.75	2.18	
	Mittl. Max.	6.5	6.4	5.6	6.0	6.3	5.9	5.2	5.0	5.0	5.0	5.7	7.1	
	Absol. Max.	13.2	12.4	9.5	10.9	10.9	9.1	8.5	7.9	6.1	7.0	9.5	12.5	
	Tag	$^{2}/_{3}$ 61	$^{9}/_{10}$ 71	$^{23}/_{24}$ 62	$^{10}/_{11}$ 65	$^{13}/_{14}$ 61	$^{8}/_{9}$ 62	$^{30}/_{31}$ 81	$^{9}/_{10}$ 64	$^{30}/_{1}$ 71	$^{27}/_{28}$ 80	$^{30}/_{1}$ 81	$^{7}/_{8}$ 75	
Von Monat zu Monat	Mittel	3.44	3.08	4.49	4.14	4.26	2.03	1.54	3.06	4.98	5.30	3.45	2.95	
	Maximum	9.7	5.3	11.3	9.4	8.1	6.0	3.8	6.8	8.4	10.4	9.9	10.6	
	Jahr	1861	71	65	68	66	65	65,74	77	66	58	70	80	
	Minimum	0.0	0.3	0.6	0.0	0.3	0.1	0.1	0.2	1.4	1.2	0.2	0.1	
	Jahr	1866	68	61	74	68	67	60	74	76	77	57	58	

Tab. 17.

Mittlere Häufigkeit einer interdiurnen Temperaturänderung von p° C. innerhalb eines Monats.

p	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.
0°—2°	18.40	17.80	20.24	17.76	18.08	17.76	19.40	21.20	20.92	20.44	18.80	17.20
2°—4°	8.64	7.52	7.96	9.56	10.16	9.88	8.92	8.12	7.36	8.00	8.80	9.44
4°—6°	2.72	2.08	2.16	2.08	1.92	1.84	2.36	1.48	1.68	2.12	1.92	3'00
6°—8°	0.84	0.60	0.56	0.52	0.60	0.40	0.28	0.20	0.04	0.44	0.48	0.88
8°—10°	0.16	0.16	0.08	0.04	0.16	0.12	0.04					0.32
mehr als 10°	0.24	0.08		0.04	0.08							0.16

Tab. 18.

Niederschlag.

H = mittlere Niederschlagshöhe (Millim.)
T = Anzahl der Tage mit Niederschlag
H/T = mittlere Niederschlagsdichtigkeit
} der Pentaden.

Pentaden	H	T	H/T	Pentaden	H	T	H/T
Jan. 1—5	4.3	1.9	2.3	Juli 5—9	9.0	2.3	3.8
6—10	4.8	1.6	3.2	10—14	10.8	2.2	4.9
11—15	3.2	1.9	1.7	15—19	6.1	2.0	3.1
16—20	6.5	2.3	2.8	20—24	11.7	2.0	5.9
21—25	8.0	2.5	3.2	25—29	11.4	2.4	4.7
26—30	5.8	2.3	2.5	30—3	14.0	2.4	6.0
31—4	7.0	2.2	3.2	Aug. 4—8	7.9	2.0	3.9
Febr. 5—9	9.9	2.5	3.9	9—13	15.4	2.8	5.4
10—14	6.5	2.3	2.9	14—18	10.6	2.1	5.0
15—19	4.5	2.0	2.2	19—23	9.4	1.9	4.9
20—24	4.8	2.1	2.3	24—28	9.4	1.9	4.9
25—1	7.8	3.2	3.6	29—2	7.4	2.4	3.1
März 2—6	9.2	2.5	3.6	Sept. 3—7	10.6	2.0	5.2
7—11	8.4	2.6	3.2	8—12	4.7	2.0	2.4
12—16	5.7	2.2	2.6	13—17	5.8	1.6	3.7
17—21	4.6	2.3	2.0	18—22	6.0	2.0	2.9
22—26	4.4	2.1	2.2	23—27	8.5	1.8	4.7
27—31	6.2	2.6	2.4	28—2	6.4	2.0	3.1
April 1—5	6.1	2.2	2.8	Oct. 3—7	6.3	1.8	3.6
6—10	6.5	1.6	4.2	8—12	7.1	2.4	3.0
11—15	5.7	1.8	3.1	13—17	6.1	2.3	2.7
16—20	6.6	2.0	3.3	18—22	8.1	2.1	3.9
21—25	4.1	1.7	2.4	23—27	6.7	1.9	3.6
26—30	5.9	1.9	3.1	28—1	7.9	2.4	3.4
Mai 1—5	4.7	2.0	2.3	Nov. 2—6	6.9	2.4	2.9
6—10	4.5	1.7	2.7	7—11	7.8	2.5	3.1
11—15	6.6	1.8	3.7	12—16	9.4	2.4	3.9
16—20	7.1	1.9	3.7	17—21	5.2	2.2	3.5
21—25	9.4	2.4	4.0	22—26	7.8	2.5	3.2
26—30	6.5	2.3	2.9	27—1	7.6	2.6	3.0
31—4	7.7	2.1	3.7	Dec. 2—6	6.4	2.5	2.6
Juni 5—9	6.9	2.0	3.5	7—11	8.1	2.4	3.4
10—14	11.4	2.6	4.4	12—16	9.0	2.5	3.6
15—19	9.6	1.9	5.1	17—21	8.7	2.4	3.6
20—24	10.2	1.7	6.1	22—26	4.7	2.1	2.2
25—29	11.0	2.6	4.2	27—31	8.5	2.4	3.5
30—4	12.0	2.9	4.1				

Tab. 19.

Wahrscheinlichkeit von Niederschlag, an 0, 1, 2, 3, 4, 5 Tagen pro Pentade.

Pentaden		0	1	2	3	4	5
Januar	1–5	0.16	0.20	0.24	0.24	0.12	0.00
	6–10	24	24	28	12	12	00
	11–15	16	20	28	24	08	00
	16–20	08	12	36	32	08	04
	21–25	00	12	52	20	08	08
	26–30	12	20	24	20	20	04
Februar	31–4	16	16	20	28	20	00
	5–9	24	08	12	08	24	20
	10–14	20	12	16	24	16	12
	15–19	16	28	20	20	12	08
	20–24	24	16	16	24	12	08
	25–1	28	12	16	20	08	16
März	2–6	16	08	28	12	20	12
	7–11	12	20	12	08	12	24
	12–16	12	28	24	16	08	12
	17–21	12	20	20	28	16	04
	22–26	12	28	20	20	16	00
	27–31	04	12	32	24	28	00
April	1–5	28	04	20	20	24	04
	6–10	28	28	20	12	08	04
	11–15	20	28	20	12	12	04
	16–20	16	24	20	12	20	04
	21–25	20	36	12	16	16	00
	26–30	32	12	16	12	28	00

Pentaden		0	1	2	3	4	5
Mai	1–5	0.16	0.28	0.12	0.28	0.12	0.04
	6–10	24	20	32	12	04	04
	11–15	28	12	32	08	20	00
	16–20	28	04	32	24	08	04
	21–25	08	24	24	20	16	08
	26–30	08	16	28	36	12	00
Juni	31–4	16	12	36	28	00	08
	5–9	12	16	36	32	04	00
	10–14	04	08	40	28	12	08
	15–19	20	28	16	20	12	04
	20–24	20	32	24	12	08	04
	25–29	04	20	24	20	24	08
Juli	30–4	12	12	04	28	32	12
	5–9	08	28	24	16	12	12
	10–14	08	32	16	24	16	04
	15–19	20	24	24	12	12	08
	20–24	12	24	24	24	08	04
	25–29	04	16	32	28	20	00
August	30–3	08	24	20	24	20	04
	4–8	12	24	20	36	08	00
	9–13	12	12	28	04	16	28
	14–18	16	24	24	12	16	08
	19–23	24	12	32	12	08	08
	24–28	16	20	32	16	08	04
	29–2	16	28	08	16	16	16

Pentaden		0	1	2	3	4	5
September	3–7	0.20	0.16	0.28	0.16	0.16	0.04
	8–12	28	16	12	20	24	00
	13–17	28	32	08	20	12	00
	18–22	08	24	40	16	08	04
	23–27	28	04	40	20	04	04
	28–2	28	08	20	24	16	04
October	3–7	32	16	16	24	04	08
	8–12	08	28	12	28	20	04
	13–17	20	16	16	24	12	12
	18–22	16	24	16	32	04	08
	23–27	32	12	20	16	12	08
	28–1	28	08	16	16	12	20
November	2–6	12	24	16	20	16	12
	7–11	04	16	40	12	24	04
	12–16	08	16	32	12	20	08
	17–21	20	16	28	08	16	12
	22–26	08	16	32	20	12	12
	27–1	08	16	24	28	12	12
December	2–6	12	08	32	24	16	08
	7–11	20	08	20	16	36	00
	12–16	12	20	20	20	12	20
	17–21	08	24	24	12	28	04
	22–26	16	32	12	08	28	04
	27–31	04	16	28	28	20	00

Tab. 20. Abweichungen in den Niederschlagshöhen der einzelnen Monate.

(Millimeter)

\+ bedeutet zu viel, — bedeutet zu wenig.

Jahr	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Jahr
1856	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	− 7.0	—
1857	−19.4	−35.4	− 11.5	− 9.2	− 5.9	−31.1	+ 0.9	−26.2	−17.8	−25.0	−23.0	−19.2	−210.6
1858	− 1.7	−29.1	−18.5	−17.6	+10.2	−23.9	+69.7	+24.8	−11.1	−16.5	−34.3	−21.9	− 67.2
1859	− 8.1	+ 8.6	+23.2	+ 2.9	+ 7.9	−18.3	+33.2	+22.6	− 9 2	−16.0	+ 1.4	− 0.9	+ 26.3
1860	+20.8	+28.4	+ 4.3	− 2.7	+20.1	−17.1	−21.4	+ 2.5	−14.4	+17.1	−17.6	+28.9	+ 19.1
1861	−16.2	− 28.4	+22.3	−14.2	− 2.7	+64.3	− 1.4	− 9.5	+33.2	−35.6	− 2.5	−16.7	+ 38.2
1862	+14.0	− 3.8	− 8.8	+13.5	+ 5.0	+13.1	+38.3	−12.4	− 7.0	+ 4.3	+ 0.7	+23.5	+ 40.2
1863	+ 9.2	+ 5.0	+ 5.0	+12.4	−12.4	+20.5	−21.2	−36.8	− 5.6	−23.9	− 5.2	+22.6	− 31.5
1864	−13.5	−20.1	−14.7	− 9.9	− 5.4	+ 9.2	− 9.9	+31.4	− 6.1	−25.9	−14.0	−36.1	− 56.3
1865	+10.2	− 8.3	+ 4.3	−29.6	−26.6	−22.6	−18.7	+63.4	−35.4	+ 9.5	−16.2	−30.2	−106.1
1866	− 4.7	+36.3	−23.2	+22.6	+ 9.9	− 9.7	+20.5	− 6.3	+ 2.3	−34.5	+31.4	+71.7	+ 14.4
1867	+13.5	+28.6	+15.1	+74.7	+ 6.8	−39.5	+14.2	−43.1	−17.8	+ 3.4	−20.8	+46.5	+106.8
1868	+ 2.9	− 0.5	+11.5	+23.5	− 0.7	−21.7	− 6.1	+17.1	+12.9	+45.3	− 3.6	+52.1	+127.1
1869	− 7.0	+25.0	−11.3	−18.7	+28.0	−34.7	−36.1	+28.6	+10.8	−11.3	+ 64.3	+ 7.4	+ 89.7
1870	−14.9	−29.6	−22.3	−21.7	− 9.7	+21.4	−38.3	+85.7	+ 9.2	+27.3	−18.9	+29.1	− 4.0
1871	−18.7	+14.0	−22.6	+48.5	−25.7	+65.2	+48.3	−33.8	+50.8	+ 3.4	−32.0	−20.8	+126.5
1872	− 5.0	+ 1.6	−16.7	− 7.7	+41.1	+23.9	−14.4	−43.3	−17.8	+18.3	+46.0	− 9.7	+ 25.2
1873	−19.7	+14.0	−16.2	+ 0.9	+ 3.2	+ 1.4	+ 3.6	−24.8	− 5.4	− 2.5	− 4.1	−28.6	− 51.1
1874	−11.1	−22.6	− 9.5	− 12.6	+28.9	+22.3	− 8.8	−41.7	− 6.8	− 7.9	−13.3	− 1.4	−111.7
1875	+27.3	−16.2	−14.0	+ 0.9	+ 7.7	+24.8	+ 6.5	−17.4	+ 4.3	− 2.3	+56.2	− 5.4	+ 76.4
1876	−25.9	+38.6	+42.9	− 8.6	−25.3	−11.1	−18.7	−34.1	+24.8	−13.8	+ 6.3	+ 6.3	−130.3
1877	+44.7	+40.2	− 5.4	−15.6	+15.3	+14.2	− 3.8	+14.0	−10.4	− 2.3	+ 1.6	− 5.6	+ 98.8
1878	+ 9.0	−22.8	+37.7	−21.7	+10.4	+34.3	− 3.4	+26.6	− 7.4	− 12.6	+ 2.3	+ 9.0	+ 47.0
1879	+38.3	+13.1	−20.8	+28.6	−18.7	− 2.3	+ 1.4	− 7.9	−15.6	+21.4	+24.6	−19.9	+ 71.1
1880	−20.5	− 6.1	−10.4	− 18.9	−30.0	−11.3	− 4.3	− 26.2	+15.8	+79.6	− 3.4	+87.8	− 55.6
1881	− 6.5	+15.6	+57.7	−21.0	−28.6	−34.5	−27.5	+46.9	+ 0.5	+12.6	−25.9	—	+ 77.1
Mittl. Abw.	15.3	19.6	17.9	18.3	15.6	23.7	18.7	30.0	14.0	18.9	18.7	24.4	72.3
Wahrsch. Fehler	2.61	3.35	3.06	3.13	2.60	4.05	3.19	5.12	2.39	3.23	3.19	4.17	12.4

Tab. 21.

Abweichungen in der Anzahl der Tage mit Niederschlag.

+ bedeutet zu viel, — bedeutet zu wenig.

Jahr	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1856	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	−5	—
1857	−3	−10	−4	+5	−3	−6	+3	0	−5	−6	−5	−2	−39
1858	0	−10	0	−2	+1	−4	+3	0	−4	−5	−2	−3	−25
1859	0	+6	+5	+9	−2	−5	−6	−1	+7	−1	−3	−2	+6
1860	+1	+8	+8	+2	−1	+3	+1	+7	−2	+1	−2	+1	+24
1861	−6	−5	+6	+4	+3	+3	+2	−3	+9	−7	+4	−5	+11
1862	+2	−1	−3	+1	−1	+5	+3	−4	−6	+1	−3	0	−11
1863	−1	0	0	−1	−3	+3	−5	0	+3	−4	−4	+2	−12
1864	−8	+1	+1	+1	−3	+6	0	0	+3	−1	0	−11	+2
1865	+2	−1	+4	−9	−5	−3	−6	+8	−10	+10	−13	−9	−34
1866	+4	+6	−3	+2	0	−5	+3	+7	+2	−8	+6	+2	+5
1867	+5	+4	+7	+14	0	−2	+7	−6	−1	−4	−4	+6	+22
1868	+4	+5	+3	+4	−5	−3	−4	−2	−6	+4	−1	+4	+5
1869	−3	+1	−5	−3	+3	0	−7	−1	+2	+7	+7	+1	+5
1870	+1	−9	+1	−1	−5	+2	−4	+9	+2	+6	−3	0	0
1871	−6	−1	−8	+8	0	+4	+2	−5	−2	−3	−4	−3	−15
1872	−5	−5	−4	−3	+2	0	−3	−3	−5	+3	+2	+1	−24
1873	+3	0	−4	+3	+6	−1	0	−4	+1	0	−5	−4	0
1874	0	−7	+1	−5	+3	+1	−5	−2	−3	−6	+3	+5	−24
1875	+4	−1	−3	−7	+2	+2	−2	−6	−1	+5	+7	0	+5
1876	−6	+8	+8	−2	−5	0	+1	−6	+9	−5	0	+5	+2
1877	+6	+11	+5	−1	+5	−4	+5	+4	0	+3	+3	0	+42
1878	+4	−7	+9	−4	+5	0	−1	+3	0	0	+5	+5	+14
1879	−3	+6	−6	+7	−1	+5	+7	+1	+1	+7	+6	−3	+35
1880	0	−1	−10	−4	−3	+6	0	−2	−1	+10	−1	+11	−9
1881	0	0	+3	−6	−5	−6	−8	+3	+1	+4	−1	—	−4
Mittlere Abw.	3.0	4.5	4.4	4.3	2.9	3.2	3.5	3.5	3.4	4.4	3.8	3.6	15.0
Wahrsch. Fehler	0.5	0.8	0.8	0.7	0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	0.8	0.7	0.6	2.56

Tab. 22.

Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Abweichung in der Höhe des Niederschlags der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate.

	Ausgangsmonate	Dec.	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.
Nachfolgende Monate.	Januar	0.42	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Februar	36	0.50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	März	44	34	0.40	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	April	42	30	32	0.44	—	—	—	—	—	—	—	—
	Mai	66	44	46	62	0.46	—	—	—	—	—	—	—
	Juni	40	46	64	64	48	0.46	—	—	—	—	—	—
	Juli	56	48	46	58	26	32	0.50	—	—	—	—	—
	August	38	40	58	42	52	44	54	0.60	—	—	—	—
	September	36	62	52	48	48	62	52	52	0.50	—	—	—
	October	38	36	46	50	38	60	50	52	56	0.46	—	—
	November	54	48	42	54	44	36	46	40	52	38	0.44	—
	December	50	46	40	32	39	50	65	65	54	41	50	0.50
	Januar	—	42	52	37	54	39	46	46	52	61	74	46
	Februar	—	—	65	48	52	41	61	46	46	41	41	46
	März	—	—	—	56	43	37	61	33	46	59	50	50
	April	—	—	—	—	48	41	48	37	46	54	50	46
	Mai	—	—	—	—	—	46	59	48	61	52	56	56
	Juni	—	—	—	—	—	—	30	63	59	46	54	55
	Juli	—	—	—	—	—	—	—	54	48	54	59	52
	August	—	—	—	—	—	—	—	—	35	52	70	55
	September	—	—	—	—	—	—	—	—	—	37	33	50
	October	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	56	43
	November	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	52
Verwendbarkeit der bekannten Anomalie für, die nachfolgenden Monate.	1—3	28	36	32	32	30	28	6	14	8	25	30	8
	4—6	34	12	26	18	16	36	19	29	10	29	9	10
	7—9	32	36	14	22	21	20	26	34	19	10	19	12
	10—12	16	14	27	21	11	26	31	19	26	19	43	9
	1—3		96			90			28			63	
	4—6		72			70			58			48	
	7—9		82			63			79			41	
	10—12		57			58			75			71	
			307			281			240			223	

	Winter	Frühling	Sommer	Herbst
Frühling	0.44	—	—	—
Sommer	0.60	0.56	—	—
Herbst	34	58	0.58	—
Winter	56	35	43	0.46
Frühling	—	52	26	72
Sommer	—	—	52	67
Herbst	—	—	—	30
Verwendbarkeit	38	31	31	63

Tab. 23.

Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Abweichung in der Anzahl der Tage mit Niederschlag der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate.

Ausgangsmonate		Dec.	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
Nachfolgende Monate.	Januar	0.46	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Februar	34	0.36	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	März	40	36	0.38	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	April	44	42	30	0.44	—	—	—	—	—	—	—	—
	Mai	44	42	50	56	0.52	—	—	—	—	—	—	—
	Juni	42	60	52	62	50	0.46	—	—	—	—	—	—
	Juli	46	48	40	54	30	46	0.44	—	—	—	—	—
	August	48	38	38	32	48	52	58	0.50	—	—	—	—
	September	36	54	32	46	46	50	40	48	0.42	—	—	—
	October	36	40	40	50	58	46	44	60	38	0.48	—	—
	November	32	50	46	52	60	28	46	46	44	38	0.38	—
	December	44	35	32	41	56	48	50	59	52	43	50	0.41
	Januar	—	50	38	46	54	41	61	39	43	41	52	39
	Februar	—	—	34	33	54	54	56	52	46	41	52	43
	März	—	—	—	48	48	52	54	41	43	39	54	59
	April	—	—	—	—	52	52	59	54	30	48	54	59
	Mai	—	—	—	—	—	43	59	54	48	61	50	50
	Juni	—	—	—	—	—	—	30	61	50	39	44	43
	Juli	—	—	—	—	—	—	—	52	24	37	52	49
	August	—	—	—	—	—	—	—	—	37	41	35	52
	September	—	—	—	—	—	—	—	—	—	50	39	41
	October	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	52	39
	November	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	50
Verwendbarkeit der bekannten Abweichung für die nachfolgenden Monate.	1—3	30	36	32	24	22	10	24	12	26	21	14	27
	4—6	20	20	24	26	14	26	10	24	13	29	10	18
	7—9	20	26	32	11	20	15	21	15	29	24	8	10
	10—12	38	15	46	23	8	11	38	17	39	22	28	20
	1—3		98			56			62			62	
	4—6		64			66			47			57	
	7—9		78			46			65			42	
	10—12		99			42			94			70	
			339			210			268			231	

	Winter	Frühling	Sommer	Herbst
Frühling	0.32	—	—	—
Sommer	62	0.40	—	—
Herbst	40	52	0.38	—
Winter	48	52	61	0.52
Frühling	—	43	54	56
Sommer	—	—	43	33
Herbst	—	—	—	48
Verwendbarkeit	42	21	34	27

Tab. 24.

Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden Tagen mit Niederschlag.

n	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Jahr
1	72	43	66	54	72	60	62	53	65	64	68	64	743
2	31.5	20	30.5	29	41	42	46.5	23.5	26 5	22	31.5	22	376
3	24.3	15	15.3	15	12	18	16.3	11.7	20.7	17.7	11.7	18.3	196
4	7.75	11	11.5	11.75	10	5.5	11.75	9	8.5	8.25	12.25	11.75	119
5	7.4	4.6	6.6	6.4	3	9.8	6	8 2	5.2	6.6	4.2	7	75
6	3	5.7	3.7	0.7	5	4.5	2	4.3	2.7	7	1.7	5.7	46
7	3	3	4.7	2.3	—	1.3	3.7	4.6	2.3	3.3	3.7	3.1	35
8		4	—	1	3	0.5	0.5	1	—	1	3.9	2.1	17
9		—	2	0.4	0.6	0.6	1.8	0.7	—	0.4	2.6	—	9
10		—	—	1		—	—	—	1	1	—	2	5
11		1	—			0.7	0.3	1		—	—	1	4
12		0.9	1.1				—	—		—	—	—	2
13		1.3	0.7				—	—		1.1	0.9	1	5
14			1				—	1			—		2
15							1	—			—		1
16								1			—		1
17											1		1
Zusammen	148.95	109.5	143.1	121.55	146.6	142.9	151.85	129.0	131.9	132.35	141.45	137.95	1637
Anzahl der Tage . . .	315	321	361	278	304	322	357	345	282	328	355	362	3930
Mittl. Länge d. Perioden	2.1	2.9	2.5	2.3	2.1	2.2	24	2.7	2.1	2.5	2:5	2.6	2.4
Veränderlichk. ber.	0.593	0.545	0.534	0.630	0.608	0.571	0.539	0,555	0.624	0.577	0.526	0.533	0.570
Veränderlichk. beob.	473	341	396	437	482	444	425	374	467	404	398	381	416
Differenz	120	204	138	193	126	127	114	181	157	173	128	152	154
Index	202	374	258	306	207	222	212	326	252	300	243	285	270

Tab. 25.

Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden Tagen ohne Niederschlag.

n	Januar	Febr.	März	April	**Mai**	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Jahr
1	58	37	63	52	63	55	66	50	45	56	64	53	662
2	32	30.5	28	13.5	23.5	32	24.5	20	36.5	22	26	25.5	314
3	25	5	13	9.7	20.3	24	14	20	14	18	16	16	195
4	14.75	12	11.75	15	4.5	14.5	13.5	10.25	10.25	5	14	10.5	136
5	7.4	4.2	6.6	3.2	6.4	6.6	5.2	9.4	6.4	5.4	8	12.2	81
6	4.3	3	2	6.5	5.5	2.3	5.8	6	2.8	3.7	5.8	4.3	52
7	2	2.6	4.7	6.7	3.4	4.6	4	2	3.7	2.9	3.1	3.3	43
8	1.6	4.1	2.9	4.6	7.9	4.6	5.9	2.4	1.6	2	1	2.4	41
9	2.9	0.9	2.1	1	2.8	1.2	4.4	2.6	2	1.4	1.9	1.8	25
10	—	2	1.7	4.1	2.2	1.4	1.7	1.8	1	3.3	2.8	—	22
11	1.1	1 4	2.7	2.8	1	—	1	—	0.1	2.9	—	—	13
12	0.75	0.25	0.2	0.8	1	1	—	2.8	1.2	0.8	0.2	—	9
13	0.8	—	1	0.8	1.2	—	—	—	1.5	0.5	1	2.2	9
14	1	—	1	0.5	1.5	—	—	1	2.7	3.9	0.4	—	12
15	0.1	0.7	0.3	—	—	1	—	—	1.1	0.9	—	2.9	7
16	—	0.75	0.25	—	—	0.8	0.2	1	—	0.7	0.3	—	4
17	—	—	—	—	1			—	—	—		—	1
18	—	—	—	—	—			—	1	—		—	1
19	—	0.8	0.2	—	—			—	0.6	0.4		—	2
21	0.3	0.7		2.7	0.3			—	—	—		—	4
22	0.9	—						0.8	0.2	—		0.1	2
23	0.3	0.7							—	—			1
25	0.2	0.8							—	—			1
36									0.8	0.2			1
Zusammen	153.4	107.4	141.4	123.9	145.5	149.0	146.2	130.05	132.45	130.0	144.5	134.2	1638
Zahl der Tage	460	385	414	472	471	428	418	430	468	447	395	413	5201
Mittl. Länge der Perioden	3.0	3.6	2.9	3.8	3.2	2.9	2.9	3.3	3.5	3.4	2.7	3.1	3.2
Beob. Veränderlichkeit	0.407	0.455	0.466	0.370	0.392	0.429	0.461	0.445	0.376	0 423	0.474	0.467	0.430
Berechn. „	334	279	342	263	309	348	350	302	283	291	366	325	315
Differenz	073	176	124	107	083	081	111	143	093	132	108	142	115
Index	179	387	266	289	212	189	241	321	247	312	238	304	267

Tab. 26.

Wahrscheinlichkeit des Aufhörens des Regnens nach Ablauf von *n* Regentagen.

n	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.484	0.393	0.461	0.444	0.492	0.420	0.408	0.411	0.493	0.484	0.480	0.464	0.454
2	411	301	396	429	550	507	517	441	396	322	429	289	420
3	535	322	328	389	357	440	376	275	512	381	279	352	378
4	366	349	368	500	463	240	434	292	431	288	405	349	369
5	553	224	333	542	259	563	392	376	464	323	233	319	369
6—10		241	238	464		350	288	242	430	383	294	313	317
11—15							245	166			095		330

Tab. 27.

Wahrscheinlichkeit des Regenbeginns nach Ablauf von *n* Tagen ohne Niederschlag.

n	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.378	0.345	0.445	0.419	0.433	0.369	0.451	0.384	0.340	0.431	0.443	0.395	0.404
2	335	433	357	188	285	341	306	250	416	298	323	314	322
3	394	125	258	166	344	387	251	333	274	346	293	287	295
4	384	344	314	308	116	381	324	256	278	147	363	264	291
5	313	184	257	095	187	281	184	315	240	186	326	417	244
6	265	161	105	213	249	136	252	294	138	157	351	253	208
7	167	166	276	279	153	315	233	139	211	146	289	260	217
8		313	234	266	428	460	447	194	116	118	132		264
9	169	100	222	079	254	222	603	260	164	093	288	171	219
10		247	231	350	268	333	587	244	098	242	596		247
11—15		081	356	132	240	182	166	172	230	303	253	278	237
16—20	229	074			154			111	152	241			115
21—25		357							040				335

Tab. 28.

Abweichungen in der Größe der Bewölkung.

(+ bedeutet zu groß, — bedeutet zu gering.)

Jahr	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1856	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	−0.5	—
1857	+1.2	−3.4	−0.3	+0.3	−1.1	−2.8	−0.2	−2.4	−1.4	−0.9	−1.5	−0.1	−13.0
1858	−0.8	−3.9	−1.4	−1.9	+0.6	−2.0	+0.2	+0.5	−0.7	−1.5	−1.0	+0.7	−12.0
1859	−0.3	−0.5	+0.1	+1.0	−0.9	−1.1	−1.9	−0.9	+0.6	−0.5	−1.6	−0.8	− 3.7
1860	+0.2	+0.6	+0.9	−0.3	0.0	0.0	+0.4	+1.2	+0.2	−0.1	0.0	+1.1	+ 2.3
1861	0.0	0.0	+0.5	+0.1	+0.9	−0.3	+0.3	−1.3	+1.3	−2.0	0.0	−0.4	+ 0.6
1862	+0.4	+0.8	− 0.7	- 0.4	−0.4	+1.0	+0.8	−0.6	−0.1	− 0.1	+0.6	− 0.3	+ 0.9
1863	+0.9	− 1.3	+0.9	−1.4	+0.6	+0.8	0.0	−0.1	+ 1.3	− 0.1	−0.2	+0.5	+ 1.1
1864	−3.9	+0.8	−1.1	−1.2	− 0.7	+1.4	+0.1	+1.2	+0.2	+0.7	− 1.0	- 0.5	− 3.0
1865	+1.1	− 0.2	+0.9	−2.2	- 0.3	+0.1	−1.3	+0.4	− 3.4	− 0.9	− 0.3	−1.2	− 6.6
1866	+0.4	+1.0	+0.5	−0.5	0.0	−1.0	+1.2	− 0.7	+1.5	− 3.6	+0.5	+0.7	− 1.9
1867	+1.4	+0.9	+0.5	+2.2	−0.1	−0.3	+0.9	−1.6	−0.4	+0.7	+0.7	+0.6	+ 5.6
1868	+1.2	+1.2	+0.6	+0.4	−2.1	−1.3	−1.3	0.0	−2.0	+0.5	+0.2	+0.3	− 2.0
1869	− 1.1	+0.3	+0.8	− 0.8	+1.0	+1.3	−1.1	+0.9	0.0	+0.8	+0.6	−0.2	+ 3.0
1870	+0.7	−1.5	+1.0	−0.8	−0.3	+0.5	+0.1	+1.4	−0.2	+1.1	+0.2	−0.6	+ 2.0
1871	0.0	+0.6	− 3.0	+1.5	− 0.1	+2.0	+0.7	−0.6	− 0.8	−0.6	− 0.4	−0.6	− 1.3
1872	−0.2	−0.6	−1.5	+0.6	+0.4	+1.3	−1.1	0.0	+0.9	+0.4	+0.8	−0.4	+ 0.4
1873	+0.2	+1.1	− 0.4	+0.3	+1.7	+0.4	−0.7	−0.1	+0.9	+ 0.9	−0.6	− 1.0	+ 3.3
1874	− 0.7	−1.3	+0.3	0.0	+0.1	−0.9	−1.4	+0.1	+0.1	−0.6	+0.5	+0.8	− 4.8
1875	+0.8	+0.4	+0.3	−0.2	+0.8	+0.4	+0.2	+ 2.3	−2.3	+1.1	+0.6	−0.1	+ 5.2
1876	−1.1	+0.7	+1.2	−0.1	0.0	−0.2	+0.4	−1.8	+0.9	+0.1	+0.7	+1.0	+ 0.7
1877	+0.8	+1.7	+1.1	+1.2	+1.1	−1.3	+1.0	+0.9	+0.5	− 0.4	+0.3	+1.3	− 7.9
1878	+0.9	+1.1	+1.0	−0.5	+0.1	+0.1	+1.9	+0.5	+0.5	+0.7	+1.0	+1.2	+ 8.6
1879	+1.3	+2.1	+0.9	+2.3	− 0.7	+0.8	+1.6	+1.0	+0.3	+1.7	+0.6	− 2.4	+13.1
1880	−0.9	−1.5	−2.8	−0.1	−0.8	+1.0	+0.7	−1.4	+0.1	+2.0	−0.1	+1.3	− 6.2
1881	−0.9	+0.1	− 0.4	−0.5	−0.5	+0.7	− 0.7	+1.0	+1.3	+1.5	−1.1	—	+ 1.8
Mittl. Abweichung	0.9	1.1	0.9	0.8	0.6	0.9	0.8	0.9	0.9	0.9	0.6	0.7	4.4
Wahrsch. Fehler	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.95

Tab. 29.

Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Abweichung der mittleren Bewölkung der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate.

Ausgangsmonate		Dec.	Jan.	Feb.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.
Nachfolgende Monate.	Januar	0.50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Februar	34	0.36	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	März	42	32	0.36	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	April	44	46	50	0.58	—	—	—	—	—	—	—	—
	Mai	46	48	48	44	0.46	—	—	—	—	—	—	—
	Juni	56	50	46	62	60	0.46	—	—	—	—	—	—
	Juli	46	40	32	40	58	44	0.50	—	—	—	—	—
	August	38	44	44	40	66	44	38	0.52	—	—	—	—
	September	46	52	48	44	46	40	42	44	0.48	—	—	—
	October	36	46	38	50	52	50	20	50	34	0.46	—	—
	November	42	32	32	24	42	44	50	36	48	40	0.34	—
	December	52	46	43	37	56	50	74	37	52	54	57	0.41
	Januar	—	48	37	35	63	48	59	43	48	39	59	35
	Februar	—	—	54	22	54	48	63	48	52	35	50	26
	März	—	—	—	35	63	52	63	52	43	52	50	39
	April	—	—	—	—	48	41	48	37	50	46	43	41
	Mai	—	—	—	—	—	56	54	61	61	57	62	48
	Juni	—	—	—	—	—	—	35	50	50	41	39	37
	Juli	—	—	—	—	—	—	—	43	43	35	62	39
	August	—	—	—	—	—	—	—	—	52	43	46	52
	September	—	—	—	—	—	—	—	—	—	48	50	48
	October	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	43	29
	November	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	35
Verwendbarkeit der bekannten Anomalie für die nachfolg. Monate	1—3	24	36	16	26	22	16	20	8	20	18	32	48
	4—6	16	12	28	26	22	16	54	34	6	28	7	22
	7—9	20	12	32	39	27	4	35	17	18	20	35	26
	10—12	24	24	24	58	19	17	21	18	9	24	11	38
	1—3		76			64			48			98	
	4—6		56			64			94			57	
	7—9		64			70			70			81	
	10—12		72			94			48			73	
			268			292			260			309	

	Winter	Frühling	Sommer	Herbst
Frühling	0.40	—	—	—
Sommer	50	0.54	—	—
Herbst	52	40	0.26	—
Winter	48	43	0.54	0.43
Frühling	—	39	63	56
Sommer	—	—	39	37
Herbst	—	—	—	43
Verwendbarkeit	14	32	52	33

Tab. 30.

Anzahl der Perioden von n auf einander folgenden heitern Tagen (mittlere Bewölkung < 2).

n	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Jahr
1	17	23	26	32	30	19	33	31	27	19	15	22	294
2	5	7	8	5	9	6	9	6	11	4	7	4	81
3	3	1	2	2	3	3	4	1	1	2	4	3	29
4	3	2	1	1	3	2		2	2	2		1	19
5	1	—	—	1				1	2	1		1	7
6	—	1	2	—				—	—	—			3
8	—	—		—				1	—	—			1
9	—	—		1					1.8	0.2			3
12	—	1											1
13	0.4	0.6											1
Zusammen	29.4	35.6	39	42	45	30	46	42	44.8	28 2	26	31	439
Anzahl der Tage . . .	58	74	64	66		48	63	67	86	48	41	48	732
Mittl. Länge d. Period.	2.0	2.1	1.6	1.5	1.5	1.6	1.4	1.6	1.9	1.7	1.6	1.5	1.7
Veränderlichk. ber. . .	0.925	0.895	0.917	0.912	0,911	0.936	0.919	0.922	0.885	0.938	0.945	0.930	0.920
» beob. .	507	481	609	636	652	625	730	627	521	588	634	646	600
Differenz	418	414	308	276	259	309	189	295	364	350	311	284	320
Index	452	463	336	303	284	330	206	320	411	373	329	305	348

Tab. 31.

Anzahl der Perioden von n auf einander folgenden Tagen mit mäßiger Bewölkung.
($2 \leqq$ mittl. Bewölkg. $\leqq 8$.)

n	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Jahr
1	80	81	95	77	63	61	68	59	74	70	81	79	888
2	37.5	27	35	30	41	36.5	37	42.5	37	35	48	37.5	444
3	14.7	16.3	24	20	24.3	24.7	29.3	23	18.3	19.7	14.3	12.3	241
4	4.75	7	10.75	11.75	17.5	13.5	17	23.75	17.5	10.25	3.75	4.5	142
5	6	—	2.2	9.2	7.6	3	5.6	4.8	8	3.6	2.6	2.4	55
6		—	2	1	6.5	5.5	1	5	3	4	1	1	30
7		1	2	3	1	2	5.4	3.6	2	—	0.7	0.3	21
8			0.4	3.6	3.9	4.1	1	1.1	2.5	2 4			19
9				—	1	1	—	1	—	2			5
10				1.9	0.1	—	—	—	—	1			3
11				1	—	1	0.2	0.8	1	—			4
12				—	1	1	1	—	—	—			3
13				1		—		1	—	—			2
14						—		—	0.1	0.9			1
15						1		0.5	0.5				2
17								0.1	0.9				1
Zusammen	142.95	132.3	171.35	159.45	166.9	154.3	165.5	166.15	164.8	148.85	151.35	137.0	1861
Zahl der Tage	248	219	320	389	425	404	392	436	399	342	259	229	4062
Mittl. Länge der Perioden	1.7	1.7	1.9	2.4	2.5	2.6	2.4	2.6	2.4	2.3	1.7	1.7	2.2
Beob. Veränderlichkeit . .	0.680	0.690	0.587	0.482	0.451	0.461	0 494	0.438	0.478	0.559	0.655	0.705	0.555
Berechn. „ . .	576	605	535	410	393	382	422	381	413	435	585	598	458
Differenz	104	085	052	072	058	079	072	057	065	124	070	107	097
Index	153	123	089	150	129	171	146	130	136	222	107	152	175

Tab. 32.

Anzahl der Perioden von n auf einander folgenden trüben Tagen.
(Bewölkung > 8.)

n	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	43	43	59	66	56	61	69	72	63	50	44	35	661
2	29.5	23.5	32.5	29.5	44	27	29.5	31	36.5	29.5	34.5	22	369
3	20.7	11.7	18	15.7	15.7	13	12.3	17	11.3	26.7	12.7	18.3	193
4	10.5	11.75	10.25	12	13	10.25	10.5	2	6.75	9.5	13.25	11.25	121
5	6.6	7	10.4	4 6	3	3	8	5.6	6.6	8.8	9	11 4	84
6	2.3	7	4.5	1.3	1.2	1	3.8	3.2	—	4	4	9.7	42
7	2.1	3	3.6	1.4	—	1.3	2.7	1	1	1.4	3.6	2.9	24
8	3	3	1	1.5	0.6	1.9	1.4	0.6	1	1.75	7	3.25	26
9	5.1	3.2	3.4	0.2	0.6	0.4	1	2	—	—	—	3	19
10	1.5	2	0.8	0.2	—	3.5	0.5	—	—	1	1.7	2.8	14
11	1.7	3	0.3	1	—	—	—	—	—	—	1.9	2.1	10
12	—	1	—	—	—	1	—	—	0.6	1 4	2	—	6
13	0.7	0.9	0.1	0.5	0.5	0 5	0.5	—	—	1	—	0.3	5
14	2.6	0.4	—					—	—	—	—	2	5
15	—	—	—					0.1	0.9	—	—	1	2
16	2	—	—							0.8	0.2	1	4
18	1	—	—							—	—	—	1
19		—	—							—	1.2	0.8	2
20		—	—							0.6	0.4		1
24		0.3	0.7										1
Zusammen	132.3	120.75	144.55	133.9	134.6	123.85	139.2	134.5	127.65	136.45	135.45	126.8	1590
Anzahl der Tage	469	412	391	295	281	298	320	272	265	384	450	477	4314
Mittl. Länge der Perioden	3.5	3.4	2.7	2.2	2.1	2.4	2.3	2.0	2.1	2.8	3.3	3.8	2.7
Veränderlichkeit { ber. . .	0.395	0.414	0.496	0.607	0.637	0.620	0.587	0.649	0.647	0.504	0.400	0.384	0.526
Veränderlichkeit { beob. . .	282	293	370	454	479	422	435	494	482	355	301	266	369
Differenz	113	121	126	153	158	198	152	155	165	149	099	118	157
Index	286	292	254	252	248	319	259	239	255	296	247	307	298

Tab. 33.

Wahrscheinlichkeit einer Zunahme der Bewölkung nach Ablauf von *n* heitern Tagen.

n	Jan.	Fbr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.578	0.646	0.390	0.762	0.667	0.633	0.717	0.738	0.603	0.674	0.577	0.710	0.670
2	403	556	616	500	600	545	692	545	618	435	636	444	559
3	405	178	400	400	500	600		200	147	385		600	453
4	681	435	333	333				500	345	625		500	540
5—9	143	077		300					305	367			307

Tab. 34.

Wahrscheinlichkeit einer Zu- oder Abnahme der Bewölkung nach Ablauf von *n* mäßig bewölkten Tagen.

n	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.560	0.612	0.554	0.483	0 377	0.395	0.411	0.355	0.449	0.470	0.535	0.576	0.477
2	596	526	459	364	395	391	380	397	408	445	682	647	456
3	415	671	580	381	386	435	484	356	340	449	640	600	455
4	229	875	620	362	453	420	545	558	493	424	466	549	493
5—9				259	422	297	333	326	306	308			353
10—14						167		192	093	211			282

Tab. 35.

Wahrscheinlichkeit einer Aufklärung nach Ablauf von *n* trüben Tagen

n	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.325	0.356	0.408	0.493	0.416	0.493	0 496	0.535	0.494	0.367	0.325	0.276	0.416
2	330	302	380	434	560	431	420	496	564	341	377	240	397
3	346	216	339	409	454	363	302	540	401	469	223	262	345
4	269	276	294	529	688	449	370	138	401	314	299	218	330
5—9	192	242	379	296	364	299	437	471	268	240	232	240	267
10—14	188	349							080	199	218	315	263
15—19										114	172	382	265

Tab. 36.
Hauptresultate.

		Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
Wahrscheinl. Fehler	Temperatur	0.61	0.56	0.38	0.30	0.40	0.27	0.29	0.28	0.24	0.31	0.37	0.60	0.16
	Höhe d. Niederschlg.	2.61	3.35	3.06	3.13	2.60	4.05	3.19	5.12	2.39	3.23	3.19	4.17	12.4
	Tage mit »	0.5	0.8	0.8	0.7	0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	0.8	0.7	0.6	2.56
	Bewölkung	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.95
Mittlere Länge der Perioden	gl. Temperat.-Anom.	8.1	6.5	5.5	4.8	5.1	4.8	4.8	5.0	4.5	4.6	6.2	6.2	5.2
	v. Tagen mit Niederschlg.	2.1	2.9	2.5	2.3	2.1	2.2	2.4	2.7	2.1	2.5	2.5	2.6	2.4
	» ohne »	3.0	3.6	2.9	3.8	3.2	2.9	2.9	3.3	3.5	3.4	2.7	3.1	3.2
	heiterer Tage	2.0	2.1	1.6	1.5	1.5	1.6	1.4	1.6	1.9	1.7	1.6	1.5	1.7
	mäßig bew. Tage	1.7	1.7	1.9	2.4	2.5	2.6	2.4	2.6	2.4	2.3	1.7	1.7	2.2
	trüber Tage	3.5	3.4	2.7	2.2	2.1	2.4	2.3	2.0	2.1	2.8	3.3	3.8	2.7
Index d. Tendenz der Erhaltung für	Temperatur-Anom.	0.749	0.688	0.638	0.582	0.604	0.504	0.620	0.595	0.552	0.568	0.680	0.674	0.618
	Niederschlag	202	374	258	306	207	222	212	326	252	300	243	285	270
	Trockenheit	179	387	266	289	212	189	241	321	247	312	238	304	267
	Heiterkeit	452	463	336	393	284	330	206	320	411	373	329	305	348
	mäßige Bewölkung	153	123	089	150	129	171	146	130	136	222	107	152	175
	Trübe	286	292	254	252	248	319	259	239	255	296	247	307	298
Veränderlichk. d. Temperatur	von Tag zu Tag	2.03	1.90	1.78	1.87	1.94	1.88	1.75	1.57	1.58	1.65	1.78	2.15	1.52
	von Monat zu Monat		3.44	3.08	4.45	4.14	4.28	2.03	1.54	3.06	4.98	5.30	3.45	2.95

Göttingen, im April 1886.

Inhalt von Nr. 12.
Hugo Meyer, über die Witterungsverhältnisse Göttingens.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stoppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

21. Juli. **№ 13.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 5. Juni 1886.

Khajurâho Inschrift des Chandella Fürsten Dhaṅga, von Saṁvat 1059, erneuert Saṁvat 1173;

mitgetheilt von

F. Kielhorn.

Die Inschrift, von welcher ich im Folgenden eine Abschrift und kurze Inhaltsangabe mittheile, ist von Captain T. S. Burt im Februar 1838 in einem Tempel des Dorfes Khajurâho (Kharjûra, Kajûra, Kajurâhah, Kajrâha, oder Kharjurpur[1]) in Bundelkhand entdeckt worden. Herausgegeben wurde sie, mit Uebersetzung, von Mr. Sutherland, im *Jour. As. Soc. Beng.* Vol. VIII, pp. 159—184, und ausführlich besprochen von Lassen, *Ind. Alterthumskunde*, Vol. III, pp. 782—787. Daß jene erste Ausgabe viele Fehler enthält, ist zuerst von General Cunningham, *Jour. As. Soc. Beng.*, Vol. XXIX, p. 394, angedeutet worden; offenbar ist sie das Machwerk eines höchst unzuverlässigen Paṇḍit, der sich nicht scheute auszulassen was ihm Schwierigkeiten bereitete, und mit staunenerregender Willkühr änderte was ihm unverständlich war. Meine eigene Abschrift ist nach einem mittelmäßigen Abklatsche gemacht, der General Cunningham gehörte, und den ich der Güte meines Freundes J. F. Fleet verdanke. Nach den Angaben

1) Cunningham, Ancient Geography of India, Vol. I, p. 481.

Captain Burt's ist die Inschrift vorzüglich erhalten, und ich vermuthe deshalb, daß ein besserer Abklatsch mir viel Mühe und im Drucke manche Klammern [1]) erspart haben würde; dennoch glaube ich, mit vielleicht einigen Ausnahmen, auf welche ich in den Anmerkungen aufmerksam gemacht habe, alle *Akshara* richtig gelesen zu haben.

Die Inschrift ist 160 Centimeter breit und 86 Centimeter hoch, und enthält 34 Zeilen. Die Sprache, in der sie verfaßt ist, ist Sanskṛit, und die Schrift Devanâgarî des zwölften Jahrhunderts. Die Formen der Buchstaben sind die gewöhnlichen, und bemerkenswerth ist vielleicht nur, daß च und ऱ, ebenso wie त, न und ल, und ध und व leicht verwechselt werden können. Was die Orthographie betrifft, so wird *b* stets durch व bezeichnet, und steht der dentale Sibilant स häufig an Stelle des palatalen श, bisweilen auch umgekehrt श für स.

Mit Ausnahme des einleitenden ओं ओं नमः शिवाय, und der Daten in Z. 32—33 und Z. 34 ist die Inschrift in Versen. Die Verse 1—62 sind von einem Dichter Râma verfaßt; der Verfasser der später hinzugefügten Verse 63 und 64 wird nicht genannt. Erwägt man, daß der Dichter von den Fürsten, die er zu besingen hatte, außer ihren Namen wahrscheinlich so gut wie Nichts wußte, so wird man zugeben, daß er seine Aufgabe, im Geschmacke seiner Zeit, mit Geschick gelöst hat. Ein wirklich schlecht gebauter Vers ist nur 39.

Zweck der Inschrift ist der Preis des Fürsten Dhaṅga, der einen S'iva-Tempel erbaut hatte, für den die Inschrift bestimmt gewesen sein muß. Ihr historischer Werth liegt hauptsächlich in den Daten welche sie für die Geschichte der Chandella Dynastie liefert. Absichtlich enthalte ich mich hier jeder Bemerkung über diese Dynastie [2]), weil ich diesen Gegenstand nach Herausgabe andrer noch unedirter Inschriften von Khajurâho im Zusammenhange zu besprechen hoffe.

Inhaltsangabe.

Nach den Worten 'Om! Om! Verehrung dem S'iva!' preist der Dichter in V. 1—3 S'iva (Rudra, Digambara, S'ûladhara, Maheśvara), in V. 4 Bhâratî, die Göttin der Beredsamkeit, in V. 5 Gaṇeśa, und giebt in V. 6 seiner Verehrung für andre Dichter Ausdruck.

V. 7 beschreibt die Entstehung des Weltei's; (V. 8) aus den beiden Hälften desselben machte Brahman Himmel und Erde, aus sei-

1) In Klammern gebe ich alle undeutlichen *Akshara*; auf *Akshara*, über deren Lesung ich zweifelhaft bin, mache ich in den Anmerkungen besonders aufmerksam.

2) Zur Litteratur vgl. Centenary Review, As. Soc. Bengal, II, p. 123.

nem eigenem Geiste schuf er Marîchi, Atri, und andre fromme Seher. (V. 9) Der erhabenste von diesen war Atri; aus seinem Auge entsprang Soma, der Mond, und von ihm wurde Chandrâtreya geboren, (V. 10) dessen Weisheit der Beschreibung spottet. (V 11) Er ist der Stammvater des königlichen Geschlechtes, das im Folgenden gepriesen wird [1]).

Nachdem der Verfasser (V. 12) prophezeit hat, daß die Nachkommen des Chandrâtreya die Erde, so lange der Mond besteht, beherrschen werden, und nachdem er (V. 13) seine Verehrung für die früheren mächtigen Könige dieser Familie ausgesprochen hat, erzählt er, (V. 14) daß im Laufe der Zeit in diesem Geschlechte ein berühmter König,

(*1*) Nannuka [2]), erstand, (V. 15) dessen Tapferkeit die Götter an Arjuna erinnerte. (V. 16) Er hatte einen Sohn,

(*2*) Vâkpati [3]), (V. 17) der an Weisheit und Tapferkeit die mythischen Könige Pṛithu und Kakutstha übertraf. (V. 18) Sein Sohn hieß

(*3*) Vijaya, (V. 19) dessen Ruhm von den himmlischen Sängerinnen gesungen wurde, (V. 20) und der, nachdem er sich die benachbarten Fürsten botmäßig gemacht hatte, selbst den fernsten Süden Indiens und Ceylon mit Krieg überzog (eine gewöhnliche poetische Phrase). Er hatte (V. 21) einen Sohn

(*4*) Râhila [4]), (V. 22—23) der seinen Freunden half und seine Feinde bedrängte. (V. 24) Der Sohn dieses Fürsten war

(*5*) Harsha, (V. 25—28) ein König, der die ganze Erde beschützte und ein Schrecken seiner Feinde war. (V. 29—30) Seine Gemahlin Kañchhukâ [5]) (V. 31) gebar ihm einen Sohn,

(*6*) Yaśovarman [6]) *(Yaśovarmadeva)*, der, (V. 32—33) ein

---

1) Der Name Vâyvaryaman, den Sutherland und Lassen geben, steht nicht in der Inschrift.

2) Lassen ändert den Namen, ohne Grund, zu Nandaka. Zwischen Nannuka und Vâkpati schiebt er einen König Arjuna ein.

3) Sutherland hat Vâgyati, Lassen Vâgyuti.

4) Sutherland und Lassen haben Vahila.

5) Sutherland hat Kunkati und Kankuta, Lassen Kantukâ; die Bemerkung, 'daß sie von dem Geschlechte des Götterflusses oder der Gangâ abstamme', beruht auf einem Mißverständnisse.

6) Sutherland und Lassen haben Yaśodharmadeva; die Annahme 'er müsse im vorgerückten Alter König geworden sein', beruht auf einem Mißverständnisse; ebenso die Bemerkung 'seine Regierung' müsse 'eine höchst unglückliche' gewesen sein. In beiden Punkten würde die Inschrift eher das Gegentheil beweisen. Falsch ist auch, daß die Gemahlin des Königs Narmadevâ oder Narmadevî geheißen habe.

frommer und freigebiger Herr, (V. 34) sich seine Feinde botmäßig machte, (V. 35—36) mit seinem Ruhme und seinen Tugenden die ganze Erde erfüllte, und so (V. 37) seine Herrschaft befestigte. Dieser König ließ (V. 38) einen großen Teich graben und (V. 39) einen Tempel erbauen, den er dem Vishṇu weihte. (V. 40—41) Seine Gemahlin, die aus edler Familie war, (über deren Namen ich aber zweifelhaft bin), gebar ihm (V. 42) einen Sohn,

(7) Dhaṅga[1]), der (V. 43—44) mit dem Gotte Vishṇu-Kṛishṇa verglichen wird. Seine Macht war so gewaltig, daß (V. 45) die Herrscher von Kośala, Kratha, Siṁhala (Ceylon), und Kuntala seinen Befehlen lauschten, und (V. 46) die Gemahlinnen der von ihm unterworfenen Könige von Kâñchî, Andhra, Râḍhâ, und Anga in seinen Gefängnissen schmachteten. Alles dies ist natürlich grobe Uebertreibung, und ebenso verhält es sich mit der Angabe, (V. 47) daß der Ruhm Dhaṅga's sich über die fernsten Länder der Erde und darüber hinaus verbreitet hatte.

(V. 48—51) Der König Dhaṅga erbaute dem Gotte S'ambhu (S'iva) einen prachtvollen Tempel mit zwei Lingas, einem smaragdenen und einem aus Stein verfertigten, das im Tempel aufgestellt war. (V. 52) Außerdem ließ er unendliche Quantitäten Goldes vertheilen, und (V. 53—54) herrliche Wohnungen für fromme Brahmanen errichten, die von ihm mit Schenkungen an Land, Kühen, Korn und Geld bedacht wurden.

(V. 55) Nachdem Dhaṅga die ganze Erde allein beherrscht und über 100 Jahre gelebt hatte, gab er, mit geschlossenen Augen, alle seine Gedanken auf Rudra gerichtet, und leise betend, seinen Geist im Wasser der Flüsse Ganges und Yamunâ auf.

(V. 56) Obiges Loblied des Fürsten ward beendigt, als der königliche Hauspriester Yaśodhara der Rechtspflege vorstand; (V. 57—58) verfaßt ist es vom Dichter Râma, dem Sohne Balabhadra's, und Enkel des Dichters Nandana, aus der S'âbara (?) Familie, und gebürtig aus Tarkârî (Tehri?); (V. 59) geschrieben vom Kâyastha Yaśaḥpâla; und (V. 62) in den Stein gehauen von Siṁha.

(V. 60) Der von Dhaṅga dem S'iva (Pramathanâtha) geweihte Tempel wurde gebaut vom Baumeister Chhichchha. (V. 61) Möge er stehen, so lange die Welt besteht!

Auf V. 62 folgen in Prosa die Worte, mit denen die Inschrift ursprünglich geendet hat:

'Im Jahre 1059; im Reiche des erhabenen Herrschers Dhaṅga

1) Früher Banga gelesen, aber ebenso wie die Namen des zweiten und vierten Fürsten schon von General Cunningham richtig gelesen.

(*Śrîdhaṅgadeva*), des Châ n d e l l a Königs von K h a r j û r a. Hier endet das Loblied des Gottes, des hehren M a r a k a t e ś v a r a' (*i. e.* S'iva's, dessen smaragdenes Linga im Tempel verehrt wurde).

Die Verse 63 und 64 fügen hinzu, daß der König J a y a v a r m a n (*Jayavarmadeva*) die Inschrift erneuern ließ [1]), und daß die Schrift, wie wir sie jetzt auf dem Steine lesen, vom Gauḍa Kâyastha J a y a p â l a herrührt. — Das Datum der Erneuerung, mit dem die Inschrift nun endet, ist:

'Freitag, am 3ten der lichten Hälfte des Monats Vaiśâkha, im Jahre 1173'.

[Während des Druckes habe ich den höchst werthvollen 21sten Band der Reports, Archaeol. Survey of India, erhalten, in welchem General Cunningham die Khajurâho Inschriften einer erneuten Besprechung unterzogen und auch ein, leider sehr kleines, Facsimile der hier veröffentlichten Inschrift gegeben hat (Plate XVIII). Ich habe dieses Facsimile bei der Correctur genau verglichen, habe aber darin für zweifelhafte Stellen keine Hülfe gefunden. Trotz General Cunningham's Bemerkung auf S. 56 glaube ich, daß das erste Datum der Inschrift 1059, nicht 1056, ist; und ich glaube nicht, daß das auf *Śrîkharjjûra* in Z. 33 folgende Wort *vâṭika* ist. In Bezug auf die S. 68 gegebene Uebersetzung der beiden letzten Verse der Inschrift bemerke ich, daß in denselben weder von 'irregular letters' noch von 'letters in the *Kumuda* form' die Rede ist, und verweise auf den Text der Verse und meine Anmerkungen. Endlich möchte ich noch darauf aufmerksam machen, daß die Inschrift einen Fürsten G a ṇ ḍ a D e v a nicht erwähnt.]

1) Die Angaben daß die ursprüngliche 'Inschrift durch die Thränen der Söhne und Frauen seiner in den Kämpfen erschlagenen Feinde verwischt oder undeutlich geworden sei' und daß die Buchstaben der erneuten Inschrift *Kakud*- oder Spitzen ähnliche genannt seien, beruhn auf falscher Lesung und Mißverständniß.

Text der Inschrift.

[1] ओं

ओं नमः शिवाय ॥

विष्टपविकटवटानामज्ञायमानाय वीजभूताय ।
रुद्राय नमः पालनविलयकृते निःक्रियायापि* ॥ — V. 1.
तूर्णं घूर्णति यत्र गोत्रसिखरि*व्यूढः समूढः पत
त्यत्यावर्त्तित[मू]र्त्तिरार्त्तविरुतं कुर्व्वन्ककुप्कुम्भिनां ।
सप्तांभोध्यवधिप्रधूतवसुधावन्धैः* कवा[न्धी]कृत
स्व
[2] [र्गा]द्रिः क्षयकांडतांडवविधिः शैवः शिवायास्तु वः ॥ — V. 2.
कस्त्वं द्वारि दिगंवरैः* क्षपणकः कस्मादकस्मा[द्क्षो]
[वा]लें* शूलधरो धिगायुधविधिं वर्क्षीस्त्वदर्क्षो ननु ।
मां ज्ञानीहि महेश्वरं स्फुटमिदं वस्त्रेप्यभा[णा]दिति
प्रेयस्या परिहासतो विकसितं शंभोः शुभायास्तु वः ॥ — V. 3.
पशुपतिवदनच्छद्मनि कृतवसतिः पद्मसद्मनि स
[3] [दा] या ।
जयति वि[ल]क्षणाद्रूपा मुक्ताभा भारती भ्रमरी ॥ — V. 4.

V. 1. Âryâ. — (*b*) Lies निष्क्रियायापि. — क्षायते fasse ich als Denominativum von क्षत्र 'Brahman'.

V. 2. Śârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies °शिखरि°; (*b*) ursprünglich °म्बिनाम्, aber म् ausgestrichen; (*c*) lies °बन्धः कबन्धी°.

V. 3. Śârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies दिगंबरः; (*b*) lies बाले, und बर्हा°; (*c*) über °भाणादिति bin ich zweifelhaft; das Original scheint ursprünglich °भानादिति gelesen zu haben, aber über dem Akshara ना steht ein Zeichen, durch welches, wie ich vermuthe, न in ण verwandelt werden soll. अभाणात् wäre zu übersetzen mit 'ohne daß du es sagst'.

V. 4. Âryâ.

गिरिशशिरसि यच्छन्कस्तमिन्दोः कलायां
मृदुकमलमृणालीग्रासगृध्नुः शिशुर्वै।
जयति विधुतमूर्द्धोन्माललीलांबुजेनं
स्मितकुपितमृडानीताडितो नागवक्त्रः॥ — V. 5.

निजोपज्ञप्रज्ञाप्रसरपरिविस्फारमुकुरे
पदार्थानां सार्थः प्रतिफलति
[4] येषामविततथः।
गिरां ग्रामो येषामधरमधिशेते स्वयमयं
नमस्तेभ्यः सद्भिः पुलकितजगद्यः किमु वरम्॥ — V. 6.

कल्पादौ किल केवलं खमखिलं धांतावनद्धं ध्रुवं
शून्यं वीक्ष्य सिसृक्षतो जगदभूद्व्याद्मुद्रोन्निलः।
तत्राभूदनलोनलाज्जलमभूद्धीजाद्मोघाज्जले
ज्वालामालि हिरन्मयं महदभूदंडं विभोर्ब्रह्मणः॥ — V. 7.

तदंडभांडखंडाभ्यां
[5] द्यां भुवं विदधे धिया।
ब्रह्मा ब्रह्मनिधीन् पुत्रान् मरीच्यत्रिमुखान्मुनीन्॥ — V. 8.

V. 5. Mâlinî. — (*b*) Lies शिशुत्वे; (*c*) lies °लीलांबुजेन. Für den Instr. विधुतमूर्ध्ना könnte man den Nom. विधुतमूर्धा vermuthen.

V. 6. S'ikhariṇî. — (*d*) Das Original hat सद्भिलकित°, aber द्भि ist ausgestrichen, und auf dem oberen Rande des Abklatsches (über °भूताय der ersten Zeile) erkenne ich deutlich das Zeichen Visarga, dem ein anderes Akshara folgt, dessen unterer Theil der Vocal *u* (ु) ist. Ich bin etwas zweifelhaft über die in Klammern stehenden Aksharas am Ende der Zeile; der Vocal von नु ist undeutlich. — Der Vers fehlt im *Jour. Beng. As. Soc.* Vol. VIII, p. 168.

V. 7. S'ârdûlavikrîḍita. — (*d*) Lies हिरण्मयं, und °ब्रह्मणः.

V. 8. Anushṭubh. — (*b*) Lies ब्रह्मा ब्रह्म°. Zu मरीच्यत्रि° vgl. *Amarakoṡa* I, 3, 27.

मध्ये तेषां प्रकृततमसां मा[नसा]नां मुनीनां
ओमानत्रिः प्रथितमहिमा नेत्रपात्रे प्रसूतम् ।
यस्य ज्योतिःपटलजटिलं मंडलं [वन्द्य]मिन्दो-
[श्चं]द्रात्रेयः समजनि [मु]निस्तस्य पुत्रः पवित्रः ॥ — V. 9.

दूरापास्तसमस्तसंशयविपर्यासप्रकामोज्वलं*-
ज्ञानालोकविलो-
[6] किताखिलजगत्सर्ग्गापवर्ग्गस्थितेः ।
सर्व्वज्ञप्रतिमस्य [तस्य] कृतिनः का[रु]ण्यपुण्यात्मनः
पारं गंतुम[सन्न]दीपमहसः को वा महिम्नां क्षमः ॥ — V. 10.

नीरं[ध्रो] नि[रु]घो] निसर्ग्गसरलः साशोत्तराभ्यन्तरो
निर्ग्रंथिः पृथुलाग्र[भाग]सुभगः प[र्व्व]स्वखर्व्वस्थितिः ।
आमूलं फलितोप्यसेवितविपत्क्रूरारिदावाग्निना
न म्लानिं गमितस्ततः समभवद्वंशोयम-
[7] त्यद्भुतः ॥ — V. 11.

आचंद्रं चंद्रात्रेयवंसजाः* क्षितिभुजः क्षितिम् ।
भोक्ष्यत्यक्षतदोर्द्दंडचंडिमानो[ग्नि]तेजसा ॥ — V. 12.

ये पूर्व्वत्र पवित्रितक्षितितलाः सत्कर्म्मसर्ग्गप्रियाः
प्राणप्रार्थनयाप्यखिन्नमनसः पर्याप्तसत्य[व्र]ताः ।

V. 9. Mandâkrântâ. — Vgl. *Vishṇupurâṇa* IV, 6.

V. 10. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies °मोऽज्वल°; (*c*) das Original hat ein Interpunctionszeichen am Ende dieser Zeile.

V. 11. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Die in Klammern gesetzten Akshara रुघो sind zweifelhaft.

V. 12. Anushṭubh. — (*a*) Lies °वंशजाः. Der Herausgeber im *Jour. Beng. As. Soc.* Vol. VIII giebt nur einen Theil dieses Verses, und bemerkt p. 177: 'The rest of this sloka is wanting'.

V. 13. S'ârdûlavikrîḍita. — (*b*) Das न von °मनसः war ursprünglich

निःसिंदूरित[दु]र्व्विनीतवलवत्सामन्तसीमन्तिनी
सीमान्ताः* पृथिवीभुजो विजयिनस्तेभ्योखिलेभ्यो नमः॥—V.13.

[8] कालेनेह महावं[शे] प्रशंशाँप्रांशुरंशुमान् ।
मुक्तामणिरिव श्रीमान्नन्नुकोभून्महीपतिः॥ — V. 14.
तेन विक्रमधनेन धन्विना
क्रामता युधि वधाय विद्विषाम् ।
धुन्वता धुनरधि[ज्य]मर्ज्जुनं
स्मारिता दिवि विमा[न]गामिनः॥ — V. 15.
तस्माद्दारकोर्त्तेरजनि जनानंदसुंदरः श्रीमान् ।
तनयो विनय[नि]धानं वा[क्प]तिरिव वाक्पतिः क्षितिपः॥—V.16.
विख्यावदा
[9] तङ्दयेन हृदि प्रजाना
मातंकशंकुमकलंकितविक्रमेण ।
तेनापनीय नयनिर्म्मललोचनेन
शंको[चि]ताः* पृथुककुत्स्थकथार्थकंथाः॥ — V. 17.
तस्य क्ष्मातिलकस्य लोकतिलकः पृथ्वीपतेर्भूपतिः
स श्रीमान्विजयो जयाय जगतां जज्ञे कृतज्ञः सुतः ।
यस्योदात्तमतेः प्रसूतिसमये धात्रां
[10] महिम्नां निधेः
सानंदं सुरसुंदरीभिरवनौ क्षिप्ताः सलाजाः अजः*॥ — V. 18.

---

ausgelassen und steht in kleiner Schrift unter der Zeile; (*c*) lies °बलव°; (*d*) lies °सीमन्ताः, und vgl. z. B. *Vâsavadattâ* p. 127 und p. 247.

V. 14. Anushṭubh. — (*a*) Lies प्रशंसा°.

V. 15. Rathoddhatâ.

V. 16. Âryâ.

V. 17. Vasantatilakâ. — (*d*) Lies संकोचिताः; त in त्स्य ist sehr undeutlich.

V. 18. S'ârdûlavikrîḍita. — (*d*) Lies अजः.

किन्नरीभिरधिकंधरं सखी-
राकलय्य भुजयास्य भूभुजः ।
काकलीकलमगीयत स्फुर-
त्प्रौढमुत्पुलकमुज्वलं यशः ॥ — V. 19.

विनयनतसुमित्रापत्यसंवाहितांघ्रिः
प्रवरकरिचमूभिः क्रान्तपर्यन्तभूमिः ।
सुकृदुपकृति-
[11] दक्षो दक्षिणाशां जिगीषुः
पुनरधित पयोधेर्बन्धवैधुर्यमर्यः ॥ — V. 20.

तस्मान्नृपतिसमुद्राद्दुष्पादि नरेंद्रचंद्रमाः सूनुः ।
स श्रीराहिलनामा विहृततमा वंदिताभ्युदयः ॥ — V. 21.

प्रसन्ने तत्र भूपाले प्रसरच्चित्रभानवः ।
नाथवत्तोर्थिनां वासाः सरोषे द्विषदालयाः ॥ — V. 22.

V. 19. Rathoddhatâ. — (*d*) Lies °मुत्त्वलं.

V. 20. Mâlinî. — (*d*) Lies °र्बन्ध°. Alle Akshara der letzten Zeile sind deutlich. Ich übersetze: 'Den Süden zu erobern wünschend versetzte der Herr das Meer noch einmal in die klägliche Lage der Gefangenschaft', d. h. er überbrückte die Meerenge zwischen Indien und Ceylon, wie es Râma vor ihm gethan hatte. Siehe meine Bemerkung im *Indian Antiquary*, Vol. XV, p. 42. Natürlich können die drei ersten Zeilen des Verses auch auf Râma bezogen werden.

V. 21. Aryâ. — (*b*) Das Original hatte ursprünglich विहिततमा. Statt श्रीराहिल° könnte auch श्रीचाहिल° gelesen werden, aber der Abklatsch einer andern Inschrift derselben Dynastie hat deutlich राहिल, nicht चाहिल.

V. 22. Anushṭubh. — (*b*) Ich bin zweifelhaft über die am Anfange der Zeile in Klammern stehenden Akshara. Das erste dieser Akshara sieht wie भ aus; das zweite könnte man auch त lesen; der obere Theil des dritten Akshara scheint sicherlich न zu sein, der untere Theil ist undeutlich, und ebenso ist der obere Strich von े; auch das ि in र्थि ist undeutlich, aber र्थि sicher. An Stelle von वासाः hat das Original वासः, aber über स scheint ein Zeichen zu stehen, welches स in सा verwandeln soll. Das ं im letzten Akshara von सरोषे ist undeutlich. — Ich würde übersetzen: 'Wenn die-

कोशपानमसि[वा]र्योषि-

[12] तां

नाभि[भू]तजनरत्नसंपदां ।

पत्त्रपातमिषुदुष्टभूभृतः

प्रा[पु]रस्य न सुहृत्सभासदः ॥ — V. 23.

तस्मात्तीव्रप्रतापज्वलनकवलितोत्तालभूपालतूला-

[न्मू]लाच्छीलद्रुमाणामनणुगुणगणालंकृतेः कीर्त्तिभर्त्तुः ।

स श्रीकर्षोरिकर्षज्वरहरणमणिः क्षीणनिःशेषदोषः

सन्तोषाय प्रजानामज-

[13] नि निजभुजाभ्यार्जितविभ्राजितकीर्त्तिः ॥ — V. 24.

यं दृष्ट्वैव कृपाणपाणिमकृतव्यापा[र]चा[पं] युधि

क्रो[धा]क्रा[न्त]विलोच[नो]त्पलदलभ्रूभंगभी[मा]ननम् ।

उत्साहो हृदयाद्धनुः करतला[च्चा]धोमुखा[ः की]र्त्ति[यो]

दिग्भ्यः साध्वसवेपमानवपुषो नष्टाः परेषां क्रमात् ॥ — V. 25.

---

ser Fürst gnädig war, so strahlten die Wohnungen der ihn anflehenden, die an ihm einen Schutzherrn hatten, in hellem Glanze; war er aber zornig, so verzehrte das Feuer die Behausungen seiner Feinde, die ihm botmäßig wurden'.

V. 23. Rathoddhatâ. — (*a*) Das eingeklammerte Akshara sieht eher wie धा aus. — कोश ist 'Degenscheide', 'Becher', und Schatz'; पत्त्रपात 'das Herabfallen der Federn am Pfeile', und 'Parteilichkeit'. 'Die Schwerter hatten ihre Scheiden, leichtfertige Dirnen tranken ihre Becher, aber der Fürst eignete sich nicht die aus Juwelen bestehenden Schätze der von ihm Unterworfenen an. Pfeile verloren ihre Federn, und schlechte Fürsten hatten von seiner Parteilichkeit zu leiden, aber nicht seine Freunde und Rathgeber'.

V. 24. Sragdharâ.

V. 25. S'ârdûlavikrîḍita. — (*b*) Für das eingeklammerte नो hat das Original नौ, welches zu नो verändert ist. (*c*) Das eingeklammerte च्चा ist nur Vermuthung; was auf dem Steine gestanden hat, ist nicht zu erkennen. Von dem folgenden : की ist nur der Vocal deutlich; auch von dem Akshara यो ist nur der obere Theil zu erkennen.

तेनाच्युतेन भीमेन वलेनँ कृतवर्म्म-
[14] णा।
समुद्रपरिखा पृथ्वी पुरी सूरेणँ रक्षिता ॥ — V. 26.
अपक्षधात्रीधररक्षणक्षमः
सदैव दोषाकरसंगभंगुरः।
वहिःकृतँक्रूरभुजंगसंगम-
स्तिरस्करोति स्म स तूर्णमर्णवम् ॥ — V. 27.
दूरा[पा]स्तप्रवरतुरगैर्दूरमुक्तातपत्रै-
र्दूरायातैः सपदि शिरसा सासनं[धा]रयद्भिः।
तस्य द्वारि द्विरदमदनिःस्यदँपंकां-
[15] कितायां
सेवाकेतोः प्रणतिपरमैरा[श्रि]तं भूमिपालैः ॥ — V. 28.
[वृ]त्तोज्वलाँ गुणाधा[रा] महार्घा हृदयंगमा।
हारावलीव तस्यासीत्कंठु[के]ति प्रियोत्तमा।[।] — V. 29.
वर्णा[ः] स्वर्णरुचिर्विलोचनयुगं नी[लं] सचंद्रोपलँ
पाणिः शोणिँमणिद्युतिः सचरणो दत्तच्छदो विद्रुमः।

V. 26. Anushṭubh. — (*a*) Lies बलेन; (*b*) lies भूरेषा. 'Unerschütterlich und furchtbar beschützte dieser Held mit gepanzerter Macht' u. s. w.; aber die Worte sind so gewählt, daß sie alle auch auf den Fürsten bezogen werden können, 'dieser Held, der wie Achyuta, Bhîma, Bala, und Kṛitavarman war' u. s. w. (Vgl. V. 41). Er beschützte die ganze Erde als wenn sie seine Burg wäre.

V. 27. Vaṁśastha. — (*c*) Lies बहिष्कृत°. धात्रीधर 'Berg' und 'Fürst'.

V. 28. Mandâkrântâ. — (*a*) Das eingeklammerte रा ist nicht zu erkennen; (*b*) lies श्रासनं; (*c*) lies °मद्निस्यन्द°.

V. 29. Anushṭubh. — (*a*) Lies वृत्तोज्ज्वला; (*b*) das eingeklammerte के ist etwas undeutlich.

V. 30. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Ich kann nicht mit Sicherheit entscheiden, ob der eingeklammerte Visarga auf dem Steine steht; ist er da, so ist er erst später hinzugefügt. Für सचंद्रोपलं, welches auf dem Abklatsche

सद्यःसुक्ति*विमुक्तमौक्तिकतल-
[16] स्वच्छ[श्च चे]तो यतः
स्त्रीरत्नं भुवनैकभूषणमभूत्तेनेयमेका सती ॥ — V. 30.
तस्यास्तस्य स्मर[ण]विहिताघौघविध्वंसनायाः
सत्तीर्थायास्त्रिदशसरितः शान्तनोः पुण्यकीर्त्तेः ।
धर्म्माधारः पितरि सुतरां साधुरिद्धप्रभावो
[भी]ष्मो यद्वत्समजनि सुतः श्रीयसो*वर्म्मदेवः ॥ — V. 31.
तस्य विप्रचरणप्रणामजं
[17] शै[स]वे* शिरसिजश्चितं रजः ।
अप्यकालपलिताकृतिं दध-
त्संदधावधिककामनीयकं ॥ — V. 32.
एकस्मै याचमानाय द्विजाय पलदः शिविः* ।
यावदर्थिजनं प्रादात्कोटिं कोटिमसौ [नृ]पः ॥ — V. 33.
[नंतुं भू]मिलितालिकेन सदसि व्यस्तासनेनासितुं
गंतुं पत्रपुरःसरेण चरणैः स्थातुं च नीचैश्चि-
[18] रम् ।
वक्तुं जीव जयादिशेति नियमं कर्त्तुं विनीतात्मना
तस्मिन्राजनि राजकेन जयिनि त्रासादिदं सिक्षितं* ॥ — V. 34.

---

deutlich ist, lese ich सचंद्रोत्पलं, und übersetze 'ihr Augenpaar war eine vom Monde beschienene blaue Wasserrose'. (*b*) Lies शोणमणि°. (*c*) Lies सद्यःशुक्ति°.

V. 31. Mandâkrântâ. — (*d*) Lies श्रीयशो°. 'The son of S'ântanu was the illustrious and learned Bhîshma, who was born to him by the holy river-goddess, Gangâ' — Wilson, *Vishṇupurâṇa*, IV, 20.

V. 32. Rathoddhatâ. — (*b*) Lies शैशवे.

V. 33. Anushṭubh. — (*a*) Lies शिबिः. S'ibi gab *einem Dvija* (Vogel) ein *Pala* (d. i. 'sein eignes Fleisch' oder 'ein Goldstück'); der Fürst jedem *Dvija* (Brahmanen), der ihn anflehte, zehn Millionen *Palas* ('Goldstücke'). Siehe BR. *s. v.* शिबि.

V. 34. S'ârdûlavikrîḍita. — (*d*) Lies शिक्षितं.

नित्योदि[र्तो]डुभुजगाधिपधाम नि[त्य]-
मानंदि कुंदकुसु[मं] गगनांगा[णं] च ।
तेनाद्भुतं द्वयमिदं यशशाँ [व्य]धायि
धा[त्री]तलं शितसुधा[ला]धंवलंवा[चित्रा]म्* ॥ — V. 35.
संभवति
[19] भुवि मनुष्यः सप्ताकूपारपारदृश्वापि ।
न पुनरिह तस्य नृपतेर्गुणसागरपारगः कश्चित् ॥ — V. 36.
गांधारीं भजता प्रकृष्टशकुनिस्वानप्रियां प्रेयसीं
भीष्मद्रोणावचांस्यकर्णसुखदान्याकर्ण्य संमूर्च्छता ।
[नो] धर्म्मप्रभवं विरोधितवता प्राप्यापि वंशक्षयं
[सं]प्राप्ता धृतराष्ट्रता सुसुखं-
[20] दा विद्वेषिणेत्यद्भुतम् ॥ — V. 37.

V. 35. Vasantatilakâ. — (*c*) Lies यशसा; (*d*) ich kann nicht entscheiden, ob die Punkte über ध und ल्ल wirklich Zeichen für Anusvâra oder zufällige Vertiefungen des Steines sind; lies सितसुधाधवलत्वचित्रम्. — 'Unvergänglich ist die Wohnung des immer wieder aufgehenden Mondes und des Schlangenfürsten (d. i. das Meer); Freude erregt die (weiße) Jasminblüthe und der (weiße) Himmelsraum. *Er* brachte wunderbarer Weise dies beides zu Stande durch seinen Ruhm, (der unvergänglich ist und weißlich strahlt); die ganze Erde erglänzt mit der Weiße des weißen Nectar (weil sie von dem Ruhme des Fürsten erfüllt ist)'.

V. 36. Âryâ.

V. 37. S'ârdûlavikrîḍita. — (*b*) Das Original hat ursprünglich °सुखादा°. (*c*) Das eingeklammerte नो ist Vermuthung; das Original hat ursprünglich त oder न, das aber in undeutlicher Weise verändert worden ist. (*d*) Das erste Akshara der Zeile ist nicht न. — Zum Verständniß bemerke ich: Dhṛitarâshṭra, Neffe des Bhîshma und Vater der Kauravas, hatte zur Gattin Gândhârî, die Schwester des S'akuni; Yudhishṭhira, der älteste der Pâṇḍavas, war der Sohn Dharma's, Droṇa der Lehrer der Kauravas und Pâṇḍavas, und Karṇa ein Verbündeter der ersteren. Zu übersetzen wäre also: 'Zur Gattin habend Gândhârî, die sich an den Worten des fröhlichen S'akuni erfreute, — betäubt, so oft er die Reden Bhîshma's und Droṇa's hörte, die dem Karṇa keine Freude machten, — keineswegs feindlich gesinnt dem

कष्टात्पष्टिसहस्रसूनुभिरसूनुत्सृज्य खातः कृत
स्तत्पौत्रप्रमुखैः पुनस्त्रिभिरसावंभोभिरापूरितः ।
वृत्तान्तं सगरस्य सागरविधावाकर्णयं तूर्णं सुधीः
स्पर्द्धावान[धि]कं व्यधत्त जलधेर्वैल्वं [त]डा[गा]र्णवम्॥—V.38.

त[स्ये]दं सारदेन्दुद्युतिखरसिखरक्षुन्ननक्षचक्रौ
श्च[क्रं रक्ष]न्नमु
[21] ष्मादप[न]यति रथं सारथिः सप्तसप्तेः ।
यत्कुंभः सातकुम्भैस्तुलिनगिरिशिरश्चु[म्बि]वि[म्बा]र्क्क[ता]र्क्कं
कुर्व्वन्नास्ते समस्तस्तुतमसुररिपोर्व्वेस्म वैकुण्ठमूर्त्तेः॥—V.39.

Sohne Dharma's, selbst als er seine Nachkommenschaft von ihm vernichtet sah, — war (der Fürst), der zugleich ein Freund und ein Feind war, in der That Dhṛitarâshṭra'. Das Wunder findet seine Erklärung, wenn wir die letzte Zeile übersetzen 'Von treuen Freunden umgeben und ohne Feinde befestigte der Fürst seine Herrschaft', und dann die in den drei ersten Zeilen enthaltenen näheren Bestimmungen so fassen: Der Fürst hatte zur Gemahlin eine Gândhâra Fürstentochter (?) die den Gesang munterer Vögel liebte; er war außer sich, so oft er das den Ohren unliebsame ominöse Geschrei der Raben hörte; und selbst wenn es sich um die Existenz seines Stammes handelte, übertrat er das Gesetz nicht.

V. 38. S'ardûlavikrîḍita. — (*a*) Das Original hat °सूनि°, verändert zu °सूनु°; खात als *masc.* für 'Graben, Grube' ist ungewöhnlich. (*d*) Lies °वैल्वं, 'einen mit Bilva Bäumen umpflanzten (?) meeresgroßen Teich'. Zu den ersten Zeilen vgl. BR. *s. v.* सगर und भगीरथ.

V. 39. Sragdharâ. — (*a*) Obgleich der zweite Strich des vorhergehenden Interpunctionszeichens mit dem ersten Akshara dieser Zeile verbunden ist und das Akshara deshalb ते gelesen werden könnte, und obgleich das zweite Akshara etwas undeutlich ist, glaube ich doch तस्येदं richtig gelesen zu haben; den Rest der Zeile lese ich शारदेन्दुद्युतिखरशिखरक्षुण्णनक्षत्रचक्रा°. (*c*) Lies शातकुम्भ° und °भ्रुम्बिबिम्बा°; lies °र्वेश्म. — Der Vers, wie er steht, ist ungrammatisch gebaut; ich würde übersetzen: 'Von diesem (Fürsten) rührt diese von allen gepriesene Behausung des Vishṇu her, von der, weil sie mit ihren wie der herbstliche Mond glänzenden scharfen Thürmen den Sternkreis durchbohrt, der Wagenlenker der Sonne, um das Rad zu wahren, den Wagen ablenkt; und deren goldener Dom beständig die Vorstellung

महावंशसमुत्पन्ना प्रसन्ना [धारि]तावनी ।
नर्म्मदेवाभवद्देवी [पुण्या] तस्य महीपतेः ॥ — V. 40.
सदानसूया विकितागसेप्यसा-
वरुं[धती]
[22] जीवितमप्युपासिता ।
वभौ मदान्धान्दमयन्त्यनिन्दिता
मदालसा[भू]न्न पुनः कथंचन ॥ — V. 41.
सा देवी नरदेवादेवाधिपतेः सचीवं सच्चरित्रं ।
तस्मादसूत पूतं जयंतमिव [धं]गमंगभुवम् ॥ — V. 42.
यशोदानन्द[नाच्च]क्रे पूतनामा रणाक्रियां ।
जातो वृष्णिकुले कं स रिपोः क्षेत्ता नरोत्तमः ॥ — V. 43.
[तस्मात्स-
[23] मुत्थित]क्रोधान्नृसिंहान्नखलाविनः ।
हिरण्यकशिपुप्राणत्राणं चक्रे न केनचित् ॥ — V. 44.

---

erweckt, er könnte die mit ihrer Scheibe die Gipfel des Himâlaya küssende Sonne sein'. — Siehe V. 50.

V. 40. Anushṭubh. — (*a*) Lies महावंश°. (*b*) Ueber das eingeklammerte पुण्या bin ich zweifelhaft; der obere Theil des ersten Akshara und der erste Consonant des zweiten sind undeutlich; auch weiß ich nicht ob das Wort den Namen der Fürstin enthält. Auf keinen Fall hieß sie *Narmadevâ*, sondern sie wird mit der Narmadâ verglichen. Vgl. *Amarakośa* नर्मदा सोमोद्भवा.

V. 41. Vaṁs'astha. — (*c*) Lies ब्रभौ. Indirect wird die Fürstin mit Anasûyâ, Arundhatî, Damayantî, und Madâlasâ verglichen. Vgl. V. 26.

V. 42. Âryâ. — (*a*) Lies प्राचोव सच्चरितं. (*b*) Das eingeklammerte Akshara यं könnte hier वं gelesen werden; vgl. aber unten.

V. 43. Anushṭubh. — (*b*) Lies °पोऽक्रेत्ता. — Wird der Vers auf Vishṇu-Krishṇa bezogen, so ist in der ersten Zeile zu schreiben पूतनामारणाक्रियां 'die Tödtung der Unholdin Pûtanâ', und in der zweiten कंसरिपोः 'des Feindes Kaṁsa'. Vgl. z. B. *Vâsavadattâ* p. 12 und p. 150.

V. 44. Anushṭubh. — (*a*) Ueber die eingeklammerten Akshara bin ich zweifelhaft; sicher scheint mir das erste und zweite, vom vierten der

देवालोकय कोशलेश्वरमितस्तूर्णं समाकर्ण्यता-
मादेशः क्रथनाथ सिंहलपते नत्वा वहिः स्थीयताम् ।
त्वं विज्ञापय कुंतलेन्द्र वदने दत्वोत्तरीयांचलम्* ।
तस्यास्थानगतस्य
[24] वेत्रिभिरिति व्यक्तं समुक्तं वचः ॥ — V. 45.
का त्वं कांचीनृपतिवनिता का त्वमंध्राधिप[स्त्री]
का त्वं राढापरिवृढवधूः का त्वमंगेंद्रपत्नी [।]
इत्याला[पाः] समरजयिनो यस्य वैरिप्रियाणां
कारागारे सजलनयनेंदीवराणां बभूवुः* ॥ — V. 46.
का त्वं कस्य किमर्थमत्र भवती प्राप्ता शशांकोज्वलां*
सिद्धाः
[25] कीर्त्तिरकं वुधिकसुहृदः श्रीधंगपृथ्वीपतेः ।
भ्रांत्वा विस्वंमशेषमागतवती स्फारीभवत्कौतुका
लोकालोकमहामहीध्रसिखरश्रेणिश्रियं वीक्षितुं ॥ — V. 47.
मरकतमयं तुंगं लिंगं यदर्चितमेश्वरं
त्रिदशपतिना तस्माल्लब्धं* प्रसाद्य किरीटिना ।
तद्वनितलं तेनानीतं युधिष्ठिरपूजितं

Consonant म, und das letzte, त. Das dritte Akshara scheint ursprünglich त्सा, d. i. त्सो, gewesen zu sein, aber es ist daran geändert: das fünfte Akshara ist ganz unleserlich. — हिरण्यकम्बु bedeutet auch 'Gold und Kost und Kleidung'; vgl. *Vâsavadattâ* p. 11.

V. 45. Śârdûlavikrîḍita. — (*c*) Statt °चलम् । lies °चलं; (*d*) ursprünglich तस्य स्था°.

V. 46. Mandâkrântâ. — (*a*) Statt des zweiten का ursprünglich क; (*b*) das Interpunctionszeichen am Ende fehlt; (*d*) lies बभूवुः.

V. 47. Śârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies °कोज्ज्वला; (*b*) lies बुधे°; (*c*) lies विश्वम°; (*d*) lies °शिखर°.

V. 48. Hariṇî. — (*b*) Lies °स्तब्धं; (*d*) lies निवेशितं.

ज्ञयति

[26] ज्ञग[ति] श्रीधंगेन प्रणाम्य निवेसितं॥ — V. 48.

वेस्मन्यस्मंमयस्तेन भूपालेन प्रतिष्ठितः।
द्वितीयो द्योतते देवः क्लेशपासंहरो हरः॥ — V. 49.

तेनायं सरदभ्रसुभ्रसिखरः श्रीधंगपृथ्वीभुजा
प्रासादस्त्रिदशप्रभोर्भगवतः संभोः समुत्तंभितः।
यस्याभ्रंकषकालधौतकलसप्रान्तस्खलत्स्पंदनो
मेरोः सृं

[27] गमतुंगमेव मनुते चित्रीय[माणो]रुणाः॥ — V. 50.

भक्त्वा भवस्य नूनं शिल्पिसरीरेषुं कृतसमावेशः।
स्वयमेव विश्वकर्म्मा तोरणरचनामिमां चक्रे॥ — V. 51.

ज्ञा[य]ति विकटो [व]ठोयं कठककोठीरनेन तुलयित्वा।
अतुलेन तुलापुरुषाः सतसो विश्राणितास्तेन॥ — V. 52.

षठ्कर्म्माभिरता रताः परहिते संसुद्धवं[सोद्धता]

[28] [:]

प्रारब्धांधरधूमधूम्रवपुषोप्येकान्ततो निर्म्मलाः।
तेनेते धनधान्यधेनुवसुधादानेन संमानिताः
सौधेषु स्फटिकाद्रिकूठविकटेष्वारोपिता ब्राह्मणाः॥ — V. 53.

V. 49. Anushṭubh. — (*a*) Lies वेश्मन्यश्म°; (*b*) lies क्लेशपाश°. — प्रतिष्ठितः, wie oft, für प्रतिष्ठापितः.

V. 50. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies शरद्भ्रशुभ्रशिखरः; (*b*) lies शंभोः; (*c*) lies °कलशप्रान्तस्खलत्स्पंदनो; (*d*) lies शृंग°. — Vgl. V. 39.

V. 51. Âryâ; die erste Hälfte ist unregelmäßig. — (*a*) Lies °शरीरेषु.

V. 52. Âryâ. — (*a*) Das eingeklammerte Akshara व sieht eher wie ध aus. (*b*) Lies शतशो.

V. 53. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Das Original hatte ursprünglich °भिरता: रताः. Lies संशुठ°. Ueber die drei eingeklammerten Akshara bin ich zweifelhaft; das Original scheint ursprünglich सठता gelesen zu haben, aber स ist zu

ब्रह्मसु* ब्रह्मकल्पेषु ये[ष्वे]कत्र निवासिषु ।
दक्षिणेन तुषाराद्रिं क[ल्प]ग्रामोपरोभवत् ॥ — V. 54.
रक्षित्वा क्षितिमंबुरासिरसना*मेतामनन्याय[तिं]
[29] जीवित्वा सरदां सतं* [स]मधिकं श्रीधंगपृ[थ्वी]पतिः ।
रुद्रं मुद्रितलोचनः स हृदये ध्यायञ्जपन्* जा[ह्न]वी-
कालिंद्योः सलिले कलेवरपरित्यागादगान्नि[र्वृ]तिं ॥ — V. 55.
धर्म्माधिकारमनुसासति* सास्त्रतोत्र
मित्रे सतां स्फुरितधामनि धर्म्मवु[द्धौ]* ।
श्रीमद्यशोधरपुरोधसि वेधसीव
सिद्धिं जगाम जगतीपतिकीर्त्तिरेषा ॥ — V. 56.
तार्क्कारिकः प्र-
[30] वर[सावरवंस]जन्मा
श्रीनंदनः कविरभूत्कविचक्रवर्त्ती ।

सो (*i. e.* शो), und vielleicht sind auch die beiden folgenden Akshara ढता zu ढ्वा verändert. Ob das erste Zeichen der Z. 28 Visarga oder Upadhmânîya ist, kann ich nicht erkennen. (*b*) Ich kann nicht erkennen, ob das Original प्रारब्धाध्वर° oder प्रारध्वाध्वर° hat; lies प्रारब्धाध्वर°. (*d*) Lies ब्राह्मणाः. — Die sechs Beschäftigungen eines Brahmanen sind nach BR. अध्ययन, अध्यापन, यजन, याजन, दान, und प्रतिग्रह, Studieren, Lehren, Opfern für sich selbst oder für Andere, Geben und Empfangen von Gaben. 'Die Paläste, hoch wie die Kuppen des Kailâsa', welche für die Brahmanen hergerichtet waren, sind dieselben Gebäude, die sonst *Brahmapurî* genannt werden. Siehe *Indian Antiquary* Vol. XV, p. 44, Note 130.

V. 54. Anushṭubh. (*a*) Lies ब्रह्मसु ब्रह्म°. (*b*) Ursprünglich दक्षिणान. — Im Norden des Himâlaya ist das eigentliche Land der Glückseligkeit; *hier* hatten die Brahmanen *südlich* vom Himâlaya eine Stätte gefunden, wo alle Wünsche erfüllt wurden.

V. 55. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies °मंबुराशिरशना°; über den Anusvâra des letzten Akshara bin ich zweifelhaft. (*b*) Lies शरदां शतं. (*c*) Lies °पञ्जा°.

V. 56. Vasantatilakâ. — (*a*) Lies °शासति शा°; (*b*) lies °बुद्धौ.

V. 57. Vasantatilakâ. — (*a*) Die eingeklammerten Akshara sind undeutlich; ich vermuthe प्रवरशाबरवंशजन्मा 'geboren in der vornehmen S'âbara

तस्यात्मजः समजनि श्रुतपारदृश्वा
श्रीमांस्तपोधिकवलो* वल[भ]द्रनामा ॥ — V. 57.
सूनुः सूनृतगोर्गिरींद्रमहिमा भ[द्रस्य] तस्याभव-
द्भूपालैर्भुवि पूजितांह्रिर[न]घः साहित्यरत्नाकरः ।
श्रीरामो रमणीयशूक्ति*रचनाचातुर्यधुर्यः कृती
[31] तेनेयं विहिता प्रशस्तिर[तुला]
[लग्ना]लये शू[लि]नः ॥ — V. 58.
न संकीर्ण्णा वर्ण्णाः क्वचिदिह न सापल्यकलुषाः
स्थिताः काय[स्थे]न प्रथितकु[ल]शीलोज्वल*धिया ।
यशःपालेनायं वि[दि]तपदविद्येन लिखितः
प्रशस्तेर्विन्याशः* कृतयुगसमाचारशदृशः* ॥ — V. 59.
विज्ञानविश्वकर्त्त्रा धर्म्माधारेण सूत्रधारेण ।
च्छिं*च्छा[भि]धेन विदधे प्राशादः* प्रमथनाथस्य ॥ — V. 60.
यावत्पृथ्वी स-
[32] पृथ्वीध[र]नगरवना [द]त्तमुद्रा समुद्रै-
र्याव[द्रा]निशुरुक्च्युतिरयममृतस्यंदनः शीतरस्मिः* ।
यावद्ब्र*ह्मांडभांडस्थितिरियमथवा स्थास्नुतां स्थाणवीयः
प्राशादं*स्तावदेष व्रजतु नरपतेर्द्दत्तकैलासहासः ॥ — V. 61.

Familie'. (*d*) Lies °वलो वल°. — Das erste Wort des Verses, ताक्र्कारिकः leite ich von तर्कारी oder तर्कारिका ab, und vermuthe, daß dies der Ort ist der auf der Kupferplatte *Jour. Beng. As. Soc.* XLVII, S. 84, Z. 16, erwähnt wird. Ein Ort *Tehri* liegt etwa 80 Engl. Meilen westlich von Khajurâho.

V. 58. S'ârdûlavikrîḍita. — (*c*) Lies °सूक्ति°. (*d*) Die eingeklammerten Akshara sind undeutlich.

V. 59. S'ikhariṇî. — (*b*) Lies °लोज्ज्वल°. (*c*) Ursprünglich यशपा° und लिखित, ohne Visarga. (*d*) Lies °न्यासः und °सदृशः.

V. 60. Âryâ. — (*b*) Lies छिच्छा°. Ursprünglich प्रशादः; lies प्रासादः.

V. 61. Sragdharâ. — (*b*) Lies °रश्मिः; (*c*) lies यावद्ब्र°; (*d*) lies प्रासाद°.

लिपि[ज्ञा]नविज्ञेनँ प्राज्ञेन गुणसालिनाँ ।
सिंहेनेयं समुत्की र्णा सद्वर्णा नृपसालि[नी]ँ ॥ — V. 62.
संवत् १०५१ श्रीखर्ज्जू
[33] र[चान्देल्ला]न्वयश्री[धं]गदेवरा[ज्ये] देवश्रीमरकतेश्वरस्य प्रशस्तिः
सि[द्धा] ॥

उत्खातोद्यमकीर्भृतो मसृणिता मत्तद्विपतां पदै-
र्द्दीताः संगरसंगभं[गु]रिपुत्रस्यत्प्रियाश्रूत्करैः ।
दिग्भित्तीर्ज्जयवर्म्मदेवनृपतिः कीर्त्त्यक्षरैर्यो लिख
त्तेनालेखि पुनः प्रशस्तिरमलैरेषाक्षरैः क्ष्माभुजा ॥ — V. 63.
विद्वद्विर्ज्जयपालसी
[34] [त]किर[णोमून्या]दरादंदितो
गौ[ड]ः प्रोल्लिखदक्षराणि कुमुदाकाराणि सर्प्पत्करः ।

V. 62. Anushṭubh. — (*a*) Lies °ज्ञानविधिज्ञेन und °ज्ञालिना. (*b*) Lies °ज्ञालिनी; das eingeklammerte Akshara könnte auch ना oder ता gelesen werden.

Die auf संवत् folgende Zahl ist (*Jour. As. Soc. Beng.* Vol. VIII, p. 175) 1019, und (*id.* Vol. XXIX, p. 394) 1056, gelesen worden. Die photozincographische Nachbildung bei Cunningham, Archaeol. Survey of India, Vol. X, Plate IX, 3, stimmt, was das letzte Zahlzeichen betrifft, nicht mit dem Originale überein; das ᶜ des letzten Akshara der Zeile, welches ebendaselbst fehlt, ist auf dem Abklatsche deutlich.

र् am Anfange von Z. 33 ist sicher. Undeutlich sind die folgenden drei Akshara; ich glaube aber, daß das erste derselben nur च oder चा sein kann, und daß das zweite ein ट् oder ह् und davor den das *e* bezeichnenden Strich enthält; im dritten Akshara glaube ich *ein* ल zu erkennen und finde es unmöglich dieses Akshara के zu lesen. Das auf श्री folgende Akshara ist etwas undeutlich, kann aber nur धं oder वं gelesen werden; das darauf folgende Akshara ग ist deutlich. Das eingeklammerte ज्ये ist undeutlich. — Für प्रसस्तिः lies प्रशस्तिः.

V. 63. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies मत्तद्विपानां. — Der Fürst Jayavarman, der die Weltgegenden mit den Buchstaben seines Ruhmes beschrieb, hat obiges Loblied wieder mit klaren Buchstaben schreiben lassen.

V. 64. S'ârdûlavikrîḍita. — (*d*) Lies °पालशीत°; die Akshara णोमून्या sind undeutlich. (*b*) Man beachte die falsche Form प्रोल्लिखत. (*c*) Ich bin

काय[स्थो]ऽयवर्म्मदेवनृपतेरीशस्य [विभ्रँ]त्कलाः
[साहि]त्यांबुधिवंधुरुद्धततमो रुन्धन्निनिंद्यद्युतिः ॥ — V. 64.
संवत् ११७३ वैसाखे शुदि ३ शुक्रे ॥

---

zweifelhaft in Betreff der eingeklammerten Akshara त्रिभ्र, besonders des zweiten, das im Abklatsche wie त्र aussieht; lies त्रिभ्र°. (*d*) Lies साहित्यांबुधिभ्रं°. — Der Schreiber wird mit dem Monde verglichen; mit langsam sich fortbewegenden Händen schreibt er die Buchstaben, wie der Mond mit seinen sich ausbreitenden Strahlen die Wasserrosen öffnet u. s. w. Der Vers ist, ebenso wie V. 63, in merkwürdiger Weise mißverstanden worden.

Für वैसाख im Datum lies वैशाख. — Es mag zweifelhaft erscheinen, ob dies zweite Datum vom Schreiber der Inschrift herrührt. Auf jeden Fall ist das Zeichen für die Zahl 1 in 1173 ganz verschieden von dem Zeichen für dieselbe Zahl in 1059, oben Z. 32; und das श्र in शुदि् und शुक्रे ist ganz anders gebildet als in dem vorhergehenden Theile der Inschrift. Nach General Cunningham's Tafeln entspricht *Vaiśâkha sudi* 8 des Vikramasaṁvat 1173 dem 18ten April 1116 A. D., welcher Tag ein Dienstag, nicht Freitag war.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Juni 1886.

Acta mathematica 8:1. 8:2.

Mittheilungen des Vereins für Geschichte d. Deutschen in Böhmen. Jahrg. XXIV Heft 1. 2. 3. 4.

Das Karyoplasma und die Vererbung von A. Kölliker.

Mitth. aus dem naturw. Verein von Neu-Vorpommern und Rügen. 17. Jahrg.

Leopoldina. Heft XII. Nr. 9. 10.

Uebersicht der Arbeiten d. K. Geodätischen Institutes u. Generall. Dr. Baeyer. Berlin 1886.

Zeitschrift für Naturwissenschaften (für Sachsen u. Thüringen). 4. Folge. 5. Band. 1. Heft.

Zeitschrift d. deutschen Morgenländischen Gesellsch. Bd. 40. Heft 1.

Verzeichn. von Forschern in wissensch. Landes- u. Volkskunde Mitteleuropa's. Dresden 1886.

Medianschnitt einer Hochschwangeren von Dr. W. Waldeyer.

Bulletin de l'Académie R. de Belgique. 55. année. 3 série. tome 11. No. 4. 5.
Bijdragen tot de Taal-, Land en Volkenkunde van Nederlandsch Indie. Deel XXXV. 3. Aflevering.
Archives Neerlandaises des sciences exactes et naturelles. Tome XX. Livr. 5.
Liste alphabétique de la correspondance de Christiaan Huygens.
Bulletin de la société Imper. des Naturalistes de Moscou. Année 1885. No. 3. 4.
Collections scientifiques de l'institut des langues orientales de Petersbourg. III. Manuscrits Persans.
Meteorologische Beobachtungen in Dorpat. Jan. 1886 — April 1886.
Lunds Universitäts-Bibliotheks-Accessionskatalog. 1885.
Acta Universitatis Lundensis. Tom. XXI. 1884—85.
Mathematik och Naturvetenscap.
Medicin.
Philosophi, Sprakvetenskap och Historia.
Nit Magazin for Naturvidenskaberne. 28de Binds. 2. 3. 4 hefte. 29. Binds 1. 2. 3. 4 hefde. 30. Binds. 1. hefte.
Viridium Norvegicum. 1ste Bind.
Det Kongelike Norske videnskabers selskabs skrifter 1882. 1883.
Forhandlinger i. vidensk. selsk. i. Christiania. aar. 1883.
Norske rigsregistranter. 8. Binds. 2. Heft. 9. Bind. 1. Heft.
Archiv for Mathematik og Naturvidenskab Kristiania. 8. Bind. 3tes u. 4tes Heft. 9. Bind. Heft 1. 2. 3. 4. Band 10. Heft 1. 2. 3. 4.
Golo Gamle Staskirke og Hovenstuen p. Bygdo Kongsgaard.
Lehrbuch des Norwegischen Meteorologischen Instituts 1882. 1883. 1884.
Beretning om Bodsfängstets Virksomhed. fon 1. Juli 1882 til 30. Juni 1883 u. 1. Juli 1883 — 30. Juni 1884.
Publicationi del. R. Instituto di Studi Superiori di Firenze.
Il primo vinologo P. Matteo Ricci.
Stato e chiesa negli scritti Politici.
L'invito di Eudossia a Genserico.
Bulletino delle opere moderne straniere No. 1. Gennaio-Febbraio No. 2. Marzo — Aprile 1886.
Bulletino delle publicazioni italiane. No. 10. 11. 12.
Ati della Reale Accademia dei Lincei. Vol. II. fasc. 11. 12. 13.
Ati della R. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXI. Disp. 5. a.
Bulletino della Commissione Archeologica communale di Roma. Avvertimento.
K. K. Akademie der Wissenschaften in Wien. Sitzungsber. No. XI. XII. XIII. XIV. 1886.
Meteorologische Zeitschrift. Heft 6. Juni 1886.
Astronomische Beobachtungen an der Sternwarte zu Prag. Appendix zu Jahrg. 45.
Societas historico naturalis croatica. 1884.
Glasnik kroatskoga Naravoslaonoga Deuztva. Godina 1. Broj. 1—3.
Nature. No. 866. 867. 868. 869. 870.
Proceedings of the London mathematical society. No. 262—264.
Monthly notices of the R. astronomical society. Vol. XLVI. No. 7.
Proceedings of the Royal society. Vol. XL. No. 243.
Journal of the R. microscopical society. Vol. VI. Part. 3.
Proceedings of the Manchester literary and Philosophical society. Vol. XXIII and Vol. XXIV.

Memoirs of the literary and philosophical society of Manchester. Second series 15 vol. third ser. 8 vol.

The scientific proceedings of the R. Dublin society. Vol. IV. Part. 7—9 Vol. V. part. 1 and 2.

— — — — transactions of the R. Dublin society. Vol. III. series II. March, April, Oktober, November. 1885.

The voyage of H. M. S. Challenger. Zoology. Vol. XIV.

Descriptive notes on papuan plants by B. Ferd. v. Mueller. VIII.

Johns Hopkins University studies. Fourth series. VI. A puritan colony in Maryland.

Bulletin of the American Geographical society. 1886. No. 1.

Johns Hopkins University circulars. Vol. V. No. 49.

Bolletin del ministerio de fomento de la republica mexicana. tomo X. No. 127—133.

Записки математическаго отдѣленія Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей. Томъ I—VI. Одесса 1878—1885.

Записки Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей. Томъ X. Выпускъ II. Одесса 1886.

Anales de la sociedad cientifica Argentina. Tome XXI. entrega III.

Deutsche Chemikerzeitung. Jahrgang 1. No. 11.

Sitzungsberichte der K. preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22.

Inhalt von Nr. 13.

F. Kielhorn, Khajurâho Inschrift des Chandella Fürsten Dhanga von Samvat 1059, erneuert Samvat 1173. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stuppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

28. Juli. **№ 14.** 1886.

Universität.

Verzeichniß der Vorlesungen auf der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen während des Winterhalbjahrs $18^{86}/_{87}$.

Die Vorlesungen beginnen den 15. October und enden den 15 März.

Theologie.

Geschichte des Volkes Israel: Prof. *Duhm* vierstündig um 4 Uhr.

Erklärung der Genesis: Prof. *Schultz* fünfstündig um 10 Uhr.

Erklärung des Propheten Jesaia: Prof. *Bertheau* fünfstündig um 10 Uhr; Prof. *Duhm* fünfmal um 10 Uhr.

Neutestamentliche Einleitung: Prof. *Wiesinger* viermal um 3 Uhr.

Erklärung des Evangeliums und der Briefe des Johannes: Prof. *Lünemann* fünfstündig um 9 Uhr.

Erklärung der Apostelgeschichte und Geschichte des apostolischen Zeitalters: Lic. *Bornemann* vierstündig um 9 Uhr.

Erklärung der Paulinischen Briefe (mit Ausnahme der Briefe an die Römer, Tim. und Tit.): Prof. *Wiesinger* fünfmal um 9 Uhr.

Erklärung der Pastoralbriefe: Prof. *Knoke* zweimal um 9 Uhr, Montag und Donnerstag.

Kirchengeschichte der ersten acht Jahrhundert: Prof. *Reuter* fünfmal um 8 Uhr, Sonnabend um 9 Uhr.

Neuere Kirchengeschichte von der Reformation bis zur Gegenwart: Prof. *Wagenmann* sechsmal um 8 Uhr.

Christliche Dogmengeschichte: Prof. *Reuter* sechsstündig, fünfmal um 11 Uhr, Sonnabends um 8 Uhr.

Hannoverisch-Braunschweig'sche Kirchengeschichte: Prof. *Wagenmann* viermal, Mont. Dienst. Mittw. Donnerst. um 5 Uhr.

Geschichte der mittelalterlichen Sekten und geistlichen Orden: Lic. *Bornemann* Mittwoch und Freitags um 6 Uhr öffentlich.

Dogmatik Theil I: Prof. *Ritschl* fünfstündig um 11 Uhr.
Theologische Ethik: Prof. *Schultz* fünfstündig um 12 Uhr.

Praktische Theologie: Prof. *Knoke* fünfstündig um 5 Uhr.
Kirchenrecht siehe unter *Rechtswissenschaft* S. 467.

Die alttestamentlichen Uebungen der wissenschaftlichen Abtheilung des theologischen Seminars leitet Prof. *Bertheau* Dienstags um 6 Uhr; die neutestamentlichen Prof. *Wiesinger* Montags um 6 Uhr; die kirchen- und dogmenhistorischen Prof. *Wagenmann* Freitags um 6 Uhr; die dogmatischen Prof. *Schultz* Freitags um 6 Uhr.

Die Uebungen des königl. homiletischen Seminars leiten Prof. *Schultz* und Prof. *Knoke* Sonnabends von 9—11 Uhr öffentlich; die Uebungen des liturgischen Seminars leitet Prof. *Knoke* Sonnabends um 9 und um 11 Uhr; die Uebungen des katechetischen Seminars Prof. *Wiesinger* Mittwoch von 3—4 Uhr, Prof. *Knoke* Sonnabends von 2—3 Uhr öffentlich.

Rechtswissenschaft.

Institutionen des Römischen Rechts: fünfstündig von 10—11 Uhr Prof. *Merkel.*

Römische Rechtsgeschichte: Montag, Dienstag, Donnerstag von 9—10 Uhr Prof. *Regelsberger.*

Römischer Civilproceß: zweimal wöchentlich in später zu bestimmenden Stunden Dr. *Stampe.*

Pandekten, allgemeiner Theil: Montag, Dienstag, Donnerstag von 8—9 Uhr Prof. *Regelsberger.*

Pandekten, zweiter Theil (Sachen- und Obligationenrecht): fünfmal wöchentlich von 11—1 Uhr Prof. *v. Jhering.*

Pandekten, Erbrecht und Familienrecht: Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 9—10 Uhr Prof. *Merkel.*

Römisches Erbrecht: fünfstündig von 3—4 Uhr Prof. *Wolff.*

Ausgewählte Lehren aus den Pandekten: in zwei noch zu bestimmenden Stunden Dr. *Goldschmidt* öffentlich.

Pandektenpraktikum: Mittw. von 4—6 Uhr Prof. *Regelsberger.*

Exegetische Uebungen in den Digesten: Montag von 5—7 Uhr Prof. *Merkel.*

Conversatorium über Pandekten: viermal wöchentlich in noch zu bestimmenden Stunden Dr. *Goldschmidt.*

Deutsche Rechtsgeschichte: viermal wöchentlich von 11—12 Uhr Prof. *Frensdorff.*

Deutsches Privatrecht: fünfmal wöchentlich von 4—5 Uhr Prof. *Schröder.*

Handels-, See- und Wechselrecht: fünfmal wöchentlich von 3—4 Uhr Prof. *Schröder.*

Das Recht der Wertpapiere: Sonnabend von 11—12 Uhr Prof. *Schröder* öffentlich.

Hannoversches Privatrecht: Mittwoch und Sonnabend von 8—$9^3/_4$ Uhr Prof. *Ziebarth.*

Strafrecht: Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 10—11 Uhr Prof. *v. Bar.*

Deutsches Reichs- und Landesstaatsrecht: fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr Prof. *Dove.*

Verwaltungsrecht: Dienstag, Donnerstag und Freitag von 12—1 Uhr Prof. *Frensdorff.*

Völkerrecht: Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr Prof. *v. Bar.*

Kirchenrecht einschließlich des Eherechts: täglich von 8—9 Uhr Prof. *Dove.*

Civilproceß: Mont., Dienst., Donn., Freit. v. 11—12 Uhr Prof. *v. Bar*
Strafproceß: Mont., Dienst., Donn., Freit. v. 10—11 Uhr Prof. *John.*

Civilproceßprakticum: Dienstag von 4—6 Uhr Prof. *John.*

Criminalistische Uebungen: Donn. von 4—6 Uhr Prof. *Ziebarth.*

Medicin.

Zoologie, vergleichende Anatomie, Botanik, Chemie, siehe unter *Naturwissenschaften.*

Knochen- und Bänderlehre: Prof. *Fr. Merkel* Montag, Mittwoch, Sonnabend von 11—12 Uhr.

Systematische Anatomie I. Theil: Prof. *Fr. Merkel* tägl. von 12—1 Uhr.

Topographische Anatomie: Prof. *Fr. Merkel* Dienstag, Donnerstag, Freitag von 2—3 Uhr.

Präparirübungen: Prof. *Fr. Merkel* in Verbindung mit Prosector Dr. *Schiefferdecker* täglich von 9—4 Uhr.

Specielle Histologie des Nervensystems trägt Prof. *Krause* Montag von 2—3 Uhr vor.

Mikroskopische Uebungen für Anfänger: Dr. *Schiefferdecker* vier Mal wöchentlich.

Mikroskopische Uebungen für Geübtere: Dr. *Schiefferdecker* vier Mal wöchentlich für Geübtere.

Mikroskopische Uebungen in der speciellen Histologie hält Prof *Krause* viermal wöchentlich um 2 Uhr.

Allgemeine und besondere Physiologie mit Erläuterungen durch Experimente und mikroskopische Demonstrationen: Prof. *Herbst* in sechs Stunden wöchentlich um 10 Uhr.

Experimentalphysiologie II. Theil (Physiologie des Nervensystems und der Sinnesorgane): Prof. *Meissner* täglich von 10—11 Uhr.

Arbeiten im physiologischen Institut leitet Prof. *Meissner* täglich in passenden Stunden.

Allgemeine Aetiologie trägt Prof. *Orth* Montag von 6—7 Uhr öffentlich vor.

Ueber allgemeine Pathologie trägt Prof. *Orth* Dienstag bis Freitag von 12—1 Uhr vor.

Demonstrativen Cursus der pathologischen Anatomie hält Prof. *Orth* privatissime Mittwoch und Sonnabend von 2—4 Uhr.

Mikroskopische Uebungen in der pathologischen Histologie finden Dienstag und Freitag von 6—8 Uhr statt.

Physikalische Diagnostik verbunden mit Uebungen lehrt Prof. *Damsch* Montag, Mittwoch, Donnerstag von 5—6 Uhr. Dasselbe in Verbindung mit praktischen Uebungen trägt Dr. *Wiese* viermal wöchentlich in später näher bezeichnenden Stunden vor.

Laryngoskopische Uebungen hält Prof. *Damsch* Sonnabend von 12—1 Uhr.

Uebungen in der Untersuchung des Harns hält Prof. *Damsch* Mittwoch von 4—5 Uhr.

Physikalische Heilmethoden mit besonderer Berücksichtigung der Elektrotherapie mit Uebungen am Krankenbett lehrt Prof. *Damsch* dreimal wöchentlich in passenden Stunden.

Arzneimittellehre und Receptirkunde verbunden mit Experimenten und praktischen Uebungen im Receptiren und Dispensiren lehrt Prof. *Marmé* dreimal wöchentlich Mont., Dienst., Donn. von 6—7 Uhr.

Die gesammte Arzneimittellehre trägt Prof. *Husemann* fünfmal wöchentlich von 2—3 Uhr vor.

Specielle Toxikologie II. Theil verbunden mit Experimenten: Prof. *Marmé* für ältere Mediciner Montag von 2—3 Uhr und Donnerstag von 3—4 Uhr.

Die Arzneimittel und Gifte des Thierreichs bespricht Prof. *Husemann* Mittwoch von 3—4 Uhr öffentlich.

Ausgewählte Kapitel aus der Toxikologie demonstrirt Prof. *Marmé* Freitag von 6—7 Uhr öffentlich.

Arbeiten im pharmakologischen Institut leitet Prof. *Marmé* täglich in passenden Stunden.

Pharmakognosie lehrt Prof. *Marmé* viermal wöchentlich Montag bis Donnerstag von 8—9 Uhr.

Pharmakognostisch-mikroskopische Uebungen hält Prof. *Marmé* Sonnabend von 9—11 und von 11—1 Uhr.

Specielle Pathologie und Therapie 2. Häfte: Prof. *Ebstein* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 4—5 Uhr.

Die medicinische Klinik und Poliklinik leitet Prof. *Ebstein* fünfmal wöchentlich von $10^1/_2$—12 Uhr, Sonnabend von $9^1/_4$—$10^3/_4$ Uhr.

Kinderheilkunde, II. Theil, lehrt Dienstag und Freitag von 5—6 Uhr Prof. *Damsch*.

Poliklinische Referatsstunde hält Prof. *Damsch* einmal wöchentl.

Specielle Chirurgie lehrt Prof. *König* viermal wöchentlich in noch zu verabredenden Stunden; Dasselbe Prof. *Lohmeyer* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Ein Examinatorium über Chirurgie hält Prof. *König* einmal in der Woche öffentlich.

Einen chirurgisch-diagnostischen Cursus hält Prof. *Rosenbach* Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr.

Die Lehre von den chirurgischen Operationen trägt Prof. *Rosenbach* viermal wöchentlich in passenden Stunden vor.

Die chirurgische Klinik leitet Prof. *König* von $9^1/_2$—$10^3/_4$ Uhr täglich außer Sonnabend.

Chirurgische Poliklinik wird öffentlich Sonnabend von $10^3/_4$—12 Uhr von Prof. *König* und Prof. *Rosenbach* gemeinschaftlich gehalten.

Ueber Luxationen und Fracturen liest zweimal wöchentlich von 4—5 Uhr Dr. *W. Müller*.

Einen Verbandcursus hält Dr. *W. Müller* zweimal wöchentlich in passenden Stunden.

Instrumentenlehre behandelt einmal öffentlich Dr. *W. Müller*.

Klinik der Augenkrankheiten hält Prof. *Leber* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12—1 Uhr.

Augenspiegelcursus hält Prof. *Deutschmann* Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Ueber die praktisch wichtigen Abschnitte der Ohrenheilkunde mit Uebungen im Ohrenspiegeln trägt Prof. *Bürkner* Dienstag und Freitag von 3—4 Uhr oder zu besser passender Zeit vor.

Ueber Krankheiten der Nase und des Nasenrachenraums liest Prof. *Bürkner* einmal wöchentlich, zu gelegener Stunde.

Poliklinik für Ohrenkranke hält Prof. *Bürkner* (für Geübtere) Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Geburtskunde trägt Dr. *Droysen* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag um 3 Uhr vor.

Geburtshülflichen Operationscursus am Phantom hält Dr. *Droysen* Mittwoch und Sonnabend um 8 Uhr.

Pathologie des Wochenbetts lehrt Prof. *Schwartz* wöchentlich einmal zu gelegener Zeit.

Gynaekologische Klinik leitet Prof. *Schwartz* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag um 8 Uhr.

Psychiatrische Klinik in Verbindung mit systematischen Vorträgen über Geisteskrankheiten hält Prof. *Meyer* Montag und Donnerstag von 4—6 Uhr.

Forensische Psychiatrie mit casuistischen Demonstrationen an Geisteskranken lehrt Prof. *Meyer* in wöchentl. zwei zu verabredenden St.

Hygiene I. Theil mit Experimenten und Excursionen: Prof. *Flügge* Dienstag, Mittwoch und Freitag von 5—6 Uhr.

Einen bacteriologischen Cursus in zu verabredenden Stunden leitet Prof. *Flügge.*

Arbeiten im hygienischen Institut täglich von 9—6 Uhr leitet Prof. *Flügge.*

Anatomie und Physiologie der Hausthiere, so wie Seuchenlehre trägt Prof. *Esser* fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr vor.

Klinische Demonstrationen im Thierhospitale hält Prof. *Esser* in zu verabredenden Stunden.

Philosophie.

Allgemeine Geschichte der Philosophie: Prof. *Peipers*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 3 Uhr.

Geschichte der neueren Philosophie mit Uebersicht über Patristik und Scholastik: Prof. *Baumann*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 5 Uhr.

Ueber die Philosophie Hume's: Prof. *G. E. Müller*, Mittwoch 4 Uhr öffentlich.

Encyclopädie der Philosophie: Prof. *Rehnisch*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12 Uhr, öffentlich.

Logik: Prof. *Baumann*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 9 Uhr.

Metaphysik: Prof. *Rehnisch*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 5 Uhr.

Psychologie: Prof. *G. E. Müller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Ueber die wichtigeren pädagogischen Theorien seit Locke: Prof. *Peipers*, Mittwoch 12 Uhr, öffentlich.

Die Uebungen des K. pädagogischen Seminars leitet Prof. *Sauppe*, Montag und Donnerstag 11 Uhr, öffentlich.

Mathematik und Astronomie.

Analytische Geometrie: Prof. *Schwarz*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Anwendungen der Differential- und Integralrechnung auf die Geometrie: Dr. *Hölder*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 10 Uhr; dazu unentgeltlich eine Uebungsstunde.

Einleitung in die analytische Mechanik: Prof. *Felix Klein*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12 Uhr.

Einleitung in die geometrischen Capitel der Mechanik: Dr. *Schönflies*, Dienstag und Freitag 4 Uhr.

Ausgewählte Capitel der Theorie der analytischen Functionen: Prof. *Schwarz*, Montag und Donnerstag 4 Uhr, öffentlich.

Theorie der elliptischen Functionen: Prof. *Schwarz*, Montag bis Freitag 9 Uhr.

Ausgewählte Capitel aus der Theorie der elliptischen Modulfunctionen: Prof. *Felix Klein*, Sonnabend 11—1 Uhr.

Partielle Differentialgleichungen und deren Anwendung auf die Lehre von der Wärme, vom Schall und von den galvanischen Strömen: Prof. *Schering*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 6 Uhr.

Sphärische Astronomie, zweiter Theil (praktische Astronomie): Prof. *Schur*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Ueber Ortsbestimmungen auf See: Prof. *Schur*, Sonnabend 10 Uhr, öffentlich.

Praktische Uebungen an den Instrumenten der Kön. Sternwarte: Prof. *Schur*.

In dem mathematisch-physikalischen Seminar leiten mathematische Uebungen: Prof. *Schering*, Montag 3 Uhr; Prof. *Schwarz*, Sonn-

abend 9 Uhr; Prof. *Felix Klein*, Mittwoch 11—1 Uhr; Prof. *Schur*, Freitag 8 Uhr Abends. Vgl. *Naturwissenschaften* S. 473.

Magnetische Beobachtungen im Gauss-Observatorium Sonnab. Nachm., Berechnung dieser Beobachtungen Mittwoch Nachm., privatissime, unentgeltl., in Gemeinschaft mit dem Assistenten *Holborn* Prof. *Schering*.

Mathematische Colloquien wird Prof. *Schwarz* wie bisher privatissime, unentgeltlich, einmal wöchentlich leiten.

Naturwissenschaften.

Specielle Zoologie, Theil II: Prof. *Ehlers*, Mont. bis Freit. 9 Uhr.

Specielle Zoologie, Theil I: Dr. *Hamann*, Donn. u. Freit. 5 Uhr.

Anthropologie: Prof. *Ehlers*, Montag bis Mittwoch 6 Uhr.

Die Parasiten des Menschen, mit Demonstrationen am Skioptikon: Dr. *Hamann*, Donnerstag und Freitag 6 Uhr.

Historisch-kritische Darstellung der Descendenztheorien bis auf die Gegenwart: Dr. *Brock*, Donnerstag 6 Uhr.

Zootomischer Kurs: Prof. *Ehlers*, Dienst. und Mittw. 10—12 Uhr.

Zoologische Uebungen wird Prof. *Ehlers* täglich mit Ausnahme des Sonnabend von 9—1 Uhr anstellen.

Zoologische Societät: Prof. *Ehlers*.

Die Fortpflanzungs- und Befruchtungserscheinungen der Gewächse: Prof. *Falkenberg*, Mittw. u. Freit. 6 Uhr.

Anatomie der Pflanzen: Prof. *Berthold*, Dienst. u. Freit. 12 Uhr.

Ueber das Protoplasma: Prof. *Berthold*, Mittw. 12 Uhr, öffentlich.

Ueber Gymnospermen und Archegoniaten: Prof. *Graf zu Solms*, Mittwoch, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Paläophytologie: Prof. *Graf zu Solms*, Sonnab. 10—12 Uhr, öffentl.

Ueber Pflanzenkrankheiten: Prof. *Falkenberg*, Donn. 6 Uhr, öffentl.

Mikroskopisch-botanischer Kursus: Prof. *Berthold*, Sonnabend von 9—1 Uhr (für Pharmaceuten zweistündig).

Tägliche Arbeiten im pflanzenphysiologischen Institut: Prof. *Berthold*.

Anleitung zu selbstständigen Arbeiten im Laboratorium des botanischen Gartens, wesentlich für Vorgeschrittene: Prof. *Graf zu Solms*.

Mineralogie: Prof. *Carl Klein*, 6 Stunden, 11 Uhr.

Ueber krystallinische Schiefer: Dr. *Rinne*, 1 St., unentgeltlich.

Geologie: Prof. *von Koenen*, Montag bis Freitag, 8 Uhr.

Ueber einzelne Klassen von Fossilien: Prof. *von Koenen*, eine Stunde öffentlich, Sonnabend 8 Uhr.

Mineralogische Uebungen: Prof. *Carl Klein*, Freitag, 2—4 Uhr, öffentlich.

Krystallographische Uebungen: Prof. *Carl Klein*, privatissime, aber unentgeltlich, in zu bestimmenden Stunden.

Uebungen im Bestimmen: Prof. *von Koenen*, tägl., privat., unentg.

Theorie der Elasticität: Prof. *Voigt*, Mont., Dienst., Donnerst. und Freitag 10 Uhr.

Experimentalphysik, zweiter Theil: Magnetismus, Elektricität und Wärme: Prof. *Riecke*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit., 5 Uhr.

Meteorologie: Dr. *Hugo Meyer*, Mittwoch 5—7 Uhr.

Die Uebungen im physikalischen Institute leiten die Prof. *Riecke* und *Voigt*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Dr. *Hugo Meyer*, *Hennig* und Dr. *Krüger*, Dienstag, Freitag 2—4 Uhr und Sonnabend 9—1 Uhr, privatissime. Für Mathematiker: Dienstag, Freitag 2—4 Uhr; für Pharmaceuten und Chemiker: Sonnabend 9—1 Uhr.

In dem mathematisch-physikalischen Seminar behandelt ausgewählte Kapitel der mathematischen und Experimentalphysik Prof. *Riecke*, Donnerstag 2 Uhr, ausgewählte Probleme der Wärmelehre Prof. *Voigt*, Mittwoch 10 Uhr. Vgl. *Mathematik und Astronomie* S. 471 f.

Entwicklungsgeschichte der Chemie: Dr. *Buchka*, Montag und Mittwoch 12 Uhr.

Allgemeine Chemie, unorganischer Theil (unorganische Experimentalchemie): Prof. *V. Meyer*, sechs Stunden, 9 Uhr.

Ueber das Pyridin und seine Derivate (Alkaloide): Dr. *Buchka*, Dienstag und Donnerstag 8 Uhr.

Chemie der Benzolderivate: Dr. *Leuckart*, Dienstag, Donnerstag und Freitag 12 Uhr.

Organische Chemie für Mediciner: Prof. *von Uslar*, 4. St., 9 Uhr.

Untersuchungsmethoden der organischen Chemie: Dr. *Gattermann*, 1 Stunde.

Repetitorium der organischen Chemie: Dr. *Leuckart*, Montag und Donnerstag 6 Uhr.

Analytische Chemie, mit Ausschluß der Maaßanalyse: Prof. Dr. *Jannasch*, Montag und Mittwoch, 8 Uhr.

Thermochemie: Dr. *Gattermann*, 1 Stunde, unentgeltlich.

Pharmaceutische Chemie (organischer Theil): Prof. *Polstorff*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 5 Uhr.

Gerichtlich-chemische Analyse: Prof. *Polstorff*, Freitag und Sonnabend 8 Uhr.

Pharmacie: Prof. *von Uslar*, viermal, 3 Uhr.

Technische Chemie für Landwirthe (Zuckerfabrikation, Gährungsindustrien, Molkerei etc.): Prof. *Tollens*, Mont., Dienst., Mittw., 10 Uhr.

Grundzüge der Chemie für Landwirthe, II. Theil: Dr. *Pfeiffer*, Donnerstag und Freitag, 10 Uhr.

Ueber Zuckerbestimmungen, besonders durch Polarisation: Prof. *Tollens*, Donnerstag 6 Uhr, öffentlich.

Maaßanalyse verbunden mit praktischen Uebungen: Dr. *Pfeiffer*, Sonnabend, 9—1 Uhr.

Die chemischen Uebungen und wissenschaftlichen Arbeiten im akadem. Laboratorium leitet Prof. *V. Meyer* in Gemeinschaft mit den Assistenten Prof. *Polstorff*, Dr. *Buchka*, Dr. *Leuckart* und Dr. *Gattermann*, sowie mit Prof. *Jannasch* (mit diesem in speziell mineralanalytischer Richtung), und zwar: 1) Vollpracticum, Mont. bis Freit., von 8 bis 12 und von 2½ bis 5 Uhr; 2) Halbpracticum, je Vor- und Nachmittags, täglich außer Sonnabends; 3) Chemisches Anfängerpracticum für Mediciner, täglich mit Ausschluß des Sonnabends.

Prof. *Tollens* leitet die praktisch-chemischen Uebungen im agriculturchemischen Laboratorium in Gemeinschaft mit Dr. *Rischbieth*, Montag bis Freitag von 8—12 und von 2—4 Uhr.

Uebungen in der Maaßanalyse: Dr. *Pfeiffer*, Sonnabend 9—1 Uhr.

Historische Wissenschaften.

Chronologie des Mittelalters: Prof. *Steindorff*, zweistündig, Montag und Donnerstag 11—12 Uhr.

Ausgewählte Capitel der Urkundenlehre: Prof. *Steindorff*, zweistündig, Dienstag und Freitag 11—12 Uhr.

Paläographische Uebungen: Prof. *Steindorff*, Mittwoch 11—1 Uhr, privatissime unentgeltlich.

Griechische Geschichte seit der Mitte des 5. Jahrhunderts v. Chr.: Prof. *Volquardsen*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit. 8 Uhr.

Quellenkunde der römischen Geschichte: Prof. *Gilbert*, 2 Stunden, 5 Uhr.

Germanische Urzeit: Dr. *von Kap-herr*, Mittwoch, Sonnabend, 9 Uhr unentgeltlich.

Quellenkunde des europäischen Mittelalters bis 1250: Prof. *Weiland*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 10 Uhr.

Französische Geschichte von Hugo Capet bis zur großen Revolution: Prof. *Weiland*, Mont., Dienst. Donnerst., Freit., 9 Uhr.

Allgemeine Geschichte von 1555 bis 1740: Prof. *Kluckhohn*, viermal, 4 Uhr.

Geschichte Italiens im Mittelalter seit den Zeiten Karls des Großen: Prof. Dr. *Theod. Wüstenfeld*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 10 Uhr, öffentlich in seiner Wohnung.

Historische Uebungen leitet Prof. *Volquardsen*, Dienstag, 6 Uhr, öffentlich.

Historische Uebungen: Prof. *Weiland*, Freit., 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Historische Uebungen: Prof. *Kluckhohn*, Mont., 6 Uhr. öffentl.

Kirchengeschichte: s. unter *Theologie* S. 465 f.

Erd- und Völkerkunde.

Geographie von Europa: Prof. *Wagner*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Kartographische Uebungen, für Anfänger: Prof. *Wagner*, Sonnabend 10—12 Uhr, privatissime.

Staatswissenschaft.

Nationalökonomie, grundlegender Theil, als Einleitung in das Studium der Staatswissenschaften: Prof. *Cohn*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Finanzwissenschaft, mit besonderer Rücksicht auf die deutsche und preußische Steuergesetzgebung: Prof. *Cohn*, 4 Stunden, 5 Uhr.

Staatswissenschaftliches Seminar: Prof. *Cohn*, Mittwoch 5—7 Uhr, privatissime, unentgeltlich.

Volkswirthschaftliche Uebungen: Prof. *Soetbeer*, privatissime, unentgeltlich, in später zu bestimmenden Stunden.

Landwirthschaft.

Einleitung in das landwirthschaftliche Studium: Prof. *Drechsler*, 1 Stunde, öffentlich.

Die Ackerbausysteme (Felderwirthschaft, Feldgraswirthschaft, Fruchtwechselwirthschaft u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, in zwei später zu bestimmenden Stunden.

Die allgemeine und specielle landwirthschaftliche Thierproductionslehre (Lehre von den Nutzungen, der Züchtung, Ernährung und Pflege des Pferdes, Rindes, Schafes, Schweines u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 5 Uhr.

Die landwirthschaftliche Rassenkunde: Prof. *Griepenkerl*, Donnerstag und Freitag 11 Uhr, öffentlich.

Im Anschluß an diese Vorlesungen werden Excursionen nach benachbarten Landgütern und Fabriken veranstaltet werden.

Landwirthschaftl. Betriebslehre: Prof. *Drechsler*, sechs St., 12 Uhr.

Die Lehre von der Futterverwerthung (II. Theil der landwirthschaftlichen Fütterungslehre): Prof. *Henneberg*, Mont. u. Dienst. 11 Uhr.

Uebungen in Futterberechnungen: Prof. *Henneberg*, Mittwoch 11 Uhr, öffentlich.

Ausgewählte Kapitel der Thierernährungslehre: Dr. *E. Kern*, 2 St.

Landwirthschaftliches Praktikum: Prof. *Drechsler* und Dr. *Edler*, (Uebungen im landw. Laboratorium, Freit. und Sonnab. 9—1 Uhr; Uebungen in landw. Berechnungen, 2 Stunden, Montag 6 Uhr); Excursionen und Demonstrationen, Mittw. Nachmittag.

Chemie und praktisch-chemische Uebungen für Landwirthe vgl. *Naturwissenschaften* S. 474.

Anatomie, Physiologie und Pathologie der Hausthiere vgl. *Medicin* S. 470.

Literär- und Kunstgeschichte.

Geschichte der deutschen Literatur von der staufischen Blüthezeit bis zur Reformation (1200—1500): Dr. *Roethe*, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 4 Uhr.

Lessing und seine Zeit: Prof. *Heyne*, Dienst. u. Donnerst., 5 Uhr.

Ueber Goethes Leben und Schriften: Prof. *Goedeke*, Montag 5 Uhr, öffentlich.

Geschichte der französischen Literatur im 18. Jahrh.: Prof. *Vollmöller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12 Uhr.

Leben berühmter Philologen: Prof. *von Leutsch*, Mittwoch und Sonnabend 12 Uhr.

Aesthetik und Technik der bildenden Künste, als Einleitung in das Studium der Kunstgeschichte: Prof. *Lange*, Montag und Donnerstag 3 Uhr.

Geschichte der flämischen und holländischen Malerei vom 15. bis zum 17. Jahrh.: Prof. *Lange*, Dienst. und Freit. 3 Uhr, publice.

Uebungen in der Lektüre des Vasari (Leben Rafaels): Prof. *Lange*, Montag 4 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Alterthumskunde.

Die Geschichte und bauliche Einrichtung des griechischen Theaters wird Prof. *Wieseler* erörtern und die gesammten scenischen Alterthümer vortragen, drei oder vierstündig, 12 Uhr.

Im K. archäologischen Seminar wird Prof. *Wieseler* ausgewählte Bildwerke zur Erklärung vorlegen, Sonnabend 12 Uhr, öffentlich.

Die schriftlichen Arbeiten der Mitglieder des K. archäologischen Seminars wird er privatissime beurtheilen.

Vergleichende Sprachlehre.

Vergleichende Grammatik der indogermanischen Sprachen: Prof. *Bechtel*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit. 9 Uhr.

Vergleichende Grammatik der griech. Sprache: Prof. *Fick*, 4 St.

Ueber althochdeutsche Dialekte: Prof. *Bechtel*, Mittw. 6 Uhr, öffentl.

Grammatische Gesellschaft: Prof. *Fick*, nach Uebereinkunft.

Orientalische Sprachen.

Die Vorlesungen über das A. Testament s. unter *Theologie* S. 465.

Arabische Grammatik: Prof. *Wüstenfeld*, privatissime.

Die Syrische Sprache lehrt Prof. *Bertheau*, Dienst. u. Freit. 2 Uhr.

Syrische Grammatik lehrt dreimal Prof. *de Lagarde* um 11 Uhr.

Syrische Texte legt zweimal zur Erklärung vor Prof. *de Lagarde*, 11 Uhr.

Fortsetzung der Sanskrit-Grammatik und Erklärung leichter Texte nach Lanman's „Sanskrit Reader": Prof. *Kielhorn*, Montag, Mittwoch und Sonnabend, 8 Uhr.

Erklärung der Daśakumâracharita: Prof. *Kielhorn*, Mittwoch, Sonnabend 9 Uhr.

Erklärung der Laghukaumudî: Prof. *Kielhorn*, 2mal, öffentlich.

Uebung in der Erklärung Indischer Inschriften: Prof. *Kielhorn*, 1 Stunde, privatissime, aber unentgeltlich.

Griechische und lateinische Sprache.

Grundzüge der griechischen und lateinischen Epigraphik: Prof. *Sauppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 9 Uhr.

Vergleichende Grammatik der griech. Sprache: vgl. *Vergleichende Sprachlehre* S. 477.

Ueber die Sprachform der griechischen Lyrik: Prof. *Fick*, 2 Stunden, öffentlich.

Euripides Hippolytos: Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, 5 Stunden, 10 Uhr.

Theokritos: Prof. *Dilthey*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 12 Uhr.

Lateinische Metrik: Prof. *Wilh. Meyer*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 8 Uhr.

Terentius Heautontimorumenos und Adelphoe: Prof. *Sauppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 4 Uhr.

Im K. philologischen Seminar leiten die schriftlichen Arbeiten und Disputationen Prof. *Sauppe* und Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, Mittwoch 11 Uhr; läßt Sophokles Oedipus Tyr. erklären Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, Mont. und Donn., 11 Uhr; läßt Tacitus Historien B. 1 erklären Prof. *Sauppe*, Dienst. u. Freit., 11 Uhr, alles öffentl.

Im K. philologischen Proseminar wird Prof. *Wilh. Meyer* die Fabeln des Babrius interpretiren lassen, sowie die Disputationen über die Arbeiten der Mitglieder leiten, Mittw. u. Sonnab. 10 Uhr, öffentl.

Deutsche Sprache.

Historische Grammatik der deutschen Sprache: Prof. *Wilh. Müller*, fünf Stunden, 3 Uhr.

Deutsche Wortbildungslehre: Prof. *Heyne*, Montag, Mittwoch, Freitag, 5 Uhr.

Althochdeutsche Dialekte: s. *Vergleichende Sprachlehre* S. 477.

Erklärung Goethischer Gedichte: Dr. *Roethe*, an gelegenem Abend, privatissime, aber unentgeltlich.

Die Uebungen der deutschen Gesellschaft leitet Prof. *W. Müller*, Dienstag 6 Uhr.

Deutsche Uebungen für Anfänger (gotisch und althochdeutsch): Dr. *Roethe*, Mittw. und Sonnabend 9 Uhr, unentgeltlich.

Deutsche Uebungen: Prof. *Heyne*, 1 St., privatiss. aber unentgeltl.

Geschichte der deutschen Literatur: s. *Literärgeschichte* S. 476.

Neuere Sprachen.

Französische Metrik: Dr. *Andresen*, Mont. und Dienst. 9 Uhr.

Geschichte der französischen Literatur: s. *Literär- und Kunstgeschichte* S. 476.

Ueber französische Wortbildung: Prof. *Vollmöller*, Dienstag 5—6 Uhr, öffentlich.

Uebungen in der französischen Sprache: Prof. *Vollmöller* mit Dr. *Cloetta*, Montag und Mittwoch 11—12 Uhr.

Geschichte des deutschen Kultureinflusses auf Frankreich von Süpfle (zu übersetzen) (Dienst. u. Freit. 10 Uhr); Litteratur (Mont. u. Mittw. 9 Uhr). — Lectüre u. Recitation: (Dienst. u. Freit.

9 Uhr); Exercices de style et de composition (Mont. u. Mittw. 10 Uhr): Lector *Kœune*.

Erklärung von Shakespeare's Romeo and Juliet mit einer Einleitung über die Sprache und Verskunst des Dichters: Prof. *Albr. Wagner*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Interpretation ausgewählter Gedichte Tennyson's: Prof. *Albr. Wagner*, 2 Stunden.

Im Seminar für neuere Sprachen erklärt Prof. *Vollmöller* den Chevalier au lyon von Crestien von Troies Mittw. 6—8 Uhr, privatissime und unentgeltlich, und Corneilles Cid mit Dr. *Cloetta* in französischer Sprache, Dienst. 11—12 Uhr; Italienische Uebungen leitet Prof. *Vollmöller* mit Dr. *Cloetta*, Dienstag und Donnerstag 7 Uhr.

Grammatische Uebungen leitet Dr. *Andresen*, Dienstag 6 Uhr.

Englische Uebungen leitet Prof. *Albr. Wagner*, Montag und Donnerstag Abends 6 Uhr, privatissime und unentgeltlich.

Schöne Künste. — Fertigkeiten.

Unterricht im Zeichnen ertheilt Zeichenlehrer *Peters*, Sonnabend 2—4 Uhr, unentgeltlich.

Unterricht im Malen *Derselbe* in zu verabredenden Stunden.

Harmonie- und Kompositionslehre, verbunden mit praktischen Uebungen: Musikdirector *Hille*, in passenden Stunden.

Zur Theilnahme an den Uebungen der Singakademie und des Orchesterspielvereins ladet *Derselbe* ein.

Reitunterricht ertheilt in der K. Universitäts-Reitbahn der Univ. Stallmeister, Rittmeister a. D. *Schweppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, Sonnabend, Vormittags v. 8—12 u. Nachm. (außer Sonnab.) v. 3—4 Uhr.

Fechtkunst lehrt der Universitätsfechtmeister *Grüneklee*, Tanzkunst der Universitätstanzmeister *Hölzke*.

Oeffentliche Sammlungen.

In der *Universitätsbibliothek* ist das Ausleihezimmer an den Wochentagen von 12—1 und von 2—3 Uhr geöffnet. Verliehen werden Bücher nach Abgabe einer Semesterkarte mit der Bürgschaft eines Professors.

Die *Gemäldesammlung* ist Dienstags von 2—4 Uhr geöffnet.

Der *botanische Garten* ist, die Sonn- und Festtage ausgenommen, täglich von 7–12 und von 2—6 Uhr geöffnet.

Die *mineralogische* und die *geologisch-palaeontologische Schausammlung* sind im Winterhalbjahr bis zum 1. December Sonnabends von 1 bis 3 Uhr dem Publikum geöffnet.

Ueber den Besuch und die Benutzung der *theologischen Seminarbibliothek*, des *Theatrum anatomicum*, des *physiologischen Instituts*, der *pathologischen Sammlung*, der *Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle*, des *zoologischen* und *ethnographischen Museums*, des *botanischen Gartens* und des *pflanzenphysiologischen Instituts*, der *Sternwarte*, des *physikalischen Kabinets* und *Laboratoriums*, der *mineralogischen* und der *geognostisch-paläontologischen Sammlung*, der *chemischen Laboratorien*, des *archäologischen Museums*, der *Gemäldesammlung*, der *Bibliothek* und des *Lesezimmers des k. mathematisch-physikalischen Seminars*, des *diplomatischen Apparats*, der *Sammlungen des landwirthschaftlichen Instituts* bestimmen besondere Reglements das Nähere.

Bei dem Logiscommissär, Pedell *Bartels* (Kleperweg 2), können die, welche Wohnungen suchen, sowohl über die Preise, als andere Umstände Auskunft erhalten und auch im voraus Bestellungen machen.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

11. August. **№ 15.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung am 10. Juli.

Sauppe legt eine Abhandlung des auswärtigen Mitgliedes, Herrn Prof. J. Weizsäcker in Berlin, vor: »Der Pfalzgraf als Richter über den Kaiser«. (Erscheint in den Abhandlungen.)

Wieseler kündigt einen Nachtrag zu seinem Aufsatz in den Nachrichten 1886 S. 29 ff. »Silberverzierungen an Bronzewerken« an.

Schwarz legt einen Aufsatz von Herrn Dr. Schönflies vor: »Beweis eines Satzes über Bewegungsgruppen«.

Voigt kündigt einen Aufsatz an: »Ueber die Theorie des Lichtes für bewegte Medien«.

Nachtrag zu der Abhandlung über die Einlegung und Verzierung von Werken aus Bronze mit Silber und anderen Materialen in der Griechischen und Römischen Kunst

(s. Nachrichten 1886, n. I, S. 29 fg.).

Von **Friedrich Wieseler.**

Durch die dankenswerthen Mittheilungen von Fachgenossen über einschlägige Bildwerke sowie durch fortgesetzte eigene Nachforschungen bin ich schon jetzt in den Stand gesetzt, eine erkleckliche Anzahl von Beispielen, unter denen sich mehrere sehr belangreiche befinden, den in n. I dieses Bandes der Nachrichten zusammengestellten und besprochenen hinzuzufügen. Ich thue das mit dem Wunsche, daß auch andere Fachgenossen sich bewogen fühlen mögen, Beispiele von belehrenden Bildwerken zu meiner Kunde gelangen zu lassen, da es von Wichtigkeit ist, das Material möglichst vollständig beisammen zu haben.

Zu I, S. 31 [1]) Anm.

Zu den sicheren Beispielen versilberter Bronzen gehört auch die Statuette zu Trier, welche Lersch im Winckelmannsfestprogramm des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande zu Bonn im J. 1847 »Apollon der Heilspender« herausgegeben hat. Wir erfahren durch ihn S. 8, daß der Künstler das Silberblech, »wie es scheint, über den Körper in alle Formen hämmerte«.

Zu I, S. 32.

Die nach Chabouillet Cat. gén. n. 3066 (nicht 1066) erwähnte Kanephoros in der Nationalbibl. zu Paris (nicht im »Louvre« daselbst, wie einmal I, S. 37 irrthümlich gedruckt ist) ist von Chabouillet ausführlich besprochen in der Gazette archéologique von J. de Witte, Fr. Lenormant und R. de Lasteyrie, Année VIII, p. 260 fg., mit Abbildung auf pl. 31 und Holzschnitt auf p. 261. Hier ist auch von dem bandeau incrusté d'argent, welches das Haar umgebe, die Rede. Ganz neu ist die Bemerkung hinsichtlich des »péplus« über dem Chiton, er sei attaché sur les épaules par deux agrafes ou boutons ronds peut-être formés primitivement de pierres précieuses. Sie waren aber gewiß auch von Silber, s. I, S. 38 und unten S. 483.

Zu I, S. 34 fg.

Den in der Anmerkung besprochenen Werken kann noch hinzugefügt werden das Tropäum bei C. Friederichs Berlins ant. Bildwerke II, n. 1193, a, nicht nur deshalb, weil es nach Furtwängler's Bemerkung sehr schöne und reiche Silbereinlagen zeigt und eine vorzügliche Arbeit ist, sondern ganz besonders deshalb, weil es nach dieses Gelehrten Dafürhalten gewiß Griechisch und sicherlich kein Römisches Feldzeichen ist.

Zu I, S. 38.

Die bekannte Victoria des Museums zu Cassel (C. A. Böttiger Kleine Schriften archäol. und antiquar. Inhalts Bd. II, Taf. II) hat nach Pinder's schriftlicher Mittheilung einen Silbergürtel, der von Böttiger nicht erwähnt wird, auch nicht von Ruhl in der unten S. 490 genauer anzuführenden Uebersicht.

An einer bei Grivaud de la Vincelle Rec. de mon. ant., Paris 1817, pl. I, n. 1 abgebildeten, zu Lyon gefundenen, jetzt im Louvre aufbewahrten (Adr. de Longpérier Notice des Bronzes n. 277) Büste des Silen, welche ursprünglich als Gewichtstück diente, ist der eigenthümliche Aermel am rechten Arm nach Grivaud de la

1) Die Ziffer I bezieht sich auf die Abhandlung in n. I des laufenden Jahrganges dieser Nachrichten; Zahlen, denen sie nicht vorgesetzt ist, betreffen diesen Nachtrag.

Vincelle T. II, p. 2 versehen mit ornemens, qui étoient relevés par une incrustation en argent, dont une partie est encore conservée (Adr. de Longpérier bezeichnet sie als »flots« [1]).

Der Graf Caylus hat im Recueil d'antiq. T. IV, pl. LXIX, n. IV ein zu demselben Zwecke dienendes ähnliches Brustbild des Silen herausgegeben und p. 217 fg. besprochen, an welchem »le damasquinage ou l'incrustation d'argent« eine besondere Rolle spielt, »dont on voit encore la plus grande partie, non-seulement sur la peau de bouc dont il est paré, mais sur la partie de l'épaule, et de l'estomac qui est découverte; ses yeux sont d'argent et ses prunelles sont formées par des restes de sertissures qui retenoient des pierres précieuses ou des verres de couleurs qui produisoient le même effet«. Die auch mit silbernen Augen versehene bei Grivaud de la Vincelle Rec. de mon. ant. pl. XVI, n. 4 abgebildete zu Camon bei Amiens gefundene jetzt im Louvre aufbewahrte (Adr. de Longpérier a. a. O. n. 291) Satyrstatuette hat nach T. II, p. 156 ebenfalls silbernen Schmuck an der Nebris.

Man vergleiche außerdem noch die unten S. 494 zu I, S. 63 zu besprechende Satyrstatuette im Antiquarium zu München.

Was die in Z. 16 von unten nach Sacken und Kenner angeführte Minerva der K. K. Sammlung zu Wien n. 1208 betrifft, so bemerkt R. Schneider schriftlich: »Die Augäpfel sind nicht von Silber; sie sind in der Mitte durchbohrt, um eine Perle« — er meint gewiß: von Glas — »oder dgl. aufzunehmen. Silbern sind aber die Knöpfe an den Aermeln des Chitons und der mittlere Knopf der rosettenförmigen Schulteragraffe«.

An einer in Gallien gefundenen Bronzestatuette der Diana aus Römischer Zeit bei Caylus Rec. d'antiq. T. VII, pl. LXXX, n. III, vgl. p. 283, findet man außer silbernen Augen aus Silber bestehend auch les quatre boutons qui sur chaque partie de l'avantbras retiennent la petite veste juste, dont elle est en partie vêtue.

Der am Schlusse von I, S. 38 berücksichtigten Minerva n. 1147 (nicht 1132) ist hinzuzufügen die Minerva mit silbernen Augen und

1) Wenn Grivaud de la Vincelle meint, daß der Aermel, welcher von dem unteren Oberarm bis zur Handwurzel reicht, zu einer Tunica gehöre, so ist das offenbar ein Irrthum. Ich kenne kein ganz gleiches Beispiel. Einen Chiton mit kurzen Aermeln und langen Aermeln darunter trägt allerdings Silen auf dem Terracottarelief in den Denkm. d. a. Kunst II, 48, 607; aber diese gehören sicherlich zu den Anaxyriden. Vergleichen läßt sich etwa der Gegenstand am Arme der Amorenverkäuferin auf dem Wandgemälde in den Pitture di Ercol. III, 7, Millin's Gal. myth. pl. XLVI, n. 193*, Mus. Borbon. I, 3, welchen O. Jahn Arch. Beiträge S. 217 als eine Art von Handschuhen bezeichnet.

silbernem Medusenhaupt an der Aegis bei Caylus Rec. d'antiq. T. VII, pl. LXXX, n. IV.

Zu I, S. 40.

An der sept pouces sept lignes hohen, schönen und sehr interessanten Bronzestatuette des »Antinous« (allem Anschein nach des Narcissus) bei Caylus Rec. d'antiq. T. I, pl. LXVIII, n. I, vgl. p. 179 fg., ist das Gewand am linken Arm vergoldet, außerdem auch der beigegebene Palmtronc.

In Betreff der Bacchantin des Wiener Antikencabinets vernehmen wir durch Schneider: »nur der Rand des Felles ist mit einem dünnen Kupferblättchen belegt«.

Zu I, S. 42 fg.

Eine zu Blerick (Blariacum) im Limburgischen im Jahre 1864 zu Tage gekommene, jetzt in dem Cabinet des Herrn Hubert de Guasco in Valkenburg befindliche Statuette der Ceres von trefflicher Arbeit zeichnet sich nach R. Gaedechens »Das Medusenhaupt von Blariacum«, Festprogramm zu Winckelmann's Geburtstage, herausgeg. vom Vorstande des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande 1874, S. 4 insbesondere durch die »weiße und blaue Emaillirung an der Gewandung« aus.

Anlangend die Attribute aus Silber, so hat die Statuette des Juppiter aus Römischer Zeit bei Caylus Rec. d'antiq. T. III, pl. XL, n. I in der Rechten eine silberne hasta pura. In der Sammlung der Universität zu Jena befindet sich eine dem Vernehmen nach aus den Rheinlanden stammende Mercurstatuette, welche mit der Rechten einen großen Beutel hinhält, in dessen Mitte ein durchgehendes, offenbar schon im Alterthum absichtlich ausgearbeitetes verhältnißmäßig großes Loch befindlich ist, das sicherlich zur Aufnahme einer Zierath aus andersartigem Metall oder aus Email bestimmt war.

Nach Pinder's sehr ansprechender Vermuthung möchte die mit einem Silbergürtel versehene Cassel'sche Victoria (oben S. 482 zu I, S. 38) wohl in den Händen eine silberne Tänia gehalten haben.

Zu I, S. 43.

Einen Kranz von Silber hat auch der tanzende Silen aus Herculaneum, abg. in Bronzi di Ercol. II, S. 157, Mus. Borbon. XII, 41, bei Clarac Mus. d. sculpt. IV, pl. 734 D, 1765 I, Comparetti und de Petra La villa Ercolanese t. XVI, 10, vgl. p. 271, 52.

An der ohne Zweifel zu einem Gefäße gehörenden, jetzt in St. Petersburg befindlichen bronzenen Silensmaske, welche zuerst bei J. J. Dubois Descr. des antiques de M. le comte de Pourtalès-Gorgier, Antiq., Paris 1841, Frontispiz und p. 113, n. 604 abgebildet und besprochen ist zuletzt in R. Schneider's eingehendem Aufsatz »Ueber

eine Bakchische Maske aus Cilli« (Mittheilungen der Central-Commission der Kunst- und histor. Denkmäler, N. F. XI (1885) S. 86 fg.) und gleichzeitig besprochen bei Friederichs-Wolters Bausteine n. 2032, finden sich nicht bloß Reste der Versilberung an den Trauben des Epheukranzes (so wie an dem Ornamente »laufender Hund« der »Scheibe«, welche den am Scheitel angebrachten Ring trägt); sondern auch das breite Band im Haare und an der Stirn ist mit Silber ausgelegt. Zudem äußert J. J. Dubois: ses yeux, dont l'orbite est vide, étaient sans doute rapportés en argent. Aber Schneider bemerkt nur: »das Auge ist mitgegossen, seine Pupille eingeritzt«, ohne auf die Möglichkeit einer Ausfüllung dieser durch Silber auch nur hinzudeuten. Diese Maske (welche bei Friederichs-Wolters als »Kopf des bärtigen Dionysos« bezeichnet wird, obgleich schon Dubois bemerkt: ses oreilles sont celles d'une chèvre, und Schneider äußert, daß die im Haare versteckten gespitzten Ohren ausführlich bis in alle Einzelnheiten gebildet sind) wird übrigens von Schneider, welcher das Original mit voller Muße betrachten und mit dem der Cillier vergleichen konnte, als von der Hand eines modernen Lünstlers herrührend betrachtet. Doch giebt er zu, »daß über die Entstehung des Stückes in neueren Zeiten erst dann das entscheidende Wort gesprochen ist, wenn weiterer Forschung der Nachweis des antiken Originales gelungen sein wird«.

Zu I, S. 44 fg.

Als ein beachtenswerthes Stück des Berliner Museums bezeichnet Furtwängler eine ungefähr halblebensgroße Statue des Dionysos ohne Arme und Beine, »die eine reich mit Ornamenten in Silber eingelegte Tänie trägt. Im Auge ist die Pupille ausgehöhlt und leer; mit was sie einst ausgefüllt war, läßt sich nicht erkennen. Die Lippen und Brustwarzen sind von Kupfer eingesetzt. (Inventar 7469)«.

Auch an einer Bacchusstatuette aus Dalmatien, die ich im Jahre 1859 in der Janzé'schen Sammlung zu Paris sah, aus welcher sie im J. 1865 wahrscheinlich in die Nationalbibliothek übergegangen ist, fand ich das Diadem mit Silber eingelegt und die Lippen und Brustwarzen mit Kupfer.

Eine silberne Tänia hat auch die schöne zugleich mit silbernen Augen versehene Statuette eines unbärtigen »Hercules«(?) in Ant. Borioni's Collectanea antiquitatum Romanarum, tab. 8.

An einem Vasenhenkel von Bronze im Besitz von M. Gontard zu Frankfurt am Main findet sich eine »Satyrmaske mit silbernem Stirnband« (vgl. Histor. Ausstellung kunstgewerblicher Erzeugnisse zu Frankfurt a. Main 1875, S. 29, n. 507).

Zu I, S. 45.

Daß auch an der Wiener Statuette der Hera die drei Rosetten des »Diadems« von Silber sind, bemerkt Schneider ausdrücklich.

Zudem erfahre ich durch Dr. Hubo, daß an einer Bronzestatuette mit silbernen Augen in Borioni's Collectanea antiquitatum Roman. tab. 15 silberne Rosetten an der Stephane vorkommen. Es handelt sich, ebenso wie bei der Wiener Statuette, um eine Juno.

Bei Borioni a. a. O. t. 14 findet sich an einer männlichen Büste auch ein vergoldetes Diadem um das Haar, s. unten S. 489 zu I, S. 56 fg. Selbst von einer mit Eisen belegten Tänia haben wir ein Beispiel an einer Silensmaske, s. S. 488 zu I, S. 54.

Zu I, S. 46.

R. Schneider: »Aehnlich wie der kleine Mercur n. 1158 zeigt eine dem K. K. Cab. zu Wien vor nicht sehr langer Zeit geschenkte in Albanien gefundene Mercurstatuette einen silbernen, um Hals und rechten Arm geschlungenen Draht. Was man damit beabsichtigte, weiß ich nicht. Als Schmuck kann er nicht gelten«.

Zu I, S. 46.

Ein kleiner, etwa als Henkel an einem Gefäße angebracht gewesener Panther, an welchem die Flecken des Felles durch eingelegtes Silber markirt sind, ist kürzlich für die archäologische Sammlung der Universität zu Göttingen erworben.

Zu I, S. 47 oben

vgl. auch die Anführungen bei Adr. de Longpérier a. a. O. n. 855 und Grivaud le la Vincelle Rec. d. mon. ant. pl. III, n. 7 u. T. II, p. 32.

Zu I, S. 49.

An einer Etruskischen Vase in Form eines Venuskopfes waren die Augen, von denen eins sich erhalten hat, aus einer »weißen Masse« eingesetzt (Friederichs Berlins ant. Bildw. II, n. 1562, a).

Zu I, S. 51.

Den Thieren mit silbernen Augen kann noch hinzugefügt werden der sehr beachtenswerthe, zu einem Feldzeichen gehörende Eber bei Grivaud de la Vincelle Rec. de monum. ant. pl. XXXII, n. III, vgl. T. II, p. 255, der Stier bei Caylus Rec. d'ant. T. I, pl. LXIV, n. II, vgl. p. 174.

Zu I, S. 53.

Anlangend die silbernen Pupillen, so wird bei Friederichs-Wolters Bausteine n. 1750 verzeichnet eine Zeusstatuette zu München mit aus Silber eingesetzten Pupillen und Brustwarzen. Es ist die von C. von Lützow Münchener Antiken, H. IV. V, 1867, Taf. 26 herausgegebene im Antiquarium befindliche, über welche dieser S. 45, A. 2 bemerkt: »Augensterne und Brustwarzen sind eingetieft, wahr-

scheinlich zum Einsetzen von Silber«. Dort wird also gleich als sicher hingestellt, was hier nur als Vermuthung geäußert war. Christ, der im Führer durch das K. Antiquarium, München 1878, S. 51, n. 366 dieses von ihm auf Poseidon bezogene Werk verzeichnet, bemerkt, dasselbe sei von bester Erhaltung, »es fehlen nur die Edelsteine der Brustwarzen und die Attribute der Hände«. Jene würden etwas ganz Unerhörtes sein. Man kann immerhin an silberne Brustwarzen denken, aber nicht geringere Wahrscheinlichkeit haben solche aus Kupfer. Wenn Christ nicht auch eingesetzte Pupillen vermißt, so mag er Recht haben. Schwerlich aber handelt es sich um silberne; jedenfalls stehen dieselben nichts weniger als sicher.

Zu I, S. 53 fg.

In Betreff der Rubrik »goldene Augen« macht Furtwängler mich schriftlich aufmerksam auf den »merkwürdigen Etruskischen Kopf« bei Friederichs Berlins ant. Bildw. n. 1562, »der aus je einem dicken Goldstifte eingesetzte Pupillen hat; es sind hier nur die Pupillen eingesetzt, das übrige Auge mit dem Gesichte aus einem Guß. Der Kopf stammt aus dem 3. oder 2. Jahrh. vor Chr. etwa«. Es handelt sich, wie wir durch Friederichs erfahren, um eine Etruskische Vase in Form eines weiblichen Kopfes.

Ueber die S. 53, Z. 5 fg. erwähnte, bei Sacken Bronzen Taf. XXXIX, n. 11 (nicht XXXV, n. 9) abgebildete Herculesbüste so wie über den I, S. 54, Z. 3 fg. berücksichtigten doppelten Löwen mit goldenen Augen äußert sich Schneider folgendermaßen: »Die Augäpfel der Herculesbüste sind aus Silber (wie auch wahrscheinlich die Lippen mit Silber belegt waren). In denselben ist je eine trichterförmige Hülse aus feinem Golde eingesetzt, welche zur Aufnahme einer (jetzt fehlenden) Glasperle od. dgl. bestimmt war. Dieselben goldnen Hülsen bemerkte ich an einer kleinen bronzenen Zeus- (oder Neptuns)büste aus Essek im hiesigen Privatbesitze. Gewissermaßen kann auch die Fibel 906 unsres Kabinets, auf p. 54 Ihrer Abhandlung citirt, herangezogen werden. Dieselbe besteht aus zwei aneinanderstoßenden Vordertheilen von Löwen, die zwischen ihren Pranken Köpfe halten. Trotz der Kleinheit sind auch hier die Augen dieser letzteren und der Löwen selbst aus eingesetzten goldenen Trichterchen gebildet«.

Zu S. 54, Z. 6 fg.

Ueber kupferne Augen vgl. unten S. 494 zu S. 62, n. 2.

Zu S. 54, nach Zeile 10.

Dagegen ist uns jüngst ein sicheres Beispiel von mit Eisen belegten Augen bekannt geworden, nämlich an der ausgezeichneten aus der Zeit des Kaisers Claudius oder der nächstfolgenden stammen-

den bei Zama in der Nähe von Cilli im Februar 1883 aufgefundenen, dem Alterthumsverein zu Cilli gehörenden und im dortigen Museum aufbewahrten Bronzemaske eines Wesens des Bacchischen Kreises, gewiß des Silen. Von dieser Maske heißt es bei Friederichs-Wolters a. a. O. n. 2033, wo sie als Kopf des Dionysos bezeichnet wird, »Lippen, Augen und der Fruchtbüschel des Epheukranzes« seien »von Silber eingelegt«. Das ist aber ebenso irrig wie die Beziehung auf Dionysos. Schneider meldete mir schriftlich, »die Augen und die Tänie sind mit Eisen belegt. Dasselbe war wol auch bei den Lippen der Fall. Eine Glasperle oder dergleichen bildete den Augenstern«. In seiner schon oben S. 484 fg. zu I, S. 43 angeführten Abhandlung, die ich nachher noch durch seine Güte erhielt, hat er das Werk eingehend und einsichtsvoll besprochen und in guter Abbildung bekannt gemacht. Hier heißt es S. 85: »Die Maske ist 2 Cm hoch und mißt an der breitesten Stelle 154 Mm. Sie war der Zierat eines Gefäßes. Am liebsten denkt man sie mit dem obern hinten ausladenden Theile an dessen nach unten ausgebogenen Hals, mit dem flach sich ausbreitenden Barte an dessen Bauch geschmiegt und es scheint, daß auf der Höhe des Scheitels der Henkel aufruhte, obgleich an der mit dem Meißel abgearbeiteten etwas erhobenen Fläche keine Spur des Lothes bemerkbar ist. Indessen machen Größe und Form derselben — sie ist nämlich vorn abgerundet und hinten geradlinig begränzt — diese Annahme fast unzweifelhaft. Die Maske ist bernahe tadellos erhalten« — nur »die zwar noch immer schöne Patina soll durch das Abformen in Gips nicht unbeträchtlich gelitten haben«. Dann spricht Schneider mit Recht gegen die Beziehung der Maske auf Dionysos selbst. Diese machen »völlig unmöglich die im Haare versteckten thierisch zugespitzten Ohren«. Auf S. 88 finden wir die schon oben aus Schneider's schriftlichem Bericht mitgetheilten Angaben bezüglich der Augen, der Tänia und der Lippen, nur mit dem Unterschiede, daß in den früher gedruckten Angaben die Belegung der Lippen mit Eisen als ganz sicher hingestellt wird. Schließlich wird auf S. 88 bemerkt: »Die Patina ist dunkelgrün; nur an den Blättern spielt sie ins Bräunliche, und an den Trauben erscheint sie ganz licht. So verleiht sie dem schönen Stücke einen an Bronzen ungewöhnlichen polychromen Reiz, von dem man schwer entscheiden kann, ob er mit Absicht hervorgerufen oder das bloße Spiel eines glücklichen Zufalles ist«. Von einer Einlegung mit Silber ist mit keinem Worte die Rede.

Zu I, S. 54, Z. 19 fg.

An dem alterthümlichen Bronzekopf aus Cerigo im Berliner Museum sind nach A. von Sallet Zeitschr. für Numismatik Bd. IX,

S. 141 fg., der ihn auf Aphrodite bezieht, die Augen von Elfenbein. Die verlorenen Augensterne waren nach Sallet's Dafürhalten »jedenfalls ehemals Edelsteine oder edles Metall«. Die erste Angabe glauben wir, da sie ganz bestimmt auftritt und Sallet Brunn's Aufsatz kannte, annehmen zu müssen. Die zweite Behauptung scheint uns keinesweges sicher zu stehen, da weit eher als an edles Metall an Bronze gedacht werden kann. Vgl. unten S. 493 zu I, S. 59.

Zu I, S. 56 fg.

Ein mir erst nachträglich bekannt gewordenes Beispiel von Augen mit Edelsteinen bei Borioni Collectan. antiq. Roman. tab. 14. Es findet sich an einem auffallend reich verzierten Bronzekopf, welcher ein diadema auro intextum, labia auro bracteata, silberne Augäpfel und Pupillen von Hyacinth hat, an einer Büste »alabastritis antiqui colorum varietate mirabilis«. Leider habe ich von diesem außerordentlichen Werke (durch welches uns auch der I, S. 58, Anm. vermißte sichere Beleg für Augen aus Silber und Stein zu Theil wird) keine weitere Kunde als die, daß es sich zur Zeit, da es herausgegeben wurde, »apud Emin. Card. Alex. Albanum« befand. In der Description de la Villa Albani aujourd'hui Torlonia, Rome 1869, habe ich keine Spur davon finden können. Von Venuti, welcher den Text des von Borioni herausgegebenen Werkes herausgegeben hat, wird es auf »Ptolemaeus Auletes« bezogen, womit er den Ptolemäus meint, welcher auf den Goldmünzen von Friedlaender und Sallet im Verzeichn. des Berlin. Münzcab. zu n. 359 als Ptolem. VIII, Lathyros, von R. Stuart Poole Catal. of the Gr. coins in the Brit. Mus., The Ptolemies, zu pl. VIII, n. 3 fg. als Ptol. Euergetes gefaßt wird und mit Strahlenkranz, Aegis und Dreizack dargestellt ist. Das Gesicht hat allerdings mit dem bei Borioni eine gewisse Aehnlichkeit; aber von den Attributen findet sich keins. An der Brust kommt bei dem Rundwerk unter der Chlamys ein Harnisch zum Vorschein.

Ein zweites Beispiel giebt Caylus im Rec. d'antiq. T. V, pl. LXXVII, n. II et III, vgl. p. 212 fg. Es handelt sich um einen hohlgegossenen geschmückten weiblichen Römischen Kopf, der nach dem Herausgeber, wie der ähnliche T. I, pl. LXXXV, n. II als Votivgabe gedient haben soll. »Le Monument est bien conservé: les prunelles, formées par deux grénades cabochons, sont dans leur ancienne situation«. Der ähnliche Kopf in T. I ist nach p. 211 mit silbernen Augen versehen, in Betreff des in Rede stehenden muß man wohl annehmen, daß die Augäpfel aus Bronze und mitgegossen sind.

Ein drittes Beispiel bietet eine Bronze in Cassel. C. A. Böttiger berührt dieselbe in den Ideen zur Kunstmythologie II, S. 170, vom J. 1836, indem er angiebt, daß sie im Museum zu Cassel war.

Ich vermuthete gleich, daß sie hier noch — oder vielleicht genauer: wieder — vorhanden sei, und fand dieses durch die Angabe zweier Vorsteher des Museums bestätigt. Ruhl bemerkt in der Uebersicht der im Mus. zu Cassel befindlichen wichtigsten Antiken; zur Erinnerung an die Versammlung vom 2. und 5. October 1843 den H. H. Philologen und Schulmännern Deutschlands dargebracht von J. J. Bohne, S. 4: »Statue des Helios 12 Z. 10 L. hoch, sie unterscheidet sich von anderen Vorstellungen dadurch, daß statt der sieben Strahlen hier das Haupt mit Blättern der Sonnenblume umgeben ist. In die Augen sind Rubinen eingesetzt. Der rechte Vorderarm fehlt«. Pinder berichtete mir auf meine Anfrage Folgendes. »Die von Böttiger erwähnte Bronze ist noch vorhanden. Sie stellt dar: eine jugendliche Gestalt, hat circa die Höhe eines Pariser Fußes, und ist nach meiner Meinung die Figur eines Opfernden. Den Schmuck des Hauptes bildet eine eigenthümliche Blätterkrone aus 8 sonnenblumenähnlichen Blättern (erinnernd an die Blätter der sog. Clytia), die durch ein Band auf dem Haupte befestigt sind. Sie deuten also einen abnehmbaren Kranz, der wohl zu bestimmten Opfern angelegt wurde, an. Der Oberleib ist nackt, die linke Hand ist so geöffnet, daß wohl von ihr eine palera gehalten sein mochte (vielleicht auch aus anderem Material). Der rechte Arm ist abgebrochen, muß aber nach vorne ausgestreckt gewesen sein. Ob die Hand dann die Kanne hielt, oder, wie an zwei kleineren Casseler Bronzen ähnlichen Motivs, feierlich erhoben war, ist nicht zu sagen. Von diesen beiden kleineren Bronzen (welche die gleiche Kopfschmückung haben) hält eine noch deutlich die Schale, die andere eine acerra. Die Augen der von Böttiger erwähnten Bronze sind mitgegossen, nur in die Pupillenhöhlen sind zwei kleine Rubine eingedrückt. Das Werk ist wohl italisch« [1]).

1) Entsprechende Darstellungen finden sich in kleinen Bronzen auch sonst. Die zuerst bei Gori Mus. Etruscum Vol. I, Fir. 1737, t. XXXVII, n. I, bekannt gemachte und erklärte wird p. XXXII als Apollinis signum bezeichnet. Sie ist wiederholt in Gerhard's Ges. Abhandlungen Taf. XXXV, n. 5, und wird von diesem als Helios, Sol gefaßt. Zannoni bezog vier ähnliche Figuren in der Reale Galleria di Firenze S. 4, Statue, Vol. 3, 1824, tav. 150, n. 1 u. 2, t. 151, n. 1 u. 2 im Texte p. 147 fg. auf die Laren. Von Anderen sind Darstellungen dieser Art auf Bacchus bezogen, in Folge der deutlichen Weinblätter und Trauben im Kranze auf dem Kopfe. So die eben angeführte Statuette in R. Gall. di Fir. t. 151, n. 1 = Clarac T. IV, pl. 687, n. 1607, an welcher das Haar dem des Helios gleicht, und die Büste in der Nationalbibliothek zu Paris bei Chabouillet, Cat. génér. et descr. p. 504 fg., n. 3004. Auch in der Statuette derselben Sammlung bei Clarac IV, 726 G, n. 1607 A erkennt der Erklärer den Bacchus, obgleich die Figur einen Kranz anderer Art hat und ihr Haar

Zu I, S. 58.

Unter den jüngst auf der Akropolis von Athen ausgegrabenen archaischen weiblichen Statuen von Marmor, welche P. Cavvadias Fouilles de l'Acropole, Livr. I, beschrieben und herausgegeben hat, befindet sich eine (Taf. VI.), an welcher die Augen aus einer Krystallart eingesetzt sind.

Zu I, S. 58, Anm. 1, Ende.

Hinsichtlich des Satyrs aus rothem Marmor im Capitolinischen Museum nimmt E. Baum Ruinen und Museen Roms n. 54, S. 190 an, daß die Augen aus durchsichtigem Gesteine eingesetzt gewesen seien. Entsprechend äußert Fröhner in Betreff der Herme des Dionysos aus rothem Marmor im Louvre Notice de la sculpt. ant. p. 231, n. 212: l'orbite des yeux a été creusée dans le but d'y enchâsser des pierres précieuses. Bei Friederichs-Wolters n. 1500 wird es unentschieden gelassen, ob die Augenhöhlen des Capitolinischen Satyrs mit durchsichtigen Steinen oder mit Glas ausgefüllt gewesen seien. Warum gerade nur durchsichtige Steine beliebt werden, ist nicht abzusehen. In diesen Fällen lautet die Vermuthung nur auf ein Material. Wir halten es aber für unzweifelhaft, daß die Satyrstatue weiße Augäpfel hatte, die wir bei Satyrn wiederholt finden, mögen dieselben aus Silber wie I, S. 37 und I, 47, oder aus Email wie I, S. 55 (in welchen Fällen es sich um Bronzewerke handelt) bestanden haben oder aus weißem Marmor, wie bei dem Ludovisischen Satyrtorso aus bläu-

---

deutlich das des Helios ist, wie namentlich aus der Partie über der Stirn hervorgeht. Die archäologische Sammlung unserer Universität besitzt seit Kurzem eine Bronzestatuette dieser Art mit dem Blätterkranze auf dem Haupte, dessen Haarschlag durchaus der des Helios ist, der Schale in der Rechten und der Büchse in der Linken, wie regelmäßig mit dem Himation bekleidet, das den einen Arm (hier den rechten) und eine Partie des Körpers unterhalb desselben freiläßt. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß in diesen unbärtigen Figuren stets der oder ein Sonnengott gemeint ist. An die Laren zu denken ist durchaus unzulässig Daß der Sonnengott nicht bloß im Füllhorn Trauben und Blumen trägt, wie in der bekannten Statue des Louvre bei Clarac Mus. de sc. T. III, pl. 334, n. 1188, sondern auch mit weinbekränztem Kopfe dargestellt wurde, wie auf Münzen von Rhodos, z. B. der bei Panofka »Dionysos und die Thyiaden«, in den Abhandl. der Berliner Akademie d. Wissensch. 1852, Taf. III, n. 5, braucht kaum bemerkt zu werden. Auch ein Epheukranz kommt bei ihm vor. Für den Sonnengott spricht anscheinend auch die mehrfach bei den in Rede stehenden Bronzen vorkommende Erhebung des einen Armes. Auch die Büchse (welche ein paar Male in jeder Hand vorkommt) paßt für ihn durchaus. Ich will kein Gewicht darauf legen, daß auch die Rubinen in den Augen bei dem Casseler Exemplare besonders gut für den Sonnengott passen. Ob dieselben einem gewöhnlichen Opferer gegeben sein würden, kann wohl gefragt werden. Mehr unten S. 495 fg.

lichem I, S. 60 oder aus weißem Stein anderer Art, wie bei dem »Seneca« I, S. 57. Bei dem Ludovisischen Satyr kommt nur ein Material vor. Ob das aber auch bei den anderen Satyrdarstellungen der Fall war, steht dahin. Für je einen Edelstein können etwa die I, S. 48 oben zuerst angeführten Statuen veranschlagt werden, namentlich die zweite. Die Verwendung von Edelsteinen kann bei den Bildwerken aus rothem Marmor nicht in Abrede gestellt werden; aber gewiß waren die Augen noch öfter durch Email, namentlich verschiedenfarbiges hergestellt.

Zu I, S. 59, hinter Z. 10 von oben.

In W. Christ's Führer durch das K. Antiquarium in München wird S. 41 fg., n. 724 fg. aufgeführt ein »Votivauge oder Auge einer Colossalstatue von Bein, in dessen Mitte die Pupille ursprünglich von farbigem Stein eingesetzt war, aus dem Athenetempel von Aegina; daneben eine kleine Schlange von der Aegis der Göttin«. Leider ist das Material der Schlange nicht angegeben. Die Ansicht über das ursprüngliche Material der Pupille beruht ohne Zweifel nur auf Vermuthung.

Selbst von einer erhaben geschnittenen Gemme ist ein Beispiel von Augen aus Gemmen verschiedenen Materials, wenn auch leider nur unzulänglich bekannt. »Ein äußerst merkwürdiger Cameo im königl. Schatz in Dresden, welcher eine Jupitermaske im großen alten Styl darstellt (s. Becker im Augusteum Th. II, S. 11), hat statt der Augen zwei linzenförmige Türkisse eingesetzt« (C. A. Böttiger Ideen z. Kunstmyth. II, S. 170). Ob der Ausdruck »Augen« genau ist, müssen wir dahingestellt sein lassen, da sonst meist nur der Augenstern oder die Pupille mit Stein eingesetzt gefunden wird.

Zu I, S. 59, Z. 23 fg. v. o.

Anlangend die Einsetzung von Augen aus Edelstein oder Halbedelstein bei Schlangen, so wollen wir nicht versäumen zu bemerken, daß ein Drache mit Augen aus Bergkrystall sich schon unter den zu Mykenae ausgegrabenen Alterthümern findet. Der Drache bildet die goldene Parirstange eines Schwertgriffes. Außer den Augen sind auch die Schuppen des Drachen durch wohlgeschliffene und in den Goldgrund eingesetzte Stücke Bergkrystalls ausgedrückt. Vgl. Schliemann Mykenae S. 330, n. 451, 452 und Helbig »Das Homerische Epos aus den Denkmälern erläutert«, S. 44.

Zu I, S. 59, hinter Z. 8 v. u.

Den angeführten Beispielen von Augen aus Elfenbein bei Figuren aus Erz sind drei hinzuzufügen, welche bei Friederichs-Wolters Bausteine unter den Werken der altgriechischen Kunst aus Unteritalien S. 87, n. 163. 164. 165 beschrieben werden. Es handelt

sich bei n. 163 um die Verzierung eines Stirnpanzers eines Pferdes und bei n. 164 um die eines Brustpanzers von zwei Pferden, die bei n. 163 in einem behelmten Kopf und bei n. 165 in einem Medusenkopf, bei n. 164 in einer Doppelsphinx besteht. Nur bei n. 165 scheinen sich die aus Elfenbein besonders eingesetzten Augen erhalten zu haben. Doch dürfen dieselben auch in den beiden anderen Fällen mit Sicherheit vorausgesetzt werden. Leider ist mir das Werk: »Die Großherzogl. Badische Altertümer-Sammlung«, wo die betreffenden Panzer III, Taf. 17 u. 18 abgebildet sind, nicht zugänglich. Vgl. zudem den alterthümlichen Kopf aus Cerigo oben S. 489 zu I, S. 54, Z. 19 fg. Wir kennen also jetzt auch aus der Zeit der archaischen Kunst eingesetzte Augen aus Elfenbein, was noch nicht der Fall war, als die Worte I, S. 57, Anm., Z. 3 fg. v. u. geschrieben wurden.

Zu I, S. 60 Mitte.

Die Ausgrabungen zu Olympia haben nicht nur einen Greifenkopf von Bronze mit Augen aus Bernstein zu Tage gebracht, wie Ad. Boetticher angiebt, sondern zwei. Bemerkenswerth ist, daß an einem dritten, kleineren und geringeren, der ebenda gefunden wurde, die Augen nicht besonders eingesetzt gewesen sind. Vgl. Friederichs-Wolters n. 365—367.

Zu I, S. 61 fg.

Vergoldete Lippen auch bei der oben S. 489 zu I, S. 56 fg. angeführten Büste bei Borioni tab. 14.

Zu den Beispielen von mit Silber eingelegten oder versilberten Lippen gehört auch nach Schneider der von uns I, S. 61 angeführte Kopf der »Io«. Doch spricht er sich darüber nicht so bestimmt aus wie Sacken und Kenner, indem er berichtet: »Die Augensterne sind eingebohrt; die Lippen waren wohl ursprünglich mit Silberplättchen belegt«. Vgl. auch Schneider's Bemerkung zu dem Wiener Hercules oben S. 487 zu I, S. 53, Z. 5 fg.

Den Beispielen von kupfernen oder verkupferten Lippen sind außer den I, S. 62, 2 beigebrachten noch hinzuzufügen: die bei Adr. de Longpérier Bronzes du Louvre p. 54, n. 240 angeführte situla in Form eines Mercurkopfes mit silbernen Augen, wie die n. 241 aus Unterägypten, aus cuivre rouge; der oben S. 485 zu I, S. 44 erwähnte Berliner Dionysos und der ebenda aufgeführte der früheren Sammlung Janzé.

Ueber die bei Löningen gefundene I, S. 62, n. 2 erwähnte Knabenstatuette giebt weiteren, zum Theil abweichenden Aufschluß Herr Oberkammerherr von Alten in dem zu Oldenburg erschienenen Bericht über die Thätigkeit des Oldenburger Landesvereins für Alterthumskunde vom 1. März 1875 bis dahin 1876, S. 13, zu Taf. IV,

wo das 28, 4 Centimeter hohe Werk verkleinert, aber sehr getreu abgebildet ist. »Die Bronze erscheint goldig. Nabel, Brustwarzen, Inneres des halbgeöffneten Mundes, sowie die Augen, in denen Steine eingesetzt gewesen zu sein scheinen, sind von Kupfer«. Gegen das über die Augen Gesagte habe ich starke Bedenken. Ob die Augenhöhlen überall ausgefüllt waren, ist keineswegs sicher. Am Munde handelt es sich nur um die Lippen. Ueber den Nabel s. unten S. 495 zu I, S. 62, 2.

Zu I, S. 63.

Hinter Z. 6 hinzuzufügen: 4. ein Beispiel mit Eisen belegter Lippen vermuthlich an der Maske zu Cilli nach R. Schneider, s. oben S. 484.

Zu den Z. 7 fg. erwähnten silbernen Zähnen ist zu vergleichen die in Christ's Führer durch das K. Antiquar. in München S. 46, n. 46 verzeichnete »bacchische Figur, zum ornamentalen Schmuck bestimmt, gefunden bei Rott im Ldg. Weilheim«, über welche gesagt wird: »von den heidnischen Germanen scheint die stark verrostete Figur als Götzenidol benutzt worden zu sein und davon den barbarischen Einsatz der Augen, Zähne und eines Theiles des Ziegenfelles von Silberblech erhalten zu haben«. Daß es sich keineswegs um einen »barbarischen Einsatz« handele, bedarf jetzt wohl keines besondern Beweises. Schade, daß nicht angegeben ist, ob die Figur männlich oder weiblich ist und spitze oder gewöhnliche menschliche Ohren hat. Das Wahrscheinlichste dürfte doch wohl sein, daß man es mit einem Satyr zu thun hat.

Ein zweites Beispiel einer Silensbüste aus Römischer Zeit mit Haaren am nackten Körper, die mit Silber incrustirt sind, ist oben S. 483 zu I, S. 38 nach Caylus erwähnt. In beiden Fällen diente die Büste als Gewichtstück.

Zu den silbernen oder versilberten Brustwarzen, über welche Z. 12 fg. von unten die Rede ist, können wir jetzt außer den oben S. 486 fg. zu I, S. 53 und unten S. 495 zu I, S. 64 angeführten noch folgende Beispiele nachtragen. Stephani erwähnt im Compte rendu de la commiss. Impér. archéol. de St. Pétersbourg 1867, p. 152 Augen und Lippen mit Silber eingelegt an einer in der Vignette auf p. 49 abbildlich mitgetheilten bei Janina gefundenen Bronzestatuette eines Jünglings (sicherlich einer Person des Glaubens oder der Sage) »ungefähr aus der Zeit des Phidias«. Nach Furtwängler's schriftlicher Mittheilung befindet sich jetzt im Berliner Museum (Inventar 7486) eine schöne Panstatuette aus Arkadien (Andritzena) mit hohlen Augen und aus Silber eingesetzten Brustwarzen (wie nach meiner Meinung auch wohl die Augen von Silber waren).

Zu I, S. 64.

Den in Z. 7 fg. beigebrachten Beispielen kupferner oder verkupferter Brustwarzen haben wir jetzt noch hinzuzufügen außer den beiden oben S. 485 zu I, S. 44 fg. erwähnten Dionysosstatuen und der Oldenburgischen Bronze (oben S. 494 zu I, S. 62, 2), bei denen auch die Lippen von Kupfer sind, den I, S. 43 erwähnten Wiener Hercules mit Kranz und Augen von Silber, dessen Brustwarzen nach Schneider von Kupfer sind, vgl. auch Sacken Bronzen S. 100.

Zu I, S. 64, hinter Zeile 24.

Ueber zwei besondere Fälle erhalten wir Kunde durch R. Schneider und von Alten.

Schneider bemerkt in Betreff des I, S. 47 erwähnten Wiener »Fauns« n. 1204: »Die silbernen Augen mit eingravirten Sternen. Wahrscheinlich war auch die linke Brustwarze und die Zunge mit Silber ausgelegt«.

Herr von Alten giebt an (s. oben S. 494 zu I, S. 62, n. 2), daß an der bei Löningen gefundenen Statuette der Nabel von Kupfer sei.

Es muß dahingestellt werden, ob sich sonst noch ähnliche Fälle sicher nachweisen lassen. Was die an letzter Stelle erwähnte Statuette betrifft, so ist der Nabel nur durch eine Vertiefung angegeben. Befindet sich etwa an der betreffenden Stelle ein eingelegtes Stück, das nicht »goldig« erscheint?

Zusätze.

Zu S. 483, Text, vor der letzten Zeile und S. 485 unten.

An einer prachtvollen auch in Gallien gefundenen Statuette der Diana, deren cheveux sont retenus par une bandelette d'argent, sind die manches courtes fendues garnies de boutons d'argent (Fröhner Coll. de J. Gréau, Bronz. ant. p. 186, n. 916, z. pl. XXII).

Zu S. 490 fg., Anm.

Den hier angeführten Bronzefiguren kann ich jetzt schon hinzufügen die von Montfaucon L'antiquité expl. T. I, P. 2, pl. CLX, n. 5 und die von Caylus Rec. d'antiq. T. III, pl. LIV, n. I herausgegebene. Jene, welche sich im Besitze des Herausgebers befand und von diesem p. 248 als Bacchant gefaßt wird, weil sie mit Weinlaub bekränzt ist, gleicht in Betreff der Haartracht, der Bekleidung und der Attribute in den Händen, deren linke eine Büchse (gobelet) hält, während in der abgebrochenen rechten sich vermuthlich eine Patera befand, den erwähnten wesentlich. Dasselbe gilt auch von der Fi-

gur bei Caylus, welcher sie p. 210 fg. als Priester deutet, indem er das, was sie in der rechten Hand hält, als dicke Patera faßt (während es doch sicherlich eine Büchse sein soll) und das, was sie in der linken hat, eine deutliche Patera, als Kuchen, zudem auch die Fußbekleidung, mit welcher sie versehen ist, ohne allen Grund als für einen Priester besonders passend betrachtet. »La plus grande singularité de ce Bronce«, bemerkt er, »est une couronne qui laisse le derrière de la tête libre et découvert; elle est formée par six grandes feuilles arrangée en manière de rayon; mais le travail de ce Bronce a été fait avec si peu de soin, qu'on ne peut reconnoître l'espèce de ces feuilles« (der Kranz entspricht wesentlich dem der oben S. 490 berührten Casseler Bronze). Eigenthümlich sind die den in Rede stehenden Figuren nahe stehenden Darstellungen auf zwei Gemmen, welche Montfaucon a. a. O. pl. CLXII, n. 1 u. 2 nach Beger und La Chausse herausgegeben und p. 249 mit diesen auf Bacchus bezogen hat. Daß die betreffenden Werke, in Büstenform, deren eine Brust nebst dem anliegenden Oberarm entblößt ist und deren Kopf als mit Weinlaub und Weintrauben bekränzt bezeichnet wird, den Bacchus angehen, erhellt namentlich aus der oben an der Stirn sichtbaren Binde (welche einmal mit Epheutrauben verziert ist) und aus der Behandlung des Haupthaares, sowie auch aus dem einen Attribute, welches beiden außer der Patera beigegeben ist, sicherlich nicht einem Phallos, wie man angenommen hat, sondern einem Dithyrsos eigenthümlicher Form. Daß nun Bacchus als Sonnengott galt, ist bekannt; aber es steht keinesweges fest, daß er hier zunächst als solcher gemeint sei. Wahrscheinlich hat man ihn sich als Heilgott zu denken. Die Anlage der Bekleidung entspricht auf den Gemmen ebensowohl wie bei den obigen Bronzen der bei Asklepios gewöhnlichen. Auch die Haartracht bei den Bronzen findet sich hie und da bei diesem Gotte in entsprechender Weise. Die Erhebung des einen Armes, wie zum Sprechen, zeigt sich mehrfach, vgl. z. B. Denkm. d. a. Kunst II, 60, 777 u. 773. Auch die Beziehung zum Weine, die dem Helios eigen ist, läßt sich bei Asklepios nachweisen. Wir erkennen also in den Bronzen den Sonnen- und Heil-Gott Asklepios und werden unsere Ansicht an anderer Stelle noch genauer beweisen.

Beweis eines Satzes über Bewegungsgruppen.

Von

A. Schoenflies.

Vorgelegt von H. A. Schwarz.

Es möge durch

$$\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C} \ldots\ldots$$

eine endliche oder unendliche Reihe von Ortsveränderungen eines starren Körpers bezeichnet werden, welche folgenden Bedingungen genügt:

1) zu jeder derselben soll auch die entgegengesetzte in der Reihe vorhanden sein;

2) jede Bewegung, welche durch Zusammensetzung zweier von ihnen entsteht, soll ebenfalls der Reihe angehören;

alsdann heißt eine solche Reihe eine Gruppe von Bewegungen.

Setzen wir eine Bewegung mit der ihr entgegengesetzten zusammen, so heben sich dieselben gegenseitig auf. Das Ergebniß dieser Zusammensetzung kann deshalb als eine Bewegung von der Größe Null bezeichnet werden; dieselbe wird die »Identität« genannt. Die Identität ist nach der obigen Definition in jeder Bewegungsgruppe enthalten; ich setze aber von vornherein fest, daß wenn im Folgenden von beliebig kleinen Ortsveränderungen die Rede ist, von der Identität stets abgesehen werden soll.

Unter den Bewegungsgruppen besitzen diejenigen ein besonderes Interesse, bei welchen aus den Bewegungen, welche die Gruppe erzeugen, nicht beliebig kleine Ortsveränderungen abgeleitet werden können. Von ihnen soll in der nachfolgenden Mitteilung folgender Satz bewiesen werden: Abgesehen von einem speciellen Fall können solche Gruppen nur dann existiren, wenn bei jeder zur Gruppe gehörenden Bewegung der bezügliche Drehungswinkel in einem rationalen Verhältniß zu 2π steht.

Dieser Satz läßt sich zwar aus einer Abhandlung von Herrn Camille Jordan über Bewegungsgruppen[1]) entnehmen. Wenn ich dessen ungeachtet im Folgenden einen Beweis desselben mitteile, so geschieht es einerseits, weil der angeführte Satz meines Wissens noch nicht bestimmt ausgesprochen ist, andrerseits, weil es mir, wie ich glaube, gelungen ist, eine elementare und strenge Herleitung desselben zu finden.

Ich schicke dem Beweis einige Formeln über Bewegungen voraus.

1. Seien (Fig. 1) a und b zwei Axen, die sich in einem Punkt O schneiden, und deren positive Richtungen den Winkel $\pi-\varphi$ mit einander bilden. Um sie sollen nach einander Rotationen von der Größe ε ausgeführt werden. Dieselben sind bekanntlich einer einzigen Rotation von der Größe ε_1 um eine Axe c äquivalent, die mit a und b ein gleichschenkliges Dreikant bestimmt, so daß Winkel

$$cab = abc = \tfrac{1}{2}\varepsilon$$

und Winkel

$$bca = \pi - \tfrac{1}{2}\varepsilon_1$$

ist. Beschreiben wir um O mit dem Radius 1 eine Kugel, so bilden die Punkte A, B, C, in denen sie von a, b, c getroffen wird, ein sphärisches Dreieck. In demselben fällen wir von C das Lot CD auf AB, so ergiebt sich aus dem rechtwinkligen Dreieck ACD die Relation

$$\cos\tfrac{1}{2}\left(\pi-\frac{\varepsilon_1}{2}\right) = \cos\tfrac{1}{2}(\pi-\varphi)\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon.$$

Nehmen wir nun an, daß φ und ε, also auch ε_1 sehr kleine Werte haben, und entwickeln nach Potenzen von φ, ε, ε_1, so erhalten wir

$$1) \qquad \varepsilon_1 = \varepsilon\varphi\left(1+\mathfrak{P}(\varepsilon^2\varphi^2)\right),$$

wo $\mathfrak{P}(\varepsilon^2\varphi^2)$ eine nach ganzen positiven Potenzen von $\varepsilon^2\varphi^2$ fortschreitende Potenzreihe bedeutet.

2. Sei (Fig. 2) a_0 die Axe einer Schraubenbewegung, deren Drehungswinkel ε und deren Gleitungscomponente τ ist. Die Lagen einer Geraden vor und nach der Schraubenbewegung seien a_1 und a_2; ferner bezeichnen wir Winkel $(a_0 a_1)$ durch φ_0 und Winkel $(a_1 a_2)$ durch φ_1, so besteht die Gleichung

$$2) \qquad \sin\tfrac{1}{2}\varphi_1 = \sin\tfrac{1}{2}\varepsilon\cdot\sin\varphi_0.$$

---

1) Mémoire sur les groupes de mouvements. Annali di mat. Serie II, Bd. 2. S. 167 u. 322. Man vgl. besonders § 13, 15, 16, 59—61.

Anstatt die Schraubenbewegung auszuführen, können wir erst die Rotation und dann die Translation eintreten lassen. Durch die erstere komme a_1 nach a_1', durch die letztere a_1' nach a_2. Sei nun A_1 ein beliebiger Punkt von a_1. Durch ihn legen wir eine Ebene η_0 senkrecht zu a_0, sie schneide a_0, a_1', a_2 resp. in B_0, A_1', A_2. Bezeichnen wir noch B_0A_1 durch δ_0 und A_1A_2 durch δ_1, so ergiebt sich

$$3) \qquad \begin{aligned} \delta_1 &< A_1A_1' + A_1'A_2 \\ &< 2\,\delta_0 \sin\tfrac{1}{2}\varepsilon + \tau \operatorname{tg}\varphi_0. \end{aligned}$$

3. Nunmehr wende ich mich dem Beweise des im Eingang ausgesprochenen Satzes zu. Ich sehe zunächst von dem einfachen Fall ab, daß alle Bewegungen $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$... um dieselbe Axe stattfinden.

Eine Schraubenbewegung, deren Axe a, deren Drehungswinkel ω und deren Translation t ist, soll durch

$$\mathfrak{A}(\omega, t)$$

bezeichnet werden. Seien

$$\mathfrak{A}(\omega, t),$$
$$\mathfrak{B}(\omega_1, t_1)$$

zwei solche Bewegungen. Ueber sie soll zunächst nur festgesetzt werden, daß ihre Axen a und b nicht zusammenfallen und daß ω kein rationales Verhältniß zu 2π hat; alsdann werde ich zeigen, daß aus ihnen — von einem Fall abgesehen — eine Bewegung von beliebig kleiner Rotation und beliebig kleiner Translation um eine in angebbarem Abstand liegende Axe abgeleitet werden kann.

Denken wir uns die Bewegung $\mathfrak{B}$ ausgeführt, so wird dadurch die Axe a in eine Lage a_1 gelangen, und es folgt aus dem Begriff der Gruppe, daß auch die um a_1 stattfindende Bewegung

$$\mathfrak{A}'(\omega, t)$$

der Gruppe angehört. Wir wollen sagen, daß $\mathfrak{A}'$ aus $\mathfrak{A}$ durch Transformation mit $\mathfrak{B}$ hervorgeht[1]).

Die Axe a_1 wird im Allgemeinen von der Axe a verschieden sein, den einen Fall ausgenommen, daß a und b sich rechtwinklig schneiden und $\mathfrak{B}$ eine reine Umklappung

$$\mathfrak{B}(\pi, 0)$$

1) Vgl. Jordan, a. a. O. S. 171.

ist. In diesem Fall erzeugen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ in der That eine Bewegungsgruppe. Dieselbe besteht, wie leicht zu sehen, einerseits aus der Bewegung $\mathfrak{A}$, andrerseits aus lauter reinen Umklappungen um Axen b, b_1, $b_2 \ldots$, die sämmtlich a rechtwinklig schneiden, und von denen je zwei auf einander folgende den Abstand $\frac{1}{2}t$ haben und den Winkel $\frac{1}{2}\omega$ mit einander bilden.

4. In jedem andern Fall dagegen fällt die Axe a_1 nicht mit a zusammen. Wenn wir nun die Bewegung $\mathfrak{A}$ um a hinreichend oft wiederholen, so können wir, da das Verhältniß $\omega : 2\pi$ irrational ist, stets bewirken, daß der Drehungswinkel der resultirenden Bewegung beliebig klein wird. Dabei wird sich allerdings die Translation in demselben Sinne vergrößern, aber wir können aus solchen Bewegungen andere ableiten, bei denen auch die Translation beliebig klein wird.

Durch Entwickelung von $\omega : 2\pi$ in einen Kettenbruch können wir nämlich eine endliche Zahl n so bestimmen, daß $n\omega$ sich von einem Vielfachen von 2π beliebig wenig unterscheidet; wir setzen

$$4) \qquad n\omega = 2m\pi + \varepsilon,$$

so ist ε eine kleine, angebbare Größe. Führen wir nun die Bewegung $\mathfrak{A}$ n mal aus, so wird der Drehungswinkel der resultirenden Bewegung gleich ε, während die zugehörige Translation $nt = \tau$ jedenfalls einen endlichen Wert hat. Wir bezeichnen diese Bewegung durch

$$\mathfrak{A}_0(\varepsilon, \tau).$$

In derselben Weise leiten wir aus $\mathfrak{A}'$ die Bewegung

$$\mathfrak{A}_1(\varepsilon, \tau)$$

um die Axe a_1 ab.

5. Wir transformiren jetzt $\mathfrak{A}_1$ mit $\mathfrak{A}_0$ und erhalten dadurch eine Bewegung

$$\mathfrak{A}_2(\varepsilon, \tau)$$

um die Axe a_2. Durch einen beliebigen Punkt A_1 von a_1 legen wir die Ebene η_0 senkrecht zu $a_0 = a$; sie schneide a_0 in B_0 und a_2 in A_2. Wir wenden im übrigen dieselben Bezeichnungen an, wie S. 497, und erhalten gemäß 2) und 3)

$$5) \qquad \sin \tfrac{1}{2}\varphi_1 < \tfrac{1}{2}\varepsilon . \sin \varphi_0,$$

$$6) \qquad \delta_1 < \varepsilon\, \delta_0 + \tau \operatorname{tg} \varphi_0.$$

Wir transformiren jetzt $\mathfrak{A}_2$ mit $\mathfrak{A}_1$ und erhalten so eine Bewe-

gung $\mathfrak{A}_2$ um die Axe a_2. Ist φ_2 der von a_2 und a_2' gebildete Winkel, so folgt, wie eben,

7) $$\sin \tfrac{1}{2}\varphi_2 < \tfrac{1}{2}\varepsilon \sin \varphi_1 < \tfrac{1}{2}\varepsilon^2 \sin \varphi_0.$$

Nun legen wir durch A_2 eine Ebene η_1 senkrecht zu a_1, nennen ihre Schnittpunkte mit a_1 und a_2 resp. B_1 und A_2, und bezeichnen $A_1 A_2$ durch δ_2. Da die Strecke $B_1 A_2$ auf a_1 senkrecht steht, so ist sie sicher kleiner als δ_1, also ist gemäß 3) um so mehr

8) $$\delta_2 < \varepsilon \delta_1 + \tau \operatorname{tg} \varphi_1.$$

In derselben Weise fahren wir fort. Für je zwei Bewegungen $\mathfrak{A}_k$ und $\mathfrak{A}_{k+1}$, zu denen wir auf diese Weise gelangen, bestehen die Relationen

9) $$\sin \tfrac{1}{2}\varphi_k < \tfrac{1}{2}\varepsilon^k \sin \varphi_0,$$

10) $$\delta_k < \varepsilon \delta_{k-1} + \tau \operatorname{tg} \varphi_{k-1},$$

wo φ_{k-1}, φ_k, δ_{k-1}, δ_k analoge Bedeutung haben, wie bisher. Diese Relationen zeigen, daß wir φ_k und δ_k beliebig klein machen können.

5. Es ist noch zu zeigen, daß die Punkte A_k und B_k mit wachsendem k nicht ins unendliche fallen. Wir betrachten die Strecke $B_0 A_{k+1}$ und beweisen, daß sie für jedes k endlich bleibt.

Es ist nämlich

$$B_0 A_{k+1} < B_0 A_1 + A_1 A_2 + A_2 A_3 + \cdots + A_k A_{k+1},$$

das heißt

$$B_0 A_{k+1} < \delta_0 + \delta_1 + \delta_2 \cdots + \delta_k.$$

Nun ist

$$\begin{aligned} \delta_1 &< \varepsilon \delta_0 + \tau \operatorname{tg} \varphi_0, \\ \delta_2 &< \varepsilon \delta_1 + \tau \operatorname{tg} \varphi_1, \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \delta_k &< \varepsilon \delta_{k-1} + \tau \operatorname{tg} \varphi_{k-1}, \end{aligned}$$

also ergiebt sich durch Addition

$$\sum_{n=1}^{k} \delta_n < \varepsilon \sum_{n=0}^{k-1} \delta_n + \tau \sum_{n=0}^{k-1} \operatorname{tg} \varphi_n,$$

$$(1-\varepsilon) \sum_{n=0}^{k} \delta_n < \delta_0 - \varepsilon \delta_k + \tau \sum_{n=0}^{k-1} \operatorname{tg} \varphi_n.$$

Nun ist aber $\sum_{n=0}^{\infty} \operatorname{tg} \varphi$ eine convergente Reihe, denn der Quotient von

$\operatorname{tg}\varphi_{n+1}$ und $\operatorname{tg}\varphi_n$ nähert sich mit wachsendem n der Grenze ε[1]); und daraus folgt, daß $B_0 A_{k+1}$ für jedes k kleiner ist, als eine endliche angebbare Strecke. Der Punkt A_{k+1} bleibt also für jedes k in einer angebbaren Entfernung von B_0.

6. Wir setzen nunmehr $\mathfrak{A}_k$ und die Bewegung $\mathfrak{A}_{k+1}(-\varepsilon, -\tau)$ zusammen. Um die resultirende Bewegung $\mathfrak{C}$ zu bestimmen, verlegen wir die Axe a_{k+1} parallel mit sich selbst an den Punkt A_k; d. h. wir ersetzen $\mathfrak{A}_{k+1}(-\varepsilon, -\tau)$ um a_{k+1} durch die Bewegung $\mathfrak{A}_{k+1}(-\varepsilon, -\tau)$ um die Axe a'_{k+1} und durch eine Translation, die jedenfalls kleiner als

$$\varepsilon\delta_k$$

ist. Ist ferner ε_1 die Rotationscomponente von $\mathfrak{C}$, so folgt aus Gleichung 1)

$$\varepsilon_1 = \varepsilon\varphi_k\left(1 + \mathfrak{P}(\varepsilon^2\varphi_k^2)\right).$$

Endlich ist die von τ und $-\tau$ herrührende Gleitung

$$\tau\varphi_k.$$

Die resultirende Translation τ_1 ist daher jedenfalls kleiner als

$$\tau\varphi_k + \varepsilon\delta_k.$$

Diese haben wir nochmals in zwei Componenten parallel und senkrecht zur Axe c von $\mathfrak{C}$ zu zerlegen; sind dieselben τ_0 und τ_n, so ist sicher jede der Größen τ_0 und τ_n kleiner als τ_1.

Die Bewegung $\mathfrak{C}$ hat demnach die Eigenschaft, daß ihr Winkel ε_1 und ihre Translation τ_0 mit wachsendem k beliebig klein gemacht werden können. Die Translation τ_n bestimmt den Abstand r ihrer Axe c von A_n, und zwar ist

$$\tau_n = 2r\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon_1,$$

also ist r, abgesehen von einer kleinen Größe, höchstens gleich

$$\frac{\tau\varphi_k + \varepsilon\delta_k}{\varepsilon\varphi_k}.$$

Der vorstehende Bruch behält aber für jedes k einen endlichen Wert, und damit ist der Beweis erbracht, daß die aus $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ gebildete Gruppe eine Bewegung enthält, deren Rotation und Translation beliebig klein ge-

---

1) Sollte $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ sein, so hat man statt des Punktes B_0 den Punkt B_1 als Ausgangspunkt zu nehmen.

macht werden können, und deren Axe in endlichem angebbaren Abstand vom Punkt B_0 liegt.

7. Der im Vorstehenden bewiesene Satz läßt sich auch so aussprechen, daß eine Gruppe der betrachteten Art, von dem S. 498 erwähnten Fall abgesehen, nicht existirt, wenn für irgend eine ihrer Axen die bezüglichen Rotationswinkel beliebig kleine, von Null verschiedene Werte annehmen können.

Wenn nun irgend welche Bewegungen $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$... zu einer resultirenden Bewegung $\mathfrak{R}$ zusammengesetzt werden, so hängt der Rotationswinkel von $\mathfrak{R}$ allein von den Rotationen der Bewegungen $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$... ab. Sind daher $\mathfrak{A}$ (ω, t) und $\mathfrak{B}$ (ω_1, t_1) zwei Bewegungen, welche eine Gruppe der betrachteten Art liefern, und ziehen wir durch einen beliebigen Punkt O des Raumes zwei Geraden a' und b' parallel zu a und b, so muß sich aus den Drehungen ω um a' und ω_1 um b' eine Rotationsgruppe bilden lassen. Bezeichnen wir diese Gruppe als die Hilfsgruppe, so folgt, daß die Hilfsgruppe, von dem mehrfach erwähnten Fall abgesehen, eine aus lauter endlichen Rotationen bestehende Rotationsgruppe sein muß.

Diese Bedingung ist zwar notwendig, aber nicht hinreichend. Welche von diesen Rotationsgruppen wirklich zu Bewegungsgruppen der betrachteten Art führen, hat Herr Camille Jordan a. a. O. gezeigt: es ist nicht meine Absicht, an dieser Stelle darauf einzugehen. Dagegen soll noch auf eine bisher nicht hervorgehobene Eigenschaft dieser Gruppen hingewiesen werden; dieselben sind nämlich dadurch ausgezeichnet, daß in jeden endlichen Bereich des Raumes nur eine endliche Anzahl ihrer Axen eindringt. Mit Rücksicht darauf kann dem im Eingang dieser Mitteilung ausgesprochenen Satz auch folgende Fassung gegeben werden:

Außer denjenigen Gruppen, die aus geeigneten endlichen Rotationsgruppen als Hilfsgruppen abgeleitet werden können und der S. 498 angeführten Gruppe giebt es keine andere Bewegungsgruppe, welche die Eigenschaft hat, daß in jeden endlichen Bereich des Raumes nur eine endliche Anzahl ihrer Axen eindringt.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Juli 1886.

Schriften der Physikalisch-ökonomischen Gesellsch. in Königsberg i. Pr. 26. Jahrg. 1885.
Vierteljahrschrift der astronomischen Gesellsch. 21. Jahrg. 1. u. 2. Heft.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Jahrg. 1883. Band. XV. Heft 3.
Neues Lausitzer Magazin. Band 62. Heft 1.
Leopoldina. Heft XXII. N. 11. 12.
Acta Mathematica. 8. 3.
Preisschriften gedr. u. herausgeg. v. d. fürstl. Jablonowskischen Gesellsch. in Leipzig. XXVI. K. Rohn. N. IX der naturw. Section.
Die Flora des Bernsteins. Band 2.
Abhandlungen der Akademie der Wissensch. zu Berlin 1885.
Veröffentlichungen der Großherz. Sternwarte zu Karlsruhe. 2. Heft.
Meteorologische Zeitschrift. 1886. Juli. Heft 7.
Mittheilungen des naturwissensch. Vereins für Steiermark. Jahrg. 1885.
Mittheilungen aus dem Jahrbuche d. K. Ungarischen geologischen Anstalt. Band VIII. Heft 3.
Geologische Mittheilungen. Budapest. Cotet XVI. Heft 3—6.
Nature. N. 871. 872. 873.
Proceedings of the Royal Society. Vol. XL. N. 244.
Proceedings of the Canadian Institute Toronto. Vol. III fasc. N. 4.
Memoirs of the Geological survey of India.
Palaeontologia Indica. Series IV. Vol. I. Part 5 and series XIII. Vol. I. Part 5 and series XIV. Vol. I. Part 3. fasc. 5.
Zweimal (Ser. XIII. Vol. I. Part 5).
Series X. Vol. III. Parts 7 and 8.
Johns Hopkins University studies in historical and political science fourth series VII. VIII. IX.
Johns Hopkins University circulairs. Vol. V. N. 50. 51.
l'Académie R. de Copenhague.
Oversigt over det K. D. Videnscabernes Selskabs forhandlinger i. Aaret 1885. N. 3 og 1886 N. 1.
Mémoires de l'A. R. d. C. Vol. II. N. 8. 9. 10. Vol. III. N. 2 og Vol. IV. N. 1.
Lamentatio ecclesiae ny udg. af Holger. Fr. Rordam.
Acta Universitatis Lundensis.
Tom. XVIII. 1881—82. Philosophi, sprakvetenskap och Historia.
Tom. XVIII. 1881—82. Mathematik och Naturvetenskap.
Lunds Universitets-Biblioteks Accessions-Katalog 1881. 1882.
Apologia Christiana v. A. Wallis. Stockholm.
Katechismus des Christenthums dritten Jahrtausends.
Bulletin de la société impériale de Naturalistes de Moscou. Année 1886. N. 1.
Atti della R. Accademia dei Lincei.
1883—84. Vol. XIII. XVIII. XIX.
1884—85. Vol. II.
Estratto della seduta del. 6. Giugno 1886. Mineralogia.

(Fortsetzung folgt.)

Inhalt von Nr. 15.

Friedrich Wieseler, Nachtrag zu der Abhandlung über die Einlegung und Verzierung von Werken aus Bronze mit Silber und anderen Materialien in der Griechischen und Römischen Kunst. — *A. Schoenflies*, Beweis eines Satzes über Bewegungsgruppen. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

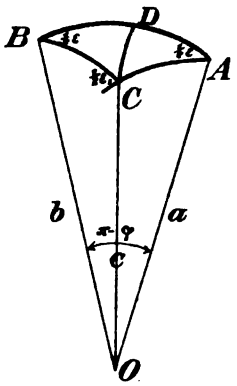


Fig. 1.

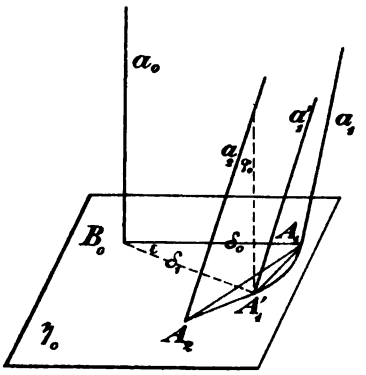


Fig. 2.

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

25. August. **№ 16.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 31. Juli.

Frensdorff kündigt eine Abhandlung an: »Untersuchung der Rechte der Kaufleute in Nowgorod«.

Voigt kündigt eine Mittheilung an »über die Elasticitätsverhältnisse cylindrisch aufgebauter Körper«.

Schwarz legt eine Mittheilung von Hölder »über eine transscendente Function« vor.

Bechtel bittet um Aufnahme einer Abhandlung »über die ionischen Inschriften« unter die Abhandlungen.

Ueber die Elasticitätsverhältnisse cylindrisch aufgebauter Körper.

Von **W. Voigt.**

Von den bekannt gewordenen Experimentaluntersuchungen über die Elasticitätsverhältnisse der Metalle hat eine nicht geringe Anzahl Beobachtungen an gezogenen Stäben, Drähten und Röhren benutzt ohne in Rücksicht zu nehmen, daß es in hohem Grade unwahrscheinlich ist, daß diese Körper sich wie isotrope, ja nur wie homogene Substanzen verhalten. Ich habe mir daher die Frage vorgelegt nach den allgemeinsten Elasticitätsgleichungen für Körper der angeführten Art, um dadurch die Mittel zu erhalten, die angestellten Beobachtungen nach ihrer wahren Bedeutung beurtheilen zu können. Nebenbei schien es mir anziehend, die Theorie der Elasticität

einmal auf inhomogene Körper, deren Verhalten stetig mit dem Orte variirt, anzuwenden.

Ich betrachte einen Körper, der auf coaxialen Kreiscylindern gleiches elastisches Verhalten zeigt. Ein Volumenelement, welches durch zwei unendlich benachbarte Kreiscylinder dieser Art, durch zwei Meridianebenen und zwei Schnitte normal zur Cylinderaxe begrenzt ist, kann bei hinreichender Kleinheit als homogen angesehen werden, falls sich wie angenommen das elastische Verhalten stetig mit den Coordinaten ändert. Dies Element besitzt eine elastische Symmetrieebene parallel dem Meridian und eine normal zur Cylinderaxe, es verhält sich also im allgemeinsten Falle wie ein Element eines rhombischen Krystalles und ist in elastischer Hinsicht durch neun Constanten definirt.

Die Elemente, welche sich parallel der Cylinderaxe aneinander reihen betrachten wir als gleichartig und parallel gelegen, die auf demselben Radius liegenden sind parallel orientirt, besitzen aber verschiedene Constanten, die auf demselben Breitenkreis liegenden besitzen gleiche Constanten aber wechselnde Axenrichtung. Es sei gestattet die so beschaffenen Medien weiter kurz als »cylindrisch aufgebaut« zu bezeichnen; »homogen« sollen sie noch außerdem genannt werden, wenn die neun Elasticitätsconstanten unabhängig von dem Radius sind.

Nehmen wir die Molecularwirkungssphäre wie gewöhnlich unendlich klein, selbst gegen die Größe des Volumenelementes, so können wir im Innern eines solchen die Formeln anwenden, welche für den rhombischen Krystall gelten. Sei die Z^0-Axe parallel der Cylinderaxe, die X^0-Axe parallel dem Radiusvactor durch das Volumenelement gewählt, so kann man schreiben:

$$\begin{aligned}
-X_x^0 &= a_{11}x_x^0 + a_{12}y_y^0 + a_{13}z_z^0\\
-Y_y^0 &= a_{21}x_x^0 + a_{22}y_y^0 + a_{23}z_z^0\\
-Z_z^0 &= a_{31}x_x^0 + a_{32}y_y^0 + a_{33}z_z^0\\
-Y_z^0 &= a_{44}y_z^0\\
-Z_x^0 &= a_{55}z_x^0\\
-X_y^0 &= a_{66}x_y^0.
\end{aligned}$$

Aber diese Formeln gelten nur für das eine Volumenelement. Man erhält allgemeingültige Werthe, wenn man Cylindercoordinaten einführt. Bezeichnet man die drei Richtungen parallel dem Radius, dem Bogen und der Cylinderaxe mit r, s, z, die ihnen parallelen Verschiebungen mit ρ, σ, ω, so wird

$$R_r = X_x^0,\quad S_s = Y_y^0,\quad Z_z = Z_z^0,\quad S_z = Y_z^0,\quad Z_r = Z_x^0,\quad R_s = X_y^0$$

und es gilt außerdem nach geometrischer Anschauung:

$$x_r^0 = \frac{\partial \rho}{\partial r}, \; y_r^0 = \frac{\partial \sigma}{\partial s} + \rho, \; z_r^0 = z_r,$$

$$y_z^0 = \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial s}, \; z_z^0 = \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial r}, \; x_y^0 = \frac{\partial \rho}{\partial s} + \frac{\partial \sigma}{\partial r} - \frac{\sigma}{r}.$$

Hiernach erhält man Formeln, die für alle Elemente gültig sind, falls man noch die Constanten a_{kk} als Functionen von r gegeben denkt:

$$\begin{aligned}
-R_r &= a_{11}\frac{\partial \rho}{\partial r} + a_{12}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial s} + \frac{\rho}{r}\right) + a_{13}\frac{\partial \omega}{\partial z} \\
-S_r &= a_{21}\frac{\partial \rho}{\partial r} + a_{22}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial s} + \frac{\rho}{r}\right) + a_{23}\frac{\partial \omega}{\partial z} \\
-Z_r &= a_{31}\frac{\partial \rho}{\partial r} + a_{32}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial s} + \frac{\rho}{r}\right) + a_{33}\frac{\partial \omega}{\partial z} \\
-S_z &= a_{44}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial s}\right) \\
-Z_z &= a_{55}\left(\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial r}\right) \\
-R_z &= a_{66}\left(\frac{\partial \rho}{\partial s} + \frac{\partial \sigma}{\partial r} - \frac{\sigma}{r}\right).
\end{aligned} \tag{1}$$

Diese Ausdrücke sind in die Hauptgleichungen des Gleichgewichts einzusetzen:

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{r}\frac{\partial r R_r}{\partial r} + \frac{\partial R_z}{\partial s} + \frac{\partial R_z}{\partial z} - \frac{S_z}{r} \\
0 &= \frac{1}{r}\frac{\partial r S_r}{\partial r} + \frac{\partial S_z}{\partial s} + \frac{\partial S_z}{\partial z} + \frac{S_r}{r} \\
0 &= \frac{1}{r}\frac{\partial r Z_r}{\partial r} + \frac{\partial Z_z}{\partial s} + \frac{\partial Z_z}{\partial z},
\end{aligned} \tag{2}$$

so wie in die Oberflächenbedingungen:

$$\overline{R}_n + \overline{R} = \overline{S}_n + \overline{S} = \overline{Z}_n + \overline{Z} = 0. \tag{3}$$

In den letzteren bedeutet n die Richtung der äußeren Normale auf der Grenze, $\overline{R}$, $\overline{S}$, $\overline{Z}$ sind die auf dieselbe von außen wirkenden Druckkräfte.

Was die Elasticitätsconstanten a_{kk} betrifft, von welchen wir bisher nur vorausgesetzt haben, daß sie stetige Functionen von r sind, so müssen sie noch ein eigenes Verhalten zeigen für $r = 0$ d. h. in der Cylinderaxe selbst. Da hier die Richtungen parallel und normal zum Radius gleichwerthig sind, müssen zwischen den Constanten

dieselben Beziehungen bestehen, als wenn das betrachtete Volumenelement einem hexagonalen Krystall angehörte, dessen Hauptaxe die Cylinderaxe ist, d. h. es muß sein für $r = 0$:

$$(4) \qquad a^0_{11} = a^0_{22}, \quad a^0_{13} = a^0_{23}, \quad a^0_{44} = a^0_{55}.$$

Hiernach ist es im Allgemeinen nicht zulässig für einen vollen Cylinder die a_{kk} unabhängig von r anzunehmen, wenn man nicht zugleich die Relationen (4) erfüllt sein läßt, durch welche das cylindrisch aufgebaute Medium sich in ein homogenes hexagonal krystallinisches verwandelt. Doch läßt sich in den einzelnen Fällen entscheiden, ob es gestattet ist, diese Constanz wenigstens bis in unmittelbare Nähe der Cylinderaxe gelten zu lassen.

Die vorstehenden Formeln sollen nun zur Lösung einiger Aufgaben benutzt werden, welche für die Beobachtung von Interesse sind.

1. Ein Hohlcylinder von den Radien R_i und R_a unter der Wirkung von Druckkräften D_i, D_a auf seine Mantelflächen und dem Zug P auf seine Basis. Diese Kräfte sind auf die Flächeneinheit bezogen, D_i und D_a seien constant, P bleibe zunächst verfügbar.

Man setze $\sigma = 0$, $\rho = F(r)$, $\omega = pz$ so wird

$$(5) \qquad \begin{aligned} -R_r &= a_{11}\rho' + a_{12}\frac{\rho}{r} + a_{13}p \\ -S_a &= a_{21}\rho' + a_{22}\frac{\rho}{r} + a_{23}p \\ -Z_a &= a_{31}\rho' + a_{32}\frac{\rho}{r} + a_{33}p \\ -S_a &= -Z_r = -R_a = 0. \end{aligned}$$

Zugleich folgt aus der ersten Formel (2)

$$a_{11}(r^2\rho'' + r\rho') - a_{22}\rho = (a_{23} - a_{13})pr;$$

die beiden andern Gleichungen sind identisch erfüllt. Die Integration ist allgemein nur möglich, wenn die a_{kk} constant sind.

Man erhält dann:

$$(6) \qquad \rho = \frac{(a_{23} - a_{13})pr}{a_{11} - a_{22}} + mr^{+\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}}} + nr^{-\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}}}$$

und zur Bestimmung vom m, n, p, die drei Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
-D_a &= m(\sqrt{a_{22}a_{11}}+a_{12})R_a^{\nu-1} - n(\sqrt{a_{22}a_{11}}-a_{12})R_a^{-\nu-1} \\
&\quad + p\frac{[a_{23}(a_{11}+a_{12})-a_{13}(a_{12}+a_{22})]}{a_{11}-a_{22}} \\
-D_i &= m(\sqrt{a_{22}a_{11}}+a_{12})R_i^{\nu-1} - n(\sqrt{a_{22}a_{11}}-a_{12})R_i^{-\nu} \qquad (7) \\
&\quad + p\frac{[a_{23}(a_{11}+a_{12})-a_{13}(a_{12}+a_{22})]}{a_{11}-a_{22}} \\
+P &= m\left(a_{13}\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}}+a_{23}\right)r^{\nu-1} - n\left(a_{13}\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}}-a_{23}\right)r^{-\nu-1} \\
&\quad + p\left(\frac{a_{23}^2-a_{13}^2}{a_{11}-a_{22}}+a_{33}\right)
\end{aligned}
$$

worin $\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}}$ kurz $= \nu$ gesetzt ist.

Daß P sich nicht constant findet, zeigt, daß um jede Elementarfaser gleich stark zu verlängern doch nicht die gleiche Zugkraft auf ihre Endflächen auszuüben ist, obgleich das elastische Verhalten für alle gleich angenommen ist. Dies Resultat ist jedenfalls unerwartet und ergiebt naturgemäß die weitere Folgerung, daß die Längs-Dilatationen, welche verschiedene Hohlcylinder, wie sie hier vorausgesetzt sind, durch dieselben Zugkräfte erfahren, keineswegs dem Querschnitt indirect proportional sind.

Bezeichnet man mit P' die mittlere auf die Grundfläche wirkende Zugkraft, definirt durch

$$P'\pi(R_a^2-R_i^2) = 2\pi\int_{R_a}^{R_i} Pr\,dr$$

so erhält man die 3. Gleichung (7) in der Form:

$$
\begin{aligned}
P'\frac{R_a^2-R_i^2}{2} &= m\frac{a_{13}\sqrt{a_{22}}+a_{23}\sqrt{a_{11}}}{\sqrt{a_{22}}+\sqrt{a_{11}}}(R_a^{\nu+1}-R_i^{\nu+1}) \\
&+ n\frac{a_{13}\sqrt{a_{22}}-a_{23}\sqrt{a_{11}}}{\sqrt{a_{22}}-\sqrt{a_{11}}}(R_a^{1-\nu}-R_i^{1-\nu}) + p\left(\frac{a_{23}^2-a_{22}^2}{a_{11}-a_{22}}+a_{33}\right)\frac{R_a^2-R_i^2}{2}. \qquad (7')
\end{aligned}
$$

Schreibt man diese drei Gleichungen in der Form:

$$
\begin{aligned}
D_a &= mAR_a^{\nu-1} - nBR_a^{-(\nu+1)} + pC \\
D_i &= mAR_i^{\nu-1} - nBR_i^{-(\nu+1)} + pC \\
P'\frac{R_a^2-R_i^2}{2} &= mA'(R_a^{\nu+1}-R_i^{\nu+1}) + nB'(R_a^{1-\nu}-R_i^{1-\nu}) + pC'\frac{R_a^2-R_i^2}{2}
\end{aligned}
$$

und setzt:

$$
\begin{aligned}
&ACB'(R_a^{1-\nu}-R_i^{1-\nu})(R_a^{\nu-1}-R_i^{\nu-1}) + BCA'(R_a^{1+\nu}-R_i^{1+\nu})(R_a^{-(\nu+1)}-R_i^{-(\nu+1)}) \\
&\quad + ABC'(R_a^{\nu-1}R_i^{-(\nu+1)}-R_i^{\nu-1}R_a^{-(\nu+1)})\frac{R_a^2-R_i^2}{2} = K,
\end{aligned}
$$

so wird:

$$mK = CB'(R_a^{1-\nu} - R_i^{1-\nu})(D_i - D_a) + CB(D_a R_i^{-(\nu+1)} - D_i R_a^{-(\nu+1)}) \frac{R_a^2 - R_i^2}{2}$$
$$+ CBP' \frac{R_a^2 - R_i^2}{2} (R_i^{-(\nu+1)} - R_a^{-(\nu+1)})$$

$$(8)\quad nK = CA'(R_a^{\nu+1} - R_i^{\nu+1})(D_i - D_a) - C'A(D_a R_i^{\nu-1} - D_i R_a^{\nu-1}) \frac{R_a^2 - R_i^2}{2}$$
$$- CAP' \frac{R_a^2 - R_i^2}{2} (R_i^{\nu-1} - R_a^{\nu-1})$$

$$pK = AB'(R_a^{1-\nu} - R_i^{1-\nu})(D_a R_i^{\nu-1} - D_i R_a^{\nu-1})$$
$$+ BA'(R_a^{\nu+1} - R_i^{\nu+1})(D_a R_i^{-(\nu+1)} - D_i R_a^{-(\nu+1)})$$
$$+ ABP' \frac{R_a^2 - R_i^2}{2} (R_a^{\nu-1} R_i^{-(\nu+1)} - R_i^{\nu-1} R_a^{-(\nu+1)}).$$

Die erhaltenen Formeln ergeben folgende eigenthümliche Abweichungen des Verhaltens der betrachteten Medien von den homogen krystallinischen oder unkrystallinischen.

Ein cylindrisch aufgebauter und homogener Körper erleidet bei allseitig gleichem Druck Verschiebungen, welche nicht lineäre Functionen der Coordinaten sind; demgemäß werden ihn begrenzende Ebenen im Allgemeinen durch den Druck sich krümmen.

Ist seine Gestalt die eines Hohlcylinders von einem gegen die Länge kleinen Querschnitt, so wird eine auf die Grundfläche wirkende Zugkraft eine Verlängerung und eine Quercontraction hervorbringen, welche durch die obigen Formeln (8) gegeben, also nicht indirect proportional dem Querschnitt ist. Auch ist das Verhältniß der Quercontraction zur Längsdilatation nicht constant, sondern von dem innern und äußern Radius des Querschnitts abhängig. Das gleiche gilt hiernach auch von der cubischen Dilatation des Hohlraums.

Wirkt nur ein äußerer Druck, so ist die Verkleinerung des inneren Querschnitts und die Längsdilatation keineswegs mit $R_a^2/R_a^2 - R_i^2$ wirkt nur ein innerer Druck, so die Vergrößerung des äußern Querschnitts und die Längsdilatation keineswegs mit $R_i^2/R_a^2 - R_i^2$ einfach proportional, wie dies bei homogenen Hohlcylindern stattfindet.

Diese Thatsachen, von denen die letzteren sich leicht durch analoge für kuglig aufgebaute Medien ergänzen lassen, rufen Zweifel an der Berechtigung der Folgerungen hervor, die von Wertheim, Regnault und Anderen aus Beobachtungen der Wirkung von Druck und Zug auf cylindrisch und kuglig aufgebaute Körper gezogen sind.

2. Ein Hohlcylinder unter der Wirkung eines auf die Grundfläche ausgeübten Drehungsmomentes um die Längsaxe.

Man setze

$$\rho = 0, \quad \omega = 0, \quad \sigma = \tau_1 r z,$$

so wird:

$$R_r = S_s = Z_s = Z_r = R_s = 0$$
$$-S_s = a_{44}\tau_1 r,$$

wodurch den Hauptgleichungen (2) genügt ist.

Zugleich folgt aus (3) für das ganze ausgeübte Moment N die Gleichung:

$$N = 2\pi\tau_1 \int_{R_i}^{R_a} a_{44} r^3 dr.$$

Ist a_{44} unabhängig von r, so giebt sich:

$$N = a_{44}\pi\tau_1 \frac{R_a^4 - R_i^4}{2},$$

also der gesammte Drehungswinkel

$$\tau = L\tau_1 = \frac{2NL}{a_{44}\pi(R_a^4 - R_i^4)}. \tag{9}$$

Das Verhalten des cylindrisch aufgebauten homogenen Kreiscylinders ist also demjenigen des homogenen isotropen oder anisotropen vollkommen analog, hängt speciell nur von einer Elasticitätsconstante ab.

3. Ein Hohlcylinder gebogen durch ein Drehungsmoment, welches auf seine Grundflächen um Axen wirkt, die in diesen Flächen liegen.

Man setze $s = r\varphi$; $ds = rd\varphi$, ferner

$$\begin{aligned}
\omega &= (g_1\cos\varphi + g_2\sin\varphi) r\left(z - \frac{l}{2}\right) \\
\rho &= (g_1\cos\varphi + g_2\sin\varphi)\left(\mathrm{P} + \frac{z(l-z)}{2}\right) \\
\sigma &= (g_1\sin\varphi - g_2\cos\varphi)\left(\Sigma - \frac{z(l-z)}{2}\right),
\end{aligned} \tag{10}$$

worin P und Σ nur Functionen von r sind, so erhält man:

$$\begin{aligned}
-R_r &= (g_1\cos\varphi + g_2\sin\varphi)\left(a_{11}\mathrm{P}' + a_{12}\frac{\Sigma+\mathrm{P}}{r} + a_{13} r\right) \\
-S_s &= (g_1\cos\varphi + g_2\sin\varphi)\left(a_{21}\mathrm{P}' + a_{22}\frac{\Sigma+\mathrm{P}}{r} + a_{23} r\right) \\
-Z_s &= (g_1\cos\varphi + g_2\sin\varphi)\left(a_{31}\mathrm{P}' + a_{32}\frac{\Sigma+\mathrm{P}}{r} + a_{33} r\right) \\
-S_r &= 0 \quad -Z_r = 0 \\
-R_s &= a_{63}(g_1\sin\varphi - g_2\cos\varphi)\left(\Sigma' - \frac{\Sigma+\mathrm{P}}{r}\right).
\end{aligned} \tag{11}$$

Von den Hauptgleichungen (2) ist die dritte identisch erfüllt, die ersten beiden

$$(12)\qquad \begin{aligned} 0 &= \frac{1}{r}\frac{\partial r R_r}{\partial r} + \frac{\partial R_s}{\partial s} - \frac{S_s}{r} \\ 0 &= \frac{1}{r}\frac{\partial r S_r}{\partial r} + \frac{\partial S_s}{\partial s} + \frac{S_r}{r} \end{aligned}$$

ergeben:

$$(12')\qquad \begin{aligned} a_{11}(r\mathrm{P}''+\mathrm{P}') + (a_{12}+a_{66})\Sigma' - (a_{22}+a_{66})\frac{\mathrm{P}+\Sigma}{r} &= (a_{23}-2a_{13})r \\ a_{66}(r\Sigma''+\Sigma') - (a_{12}+a_{66})\mathrm{P}' - (a_{22}+a_{66})\frac{\mathrm{P}+\Sigma}{r} &= a_{23}r. \end{aligned}$$

Diesem genügt man durch

$$(13)\qquad \begin{aligned} \mathrm{P} &= A_0 r^2 + A_1 r^n + A_2 r^{-n} \\ \Sigma &= B_0 r^2 + B_1 r^n + B_2 r^{-n} \end{aligned}$$

wenn ist:

$$(14)\qquad \begin{aligned} 2A_0 &= \frac{a_{66}(a_{23}-3a_{13}) + a_{13}a_{22} - a_{23}a_{12}}{4a_{11}a_{66} - (a_{22}+a_{66})(a_{11}+a_{66}) + (a_{12}+a_{66})^2} \\ 2B_0 &= \frac{a_{66}(a_{23}-3a_{13}) + a_{23}(2a_{11}+a_{12}) - a_{13}(2a_{12}+a_{22})}{4a_{11}a_{66} - (a_{22}+a_{66})(a_{11}+a_{66}) + (a_{12}+a_{16})^2} \\ n^2 &= \frac{(a_{11}+a_{66})(a_{22}+a_{66}) - (a_{12}+a_{66})^2}{a_{11}a_{66}} \\ & A^2[n^2 a_{11} - (a_{22}+a_{66})]\,[(a_{22}+a_{66}) + n(a_{12}+a_{66})] \\ &= B^2[n^2 a_{66} - (a_{22}+a_{66})]\,[(a_{22}+a_{66}) - n(a_{12}+a_{66})]. \end{aligned}$$

Hierin ist mit der positiven Wurzel n zugleich A_1, B_1, mit der negativen A_2, B_2 einzusetzen.

Die gefundene Lösung enthält zwei willkürliche Constanten, es sollen aber mit ihrer Hülfe vier Relationen erfüllt, nämlich R_r und R_s sowohl für $r = R_1$ als $r = R_0$ zu Null gemacht werden. Es läßt sich ganz ohne Rechnung zeigen, daß dies stets möglich ist.

Denn aus den Gleichungen (12) folgt durch Differentiation der der ersten nach s und Combination mit der zweiten in Rücksicht auf die aus (11) folgende Beziehung $\frac{\partial^2 R_r}{\partial s^2} = -\frac{1}{r^2} R_s$ und auf $ds = r d\varphi$:

$$\frac{\partial^2 r R_r}{\partial r \partial \varphi} + \frac{\partial r R_s}{\partial r} = 0,$$

demnach:

$$\frac{\partial R_r}{\partial \varphi} + R_s = \frac{F(\varphi)}{r}.$$

Dies $F(\varphi)$ muß aber gleich Null sein, da die Gleichung für alle r erfüllt sein soll und $\frac{\partial R_r}{\partial \varphi}$ und R_t kein mit $\frac{1}{r}$ proportionales Glied enthalten. Hiernach gilt

$$\frac{\partial R_r}{\partial \varphi} + R_t = 0;$$

verschwindet also für gegebenes r und alle Werthe φ die Componente R_r, so auch R_t. Demgemäß ist mit zwei Constanten allen Bedingungen zu genügen. Sie bestimmen sich aus

$$\Sigma' = \frac{P+\Sigma}{r},$$

wenn man darin $r = R_a$ und R_i einsetzt, d. h. aus

$$\begin{aligned} [B_1(n-1) - A_1] R_a^{n-2} - [B_2(n+1) + A_2] R_a^{-n-2} &= A_0 - B_0 \\ [B_1(n-1) - A_1] R_i^{n-2} - [B_2(n+1) + A_2] R_i^{-n-2} &= A_0 - B_0. \end{aligned} \tag{15}$$

So erhält man:

$$\begin{aligned} B_1(n-1) - A_1 &= \frac{(A_0 - B_0)(R_i^{-n-2} - R_a^{-n-2})}{R_a^{n-2} R_i^{-n-2} - R_i^{n-2} R_a^{-n-2})} \\ B_2(n+1) + A_2 &= \frac{(A_0 - B_0)(R_i^{n-2} - R_a^{n-2})}{R_a^{n-2} R_i^{-n-2} - R_i^{n-2} R_a^{-n-2}}, \end{aligned} \tag{16}$$

wo schließlich noch die aus (14) fließenden Verhältnisse

$$A_1 : B_1 = \alpha_1 \qquad A_2 : B_2 = \alpha_2$$

einzusetzen sind; α_1 und α_2 sind nur Functionen der Elasticitätsconstanten und enthalten so wenig wie A_0, B_0 die Dimensionen des Hohlcylinders.

Die noch übrigen Constanten g_1 und g_2 sind durch die am positiven Ende des Rohres wirkenden Drehungsmomente L und M gegeben. Man erhält nämlich:

$$M = -\int Z_a x dq \qquad L = -\int Z_a y dq$$

oder wenn man setzt:

$$\begin{aligned} &\int_{R_i}^{R_a} r^2 dr \left(a_{31} P' + a_{32} \frac{P+\Sigma}{r} + a_{33} r\right) \\ &= [2A_0 a_{31} + (A_0 + B_0) a_{32} + a_{33}] \frac{R_a^4 - R_i^4}{4} \\ &\quad + [nA_1 a_{31} + (A_1 + B_1) a_{32}] \frac{R_a^{n+2} - R_i^{n+2}}{n+2} \\ &\quad - [nA_2 a_{31} - (A_2 + B_2) a_{32}] \frac{R_a^{2-n} - R_i^{2-n}}{2-n} \\ &= K, \end{aligned} \tag{17}$$

die Bedingungen:

$$M = g_1 \pi K \qquad L = g_2 \pi K.$$

Für einen homogenen Cylinder aus beliebiger krystallinischer Substanz findet sich:

$$M = \frac{g_1 Q \varkappa_y^2}{E} \qquad L = \frac{g_2 Q \varkappa_z^2}{E},$$

wo $\varkappa_y$, $\varkappa_z$ die Trägheitsradien des Querschnittes Q um die X- und Y-Axe und E den Dehnungscoefficienten in der Richtung der Cylinderaxe bezeichnet.

Da der Pfeil der Biegung in der XZ- und YZ-Ebene respective gleich $L^2 g_1/8$ und $L^2 g_2/8$ ist, so sieht man, daß derselbe für ein cylindrisch aufgebautes Rohr keineswegs wie bei den homogenen krystallinischen Körpern mit dem Trägheitsmoment des Querschnitts um einen Durchmesser indirect proportional ist, ferner daß er nicht nur von einem Aggregat von Elasticitätsconstanten und auch nicht von denselben, wie die Längsdilatation desselben Rohres bei einem auf die Grundflächen wirkenden Zug abhängig ist.

Ueber eine transcendente Function.

Von **O. Hölder.**

(Vorgelegt von H. A. Schwarz.)

Die Function, welche den Gegenstand der folgenden Betrachtungen bildet, ist dadurch definirt, daß sie der Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} = x\pi \operatorname{cotg}(x\pi) \cdot y \tag{1}$$

genügt und an der Stelle $x = 0$ den Werth $+1$ besitzt. Diese Function soll mit $F(x)$ bezeichnet werden. Sie hat einige merkwürdige Eigenschaften.

1.

Die Function $F(x)$ kann mit Hilfe von unendlichen Producten einfach dargestellt werden. Es ist bekanntlich

$$\pi \operatorname{cotg}(x\pi) = \frac{1}{x} + \sum_{(n)}{}' \left\{ \frac{1}{x-n} + \frac{1}{n} \right\}. \tag{2}$$

Die Summation bezieht sich auf alle positiven und negativen, ganzzahligen Werthe von n; der Apostroph soll andeuten, daß der

Werth $n = 0$ bei der Summenbildung auszuschließen ist. Die Größe $x\pi \operatorname{cotg}(x\pi)$ kann nun in der Form

$$1 + \sum_{(n)}{}' \left\{ \frac{n}{x-n} + 1 + \frac{x}{n} \right\}$$

geschrieben werden. In der letzten Summe ist das allgemeine Glied gleich der logarithmischen Ableitung der Größe

$$\left(1 - \frac{x}{n}\right)^n e^{x + \frac{1}{2}\frac{x^2}{n}}.$$

Wenn man also in dem Ausdruck

$$(3) \qquad e^{x} \frac{\prod_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n e^{x + \frac{1}{2}\frac{x^2}{n}} \right\}}{\prod_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n e^{-x + \frac{1}{2}\frac{x^2}{n}} \right\}}$$

die einzelnen Factoren logarithmisch differentiirt und dann diese logarithmischen Differentialquotienten, mit dem richtigen Zeichen genommen, summirt, erhält man

$$x\pi \operatorname{cotg}(x\pi).$$

Die beiden Producte, welche im Ausdruck (3) vorkommen, haben genau die Form der Weierstraß'schen Productbildungen, welche dazu dienen, ganze, transcendente Functionen herzustellen, die an vorgegebenen Stellen verschwinden [1]). Es sind nur hier jedesmal die gleichen Factoren in einen einzigen zusammengezogen. Diese Producte convergiren unbedingt für jeden endlichen Werth der Veränderlichen x und geben, nach steigenden Potenzen von x entwickelt, beständig convergirende Reihen. Die logarithmische Differentiation darf bei einem Weierstraß'schen Product factorenweise ausgeführt werden. Es genügt somit der Ausdruck (3) der Differentialgleichung (1), und da außerdem dieser Ausdruck für $x = 0$ den Werth 1 annimmt, so ist

$$(4) \qquad F(x) = e^{x} \frac{\prod_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n e^{x + \frac{1}{2}\frac{x^2}{n}} \right\}}{\prod_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n e^{-x + \frac{1}{2}\frac{x^2}{n}} \right\}}.$$

1) Weierstraß, Abhandlungen aus der Functionenlehre (Berlin 1886) p. 16 ff.

Die Function $F(x)$ ist eine eindeutige, analytische Function, welche im Endlichen überall den Charakter einer rationalen Function besitzt. Für reelle Werthe des Arguments ist der Functionswerth reell. Wenn x gleich einer positiven ganzen Zahl n ist, so wird die Function gleich Null, wenn $x = -n$ ist, wird dieselbe unendlich, beide Male mit der Ordnungszahl n; an allen andern, im Endlichen gelegenen Stellen hat sie einen von Null verschiedenen, endlichen Werth.

2.

Aus der Gleichung (4) geht die Relation

$$F(-x) = \frac{1}{F(x)} \tag{5}$$

unmittelbar hervor.

Ersetzt man in der Gleichung (1) die Größe x durch $x+1$, so erhält man

$$\frac{F'(x+1)}{F(x+1)} = \pi(x+1)\operatorname{cotg}[(x+1)\pi] = x\pi\operatorname{cotg}(x\pi) + \pi\operatorname{cotg}(x\pi).$$

Es ist also

$$\frac{d\log F(x+1)}{dx} = \frac{d\log F(x)}{dx} + \frac{d\log\sin(x\pi)}{dx}.$$

Wenn man die letzte Gleichung integrirt und die Logarithmen wegschafft, findet man, daß

$$F(x+1) = C.\sin(x\pi).F(x)$$

ist, wobei C eine von Null verschiedene Constante bedeutet.

Um den Werth dieser Constanten zu bestimmen, muß man einen Specialwerth einsetzen. Nun ist.

$$F(0) = 1,$$

also ergiebt sich aus der Gleichung

$$\frac{1}{\pi}\frac{F(x+1)}{x} = C\frac{\sin(x\pi)}{x\pi}F(x),$$

daß

$$C = \frac{1}{\pi}\lim_{x=0}\frac{F(x+1)}{x} = \frac{1}{\pi}\lim_{x=1}\frac{F(x)}{x-1}$$

sein muß. Dehnt man jetzt auf der rechten Seite der Gleichung (4) die beiden Producte zunächst nur bis zum Werth $n = m$ aus und

zieht man dann die endlichen Producte zusammmen, so erhält man die Function $F(x)$ in der Form:

$$\lim_{m=\infty}\left[e^{(2m+1)w}\prod_{n=1}^{m}\left\{\frac{n-x}{n+x}\right\}^{n}\right].$$

Diese Größe hat man durch $x-1$ zu dividiren und dann zur Grenze $x=1$ überzugehen, was hier dadurch geschieht, daß man $x=1$ direct einsetzt. Es ist daher

$$\lim_{x=1}\frac{F(x)}{x-1}=-\lim_{m=\infty}\left\{e^{2m+1}\frac{1^1.2^2.3^4\ldots(m-1)^m}{2.3^2.4^3.5^4\ldots.(m+1)^m}\right\}.$$

Unter dem limes auf der rechten Seite dieser Gleichung steht die Größe

$$e^{2m+1}[(m-1)!]^2 m^{-m+1}(m+1)^{-m}=e^{2m+1}m^{-2m+1}[(m-1)!]^2\left(1+\frac{1}{m}\right)^{-m};$$

es ist somit

$$C=-\frac{1}{\pi}\lim_{m=\infty}\left\{e^{2m}m^{-2m+1}[(m-1)!]^2\right\}.$$

Vermöge der Formel:

$$\Gamma(m)=(m-1)!=\sqrt{2\pi}\,e^{-m}m^{m-\frac{1}{2}}(1+\varepsilon),$$

in welcher ε eine Größe bedeutet, die verschwindet, wenn m unendlich groß wird, bestimmt sich also die Constante; es ist

$$C=-2.$$

Uebrigens ist es für die Bestimmung der Constanten C nicht gerade nothwendig, die angeführte Formel für die asymptotische Function der Gammafunction zu kennen. Man beachte, daß aus der gegebenen Entwicklung, vermöge der Convergenz der Producte, mit welchen man operirt, schon folgt, daß die Größe

$$e^m m^{-m+\frac{1}{2}}(m-1)!$$

sich einer bestimmten, von Null verschiedenen Grenze nähert, wenn die ganze Zahl m unendlich groß wird. Setzt man nun

$$\lim_{m=\infty}[e^m m^{-m+\frac{1}{2}}(m-1)!]=\sigma,$$

so läßt sich durch eine einfache Rechnung zeigen, daß die Größe

$$\frac{2.2.4.4.\ldots.2n.2n}{1.3.3.5.\ldots.(2n-1)(2n+1)}$$

für $n = \infty$ den Grenzwerth $\frac{\sigma^2}{4}$ besitzt. Es folgt daher aus der Wallis'schen Formel die Beziehung [1])

$$\sigma = \sqrt{2\pi}.$$

Die Function $F(x)$ genügt also der Gleichung

$$F(x+1) = -2\sin(x\pi)F(x). \tag{6}$$

Indem man die Gleichungen (5) und (6) mit einander verbindet, erhält man noch

$$F(x)F(1-x) = 2\sin(x\pi). \tag{7}$$

3.

Setzt man in der Formel (7)

$$x = \tfrac{1}{2},$$

so ergiebt sich

$$F(\tfrac{1}{2}) = \sqrt{2}. \tag{8}$$

Die Gleichung (4) zeigt, daß $F(\frac{1}{2})$ positiv ist, man hat also die Quadratwurzel positiv zu nehmen.

Aus den Gleichungen (6) und (8) setzen sich die folgenden zusammen:

$$\begin{cases} F\left(\frac{4k+1}{2}\right) = (-1)^k 2^{2k}\sqrt{2}, \\ F\left(\frac{4k+3}{2}\right) = (-1)^{k+1} 2^{2k+1}\sqrt{2}, \end{cases} \tag{9}$$

welche für jeden reellen, ganzzahligen Werth k gelten.

4.

Es besteht für die Function $F(x)$ noch eine Functionalgleichung. Zur Herleitung der letzteren benutzt man am besten die Formel

$$\operatorname{cotg}(rx\pi) = \frac{1}{r}\sum_{\nu=0}^{r-1}\operatorname{cotg}\left[\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\pi\right], \tag{10}$$

welche aus den Elementen bekannt ist und sich auch unmittelbar aus der Gleichung (2) ergiebt, nachdem man diese Gleichung in die Form

---

1) Cf. J. A. Serret, Cours de calcul différentiel et intégral (Paris 1868) Band II, p. 190 ff., wo eine ähnliche Constantenbestimmung vorkommt.

$$\pi \operatorname{cotg}(x\pi) = \lim_{m=\infty} \sum_{n=-m}^{n=+m} \frac{1}{x-n}$$

gebracht hat. r bedeutet eine ganze Zahl, $r \geqq 2$. Die Gleichung (10) verwandelt sich durch eine identische Umformung in

$$\sum_{\nu=0}^{r-1} r\pi \left(x+\frac{\nu}{r}\right) \operatorname{cotg}\left[\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\pi\right]$$
$$= \sum_{\nu=1}^{r-1} \nu\pi \operatorname{cotg}\left[\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\pi\right] + r^2 x\pi \operatorname{cotg}(rx\pi),$$

was mit Rücksicht auf die Gleichung (1) nichts Anderes bedeutet als

$$r\sum_{\nu=0}^{r-1} \frac{d}{dx} \log F\left(x+\frac{\nu}{r}\right) = \sum_{\nu=1}^{r-1} \nu \frac{d}{dx} \log \sin\left[\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\pi\right] + \frac{d}{dx} \log F(rx).$$

Hieraus erschließt man die Relation

$$\left[\prod_{\nu=0}^{r-1} F\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\right]^r = A \cdot \prod_{\nu=1}^{r-1} \left(\sin\left[\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\pi\right]\right)^\nu \cdot F(rx),$$

in welcher A eine von Null verschiedene, von x unabhängige Größe bedeutet, die aber wohl von dem Werth der ganzen Zahl r abhängen kann.

Um diese Größe A zu bestimmen, setze man $x = 0$, woraus die Gleichung

$$\left[\prod_{\nu=1}^{r-1} F\left(\frac{\nu}{r}\right)\right]^r = A \cdot \prod_{\nu=1}^{r-1} \left(\sin\frac{\nu\pi}{r}\right)^\nu \tag{11}$$

fließt. Das Product auf der linken Seite beginnt jetzt auch mit $\nu = 1$, weil sich der erste Factor auf 1 reducirt hat. Nun ist vermöge der Gleichung (7)

$$F\left(\frac{\nu}{r}\right) F\left(\frac{r-\nu}{r}\right) = 2\sin\frac{\nu\pi}{r},$$

und somit auch

$$\prod_{\nu=1}^{r-1} F\left(\frac{\nu}{r}\right) = \left[\prod_{\nu=1}^{r-1} F\left(\frac{\nu}{r}\right) F\left(\frac{r-\nu}{r}\right)\right]^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{r-1}{2}} \left[\prod_{\nu=1}^{r-1} \sin\frac{\nu\pi}{r}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{12}$$
$$= \sqrt{r},$$

wobei die Quadratwurzel wieder positiv zu nehmen ist. Ferner ist

$$\sin\frac{r-\nu}{r}\pi = \sin\frac{\nu\pi}{r};$$

also ist auch

$$\left(\sin\frac{\nu\pi}{r}\right)^{\nu}\left(\sin\frac{r-\nu}{r}\pi\right)^{r-\nu} = \left(\sin\frac{\nu\pi}{r}\right)^{r},$$

und folglich

$$(13)\qquad \prod_{\nu=1}^{r-1}\left(\sin\frac{\nu\pi}{r}\right)^{\nu} = \left[\prod_{\nu=1}^{r-1}\left(\sin\frac{\nu\pi}{r}\right)^{\nu}\left(\sin\frac{r-\nu}{r}\pi\right)^{r-\nu}\right]^{\frac{1}{2}}$$
$$= \left[\prod_{\nu=1}^{r-1}\sin\frac{\nu\pi}{r}\right]^{\frac{r}{2}} = r^{\frac{r}{2}}\,2^{-\frac{r(r-1)}{2}}.$$

Die Gleichungen (11), (12) und (13) liefern die gewünschte Bestimmung der Constanten

$$A = 2^{\frac{r(r-1)}{2}}.$$

Die in Rede stehende Functionalgleichung ist also die folgende:

$$(14)\quad \left[F(x)\;F\left(x+\frac{1}{r}\right)\;F\left(x+\frac{2}{r}\right)\ldots F\left(x+\frac{r-1}{r}\right)\right]^{r}$$
$$= 2^{\frac{r(r-1)}{2}}\sin\left[\left(x+\frac{1}{r}\right)\pi\right]\sin^{2}\left[x+\frac{2}{r}\right)\pi\Big]\ldots\sin^{r-1}\left[\left(x+\frac{r-1}{r}\right)\pi\right].F(rx).$$

Man hätte diese Gleichung (14) und ebenso die Gleichung (6) auch aus (4) durch directe Productbildung gewinnen können. Aehnliche Relationen bestehen auch für das Product

$$\prod_{n=1}^{\infty}\left\{\left(1-\frac{x}{n}\right)^{n}e^{x+\frac{1}{2}\frac{x^{2}}{n}}\right\},$$

welches im Zähler des für die Function $F(x)$ gefundenen Ausdrucks steht, nur tritt dann die Gammafunction mit in die Functionalgleichungen ein.

5.

Die Function $F(x)$ steht in einem gewissen Zusammenhang mit der Function

$$(15)\qquad \psi(\varepsilon) = \varepsilon+\frac{\varepsilon^{2}}{2^{2}}+\frac{\varepsilon^{3}}{3^{2}}+\ldots. = -\int_{0}\frac{\log(1-\varepsilon)}{\varepsilon}\,d\varepsilon,$$

mit welcher sich Abel beschäftigt hat[1]). Es möge diese Function $\psi(\varepsilon)$ hier nur in dem Convergenzbereich der angegebenen Reihe betrachtet, also von ihrer Fortsetzung abgesehen werden. D. h. die Veränderlichkeit der Größe ε soll durch die Bedingung $|\varepsilon|<1$ eingeschränkt werden; die Function $\psi(\varepsilon)$ ist dann in dem durch diese Bedingung bestimmten, kreisförmigen Bereich eindeutig definirt.

---

1) Vrgl. Abel's Werke (neue Ausgabe, Christiania 1881) 2ter Bd. p. 189.

Man setze nun

$$z = 1 - e^{-2\pi i x}, \qquad x = a + bi$$

und schränke die Veränderliche x auf den Bereich G ein, welcher durch die Bedingungen

$$\cos(2\pi a) > \tfrac{1}{2} e^{2\pi b}, \quad -\tfrac{1}{4} < a < +\tfrac{1}{4}$$

gegeben ist. Es wird alsdann der Bedingung

$$|z| < 1$$

Genüge geleistet. Die Stelle

$$x = a + bi = 0$$

ist im Innern des Bereichs G gelegen, und sehr kleinen Werthen von x entsprechen sehr kleine Werthe von z.

Nun ist

$$\frac{d\psi(z)}{dx} = -\frac{\log(1-z)}{z}\frac{dz}{dx} = -\frac{4\pi^2 x e^{-2\pi i x}}{1-e^{-2\pi i x}}.$$

Man könnte im Zweifel sein, ob hier der richtige Werth des Logarithmus genommen worden ist. Für diejenigen Werthe von x, welche in einer hinreichend kleinen Umgebung der Stelle $x = 0$ liegen, ist die Formel jedenfalls richtig, denn es ist in diesem Falle derjenige $\log(1-z)$ zu nehmen, der für $x = z = 0$ verschwindet. Daraus folgt aber, daß die letzte Gleichung für alle Werthe von x gilt, welche dem Bereich G angehören; denn die Function

$$\psi(1 - e^{-2\pi i x})$$

ist in diesem ganzen Bereich eindeutig definirt und regulär, und der Bereich G ist, wie eine nähere Ueberlegung zeigt, zusammenhängend.

Aus dem hier Entwickelten folgt, daß die Größe

$$y = e^{\frac{1}{2}\pi i x^2 + \frac{1}{2\pi i}\psi(z)}$$

eine in dem Bereich G eindeutig definirte und sich regulär verhaltende analytische Function von x ist, welche außerdem der Differentialgleichung

$$\frac{d\log y}{dx} = \pi i x + \frac{2\pi i x\, e^{-2\pi i x}}{1 - e^{-2\pi i x}} = x\pi \operatorname{cotg}(x\pi),$$

d. h. also der Differentialgleichung (1) genügt. An der Stelle $x = 0$ wird $y = 1$. Es ist also für jeden dem Bereich G angehörigen Werth von x

$$F(x) = e^{\frac{1}{2}\pi i x^2 + \frac{1}{2\pi i}\psi(1-e^{-2\pi i x})}. \tag{16}$$

Setzt man jetzt

$$x = -i\beta, \qquad \beta > 0 \quad \text{reell},$$

so liegt x im Bereich G, und ε ist reell, $0 < \varepsilon < 1$. Läßt man dann β unendlich groß werden, so ist

$$\lim \varepsilon = 1, \qquad \lim \psi(\varepsilon) = \frac{\pi^2}{6}.$$

Also hat man die Formel

$$F(-i\beta) = e^{-\left(\frac{1}{12} + \frac{\beta^2}{2}\right)\pi i}(1+\varepsilon), \tag{17}$$

und vermöge der Gleichung (5) auch die folgende:

$$F(+i\beta) = e^{\left(\frac{1}{12} + \frac{\beta^2}{2}\right)\pi i}(1+\varepsilon'). \tag{18}$$

Dabei bedeuten ε und ε' Größen, welche unendlich klein werden, wenn die reelle, positive Größe β unendlich groß wird.

Inhalt von Nr. 16.

W. Voigt, Ueber die Elasticitätsverhältnisse cylindrisch aufgebauter Körper. — *O. Hölder*, Ueber eine transcendente Function.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

13. October. **№ 17.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

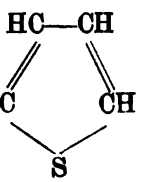
Sitzung vom 5. Juni.

Ueber die sogenannte α-Thiophensäure und ihre Beziehung zu den beiden normalen Carbonsäuren des Thiophens.

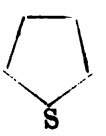
Von

Victor Meyer.

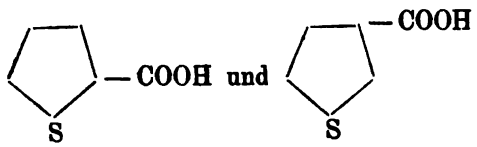
Im Laufe der Untersuchungen über das Thiophen, welche von meinen Schülern und mir in den letzten Jahren vorgenommen wurden, begegneten wir 3 verschiedenen Säuren von der Zusammensetzung der Thiophen-Carbonsäure, $C_4H_3S-COOH$, während die Theorie die Existenz von nur zweien wahrscheinlich macht. Denn wenn man, wie es jetzt meistens geschieht, dem Thiophen die Formel:



zuschreibt, welche man abkürzend auch bequem durch das Schema:



ersetzen kann, so leuchtet ein, daß die einzig möglichen Carbonsäuren des Thiophens den Formeln

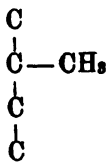


und

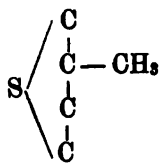
entsprechen.

Die drei erwähnten Säuren werden in folgender Weise erhalten:

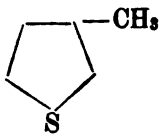
Die am spätesten aufgefundene derselben, welche deshalb den Namen γ-Säure erhalten hat, entsteht durch Oxydation des von Volhard und Erdmann aus Brenzweinsäure erhaltenen Thiotolens, und kann, nach ihrer Bildungsweise, nur die zweite der obigen Formeln haben. Denn die Brenzweinsäure enthält die Kohlenstoffkette



und das aus ihr entstehende Thiotolen muß sich daher von dem Skelett:

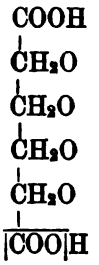


ableiten, oder, etwas anders ausgedrückt, es entspricht der Formel

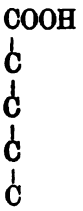


Das führt aber unmittelbar zu der oben angenommenen Formel für die γ-Thiophensäure. Auch über die Constitution der β-Thiophensäure kann kein Zweifel herrschen, wenn man nicht die Structurformel des Thiophens ändern will. Für sie sowohl, wie für ihre Isomere, die α-Säure, bleibt nur die zweite oben angenommene Stellung übrig, welche zudem für die β-Säure noch direct durch mehrere interessante Synthesen von Paal erwiesen ist. Paal erhielt die β-Säure aus Schleimsäure unter Abspaltung von Kohlensäure, und diese

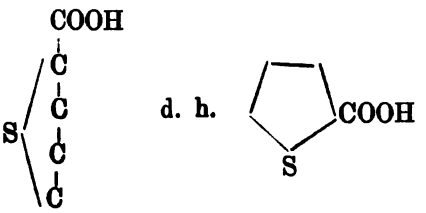
Synthese führt zum mindesten mit Wahrscheinlichkeit zur obigen Formel. Die Schleimsäure hat die Formel:



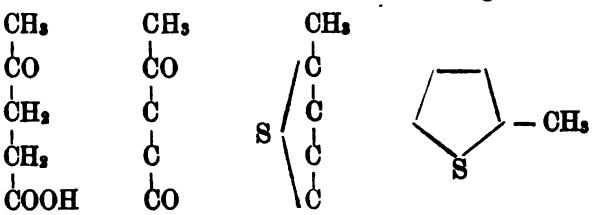
Sie enthält nach Abspaltung von 1 Mol. Kohlensäure das Skelett:



und sonach enthält die daraus entstehende Thiophensäure die Gruppe:

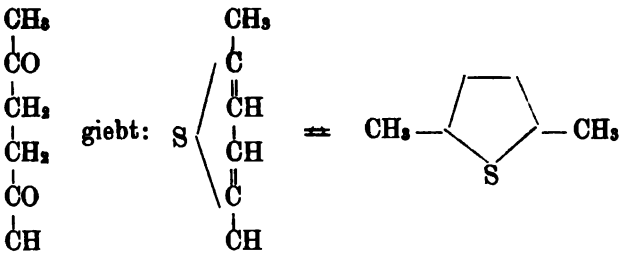


Beweisender als diese Bildungsart ist die Entstehung des der β-Säure entsprechenden Thiotolens aus Lävulinsäure, welche in genügend verständlicher Weise durch die Schemen angedeutet wird:



Lävulinsäure. β-Thiotolen.

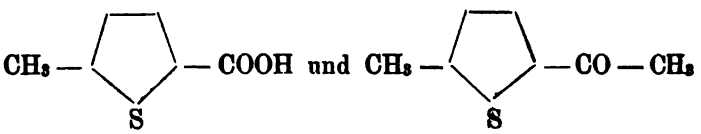
Da das Thiotolen bei der Oxydation die β-Säure liefert, so ergiebt sich auch auf diesem Wege die gleiche Structurformel der Säure. Dasselbe Resultat aber wird noch auf einem anderen und sehr sicheren Wege erhalten. Das Acetonylaceton liefert nach Paal bei Behandlung mit Schwefelphosphor ein Thioxen, dessen Structurformel nach seiner Bildung keinem Zweifel unterliegt:



Dies Thioxen giebt bei der Oxydation die bisher einzig bekannte Thiophen-Dicarbonsäure von Messinger und Jäkel [gefäl. Privatmittheilung des Herrn Paal]. Dieselbe Säure aber ist von den Herren Levi und Demuth in meinem Laboratorium erhalten worden, indem sie in das der β-Säure entsprechende sogenannte β-Thiotolen einen Kohlenstoffrest — C_2H_3O oder $COOC_2H_5$ — einführten und die erhaltenen Körper:

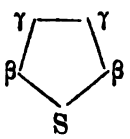
$$C_4H_2S\begin{matrix}-CO-CH_3\\-CH_3\end{matrix} \text{ und } C_4H_2S\begin{matrix}-COOH\\-CH_3\end{matrix}$$

der Oxydation unterwarfen. Demnach haben diese beiden, zuletzt formulirten Substanzen die Constitution:



und hat folglich auch das Thiotolen, von welchem sie sich ableiten, die zuvor angenommene Structur.

Wenn man nun, nach alle dem, die substituirbaren Plätze im Thiophen durch β und γ im Sinne folgenden Schemas, bezeichnet:



so erübrigt die Frage, welches denn die Structur der α-Säure, die von den dreien zuerst entdeckt worden und demgemäß also benannt worden ist, sein möge.

Diese Säure wird durch Destillation der aus Thiophen und Schwefelsäure entstehenden Sulfosäure, $C_4H_3S-SO_3H$, mit Cyankalium, und Verseifung des entstehenden Nitrils erhalten.

Da nach den vorher angeführten theoretischen Erörterungen die übliche Formel des Thiophens wohl der β- und der γ-Säure einen Platz anweist, die dritte Isomere aber nicht unterzubringen vermag,

und da, zur gleichen Zeit als diese Schwierigkeit entstand, es den Anschein gewann, als ob auch das Thiotolen [Methyl-Thiophen] in 3 Modificationen existire, so sah ich mich schon vor die Frage gestellt, ob denn die von mir angenommene, einfache und symmetrische Structurformel des Thiophens überhaupt beibehalten werden dürfe, ob dieselbe nicht vielmehr durch eine solche ersetzt werden müsse, welche die Existenz dreier isomerer Reihen von Monosubstitutionsproducten zulasse. Allein die nähere Untersuchung der Thiotolene, welche von Gattermann, Kaiser und mir durchgeführt wurde, hat gezeigt, daß das aus Theer dargestellte Thiotolen [die zuerst erhaltene sogenannte α-Verbindung] ein Gemisch der beiden andern, synthetisch erhaltenen sei, und diese Beobachtung mußte vor zu frühzeitigem Verlassen der alten Formel warnen. Es schien geboten, die α- und β-Säure einem genauen vergleichenden Studium zu unterwerfen, zu welchem ich noch besonders ermuntert wurde durch die folgende überraschende Beobachtung: Herr Bonz, welcher sich auf meine Veranlassung mit einer größeren Untersuchung über die Thiophengruppe beschäftigte, stellte im Laufe derselben wiederholt auch die Brom-Substitutionsproducte der α- und der β-Säure dar. Ein eingehendes Studium dieser Bromsäuren führte ihn zu dem bestimmten Resultate, daß dieselben in allen physikalischen Eigenschaften identisch seien. Die sich hiernach aufdrängende Frage, ob nicht auch die α- und β-Säuren ihre äußere Verschiedenheit nur kleinen Beimengungen verdanken, machte es ebenfalls nothwendig, die beiden Säuren einer neuen, systematischen Reinigung und vergleichenden Untersuchung zu unterwerfen. Das Resultat derselben war ein in hohem Grade auffallendes; die Schilderung desselben, sowie der zu seiner Erlangung führenden Untersuchungen bildet den Gegenstand dieser Abhandlung. Es ergab sich, daß die beiden Säuren wirklich in ihren Eigenschaften durchaus verschieden sind und daß die Verschiedenheiten sich als durchaus constante, durch keinerlei Reinigung oder Umwandlungen zu entfernende Eigenschaften erwiesen; daß aber alle Derivate der beiden Säuren in ihren physikalischen Eigenschaften absolut zusammenfallen, und für identisch (im gewöhnlichen Sinne) erklärt werden müßten, wenn sie nicht die Eigenschaft besäßen, daß jedes aus der α-Säure dargestellte Derivat bei der Rückführung auch wieder α-Säure —, jedes β-Derivat dagegen β-Säure lieferte.

Gewinnung der Säuren.

Die Darstellung der α- und β-Säure ist früher bereits vielfach beschrieben worden. Die β-Säure kann jetzt — nachdem das Thiophen ein leicht zugänglicher Körper geworden und die Darstellung des Aceto-Thiënons

$$C_4H_3S - CO - CH_3$$

durch Biedermann zu einer fast quantitativ verlaufenden Operation gemacht ist — leicht in großer Menge bereitet werden. Man acetylirt zweckmäßig je 50 Gr. Thiophen mit Chloracetyl und Chloraluminium, reinigt das erhaltene Keton in üblicher Weise und oxydirt es mit übermangansaurem Kalium. Die Säure, durch wiederholtes Umkrystallisiren aus Wasser unter Zusatz von Thierkohle gereinigt, kann in prachtvollen Krystallen erhalten werden. Durch langsames Erkaltenlassen einer in der Hitze bereiteten ziemlich verdünnten Lösung entstehen zuweilen Prismen von 10 cm Länge. Der Schmelzpunkt der Säure liegt bei 126,5°.

Die α-Säure ist dagegen äußerst schwierig zu erhalten. Die Destillation der α-Sulfosäure mit Cyankalium, die wir auf jede nur mögliche Art abgeändert haben, bleibt immer noch die einzige brauchbare Darstellungs-Methode, und liefert uns auch heut eine nicht bessere Ausbeute, als sie von Kreis und mir schon vor 3 Jahren erhalten wurde. Die Cyankalium-Destillation, die in der Benzol- und Naphtalin-Reihe so ausgezeichnete Resultate giebt, liefert auch bei der Thiophen-Sulfosäure reichliche Mengen eines Oels, das aber zum allergrößten Theile aus Thiophen besteht und nur wenig Nitril enthält. Letzteres kann durch Destillation leicht rein erhalten werden. Durch Verseifung mit Kali liefert es die α-Säure in theoretischer Menge; aber die Ausbeute an Nitril ist so klein, daß schließlich aus 100 gr sulfosaurem Natrium nicht ganz 2 gr reiner α-Carbonsäure gewonnen werden.

Auf diese Weise ist die Säure oftmals, und zwar sowohl in kleinerem wie in größerem Maßstabe dargestellt worden. Die α-Thiophensulfosäure war meist durch partielle Extraction von Theerbenzol mit Schwefelsäure bereitet worden. Da bei der räthselhaften Natur der α-Säure es absolut nöthig war, auch den Einwand zu beseitigen, daß dieselbe Spuren einer Benzolverbindung beigemengt enthalte — welcher übrigens schon durch die weiter unten angeführten Ergebnisse so gut wie ausgeschlossen war —, so haben wir die Säure auch aus α-Thiophen-Sulfosäure bereitet, die aus synthetischem, aus Bernsteinsäure gewonnenem Thiophen dargestellt worden war. Zu diesem Zwecke wurden je 20 gr Thiophen mit ca. 3 Liter gereinigtem Pe-

troleumäther verdünnt, die Mischung mit 300 cc. conc. Schwefelsäure bis zum Verschwinden der Indophenin-Reaction durchgeschüttelt und die schwarze Säureschicht **sofort** in Eis gegossen und auf Sulfosäure verarbeitet. Das so erhaltene α-Thiophensulfosaure Natron gab, mit Cyankalium destillirt, genau dieselbe Thiophensäure mit allen Eigenschaften der aus Theerbenzol gewonnenen Säure.

Ueber die Eigenschaften der α-Säure haben bereits Kreis und ich eingehend berichtet. Sie schmilzt bei 118°, also 8,5° niedriger als die β-Verbindung, und zwar unter Erscheinungen, welche von den beim Schmelzen der β-Säure beobachteten abweichen. Während diese plötzlich bei 126,5° schmilzt, erweicht die α-Säure schon bei ca. 115°, sintert dann und schmilzt bei der angegebenen Temperatur. Diese Erscheinung ist durchaus charakteristisch; sie ist sehr häufig und bei Präparaten der verschiedensten Darstellung und Reinigung beobachtet worden. Auch die aus den absolut reinen und oft umkrystallisirten Derivaten [Amiden und deren Abkömmlingen] wieder abgeschiedene Säure zeigt immer diese Art des Schmelzens. Auch wenn sie durch häufiges Umkrystallisiren und langsames Ausscheiden aus Wasser in sehr großen, durchaus einheitlichen Krystallen erhalten worden ist, schmilzt sie in dieser Weise; eine Verwechslung mit der β-Säure ist schon nach einer bloßen Beobachtung des Schmelzens nicht möglich.

Aber charakteristischer als die Schmelzpunkts-Verschiedenheit ist die Differenz der Löslichkeit der Säuren. Wie schon in der Mittheilung von Gattermann, Kaiser und mir angegeben, gilt in Bezug auf diese Constante das Folgende: die bei Zimmer-Temperatur gesättigte Lösung der beiden Säuren wurde stets unter gleichen Bedingungen verwandt, das heißt, die gesättigten Lösungen wurden nach den von mir angegebenen Vorschriften für Löslichkeitsbestimmung [1]) gleichzeitig miteinander bereitet und in demselben Kühlwasser aufbewahrt. Zu jeder Bestimmung dienten 10 CC. gesättigter Lösung, deren Gehalt an Säure durch Titriren mit $^1/_{10}$ Normalalkali unter Zusatz einer Spur Phenol-phtaleïn als Indikator bestimmt wurde. Von der Brauchbarkeit dieses Verfahrens hatten wir uns durch Vorversuche mit reiner Benzoësäure überzeugt. Die α- sowohl als die β-Säure wurden durch fractionirte Krystallisation gespalten und die einzelnen Fractionen für sich untersucht. Angegeben ist in Folgendem jedesmal die Zahl der Cubikcentimeter Alkali, welche zur Sättigung von 10 CC. Säure-Lösung erforderlich war. Diese Zahl von Cubik-

1) Berichte 1875 p. 998.

centimetern mag der Einfachheit halber in der Folge immer als die »Löslichkeit« bezeichnet werden.

α-Säure.

I. Fraction:	Löslichkeit	5,95	(bei 17° C.)
II. »	»	5,92	(» 17° C.)
III. »	»	5,95	(» 17° C.)

β-Säure.

I. Fraction:	Löslichkeit	4,45	(bei 21° C.)
II. »	»	4,45	(» 21° C.).

Diese Zahlen sind im Juli 1885 erhalten worden. Nachdem inzwischen zahlreiche Erfahrungen über die Derivate der Säuren gemacht worden waren, und es mir dadurch immer schwerer geworden war, an die wirkliche Verschiedenheit derselben zu glauben, habe ich, in Gemeinschaft mit meinem Assistenten, Herrn Schleicher, jetzt, [im Mai 1886] die Versuche wiederholt und zwar mit einer zu diesem Zwecke neu dargestellten α-Säure, welche nicht, wie die früher benutzte, aus Theerbenzol, sondern mittelst synthetischem, aus Bernsteinsäure bereitetem Thiophen gewonnen war, bei welcher also irgend welche Verunreinigung durch Spuren von Benzolverbindungen ganz ausgeschlossen war. Das Resultat war völlig dasselbe.

Untersuchung der mittelst synthetisch [aus Bernsteinsäure] gewonnenen Thiophens dargestellten α-Thiophensäure.

I. Fraction:	Löslichkeit	5,8	(bei 17° C.)
II. Fraction:	Löslichkeit	5,75	(bei 17° C.)
III. Fraction:	Löslichkeit	5,8	(bei 17° C.)
IV. Fraction:	Löslichkeit	5,85	(bei 17° C.)

Da alle Fractionen der α-Säure denselben Schmelzpunkt und dieselbe Löslichkeit besitzen, und auch die Untersuchung der wiederholt umkrystallisirten Salze und Derivate immer wieder Säure von demselben Schmelzpunkte lieferte, so glaube ich, auf jede dem Versuche zugängliche Weise die physikalische Einheitlichkeit der Säure dargethan zu haben.

Ich wende mich nun zur Beschreibung der Versuche, welche sich auf die Derivate der beiden Säuren beziehen. Der leitende Gedanke war der folgende: Die bisher untersuchten Abkömmlinge der Säure, das Silbersalz und Kalksalz, zeigten keine solchen Unterschiede, die als wesentlich angesehen werden müssen. Das Silbersalz war bei der β-Säure krystallisirt, bei der α-Säure amorph er-

halten worden; aber eine erneute Untersuchung zeigte, daß auch das α-Salz aus heißem Wasser in ganz gleicher Art wie das β-Salz krystallisirt erhalten werden kann. Das Kalksalz krystallisirt bei der α-Säure mit $2^3/_4$ — bei der β-Verbindung mit 3 Molekülen Wasser. Auf diese Verschiedenheit, obwohl sie wiederholt konstatirt ist und bestimmt nicht auf Beobachtungsfehlern beruht, möchte ich keinen Werth legen; ähnliche Differenzen in Krystallwasser-Gehalt sind ja bei einem und demselben Salze, das unter nicht ganz gleichen Bedingungen krystallisirte, schon öfter beobachtet worden. Aber, nachdem Bonz die Beobachtung gemacht, daß die Dibromderivate der Säuren in allen Eigenschaften übereinstimmen, war es wichtig, andere Derivate von charakteristischen Schmelzpunkten darzustellen und zu vergleichen, und das, was Bonz noch nicht hatte thun können, nämlich die Rückgewinnung von α- und β-Säure aus den reinen und verglichenen Derivaten vorzunehmen.

Entscheidend sind in dieser Beziehung folgende Versuche:

Amide.

α- und β-Säure werden mittelst fünffach Chlorphosphors in die Chloride verwandelt, die Phosphorverbindungen vertrieben und die Chloride mittelst kohlensauren Ammon in Amide übergeführt. Diese werden so als schwere weiße Pulver erhalten, die durch Umkrystallisiren sehr leicht völlig rein erhalten werden. Am besten krystallisiren sie aus kochendem Aether, in welchem sie nicht sehr leicht löslich sind, so daß sie sich aus der siedenden Flüssigkeit als Krystallpulver abscheiden.

Aussehen, Art der Krystallisation, Löslichkeitsverhältnisse stimmen bei beiden absolut überein. Am selben Thermometer gleichzeitig erhitzt, schmelzen beide genau bei 174° C. Dieser Schmelzpunkt ändert sich durch öfteres Umkrystallisiren nicht.

Spaltet man beide durch Kochen mit wässeriger Natronlauge, scheidet die Säure ab und krystallisirt diese aus Wasser um, so erhält man aber aus dem α-Amid α-Säure mit dem Schmelzpunkt 118°, aus dem β-Amid die bei 126,5° schmelzende β-Säure. Noch charakteristischer als dieser Versuch ist der sehr häufig wiederholte mit dem

Phenyl-Harnstoff-Derivate der Amide.

Die Amide verbinden sich, wie Herr Dr. Gattermann beobachtete, sehr leicht mit Phenyl-Cyanat zu Harnstoffen nach der Gleichung:

$$C_4H_3S-CO-NH_2 + C_6H_5-N=CO = CO<\begin{matrix}NHC_6H_5\\NH-CO-C_4H_3S.\end{matrix}$$

Diese Harnstoffe eignen sich wegen ihrer großen Krystallisationsfähigkeit und der ungemein charakteristischen Art, in welcher sie krystallisiren, besonders gut zum Vergleiche. In Alkohol sind sie in der Kälte so wenig löslich, daß eine heiß gesättigte weingeistige Lösung bei Zimmertemperatur fast ihren ganzen Gehalt an Harnstoff in langen, äußerst biegsamen Nadeln von lebhaftem Atlasglanz abgiebt. (Meßbare Krystalle sind hier, sowie bei den Amiden, leider trotzdem nicht zu erhalten.) Diese langen Nadeln können, wegen ihrer schweren Löslichkeit fast ohne Verlust oftmals hinter einander umkrystallisirt werden. Immer wieder wurde bei ihnen, und zwar bei der α- wie der β-Verbindung, die stets mit demselben Thermometer untersucht wurden, der gleiche Schmelzpunkt von 206° C. gefunden. Auch in ihrem so äußerst charakteristischen Aussehen, der Krystallisation und dem Gesammthabitus stimmen sie so vollkommen überein, daß Niemand beim Anblick der beiden Präparate zögern würde, dieselben für identisch zu erklären.

Aber beim Spalten mit Natron [das bei 1—2stündigem Kochen mit wässeriger Natronlauge vollkommen erfolgt] giebt die α-Verbindung α-, die β-Verbindung β-Säure.

Um die, in diesem Falle dem Experimentator selbst schwer glaubliche Thatsache über jeden Zweifel sicher zu stellen, wurden die Versuche von meinem Assistenten, Herrn Schleicher und mir soeben (im Mai 1886) nochmals mit der neu aus Bernsteinsäure-Thiophen dargestellten α-Säure wiederholt. Das Resultat war das gleiche, aber es wurde noch dadurch vervollständigt, daß die aus dem Harnstoff wieder abgeschiedene Säure nicht nur auf ihren Schmelzpunkt, sondern auch auf ihre Löslichkeit geprüft wurde. Die Bestimmung ergab, in völliger Uebereinstimmung mit den früher erhaltenen: 10 cc der bei 17° gesättigten Lösung erforderten zur Neutralisation 5,7 cc $^1/_{10}$ Normalalkali.

Nitrile.

Von besonderer Wichtigkeit erschien die Untersuchung und Vergleichung der Nitrile. Die α-Säure ist durch die Cyankalium-Reaction, d. h. also aus ihrem Nitrile, erhalten worden. Da bei der Cyanirung organischer Reste schon früher Umlagerungen beobachtet worden sind — man denke an die Versuche von Kekulé und Rinne über das Cyanallyl —, so schien die Darstellung des noch unbekannten Nitrils der β-Säure einen Weg anzudeuten, um die eine der beiden Säuren definitiv in die andere umzuwandeln. Denn wenn,

wie ich zu vermuthen geneigt war, aus dem Nitril immer die α-Säure entstände, so müßte die β-Säure, in Nitril verwandelt, durch Verseifung des letzteren die α-Verbindung geben. Diese Vermuthung hat sich indessen nicht bestätigt. Um dieselbe zu prüfen, wurde die β-Säure in ihr Chlorid, dies mittelst kohlensauren Ammons in das Amid verwandelt und letzteres in kleinen Portionen mit Phosphor-Pentasulfid destillirt. Das erhaltene Nitril ist, wie die α-Verbindung, ein Oel vom Geruch des Benzonitrils. Die Ausbeute läßt übrigens sehr zu wünschen übrig, da ein nicht unerheblicher Theil des Amids bei der Reaction verkohlt. Das Nitril, mit alkoholischer Kalilauge verseift, gab reine β-Thiophensäure vom Schmelzpunkt 126,5°.

Es schien nun interessant, die beiden Nitrile bezüglich ihrer physikalischen Eigenschaften zu vergleichen. Da sie Oele sind, deren Siedepunkt allein zur Vergleichung wenig ausreichend erschien, wurde ein krystallisirtes Derivat derselben dargestellt. Die beiden, bei der gleichen Temperatur siedenden Nitrile wurden zu diesem Zwecke in der von Tiemann angegebenen Weise in die zugehörigen Amidoxime verwandelt. Sie verbinden sich leicht mit Hydroxylamin, gemäß der Gleichung:

$$C_4H_3S-CN + NH_2-OH = C_4H_3S-C\begin{matrix}N-OH\\ NH_2\end{matrix}$$

und die erhaltenen Amidoxime, welche sich zunächst ölig abscheiden, lassen sich durch Krystallisation aus Benzol und Ligroin leicht in großen Krystallen erhalten.

Auch diese Krystalle zeigen eine völlige Uebereinstimmung der Eigenschaften. Am selben Thermometer gleichzeitig erhitzt, schmelzen beide Präparate gleichzeitig bei 91—92° C. Die Art der Krystallisation ist genau dieselbe. Sie bilden lange, derbe, durchscheinende Säulen von scharf ausgeprägter Form, welche leider trotzdem zur krystallographischen Messung nicht geeignet waren und auch in einer hierfür geeigneten Gestalt nicht erhalten werden konnten, obwohl sie zu diesem Zwecke wiederholt umkrystallisirt und schließlich in mehr als centimeterlangen Krystallen erhalten wurden. Allein die charakteristische Form, die Art des Krystallisirens und das völlige Zusammenfallen der Schmelzpunkte, würde bei den Amidoximen jeden Chemiker unzweideutig zur Erklärung der Identität veranlassen, wenn nicht auch sie, wie die Amide und deren Phenyl-Cyanat-Additions-Producte, bei der Spaltung mit Natronlauge wieder die beiden durchaus verschiedenen Thiophensäuren ergeben hätten. Das α-Amidoxim, mehrfach umkrystallisirt und völlig rein erhalten, giebt reine α-Säure, vom Schmelz-

punkte 118°, das β-Derivat verwandelt sich unter gleichen Umständen in die bei 126,5° schmelzende β-Thiophensäure.

Ketone.

Als Ergänzung zu den bisher mitgetheilten Versuchen, möge noch an die Umwandlung der beiden Thiophensäuren in Ketone, der Formel $C_4H_3S-CO-C_4H_3S$, erinnert werden, welche schon früher von Herrn Dr. Gattermann ausgeführt und in den Berichten der deutschen chemischen Gesellschaft beschrieben ist[1]). Wie von ihm festgestellt, sind die beiden Ketone, welche durch Destillation der Kalksalze erhalten werden, in Bezug auf Schmelzpunkt und alle physikalischen Eigenschaften völlig identisch.

Diese Thatsache würde, nach den entscheidenden Versuchen, die zuvor angeführt worden sind, kaum besondere Bedeutung beanspruchen, zumal auch die Rückwandlung der Ketone in die beiden Säuren nicht vorgenommen worden ist, wenn nicht in diesem Falle der bei den andern Versuchen vergeblich angestrebte krystallographische Vergleich möglich gewesen wäre. Die beiden Ketone krystallisiren in großen, durchsichtigen Blättern, welche zwar wegen ihrer unregelmäßigen Ausbildung eine eigentliche Messung ebenfalls nicht zulassen, wohl aber durch optische Untersuchung ihre krystallographische Identität festzustellen erlauben. Zufälliger- und glücklicher Weise zeigen nämlich diese Ketone in optischer Hinsicht ein sehr auffälliges Verhalten, welches bei beiden völlig das gleiche ist und daher als Anhaltspunkt für die Frage der Identität einen besonderen Werth besitzt. Mein verehrter College, Herr Professor C. Klein, hatte die Güte, hierüber Folgendes mitzutheilen:

»Lange, schmale gelbe Blättchen mit etwas geschwungenen Seitenlinien, oben wie unten wie abgebrochen erscheinend. Auslöschung des Lichtes parallel und senkrecht zur langen Erstreckung. Pleochroitisch: gelb, wenn die lange Erstreckung der Blättchen parallel der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist, senkrecht dazu weißlich. Optisch zweiaxig. I. Mittellinie senkrecht auf der Ebene der Blättchen. Axenebene für Roth, Gelb, Grün parallel der langen Erstreckung der Blättchen, für Blau senkrecht darauf. Axenwinkel in Luft für Roth (Li-licht) = 83°, für Gelb (Na-licht) = $66^1/_2$°, für Grün (Tl-licht) = 45°. Curvensystem bisweilen nicht ganz normal. Doppelbrechung für Roth, Gelb, Grün negativ. Krystallsystem demnach mit großer Wahrscheinlichkeit rhombisch«.

Die gemachten Angaben gelten im selben Maaße für die α- wie auch die β-Verbindung.

1) Berichte d. D. Ch. Ges. 1885 p. 3012.

Salze.

Wie schon eingangs erwähnt, zeigten die wenigen vergleichbaren Salze, welche bisher von den beiden Säuren dargestellt worden waren, keine erheblichen Unterschiede. Das Silbersalz, früher bei der α-Säure nur amorph erhalten, ließ sich leicht durch Umkrystallisiren in schönen Blättchen erhalten, die dem β-Salz genau gleichen. Den bei den Kalksalzen wiederholt beobachteten Unterschied, daß die α-Verbindung mit $2^3/_4$, das β-Salz mit 3 Molekülen Wasser krystallisirt, kann ich, wie schon oben bemerkt, nicht für erheblich halten. Um die Frage der Identität der verschiedenen Salze festzustellen, wurde daher eine Untersuchung über die Löslichkeit aller derjenigen vorgenommen, welche genügend beständig sind, um die Löslichkeitsbestimmung unter den gewöhnlichen Umständen mit Schärfe durchführbar zu machen. Leider mußte dabei auf die Untersuchung einer ganzen Anzahl von Salzen, wie derjenigen des Mangans, Eisens, Kobalts u. s. w. verzichtet werden, da dieselben sich leicht bei längerer Einwirkung des Wassers zersetzen. Die Natriumsalze sind zu leicht löslich, als daß eine genaue Bestimmung mit kleinen Mengen ausführbar wäre. Immerhin konnten die Untersuchungen mit Erfolg an den Salzen des Calciums, Bariums, Zinks, Bleis und Silbers durchgeführt werden und sie ergaben Zahlen, welche an der physicalischen Identität auch dieser Derivate keinen Zweifel ließen. Im Folgenden sind die erhaltenen Resultate zusammengestellt:

Calciumsalz.

α-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 18,5° C. 18,66 Theile des wasserfreien Salzes.

β-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 18,5° C. 18,49 Theile des wasserfreien Salzes.

Baryumsalz.

α-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 14,5° C. 22,45 Theile des wasserfreien Salzes.

β-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 14,5° C. 22,19 Theile des wasserfreien Salzes.

Zinksalz.

α-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 15° C. 13,55 Theile des wasserfreien Salzes.

β-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 15° C. 14,03 Theile des wasserfreien Salzes.

Bleisalz.

α-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 18,5° C. 0,449 Theile des wasserfreien Salzes.

β-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 18,5° C. 0,491 Theile des wasserfreien Salzes.

Silbersalz.

α-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 11° C. 0,199 Theile des trockenen Salzes.

β-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 11° C. 0,195 Theile des trockenen Salzes.

Wenn schon nach Allem, was bisher gesagt worden ist, der Gedanke, daß die α- und β-Säure oder eine derselben eine Mischung im gewöhnlichen Sinne sei, ausgeschlossen war, so will ich doch noch die Versuche mittheilen, durch welche derselbe ausdrücklich geprüft worden ist. Da es nur zwei chemisch verschiedene Isomere, die β- und γ-Verbindung giebt, und da die α-Säure niedriger schmilzt als die mit ihr chemisch identische β-Verbindung, so war zu prüfen, ob nicht die α-Säure durch Mischung von β- und γ-Säure erhalten werden könne. Es wurden daher die beiden Säuren in verschiedenen Verhältnissen zusammen in Wasser gelöst und krystallisiren gelassen. Hierbei wurde niemals eine Vereinigung beobachtet, und es konnte so keine der α-Säure gleichende oder ihr ähnliche Säure erhalten werden. Diese Versuche wurden zu einer Zeit angestellt, als die α-Thiophensäure nur aus Theerthiophen, noch nicht, wie später, auch aus Bernsteinsäure-Thiophen gewonnen worden war, und es war damals daher immer noch an die Möglichkeit zu denken, daß eine minimale Menge von Benzoësäure [aus Spuren etwa beigemengter Benzolsulfosäure bei der Destillation mit Cyankalium erhalten] die Eigenschaften der β-Thiophensäure veränderte; mit andern Worten, daß die α-Säure eine mit Spuren von Benzoësäure verunreinigte β-Säure sei. Es wurden deshalb Mischungen von β-Thiophensäure mit kleinen Mengen von Benzoësäure hergestellt und die Gemenge der Krystallisation unterworfen. Auch so wurde niemals ein Zusammenkrystallisiren beobachtet, sondern stets reine β-Thiophensäure wieder gewonnen. Jetzt, nachdem das absolut benzolfreie Thiophen aus Bernsteinsäure dieselbe

α-Säure geliefert hat, wie das Thiophen aus Theer, ist freilich an diesen Einwand überhaupt nicht mehr zu denken.

Natur der α-Thiophensäure. Willkürliche Herstellung derselben aus den Thiotolenen.

Nach Beendigung der beschriebenen Untersuchungen ist es endlich gelungen, die chemische Natur der α-Säure aufzuklären und dieselbe nach Belieben aus den Thiotolenen herzustellen. Die Wegleitung zu dem bezüglichen Versuche war durch das Folgende gegeben:

Die α-Thiophensäure ist bisher meist, aber doch nicht ganz ausschließlich aus dem α-Nitril erhalten worden. Nach den Beobachtungen von Egli entsteht dieselbe auch durch Oxydation des Theer-Thiotolens. Diese Angabe war, ehe im vorigen Jahre das Theer-Thiotolen als ein Gemisch der β- und γ-Verbindung erkannt wurde, wenig beachtet worden, und es erschien nothwendig, sie nach Erlangung der neuen Kenntnisse über die Muttersubstanz wiederholt ganz sicher zu stellen. Eine kleine Probe absolut reinen Theerthiotolens, dessen Analyse den richtigen Schwefelgehalt ergeben hatte, wurde oxydirt und die erhaltene α-Säure in üblicher Weise gereinigt. Nach dem Umkrystallisiren hatte sie genau den Schmelzpunkt der α-Säure, und es wurde somit die Egli'sche Angabe, welche sich auf die Identificirung durch den Schmelzpunkt beschränkt hatte, völlig bestätigt. Es mußte nun aber auch die Löslichkeitsbestimmung vorgenommen werden, und diese ergab denn das für die Frage entscheidende Resultat, daß auch die aus Theerthiotolen erhaltene Säure dieselbe Löslichkeit besitzt, wie die α-Thiophensäure:

> 10 cc der bei 17° C. gesättigten Lösung erforderten zur Neutralisation 5,4 cc $^1/_{10}$ Normalkali.

Sonach steht fest: Die α-Säure wird nicht nur aus α-Sulfosäure — welche sich bei der gründlichsten Untersuchung ihres Amids als physikalisch einheitlich ergeben hat — erhalten, sondern auch durch Oxydation des Theerthiotolens, einer notorischen Mischung von β- und γ-Thiotolen.

Wollte man nicht die ganz unwahrscheinliche Annahme machen, daß im Theerthiotolen außer den beiden darin nachgewiesenen Modificationen [β- und γ-], eine dritte [α-] Modification enthalten sei, so zwang dies Ergebniß zu schließen, daß die α-Säure, obwohl sie aus β- und γ-Säure durch Mischung und Krystallisation bisher nicht erhalten werden kann, dennoch eine Vereinigung, respective eine Krystallverbindung, von β- und γ-Thiophensäure sei.

Bei der experimentalen Prüfung dieser Ansicht, welche von Dr. Schleicher und mir vorgenommen wurde, haben wir nun gefunden, daß durch Oxydation von β- und γ-Thiotolen in verschiedenen Verhältnissen verschiedene, scheinbar absolut einheitliche Thiophensäuren gewonnen werden können, und daß also die bisher zufällig allein aufgefundene α-Säure vielmehr in noch mehreren, vielleicht sogar beliebig vielen Modificationen erhalten werden kann.

Bei den Versuchen, die α-Säure durch Oxydation einer absichtlich hergestellten Mischung von β- und γ-Thiotolen willkürlich aufzubauen, begegneten wir der Schwierigkeit, daß es bisher auf keine Weise möglich war, zu bestimmen, in welchem Verhältniß die beiden Methyl-Thiophene im Theerthiotolen enthalten sind. Da γ-Thiotolen bei der Oxydation größten Theils zerstört wird und nur wenig Säure liefert, während die β-Verbindung reichliche Mengen von β-Säure giebt, so kann aus dem Verlauf von Oxydations-Versuchen auch nicht annähernd auf die Zusammensetzung des Thiotolengemisches geschlossen werden. Wir mußten daher bei unsern Versuchen das richtige Verhältniß durch Ausprobiren ermitteln, und wir sind erst bei dem dritten Versuche zu der α-Säure gelangt, während die beiden ersten uns mit andern Eigenschaften versehene, aber doch ebenfalls völlig einheitlich erscheinende Säuren lieferten.

Oxydation eines Gemisches von 1 Theil β- und 2 Theilen γ-Thiotolen.

Ein Gemisch von 1 Theil reinen β- und 2 Theilen reinen γ-Thiotolens wurde mit 1000 Theilen Wasser, 9,7 Theilen übermangansaurem Kali und 20 Theilen Natron in der Kälte unter häufigem Umschütteln so lange stehen gelassen, bis vollständige Entfärbung der Permanganatlösung unter Abscheidung von Braunstein eingetreten war. Dies dauerte $1^1/_2$ bis 2 Tage. Die nun in üblicher Weise isolirte Säure wurde aus Wasser, unter Zusatz von Thierkohle, umkrystallisirt und so in schönen, rein weißen Nadeln erhalten, die durch fractionirte Krystallisation in 5 Fractionen mehrfach gespalten wurden. Diese Fractionen zeigten folgende Schmelzpunkte:

I.	Fraction:	Schmelzpunkt	113°.
II.	»	»	114°.
III.	»	»	113,5°.
IV.	»	»	114°.
V.	»	»	113—113,5°.

Ebenso wurde die Säure als einheitlich durch die Löslichkeit der verschiedenen Fractionen erkannt. Bezeichnen wir hier wieder

kurzweg als Löslichkeit die Zahl der Cubikcentimeter $^1/_{10}$ Normalalkalilauge, welche von 10 cc der gesättigten Lösung der Säure zur Neutralisation erfordert wird, so ergaben sich für die Löslichkeit folgende Werthe:

I. Fraction: Löslichkeit 5,6 bei 17° C.
II. » » 5,6 » 17° C.

Sonach hatten wir eine Säure erhalten, welche wiederum ganz andere Eigenschaften als alle bisher bekannten Thiophensäuren hat, die aber doch das Bild einer völlig einheitlichen Substanz darbot und nach ihrer Bildung nichts anderes als eine Krystallvereinigung von γ- und β-Thiophen-Säure sein konnte.

Die gefundenen Werthe für Schmelzpunkt und Löslichkeit machten es nun sehr wahrscheinlich, daß wir bei unserer willkürlichen Mischung von β- und γ-Thiotolen eine zu große Menge der γ-Verbindung genommen hatten. Nachdem uns ein zweiter Versuch: die Oxydation eines Gemisches von gleichen Theilen β- und γ-Thiotolen unter sonst genau denselben Bedingungen wie oben, eine gleichfalls völlig einheitlich krystallisirende Säure vom constanten Schmelzpunkt 121° und der — durch alle Fractionen gleichen — Löslichkeit 4,85 geliefert hatte, erreichten wir das Ziel endlich durch:

Oxydation eines Gemisches von 2 Theilen β- und 3 Theilen γ-Thiotolen.

Der Versuch wurde genau wie der oben beschriebene angestellt und lieferte eine Säure, welche mit der α-Thiophensäure in jeder Hinsicht identisch war. Die Schmelzpunkts-Bestimmung der durch gebrochene Krystallisation erhaltenen Fractionen ergaben:

I. Fraction: Schmelzpunkt 117—117,5°.
II. » » 117°.
III. » » 117°.

Auch das Erweichen und Sintern gegen 115° C. trat ganz in der uns wohl bekannten, oben beschriebenen Weise ein.

Die Bestimmung der Löslichkeit der einzelnen Fractionen, bei welcher die erste in 3 Unterfractionen zerlegt wurde, führte zu folgenden Werthen:

I. Fraction:
a. Löslichkeit 5,75 bei 17° C.
b. » 5,7 » 17° C.
c. » 5,6 » 17° C.
II. Fraction: » 5,6 » 17° C.

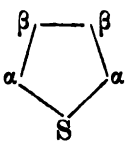
Es blieb nun noch übrig, von dieser neuen Säure ein Derivat mit charakteristischem Schmelzpunkte darzustellen, dies mit dem ent-

sprechenden Derivate der α-Säure zu vergleichen und ferner zu untersuchen, ob die aus ihm zurückgewonnene Säure auch noch die Eigenschaften der α-Säure zeigen würde.

Zu diesem Zwecke wurde eine etwas größere Menge des Gemisches von 2 Th. β- und 3 Th. γ-Thiotolen oxydirt und eine Säure erhalten, die bei 118—118,5° C. schmolz. Diese wurde, ebenso wie früher die α- und die β-Säure durch Einwirkung von Phosphorpentachlorid in das Chlorid verwandelt und aus ihm mittelst Ammoniumcarbonats das Amid erhalten. Dieses verband sich mit Phenylcyanat zu einem Thenoylphenylharnstoff, der in Ansehen, Art der Krystallisation und Löslichkeit den früher dargestellten zum Verwechseln glich, auch denselben Schmelzpunkt (206—206,5°) zeigte und beim Verseifen mit Kalilauge wieder eine Säure vom Schmelzpunkt 118,5° lieferte.

Die physikalische Einheitlichkeit, sowie die Identität der Eigenschaften unserer Säure mit der α-Thiophensäure ist somit definitiv erwiesen.

In Bezug auf die Chemie des Thiophens ergiebt sich aus diesen Untersuchungen das Verschwinden einer Complication, nämlich der bis dahin nicht zu beseitigenden Annahme von mehr als 2 isomeren Thiophensäuren. Nachdem die α-Säure als eine, wenn auch nicht wieder zerlegbare, so doch aus ihren Componenten herstellbare Verbindung der β- und γ-Säure erkannt ist, haben wir nun, conform der Theorie, in allen Reihen von Monoderivaten nur 2 Modificationen, und es scheint angezeigt, die Bezeichnungen α, β und γ nicht mehr beizubehalten, sondern die Thiophenderivate von nun an gemäß dem folgenden Schema zu benennen:



Gegenüber dieser Vereinfachung bleiben aber noch eine Anzahl von Schwierigkeiten bestehn.

Fragt man zunächst nach den Ursachen der hier beobachteten merkwürdigen Erscheinungen, so wird man wohl ohne Bedenken die Annahme machen, daß die α- und β-Säure — so sollen sie nun genannt werden — isomorph sind und in allen Verhältnissen mit einander krystallisiren können, so daß die erhaltenen Gemische, trotz der großen Löslichkeits-Verschiedenheit der beiden reinen Säuren, nicht wieder getrennt werden können. Die Thatsache, daß nur die entstehenden, nicht die fertig angewandten Säuren in Verbin-

dung gebracht werden konnten, bleibt einstweilen unerklärt. Unverständlich ist ferner die völlige Uebereinstimmung aller Derivate der Säuren. Denn die reinen α- und β-Thiophensäuren (nach jetziger Bezeichnung) selbst sind ja in ihren Eigenschaften so verschieden, daß die Gleichheit aller Eigenschaften, welche die Derivate der beiden Säuren zeigen, eine höchst auffallende Thatsache bleibt. Um dieselbe zu erklären, wäre es sehr wünschenswerth, die Abkömmlinge der β-Säure (Schmelzpunkt 136°), welche bis jetzt noch gar nicht bekannt sind, zu studieren, und zu diesem Zwecke sind Versuche bereits in Angriff genommen. Sollte es sich zeigen, daß Amid, Amidoxim, Phenylharnstoffderivat u. s. w. der reinen β-Säure sehr ähnliche Eigenschaften haben, wie die entsprechenden Derivate der reinen α-Säure, so würde das die beobachteten Eigenthümlichkeiten in einem gewissen Grade verständlich machen.

Eine weitere Frage bleibt noch die nach der Natur der α-Thiophen-Sulfosäure, welche ebenfalls durch die früher von Kreis und mir durchgeführte eingehende Untersuchung ihres Amids als anscheinend durchaus einheitlich erkannt worden ist. Da dieselbe bei der Cyankalium-Destillation die früher α- genannte Säure liefert, wird es wahrscheinlich, daß auch sie aus zwei isomeren Sulfosäuren besteht, welche aber durch Krystallisation eben so wenig wie die Carbonsäuren und die Tribromthiotolene getrennt werden können. Höchst merkwürdig ist es daher, daß nach den Versuchen von Pendleton sowohl die α- als auch die β-Thiophen-Sulfosäure, welche doch so durchaus verschiedene Chloride und Amide bilden, dieselbe (früher so genannte) α-Thiophensäure vom Schmelzpunkte 118° liefern. Welche Vorstellung man sich auch von der Natur der fraglichen Sulfosäuren machen mag, so wird man hier die Annahme eines abnormen Verlaufs der Reaction nicht umgehen können, da ja die Thatsache bestehen bleibt, daß zwei notorisch verschiedene Sulfosäuren dennoch dieselbe Carbonsäure, welche nun als eine Verbindung von α- und β-Säure erkannt ist, liefern.

Als das Hauptergebniß dieser Untersuchungen möchte ich es hinstellen, daß in der Thiophengruppe eine Neigung zum Zusammenkrystallisiren isomerer Substanzen besteht, wie sie in anderen Reihen wohl kaum beobachtet sein dürfte. Denn die α- und β-Carbonsäure, die Tribromverbindung des α- und β-Thiotolens und, nach Obigem sehr wahrscheinlich auch die α- und β-Sulfosäure, bilden Vereinigungen, die sich bei der minutiösesten Prüfung als einheitlich darstellen und durch die üblichen Trennungsmittel auf keine Weise zerlegbar

sind. Es mahnt das in Bezug auf den Schluß der Identität und der Einheitlichkeit zur allergrößten Vorsicht, die freilich trotzdem unter Umständen vor Irrthümern nicht wird bewahren können. Substanzen von constanten, auf keine Weise zu verändernden physikalischen Eigenschaften wird man im Allgemeinen für identisch erklären müssen, und wenn der Zufall uns nicht in der Oxydation eines Gemisches der beiden Thiotolene ein Mittel hätte finden lassen die Natur der früher sogenannten α-Säure aufzuklären, so würde es wohl kaum je gelungen sein, die bestehenden Schwierigkeiten, die sich in so eigenartiger Weise angehäuft hatten, zu beseitigen.

Die mitgetheilten Versuche sind von mir in Gemeinschaft mit Herrn Dr. Pendleton sowie mit meinem Assistenten, Herrn Dr. Schleicher ausgeführt worden, dessen werthvoller Mitarbeiterschaft ich in der Abhandlung vielfach gedacht habe, und welchem ich für seine Hilfe zu besonderem Danke verpflichtet bin.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

(Fortsetzung.)

Atti della R. Accademia delle science di Torino. Vol. XXI. Disp. 6ª.
Memorie della R. Acc. d. sc. di Torino. Serie 2. Tom. 37.
Atti della società Toscana di scienze naturali. Processi verb. Vol. V. pag. 79—94.
Boletin del Ministerio de fomento d. l. R. mexicana. Tomo X. N. 134—140.

Nachträge.

Beiträge zur Kenntniß der Vogelfauna von Celebes. II. von Prof. Blasius.
Anales de la sociedad cientifica Argentina. Tomo XXI. Entrega IV.
Bulletin de l'académie R. des sciences de Belgique. Tome 11. N. 6. Année 55.
Ungarische Revue. Sechster Jahrg. Heft VII.
Bulletin de la société mathemathique de France. Tome XIV. N. 3.
Lemoine: Quelques propriétés des parallèles et des anti-parallèles aux cotés d'un triangle.
Lemoine: Sur les nombres pseudo-symetriques.
Exercices de Mathématiques elementaires par Emile Lemoine.
Notes sur la Géométrie du Triangle par Lemoine et Neuberg.
a. Association française pour l'avancement des sciences. Congrès de Grenoble 1885.
b. Congrès de Blois 1884.
Sur une généralisation des proprietés relatives au cercle de Brocard et au point de Lemoine par Lemoine.
Note sur le cercle des neuf points par Lemoine.
Nouvelles Annales de Mathématique (deux extraits).
Sur quelques points remarquables du plan du triangle A. B. C. par Lemoine.
Proprietés diverses du cercle et de la droite de Brocard par Lemoine.
Théorèmes divers sur les antiparalleles des cotés d'un triangle par Lemoine.
Bollettino delle publicazioni italiane. 1886. 13.

Inhalt von Nr. 17.

Victor Meyer, Ueber die sogenannte α-Thiophensäure und ihre Beziehung zu den beiden normalen Carbonsäuren des Thiophens.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

24. November. **№ 18.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 6. November.

Ehlers legt 1) eine Abhandlung des Herrn Privatdocenten Dr. Brock vor »über Eurycoelum Sluiteri«; 2) macht eine Mittheilung über einen großen bei Norddeich gestrandeten Haifisch.

von Könen macht eine Mittheilung über seine Arbeiten für die geologische Aufnahme der hiesigen Gegend.

Schering legt die »Resultate der erdmagnetischen Variations-Beobachtungen im April und Mai«, bearbeitet von Herrn Assistenten Holborn, vor.

Voigt legt »Allgemeine Formen für die Reflexion des Lichtes an dünnen Schichten isotroper absorbirender Medien« vor.

de Lagarde: 1) noch einmal אֵל, 2) Analyse der alten arabischen Typen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften, 3) Abraham = Dusares; derselbe kündigt 4) »Nova psalterii graeci editionis specimen« für die Abhandlungen an.

Sauppe legt »Zwei kleine Aufsätze« des Herrn Prof. Holtz in Greifswald, unseres Korrespondenten, für die Nachrichten vor: 1) »Spiralförmige Wirbel in Flammen«, und 2) »Ein Vorlesungsversuch über die Adhaesion von Flüssigkeiten».

Eurycoelum Sluiteri n. g. n. sp.

Eine vorläufige Mittheilung

von

Dr. J. Brock.

Während meines Aufenthaltes in Noordwachter Eiland, einer kleinen Koralleninsel an der Nordküste von Java im Mai und Juni 1885 fand ich häufig im Magen eines Percoiden, der Diacope metallicus einen Trematoden von merkwürdiger Organisation, den ich unter

obenstehendem Namen in die Wissenschaft einführe. Der Körper des Thieres ist länglich drehrund, vorn und hinten mäßig zugespitzt, mit einem kleineren Mund- und einem sehr viel größeren etwa mittelständigen Bauchsaugnapf; völlig geschlechtsreife Exemplare, welche bei einem größten Durchmesser von 2.5 mm eine Länge von 20 mm erreichen können, zeigen die vordere kürzere Körperhälfte zwischen Mund und Bauchsaugnapf abgeplattet und von der Bauchseite her flach löffelförmig ausgehöhlt. Am lebenden Thiere scheinen Hoden, Dotterstöcke und der mit Eiern gefüllte Uterus undeutlich durch und am Hinterende ist ein Porus excretorius bisweilen schon mit bloßen Augen, besser mit der Loupe sichtbar; ein weiteres Eindringen in die Organisation des dicken und sonst ganz undurchsichtigen Thieres ist nur mit Hülfe der Querschnittmethoden möglich.

Indem ich mir vorbehalte, später einmal eine umfassende Gesammtdarstellung des Baues zu geben, will ich hier nur kurz die Punkte hervorheben, in welchen mir derselbe von der typischen Trematodenorganisation in bemerkenswerther Weise abzuweichen scheint.

Zunächst kommen hierbei die Geschlechtsorgane in Betracht. Während ihr Bau und ihre allgemeine Zusammensetzung zu keinerlei Bemerkungen Veranlassung geben, fällt es auf, daß die Keimdrüsen nicht zu jeder Zeit, sondern nur temporär mit den ausführenden Gängen in Verbindung stehen. Beim Eierstock stellt sich die Verbindung mit dem Oviduct schon früh her, um dann zu perstistiren; bei den beiden Hoden indessen, deren Geschlechtsreife der der weiblichen Organe etwas vorausgeht, ist die Verbindung mit der Vesicula seminalis nur eine ganz vorübergehende, die nicht einmal während der ganzen Geschlechtsreife Bestand hat. Das nur temporär auftretende Verbindungsstück, ein feiner Kanal mit anscheinend structurloser Wand, weicht dabei in seinem Bau durchaus nicht von dem des Vas deferens anderer Trematoden ab.

Auch die Verbindung der Dotterstöcke, nebenbei bemerkt keine traubenförmige Drüsen, sondern langgestreckte Schläuche, die asymmetrisch dorsal gelagert sind —, mit dem Oviduct resp. der Schalendrüse stellt sich erst zur Zeit der weiblichen Geschlechtsreife ein und endlich gewinnt auch der Uterus erst sehr spät, wenn er prall mit Eiern gefüllt ist, eine äußere Oeffnung, während er bis dahin an seinem distalen Ende blind geshlossen war [1]). Diese äußere Mündung

1) Etwas ähnliches ist bis jetzt nur von Distomum reticulatum Loos bekannt, wo bei den nicht geschlechtsreifen Formen, welche von dem Thier bis jetzt nur allein bekannt sind das gemeinsame Geschlechtsatrium noch nicht

des Uterus und somit der weiblichen ausführenden Geschlechtsorgane bricht in den Grund des Cirrusbeutels (Penisscheide) durch, welche ihrerseits, wie bei den typischen Distomen ventralwärts vom Mundsaugnapfe nach außen mündet. Ein gemeinsames Geschlechtsatrium fehlt also ganz.

Obgleich der Uterus daher selbst während des größten Theils der weiblichen Geschlechtsreife blind geschlossen ist und eine Communication mit den männlichen Geschlechtsorganen nirgends besteht, findet man gleich wohl in seinem proximalen Theile und dem Oviduct bis zum Eierstock hin, wie das auch von vielen anderen Trematoden bekannt ist, schon sehr früh beträchtliche Mengen von Sperma angehäuft und im Einklang damit im Uterus bei etwas späteren Stadien, aber lange vor der Herstellung der Mündung des Uterus in die männlichen Geschlechtsorgane massenhaft befruchtete Eier mit Embryonen in allen Entwicklungsstadien. Die Herkunft dieser Spermamassen in den weiblichen Geschlechtsorganen ist eine sehr verwickelte Frage, deren befriedigende Lösung mir noch nicht gelungen ist. Daß die mitgetheilten Thatsachen die Möglichkeit einer Selbstbefruchtung ebenso vollkommen ausschließen wie die einer Wechselbefruchtung durch die äußere weibliche Geschlechtsöffnung, ist ohne weiteres klar; der Annahme einer wechselseitigen Befruchtung durch den Laurerschen Kanal, der dritten Möglichkeit, welche bei Trematoden sich bietet, steht aber wieder die Schwierigkeit im Wege, daß ein dem Laurer'schen Kanal vergleichbares Gebilde, hier der einzige Weg auf dem Samen in die weiblichen Geschlechtswege gelangen könnte bis jetzt von mir noch nicht aufgefunden worden ist. Nur ein allerdings schon vollkommen geschlechtsreifes Thier bildet vielleicht eine Ausnahme. Bei diesem geht nämlich ein feiner von einer Fortsetzung der äußeren Cuticula ausgekleideter Kanal vom Rücken aus nach einwärts grade auf eine der proximalen Uterusschlingen los, erreicht dieselbe aber nicht, sondern endigt vor ihr blind. Gestützt auf diesen bis jetzt leider vereinzelt gebliebenen Befund nehme ich nun vorläufig an, daß auch der Laurer'sche Kanal nur vorübergehend und zwar nur ganz kurze Zeit besteht, und sich unmittelbar nach der Begattung, nachdem der proximale Theil der weiblichen Leitungswege durch

---

nach außen durchgebrochen war. (A. Looss, Beiträge zur Kenntniß der Trematoden, Zeitschr. wiss. Zool. Bd. 41 p. 390.) Jedenfalls dürfte aber der nur temporäre Zusammenhang der männlichen Leitungswege, das späte Auftreten der weiblichen äußeren Geschlechtsöffnung und die vollkommene Trennung der männlichen und weiblichen Geschlechtsorgane bis jetzt ohne Analogie dastehen.

ihn mit Sperma gefüllt ist, wieder zurückbildet; doch möchte ich noch besonders betonen, daß ich diese Vermuthung nur mit der größten Reserve ausspreche, da ich keineswegs die Schwierigkeiten verkenne, die sich ihr schon jetzt gegenüberstellen. Ein als Receptaculum seminis anzusprechendes Gebilde fehlte diesem eventuellen Laurer'schen Kanale, der sich übrigens durch eine verhältnissmäßig bedeutende Weite auszeichnete, vollkommen.

Eine andere recht interessante Abweichung zeigt das Excretionssystem. Die feineren Excretionskanäle sammeln sich in zwei Längsstämmen, welche sich am Hinterende des Thieres zu einem unpaaren mittleren Reservoir vereinigen, welcher dann durch den Porus excretorius mündet. So weit ist der Bau ein ganz typischer. Aber diese beiden Längsstämme sind so weit, daß die Bezeichnung Kanäle in keiner Weise auf sie paßt: sie bieten das auffallende Bild von weiten, unregelmäßig begrenzten am vorderen Ende stark verzweigten Hohlräumen, welche die Darmschenkel um das Mehrfache an Weite übertreffen und oft in einem Querschnitt mehr als die Hälfte seines Flächenraumes einnehmen. (Durchmesser bis zu 1 mm, der der Endblase noch mehr.) Zwischen diesen weiten Räumen, an denen wenigsten auf Querschnitten ein auskleidendes Eipthel vermißt wird, und dem feinen Kanalnetz, das in sie mündet, bestehen in Bezug auf Größe und sonstige Verhältnisse keinerlei Uebergänge. Der gewöhnliche Verhalt dieser Längsstämme bildeten Detritusartige Massen feinster Körnchen oder Bläschen, wie sie wohl von anderen Trematoden sehr gewöhnlich aus der Endblase, aber nicht aus den Längsstämmen beschrieben sind. Ueber den Bau des feineren Kanalnetzes, sowie über die jetzt so lebhaft discutirten Flimmerläppchen kann ich, da ich ausschließlich auf Schnittpräparate angewiesen war, keine Auskunft geben. Die Versuchung liegt nahe, diese Hohlräume, welche sich so auffällig von den kanalartigen Bildungen unterscheiden, in denen die Hauptstämme des Excretionssystems gewöhnlich auftreten als beginnende Leibeshöhle aufzufassen. Da wir aber die Entstehung dieser Gebilde zunächst noch nicht kennen und auch der Begriff des Coeloms augenblicklich schwankender als je ist, so will ich mich vor der Hand mit diesem Hinweis begnügen.

Mit Bezug auf die systematische Stellung des Eurycoelum läßt sich vorläufig nur sagen, daß die beiden Saugnäpfe das Thier in die große in dieser Begrenzung längst unhaltbar gewordene Familie der Distomeen verweisen. Daß das Maß der anatomischen Abweichungen groß genug ist, um die Aufstellung eines besonderen Genus zu rechtfertigen, dürfte wohl jeder zugeben. Der Genusname spielt auf die auffälligste Eigenthümlichkeit des Thieres, die Bildung der Längsstämme des

Wassersystems an (εὐρύς weit, κοιλός hohl), die Species widme ich Herrn Dr. Sluiter in Batavia, dem ich mich für bereitwillige Förderung und Unterstützung während meines Aufenthaltes auf Java zu tiefstem Dank verpflichtet fühle.

Göttingen, im November 1886.

Lamna cornubica (L. Gm.) an der ostfriesischen Küste.

Von

E. Ehlers.

Die Sammlung des zoolog.-zootomischen Instituts in Göttingen ist durch die Aufmerksamkeit und große Znvorkommenheit des Hrn. C. F. von Oterendorp auf Norderney in den Besitz eines großen männlichen Haifisches, Lamna cornubica (Gm. L.) gekommen, welcher am 2. November d. J. in der Nähe von Norddeich an der ostfriesischen Küste auf eine Sandbank gerathen und dort von Fischern erlegt wurde. Bei der gewiß großen Seltenheit, daß Haifische von solcher Größe, wie der hier gefangene, sich bis an die norddeutsche Meeresküste verirren, verdient das Vorkommen verzeichnet zu werden.

Daß es sich bei dem Thiere um Lamna cornubica (Gm. L.) handelt, geht aus dem maaßgebenden Kennzeichen hervor, welches für die Art in der geringen Größe des dritten in der vorderen Zahnreihe des Oberkiefers sitzenden Zahnes besteht, wie solches von Günther (Catalogue of Fisches. Vol. VIII pg. 390) besonders hervorgehoben ist.

Lamna cornubica ist im allgemeinen ein atlantischer Fisch, und wie es scheint circumpolar verbreitet, da er in der Fauna Japans mit aufgeführt wird; da dieser Hai auch im Mittelmeer vorkommen soll, so erstreckt sich sein Verbreitungsbezirk so weit südlich, daß es auffallend erscheinen muß, daß derselbe nicht auch die deutsche Nordseeküste häufiger besucht. Allein ich habe darüber keine Angabe gefunden. Den englischen Küsten fehlt er nicht, ist aber an den nördlichen häufiger als an den südlichen. (Yarrel, A History of british Fishes. Vol. II. 1836 p. 384.) An der westlichen skandinavischen Küste ist er von Christianiafjord bis Ostfinmarken wohl bekannt (R. Collet Norges Fiske 1875 pg. 208). Nach Krøyer

(Danmarks Fiske Bd. 3 Afd. 2 pg. 865) kommt er keineswegs selten im Kattegat vor, und soll bis in die Ostsee vordringen.

Der Fisch war männlichen Geschlechts, vom Kopfe bis zur Spitze des oberen Lappens der Schwanzflosse 2,34 m lang und wog 135 kg. Ich lasse hier eine Anzahl Messungen folgen, welche Herr Dr. Henking gemacht hat, da, so viel ich sehe, die Dimensionen eines so großen männlichen Thieres noch nicht mitgetheilt sind; die Maaßangaben Krøyer's beziehen sich auf Weibchen.

Gesammtlänge, Abstand der Schnauzenspitze bis zur Spitze des dorsalen Lappens der Schwanzflosse	2.340
Umfang des Körpers an der Basis der Brustflosse	1.160
» » » » » » » ersten Rückenflosse	1.210
» » » » » » » Schwanzflosse	0.270
Abstand der Schnauzenspitze vom Vorderrande des Auges	0.135
» » » von der Symphyse des Oberkiefers	0.145
» » » vom Mundwinkel	0.260
» » » vom Spritzloch	0.260
» » » von der ersten Kiemenspalte	0.450
» » » von der Basis der oberen Kante der Brustflosse	0.580
» » » von der ersten Rückenflosse	0.760
» » » vom After	1.190
Länge der Basis der ersten Rückenflosse	0.320
Abstand der ersten Rückenflosse von der zweiten	0.560
Länge der Basis der zweiten Rückenflosse	0.065
Abstand der zweiten Rückenflosse von der Wurzel der Schwanzflosse	0.210
Abstand des Afters von der Wurzel der hinteren Bauchflosse	0.390
» des Vorderendes der hinteren Bauchflosse von der Wurzel der Schwanzflosse	0.150
» des Vorderrandes der ventralen Quergrube von der Wurzel der Schwanzflosse	0.035
Querdurchmesser des Augenhöhleneinganges	0.045
Abstand des hinteren Augenumfanges vom Spritzloch	0.080
» der ersten Kiemenspalte von der letzten	0.013
Länge der Brustflosse von der Basis zur Spitze	0.455
Größte Höhe derselben	0.240
Höhe der ersten Rückenflosse	0.340
Länge an der Basis	0.320
Basis der Bauchflosse	0.100
Höhe	0.120

Länge der Pterygopodien	0.345
» des Vorderrandes der zweiten Rückenflosse	0.065
Größte Länge derselben	0.080
Länge des Vorderrandes der hinteren Bauchflosse	0.080
Größte Länge derselben	0.095
Länge des oberen Lappen der Schwanzflosse	0.550
» » unteren » » »	0.350
» der seitlichen Firste an den Seitenflächen des Körpers vor der Schwanzwurzel	0.370
Breite der oberen Quergrube vor der Schwanzwurzel	0.033
» » unteren » » » »	0.060
Tiefe der Gruben	0.003

Zu den bekannten Beschreibungen der äußeren Körperformen habe ich nichts hinzuzufügen; es verdient vielleicht angemerkt zu werden, daß die quere Grube, welche auf der Rücken- und Bauchfläche vor der Schwanzwurzel liegt und die nach vorn durch einen scharfen rechtwinklig abfallenden Wulst begrenzt wird, von der umgebenden Haut durch große Härte sich auszeichnet. Ein Einschnitt zeigte, daß die Lederhaut hier bedeutend verdickt, sehr fest und schwielig war, und damit das leistenförmige Querjoch bildete, welches nach vorn die Grube begrenzt. Diese Härte der Körperwand ließ vermuthen, daß hier Knorpel beim Aufbau betheiligt sei; allein die mikroskopische Untersuchung zeigte kein Knorpelgewebe, sondern nur sehr dichtes, an elastischen Fasern reiches fibrilläres Bindegewebe, welches in großen Bündeln vielfach durchflochten war.

Der Magen des Fisches war leer, der Darm hatte einen zu fast völlig dünnflüssigen Inhalt verwandelten Brei. Danach ist anzunehmen, daß der Hai wohl kaum in der Verfolgung von Fischzügen an seinen Strandungsplatz verschlagen ist, wiewohl von ihm angegeben wird, (Krøyer), daß er Heringszügen nachgehend sich den Küsten nähere. Ebensowenig wahrscheinlich ist es, daß solches im Gefolge eines größeren Schiffes geschehen sei.

Ich erwähne hier eine andere eigenthümliche Erscheinung, welche die Aufmerksamkeit auf sich zog und die vielleicht in Zusammenhang mit dem Verschlagenwerden des Thieres gebracht werden kann. Aus der Afteröffnung des Thieres hatte sich während des Transportes eine Anzahl ca. 5—7 mm langer und etwa 4 mm breiter meist platter milchweißer bisweilen durchscheinender Körper entleert, welche dem Anscheine nach Proglottiden einer Taenie waren. Allein bei der Section fand sich im Darme des Fisches nur ein kleiner Cestod (Tetrabothrium sp.?), zu dem solche Glieder sicher nicht gehören konnten. Andererseits zeigte sich nun, daß solche Gebilde durch die Uroge tal-

papille in die Cloake traten, und bei weiterem Nachsehen ergab sich, daß dieselben aus dem Genitalporus in den Uterus masculinus hinübertraten, oder besser gesagt, bei geeigneter Lagerung der Organe in reichem Strome hinüberflossen.

Die mikroskopische Untersuchung dieser Körper, welche bei einer Härtung in Sublimatlösung und Alcohol aus der platten Form in die drehrunde übergingen, dabei an Länge etwas abnahmen, ergab, daß die milchweißen im wesentlichen aus reifen Spermatozoen bestanden, welche zu Bündel zusammengelagert waren; diese Bündel von Samenfäden waren auf und neben einander verpackt, und offenbar diente eine nach der Härtung feinkörnig erscheinende Masse als ein Kittmaterial, welche die sämmtlichen Spermatozoidenbündel unter einander vereinigte. Die durchscheinenden Körper dagegen enthielten nur vereinzelte Spermatozoiden und bestanden im wesentlichen aus der körnigen Kittmasse, in welcher Reste von Zellkernen zerstreut lagen. Danach bilden diese Körper wohl Spermatophoren, deren Vorkommen bei einem Haifische meines Wissens bis jetzt nicht beschrieben ist. — Die Pterygopodien zeigten keine Turgescenz, dagegen waren die Pterygopodialdrüsen sehr groß und erstreckten sich von der Bauchflosse auf der Ventralfläche des Körpers nach vorn.

Das Auftreten dieser Spermatophoren giebt zu der Annahme Berechtigung, daß der Fisch zur Zeit seiner Erlegung sich auf einem hohen Grad geschlechtlicher Entwicklung gefunden hat. Da nun Krøyer (a. a. O. pg. 863) angegeben hat, daß Lamna cornubica in den Monaten September, October und November an den dänischen Küsten zu erscheinen pflege, an denen diese Fische sonst fehlen; Yarrel (a. a. O. pg. 385), damit in Uebereinstimmung, sagt, daß dieser Hai im Herbst häufig an die nördlichen und nordöstlichen Küsten Englands komme, diese Zeiten aber nach der oben angegebenen Beobachtung als die Brunstzeit dieses Fisches zu betrachten sind; so mögen die Streifzüge dieser Thiere über die Grenzen ihres gewöhnlichen Verbreitungsbezirkes hinaus mit hohen Erregungszuständen und gesteigerter Thätigkeit des Geschlechtslebens zusammenfallen. Ein weites Herumschweifen und Ziehen zur Brunstzeit ist ja auch sonst bei Fischen eine nicht seltene Erscheinung. Vielleicht hängt, wenn man die Leere des Darmkanales der wandernden Lachse in Erwägung zieht, damit auch zusammen, daß im Darm dieses Thieres kaum Nahrungsreste gefunden wurden.

Da nun andererseits Gunnerus (J. E. Gunnerus, Om en Hasbrands Unge. Det konglige norske Videnskabers Selskabs Skrifter. Fierde Deel. Kjøbenhaven 1768 pg. 2) von einem Fötus dieses Haies berichtet, welcher im Sommer aus der Mutter herausgenommen, $^3/_4$ seeland'-

sche Ellen lang war und einen nicht mehr gestielten Dottersack besaß, also der Reife nahe stand, so gewinnen wir damit eine annähernde Bestimmung für die Trächtigkeitsdauer dieser Fische. Sie dauert danach jedenfalls länger als die Entwicklung der abgelegten Scyllium-Eier, worüber Bolau (Zeitschrift f. wiss. Zoolog. Bd. 35 pg. 324) berichtet hat.

Herr Prof. von Koenen machte eine Mittheilung über seine geologische Aufnahme der Umgegend von Göttingen, welche einigermaßen dadurch verzögert wurde, daß behufs Klarstellung einer Reihe prinzipieller Punkte, besonders über Störungen im regelmäßigen Gebirgsbau und über Thalbildung, von vornherein weit ausgedehntere Gebiete in den Bereich der Untersuchungen gezogen werden mußten, als vorher erwartet worden war. Nachdem diese Fragen im Wesentlichen erledigt waren, ist der weitaus schwierigste und zeitraubendste nordwestliche Theil von Blatt Göttingen nunmehr fertig gestellt und von dem Rest wenigstens das Gerippe eingetragen.

Während Redner aber ursprünglich beabsichtigte, dann das südlich anstoßende Blatt aufzunehmen, hat sich inzwischen herausgestellt, daß es in jeder Beziehung wünschenswerther ist, dafür das östlich anstoßende Blatt zunächst in Angriff zu nehmen, welches den Göttinger Wald und das Waldgebiet vom Hünstollen bis zur »Lengdener Burg« und das Buntsandsteingebiet östlich Waake-Groß-Lengden enthält. Die Aufnahme dieses Letzteren ist auf den Antrag des Redners im letzten Sommer durch die Kgl. geologische Landes-Anstalt Herrn Dr. Ebert übertragen und von diesem fast vollendet worden, so daß dadurch ein Zusammenhang zwischen dem Göttinger Walde und dem bereits publicirten Blatte Duderstadt hergestellt wird.

Allgemeine Formeln für die Reflexion des Lichtes an dünnen Schichten isotroper absorbirender Medien.

Von

W. Voigt.

Im 1. Heft des Jahrganges 1885 dieser Nachrichten habe ich die Gesetze aufgestellt, welche das Licht bei der Reflexion an einer sehr dünnen Metallschicht und beim Durchgang durch eine solche befolgt, falls diese Schicht beiderseitig von durchsichtigen Medien umgeben ist und die Lichtbewegung nicht an einer Grenze total reflectirt wird. Beobachtungen, welche neuerdings Herr Prof. Kundt zur Erforschung des Verhaltens des Lichtes bei einer totalen Reflexion an der zweiten Grenze veranlaßt hat, machen die Ableitung der hierfür geltenden Gesetze erwünscht. Ich gebe sie im Folgenden, stelle aber die Aufgabe so allgemein, daß außer Anderem die Endgleichungen des früheren und des neuen Falles aus den Resultaten zu erhalten sind.

Eine dünne der XY-Ebene parallele Schicht einer absorbirenden Substanz sei einerseits (für $z = l$) von einem andern absorbirenden, andererseits (für $z = 0$) von einem durchsichtigen Medium begrenzt. In dem durchsichtigen Medium falle eine ebene Welle auf die Schicht, es ist die reflectirte Bewegung zu bestimmen; die durchgegangene würde weniger Interesse bieten, da sie sich im Allgemeinen nicht wohl beobachten lassen dürfte.

Wir benutzen die Bezeichnungen der oben citirten Abhandlung[1]) und verweisen wegen ihrer Bedeutungen auf dieselbe.

I. Sei zuerst die Schwingungscomponente (v) normal zur Einfallsebene untersucht.

	Im ersten Medium ist	$v = v_e + v_r$
1.	im zweiten	$v_1 = v_a + v_\varrho$
	im dritten	$v' = v_d$

1) Gött. Nachr. 1885. p. 46 u. f.

$$
\begin{aligned}
v_e &= E_e \sin\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha x+\gamma z}{\omega}\right)\\
v_r &= R_e' \sin\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha x-\gamma z}{\omega}\right)+R_e'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha x-\gamma z}{\omega}\right)\\
v_\vartheta &= e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left[\Delta_e' \sin\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha_1 x+\gamma_1 z}{\omega_1}\right)+\Delta_e'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha_1 x+\gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right]\\
v_\varrho &= e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left[P_e' \sin\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha_1 x-\gamma_1 z}{\omega_1}\right)+P_e'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha_1 x-\gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right]\\
v_d &= e^{-\frac{\beta'(z-l)}{\tau\omega'}}\left[D_e' \sin\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha' x+\gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right.\\
&\qquad \left.+D_e'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha' x+\gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right]
\end{aligned}
\qquad 2.
$$

Dabei ist τ kurz für $\frac{T}{2\pi}$ gesetzt.

Die Grenzbedingungen sind

$$
\begin{aligned}
&\text{für } z=0\text{:}\quad \bar{v}=\bar{v}_1,\quad A\frac{\overline{\partial v}}{\partial z}=A_1\frac{\overline{\partial v_1}}{\partial z}+c_1\frac{\overline{\partial^2 v_1}}{\partial z\,\partial t}\\
&\text{für } z=l\text{:}\quad \bar{v}_1=\bar{v}',\quad A_1\frac{\overline{\partial v_1}}{\partial z}+c_1\frac{\overline{\partial^2 v_1}}{\partial z\partial t}=A'\frac{\overline{\partial v'}}{\partial z}+c'\frac{\overline{\partial^2 v'}}{\partial z\,\partial t}.
\end{aligned}
\qquad 3.
$$

Hieraus folgt zunächst

$$\frac{\alpha}{\omega}=\frac{\alpha_1}{\omega_1}=\frac{\alpha'}{\omega'}; \qquad 4$$

dabei kann, da α, β, γ hier nicht die Bedeutung von Cosinussen haben, α_1, α' beliebig auch größer als die Einheit werden. Ferner führen wir die Abkürzungen ein:

$$
\begin{aligned}
C_1 &= c_1/\tau & C' &= c'/\tau\\
\sigma_e &= \frac{C_1\beta_1+A_1\gamma_1}{\gamma_1 M\omega_1^2}, & \delta_e &= \frac{C_1\gamma_1-A_1\beta_1}{\gamma_1 M\omega_1^2}\\
\sigma_e' &= \frac{C'\beta'+A'\gamma'}{\gamma' M\omega'^2}, & \delta_e' &= \frac{C'\gamma'-A'\beta'}{\gamma' M\omega'^2}\\
\operatorname{tg}\mu_e &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_e}{\alpha\gamma+\alpha_1\gamma_1\sigma_e}, & \operatorname{tg}\nu_e &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_e}{\alpha\gamma-\alpha_1\gamma_1\sigma_e}\\
\operatorname{tg}\mu_e' &= \frac{\alpha'\gamma'\delta_e'+\alpha_1\gamma_1\delta_e}{\alpha'\gamma'\sigma_e'+\alpha_1\gamma_1\sigma_e}, & \operatorname{tg}\nu_e' &= -\frac{\alpha'\gamma'\delta_e'-\alpha_1\gamma_1\delta_e}{\alpha'\gamma'\sigma_e'-\alpha_1\gamma_1\sigma_e}\\
\frac{l\beta_1}{\tau\omega_1} &= k, & \frac{l\gamma_1}{\tau\omega_1} &= h.
\end{aligned}
\qquad 5.
$$

Dann drückt sich der Werth R_s' und R_s'' in diesen Größen genau in derselben Form aus, die sich früher in dem speciellen Falle gefunden hat [1]). Ich werde die bezüglichen Formeln erst weiter unten angeben.

II. Für die Schwingungscomponenten in der Einfallsebene sei gesetzt

6.

$$\begin{aligned}
&\text{im ersten Medium} && u = \gamma(r_e + r_r) \\
& && w = -\alpha(r_e - r_r) \\
&\text{im zweiten} && u_1 = u_\vartheta + u_\varrho \\
& && w_1 = w_\vartheta + w_\varrho \\
&\text{im dritten} && u' = u_d \\
& && w' = w_d
\end{aligned}$$

und hierin:

7.

$$\begin{aligned}
r_e &= E_p \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x + \gamma z}{\omega}\right) \\
r_r &= R_p' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right) + R_p'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right) \\
u_\vartheta &= e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left[\Delta_p' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right) + \Delta_p'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right] \\
u_\varrho &= e^{+\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left[P_p' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right) + P_p'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right] \\
w_\vartheta &= -e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}} \frac{\gamma_1\alpha_1}{\beta_1^2 + \gamma_1^2}\left[(\Delta_p'\gamma_1 - \Delta_p''\beta_1)\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right. \\
&\qquad \left. + (\Delta_p'\beta_1 + \Delta_p''\gamma_1)\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right] \\
w_\vartheta &= +e^{+\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}} \frac{\alpha_1\gamma_1}{\beta_1^2 + \gamma_1^2}\left[(P_p'\gamma_1 - P_p''\beta_1)\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right. \\
&\qquad \left. + (P_p'\beta_1 + P_p''\gamma_1)\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right] \\
u_d &= e^{-\frac{\beta'(z-l)}{\tau\omega'}}\gamma'\left[D_p' \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right. \\
&\qquad \left. + D_p'' \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right] \\
w_d &= -e^{-\frac{\beta'(z-l)}{\tau\omega'}} \frac{\alpha'\gamma'}{\beta'^2 + \gamma'^2}\left[(D_p'\gamma' - D_p''\beta')\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right. \\
&\qquad \left. + (D_p'\beta' + D_p''\gamma')\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right].
\end{aligned}$$

1) l. c. p. 50.

Die Grenzbedingungen lauten in der vereinfachten, nach den Beobachtungen zulässigen Form [1]):

$$\begin{aligned} &\text{für } z = 0: \quad \overline{u} = \overline{u_1}, \quad \overline{w} = \overline{w_1} \\ &\text{für } z = l: \quad \overline{u_1} = \overline{u'}. \quad \overline{w_1} = \overline{w'}. \end{aligned} \qquad 8.$$

Hieraus folgt wie oben zunächst:

$$\frac{\alpha}{\omega} = \frac{\alpha_1}{\omega_1} = \frac{\alpha'}{\omega'}.$$

Für das Weitere setzen wir:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_1^2}{\beta_1^2+\gamma_1^2} &= \sigma_p, & \frac{\gamma_1\beta_1}{\beta_1^2+\gamma_1^2} &= \delta_p \\ \frac{\gamma'^2}{\beta'^2+\gamma'^2} &= \sigma_p', & \frac{\gamma'\beta'}{\beta'^2+\gamma'^2} &= \delta_p' \\ \operatorname{tg}\mu_p &= \frac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1+\alpha_1\gamma\sigma_p}, & \operatorname{tg}\nu_p &= \frac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1-\alpha_1\gamma\sigma_p} \\ \operatorname{tg}\mu_p' &= \frac{\alpha'\gamma_1\delta_p'+\alpha_1\gamma'\delta_p}{\alpha'\gamma_1\sigma_p'+\alpha_1\gamma'\sigma_p}, & \operatorname{tg}\nu_p' &= -\frac{\alpha'\gamma_1\delta_p'-\alpha_1\gamma'\delta_p}{\alpha'\gamma_1\sigma_p'-\alpha_1\gamma'\sigma_p} \\ \frac{l\beta_1}{\tau\omega_1} &= k, & \frac{l\gamma_1}{\tau\omega} &= h. \end{aligned} \qquad 9.$$

Dann drücken sich die Componenten der reflectirten Intensitäten parallel und normal zur Einfallsebene durch dieselben Formeln aus, die früher in einem speciellen Falle gefunden worden waren.

Man erhält nämlich Folgendes:

$$\begin{aligned} \Pi R' &= E[(\sin^2\nu' e^{+2k} + \sin^2\mu' e^{-2k})\sin\mu\sin\nu\cos(\mu+\nu) \\ &\qquad -(\sin^2\nu+\sin^2\mu)\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu'+\nu')] \\ \Pi R'' &= -E[(\sin^2\nu' e^{+2k} - \sin^2\mu' e^{-2k})\sin\mu\sin\nu\sin(\mu+\nu) \\ &\qquad -(\sin^2\nu-\sin^2\mu)\sin\mu'\sin\nu'\sin(2h+\mu'+\nu')] \end{aligned} \qquad 10.$$

worin

$$\begin{aligned} \Pi &= \sin^2\nu\sin^2\nu' e^{+2k} + \sin^2\mu\sin^2\mu' e^{-2k} \\ &\qquad -2\sin\mu\sin\nu\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu+\mu'+\nu+\nu'). \end{aligned}$$

Hieraus folgt dann die resultirende Intensität:

---

1) l. c. Jahrgang 1884, p. 152.

$$
\begin{aligned}
R^2 &= R'^2 + R''^2 \\
&= E^2 \frac{(\sin\mu\sin\nu' e^{+k} - \sin\mu'\sin\nu e^{-k})^2 + 4\sin\mu\sin\nu\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\tfrac{1}{2}[2h+(\mu'+\nu')-(\mu+\nu)]}{(\sin\nu\sin\nu' e^{+k} - \sin\mu\sin\mu' e^{-k})^2 + 4\sin\mu\sin\nu\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\tfrac{1}{2}[2h+(\mu'+\nu')-\mu+\nu)]}
\end{aligned}
\tag{11.}
$$

und die bei der Reflexion stattfindende Verzögerung der Phase ε durch

$$
\begin{aligned}
\operatorname{tg}\varepsilon &= -\frac{R'}{R} \\
&= \frac{(\sin^2\nu' e^{+2k} - \sin^2\mu' e^{-2k})\sin\mu\sin\nu\sin(\mu+\nu) - (\sin^2\nu - \sin^2\mu)\sin\mu'\sin\nu'\sin(2h+\mu'+\nu')}{(\sin^2\nu' e^{+2k} + \sin^2\mu' e^{-2k})\sin\mu\sin\nu\cos(\mu+\nu) - (\sin^2\nu + \sin^2\mu)\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu'+\nu').}
\end{aligned}
$$

Setzt man an E, R', R'', μ, ν, μ', ν' und Π die Indices s oder p, so erhält man die für die senkrecht oder parallel der Einfallsebene schwingenden Componenten geltenden Formeln.

Für die Discussion dieser Resultate in speciellen Fällen ist nun zu erinnern, daß α und γ Sinus und Cosinus des Einfallswinkels der im ersten Medium einfallenden Wellenebene sind. Für dieses Medium ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω gegeben zu denken.

Das zweite, absorbirende Medium ist durch zwei Constanten A_1 und C_1 definirt, die neben der in allen Medien gleichen Dichte des Aethers M in Formel (5.) auftreten. Statt ihrer ist früher von mir als anschaulicher eingeführt der Absorptionscoëfficient $\varkappa_1$ dieses Mediums und sein Brechungscoëfficient n_1 gegen das erste (durchsichtige) Medium oder auch gegen den leeren Raum. Letzteres ist hier vorzuziehen. Dabei ist der Brechungscoëfficient n_1 oder n' definirt als das Verhältniß der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω_0 einer ebenen Welle mit durchweg gleicher Amplitude im leeren Raum zu derjenigen ω_1 oder ω' im absorbirenden Medium. Diese Geschwindigkeiten folgen zusammen mit den Absorptionscoëfficienten aus den Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
M\omega_1^2 &= A_1(1-\varkappa_1^2) + 2C_1\varkappa_1 \\
0 &= C_1(1-\varkappa_1^2) - 2A_1\varkappa_1 \\
M\omega'^2 &= A'(1-\varkappa'^2) + 2C'\varkappa' \\
0 &= C'(1-\varkappa'^2) - 2A'\varkappa'.
\end{aligned}
\tag{12.}
$$

Aus dem soeben definirten α folgt nun α_1 und α' nach:

$$
\frac{\alpha}{\omega} = \frac{\alpha'}{\omega'} = \frac{\alpha_1}{\omega_1},
$$

oder nach:

$$\alpha n = \alpha' n' = \alpha_1 n_1; \qquad 13.$$

aus α_1 und α' aber β_1, γ_1 und β', γ' durch:

$$\left.\begin{aligned} 2\gamma_1^2 &= \sqrt{4\varkappa_1^2 + (1-\alpha_1^2-\varkappa_1^2)^2} + (1-\alpha_1^2-\varkappa_1^2) \\ 2\beta_1^2 &= \sqrt{4\varkappa_1^2 + (1-\alpha_1^2-\varkappa_1^2)^2} - (1-\alpha_1^2-\varkappa_1^2) \\ 2\gamma'^2 &= \sqrt{4\varkappa'^2 + (1-\alpha'^2-\varkappa'^2)^2} + (1-\alpha'^2-\varkappa'^2) \\ 2\beta'^2 &= \sqrt{4\varkappa'^2 + (1-\alpha'^2-\varkappa'^2)^2} - (1-\alpha'^2-\varkappa'^2) \end{aligned}\right| \quad 1,$$

woraus folgt:

$$\begin{aligned} \gamma_1 \beta_1 &= \varkappa_1 \\ \gamma' \beta' &= \varkappa', \end{aligned}$$

und diese Werthe sind eingesetzt zu denken in die Formeln (5.) und (9.), die unter Benutzung der Werthe $\varkappa$ und ω lauten:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_s &= \frac{\gamma_1^2(1-\varkappa_1^2)+2\varkappa_1^2}{\gamma_1^2(1+\varkappa^2)^2}, & \delta_s &= \frac{\varkappa_1(2\gamma_1^2+\varkappa_1^2-1)}{\gamma_1^2(1+\varkappa_1^2)^2} \\ \sigma_p &= \frac{\gamma_1^2}{\gamma_1^2+\beta_1^2}, & \delta_p &= \frac{\varkappa_1}{\gamma_1^2+\beta_1^2} \\ \sigma_s' &= \frac{\gamma'^2(1-\varkappa'^2)+2\varkappa'^2}{\gamma'^2(1+\varkappa'^2)^2}, & \delta_s' &= \frac{\varkappa'(2\gamma'^2+\varkappa'^2-1)}{\gamma'^2(1+\varkappa'^2)^2} \\ \sigma_p' &= \frac{\gamma'^2}{\gamma'^2+\beta'^2}, & \delta_p' &= \frac{\varkappa'}{\gamma'^2+\beta'^2}. \end{aligned}\right| \qquad 15.$$

Fügt man hierzu die Formeln (5.) und (9.), die μ, ν, μ', ν' definiren, so ist alles für die Anwendung Nöthige zusammengestellt.

Denkt man eines der absorbirenden Medien durchsichtig geworden, so hat man für dasselbe

$$\varkappa = 0$$

zu setzen.

Die Wurzelgrößen in (14.) werden dann zweideutig; ist z. B. $\varkappa_1 = 0$, so hat man die Vorzeichen so zu wählen, daß γ_1^2 und β_1^2 positiv werden. Findet gewöhnliche Reflexion statt, so ist $\alpha_1 < 1$ und man hat das positive Vorzeichen zu wählen, vermöge dessen

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 &= 1-\alpha_1^2 \\ \beta_1^2 &= 0 \end{aligned} \qquad 16.$$

wird; findet totale Reflexion, so ist $\alpha_1 > 1$; es gilt hier das negative Zeichen, welches:

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 &= 0 \\ \beta_1^2 &= \alpha_1^2 - 1 \end{aligned} \qquad 17.$$

macht

1. Fall. Drei durchsichtige Medien, gewöhnliche Reflexion an beiden Grenzen des mittleren, also $\varkappa_1 = \varkappa' = 0$.

Hier sind alle $\sigma = 1$, alle $\delta = 0$.

Demzufolge sind auch alle μ und ν, μ' und $\nu' = 0$ und zwar:

$$18.\quad \begin{aligned} \operatorname{tg}\mu_s/\operatorname{tg}\nu_s &= \sin\mu_s/\sin\nu_s = (\alpha\gamma - \alpha_1\gamma_1)/(\alpha\gamma + \alpha_1\gamma_1) = r_s \\ \operatorname{tg}\mu_s'/\operatorname{tg}\nu_s' &= \sin\mu_s'/\sin\nu_s' = (\alpha'\gamma' - \alpha_1\gamma_1)/(\alpha'\gamma' + \alpha_1\gamma_1) = r_s' \\ \operatorname{tg}\mu_p/\operatorname{tg}\nu_p &= \sin\mu_p/\sin\nu_p = (\alpha\gamma_1 - \alpha_1\gamma)/(\alpha\gamma_1 + \alpha_1\gamma) = r_p \\ \operatorname{tg}\mu_p'/\operatorname{tg}\nu_p' &= \sin\mu_p'/\sin\nu_p' = (\alpha'\gamma_1 - \alpha_1\gamma')/(\alpha'\gamma_1 + \alpha_1\gamma') = r_p'. \end{aligned}$$

Hierbei sind die Größen r die reflectirten Amplituden, wenn auf die bezügliche Grenze die Amplitude 1 senkrecht oder parallel zur Einfallsebene einfällt. Setzt man dies ein in (10.) und (11.) so erhält man

$$19.\quad \left|\begin{aligned} R' &= E\frac{(1+r'^2)r - (1+r^2)r'\cos 2h}{1 + r^2r'^2 - 2rr'\cos 2h} \\ R'' &= E\frac{(1-r^2)r'\sin 2h}{1 + r^2r'^2 - 2rr'\cos 2h} \\ R^2 &= R'^2 + R''^2 = E^2\frac{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos 2h}{1 + r^2r'^2 - 2rr'\cos 2h}. \end{aligned}\right.$$

Letzteres ist die bekannte Formel für die an einer dünnen durchsichtigen Lamelle reflective Intensität; in gleicher Weise für die Componenten parallel und normal zur Einfallsebene gültig, wenn der Index p oder s angefügt wird. Zugleich giebt sich für die Verzögerung ε der reflectirten Welle:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = -\frac{(1-r^2)r'\sin 2h}{(1+r'^2)r - (1+r^2)r'\cos 2h}.$$

2. Fall. Drei durchsichtige Medien, totale Reflexion an der zweiten Grenze, $\varkappa_1 = \varkappa' = 0$.

Hier ist: $\beta_1 = 0$, also $k = 0$, und $\gamma' = 0$;

ferner $\sigma_s = 1$, $\delta_s = 0$; $\sigma_p = 1$, $\delta_p = 0$; $\mu_s = \nu_s = \mu_p = \nu_p = 0$

$$\sigma_s'\gamma' = 0 \quad \delta_s'\gamma' = -\beta'; \quad \frac{\sigma_p'}{\gamma'} = 0, \quad \frac{\delta_p'}{\gamma'} = \frac{1}{\beta'}$$

$$20.\quad \left|\begin{aligned} \operatorname{tg}\mu_s/\operatorname{tg}\nu_s &= \sin\mu_s/\sin\nu_s = (\alpha\gamma - \alpha_1\gamma_1)/(\alpha\gamma + \alpha_1\gamma_1) = r_s \\ \operatorname{tg}\mu_s' &= \operatorname{tg}\nu_s' = -\frac{\alpha'\beta'}{\alpha_1\gamma_1}, \quad \mu_s' = \nu_s', \\ \operatorname{tg}\mu_p/\operatorname{tg}\nu_p &= \sin\mu_p/\sin\nu_p = (\alpha\gamma_1 - \alpha_1\gamma)/(\alpha\gamma_1 + \alpha_1\gamma) = r_p \\ \operatorname{tg}\mu_p' &= \operatorname{tg}\nu_p' = +\frac{\alpha'\gamma_1}{\alpha_1\beta'}, \quad \mu_p' = \nu_p'. \end{aligned}\right.$$

Durch das Einsetzen dieser Werthe in (10.) und (11.) folgt:

$$\left.\begin{aligned} R' &= E\frac{2r-(1+r^2)\cos 2(h+\nu')}{1+r^2-2r\cos 2(h+\nu')} \\ R'' &= E\frac{(1-r^2)\sin 2(h+\nu')}{1+r^2-2r\cos 2(h+\nu')} \\ R^2 &= R'^2+R''^2 = E^2. \end{aligned}\right| \qquad 21.$$

Hier tritt also immer die volle einfallende Intensität im reflectirten Lichte auf, aber die Componenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene sind in verschiedener Weise verzögert. Ihre Verzögerungsdifferenz ist ein Object für die Beobachtung.

Man bemerkt leicht die Verwandtschaft dieser Schlußformeln mit denen des vorigen Falles.

3. Fall. Drei durchsichtige Medien, totale Reflexionen an der ersten Grenze. $\varkappa_1 = \varkappa' = 0.$

Hier ist $\gamma_1 = 0$, also $h = 0$, und $\beta' = 0$,

ferner
$$\left.\begin{aligned} &\sigma_s\gamma_1 = 0, \quad \delta_s\gamma_1 = -\beta_1, \quad \frac{\sigma_p}{\gamma_1} = 0, \quad \frac{\delta_p}{\gamma_1} = \frac{1}{\beta_1}, \\ &\sigma_s' = 1, \quad \delta_s' = 0, \quad \sigma_p' = 1, \quad \delta_p' = 0, \\ &\operatorname{tg}\mu_s = \operatorname{tg}\nu_s = -\frac{\alpha_1\beta_1}{\alpha\gamma}, \quad \mu_s = \nu_s \\ &\operatorname{tg}\mu_s' = \operatorname{tg}\nu_s' = -\frac{\alpha_1\beta_1}{\alpha'\gamma'}, \quad \mu_s' = \nu_s' \\ &\operatorname{tg}\mu_p = \operatorname{tg}\nu_p = \frac{\alpha_1\gamma}{\alpha\beta_1}, \quad \mu_p = \nu_p \\ &\operatorname{tg}\mu_p' = \operatorname{tg}\nu_p' = \frac{\alpha_1\gamma'}{\alpha'\beta_1}, \quad \mu_p' = \nu_p'. \end{aligned}\right| \qquad 22.$$

Dies giebt in (10.) und (11.) eingesetzt:

$$\left.\begin{aligned} R' &= E\frac{(e^{+2k}+e^{-2k})\cos 2\nu - 2\cos 2\nu'}{(e^{+2k}+e^{-2k})-2\cos 2(\nu+\nu')} \\ R'' &= -E\frac{(e^{+2k}-e^{-2k})\sin 2\nu}{(e^{+2k}+e^{-2k})-2\cos 2(\nu+\nu)} \\ R^2 &= R'^2+R''^2 = E^2\frac{(e^{+k}-e^{-k})^2+4\sin^2(\nu'-\nu)}{(e^{+k}-e^{-k})^2+4\sin^2(\nu'+\nu)} \end{aligned}\right| \qquad 23.$$

also sehr einfache Formeln, die sich in die früheren von mir aufgestellten und diskutirten[1]) verwandeln, wenn man die obigen Werthe

1) l. c. Jahrgang 1884, p. 56 und 59.

für μ und ν einsetzt. Sie geben keine mit der Dicke der Schicht periodisch wechselnde Intensitäten R^2.

4. Fall. Das erste und zweite Medium ist durchsichtig, das dritte absorbirt, $\varkappa_1 = 0$. Gewöhnliche Reflexion an der ersten Grenze.

Hier ist $\beta_1 = 0$ also $k = 0$, aber γ' und β' von Null verschieden; also giebt sich:

$$\left|\begin{array}{l} \sigma_s = 1, \quad \delta_s = 0, \quad \sigma_p = 1, \quad \delta_p = 0, \quad \mu_s = \nu_s = \mu_p = \nu_p = 0 \\ \sigma_s' = \dfrac{\gamma'^2(1-\varkappa'^2)+2\varkappa'^2}{\gamma'^2(1+\varkappa'^2)^2}, \quad \delta_s' = \dfrac{\varkappa'(2\gamma'^2+\varkappa'^2-1)}{\gamma'^2(1+\varkappa'^2)^2} \\ \sigma_p' = \dfrac{\gamma'^2}{\gamma'^2+\beta'^2}, \qquad\qquad \delta_p' = \dfrac{\varkappa'}{\gamma'^2+\beta'^2} \end{array}\right.$$

24.
$$\left|\begin{array}{l} \operatorname{tg}\mu_s/\operatorname{tg}\nu_s = \sin\mu_s/\sin\nu_s = (\alpha\gamma-\alpha_1\gamma_1)/(\alpha\gamma+\alpha_1\gamma_1) = r_s \\ \qquad \operatorname{tg}\mu_s' = \dfrac{\alpha'\gamma'\delta_s'}{\alpha_1\gamma_1+\alpha'\gamma'\sigma_s'}, \quad \operatorname{tg}\nu_s' = \dfrac{\alpha'\gamma'\delta_s'}{\alpha_1\gamma_1-\alpha'\gamma'\sigma_s'} \\ \operatorname{tg}\mu_p/\operatorname{tg}\nu_p = \sin\mu_p/\sin\nu_p = (\alpha\gamma_1-\alpha_1\gamma)/(\alpha\gamma_1+\alpha_1\gamma) = r_p \\ \qquad \operatorname{tg}\mu_p' = \dfrac{\alpha'\gamma_1\delta_p'}{\alpha_1\gamma'+\alpha'\gamma_1\sigma_p'}, \quad \operatorname{tg}\nu_p' = \dfrac{\alpha'\gamma_1\delta_p'}{\alpha_1\gamma'-\alpha'\gamma_1\sigma_p'}. \end{array}\right.$$

Die Formeln (10.) und (11.) werden also:

25.
$$\left|\begin{array}{l} R' = E\,\dfrac{(\sin^2\nu'+\sin^2\mu')r-(1+r^2)\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu'+\nu')}{\sin^2\nu'+r^2\sin^2\mu'-2r\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu'+\nu')} \\ R'' = E\,\dfrac{(1-r^2)\sin\mu'\sin\nu'\sin(2h+\mu'+\nu')}{\sin^2\nu'+r^2\sin^2\mu'-2r\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu'+\nu')} \\ R^2 = R'^2+R''^2 \\ \quad = E^2\,\dfrac{(r\sin\nu'-\sin\mu')^2+4r\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\frac{1}{2}(2h+\mu'+\nu')}{(\sin\nu'-r\sin\mu')^2+4r\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\frac{1}{2}(2h+\mu'+\nu')}. \end{array}\right.$$

Diese Formeln gelten beispielsweise für die Newtonschen Ringe, die man beim Auflegen einer Glaslinse auf eine plane Metallplatte erhält. Die Maxima und Minima der Intensität entsprechen den Werthen $2h+\mu'+\nu'$ gleich $2i\pi$ oder $(2i+1)\pi$.

5. Fall. Das erste und zweite Medium ist durchsichtig, das dritte absorbirt, $\varkappa_1 = 0$. Totale Reflexion an der ersten Grenze.

Hier ist $\gamma_1 = 0$, also $h = 0$; β' und γ' von Null verschieden. Man hat daher:

$$
\begin{aligned}
&\sigma_s\gamma_1 = 0, \quad \delta_s\gamma_1 = -\beta_1, \quad \frac{\sigma_p}{\gamma_1} = 0, \quad \frac{\delta_p}{\gamma_1} = \frac{1}{\beta_1} \\
&\sigma_s' = \frac{\gamma'^2(1-\varkappa'^2)+2\varkappa'^2}{\gamma'^2(1+\varkappa'^2)^2}, \quad \delta_s' = \frac{\varkappa'(2\gamma'^2+\varkappa'^2-1)}{\gamma'^2(1+\varkappa'^2)^2} \\
&\sigma_p' = \frac{\gamma'^2}{\gamma'^2+\beta'^2}, \quad \delta_p' = \frac{\varkappa'}{\gamma'^2+\beta'^2} \\
&\operatorname{tg}\mu_s = \operatorname{tg}\nu_s = -\frac{\alpha_1\beta_1}{\alpha\gamma}, \quad \mu_s = \nu_s \\
&\operatorname{tg}\mu_s' = \frac{\alpha'\gamma'\delta_s'-\alpha_1\beta_1}{\alpha'\gamma'\sigma_s'}, \quad \operatorname{tg}\nu_s' = -\frac{\alpha'\gamma'\delta_s'+\alpha_1\beta_1}{\alpha'\gamma'\sigma_s'} \\
&\operatorname{tg}\mu_p = \operatorname{tg}\nu_p = \frac{\alpha_1\gamma}{\alpha\beta_1}, \quad \mu_p = \nu_p \\
&\operatorname{tg}\mu_p' = \frac{\alpha'\beta_1\delta_p'+\alpha_1\gamma'}{\alpha'\beta_1\sigma_p'}, \quad \operatorname{tg}\nu_p' = -\frac{\alpha'\beta_1\delta_p'-\alpha_1\gamma'}{\alpha'\beta_1\sigma_p'}.
\end{aligned}
\tag{26.}
$$

Also ist:

$$
\begin{aligned}
R' &= E\frac{(\sin^2\nu' e^{+2k}+\sin^2\mu' e^{-2k})\cos 2\nu - 2\sin\mu'\sin\nu'\cos(\mu'+\nu')}{\sin^2\nu' e^{2k}+\sin^2\mu' e^{-2k}-2\sin\mu'\sin\nu'\cos(2\nu+\mu'+\nu')} \\
R'' &= E\frac{(\sin^2\nu' e^{+2k}-\sin^2\mu' e^{-2k})\sin 2\nu}{\sin^2\nu' e^{2k}+\sin^2\mu' e^{-2k}-2\sin\mu'\sin\nu'\cos(2\nu+\mu'+\nu')} \\
R^2 &= R'^2+R''^2 \\
&= E^2\frac{(\sin\nu' e^{+k}-\sin\mu' e^{-k})^2+4\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\left(\frac{\mu'+\nu'}{2}-\nu\right)}{(\sin\nu' e^{+k}-\sin\mu' e^{-k})^2+4\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\left(\frac{\mu'+\nu'}{2}+\nu\right)}.
\end{aligned}
\tag{27.}
$$

Diese Gesetze bestimmen die Erscheinung, die man erhält, wenn man ein rechtwinkliches Glasprisma mit seiner convex geschliffenen Hypothenusenfläche auf einen ebenen Metallspiegel legt. Farbenringe treten hier nicht auf.

6. Fall. Das erste und dritte Medium ist durchsichtig, das zweite absorbirt ($\varkappa' = 0$). Gewöhnliche Reflexion an der zweiten Grenze. $\beta' = 0$, γ_1 und β_1 von Null verschieden.

$$
\begin{aligned}
&\sigma_s = \frac{\gamma_1^2(1-\varkappa_1^2)+2\varkappa_1^2}{\gamma_1^2(1+\varkappa_1^2)^2}, \quad \delta_s = \frac{\varkappa_1(2\gamma_1^2+\varkappa_1^2-1)}{\gamma_1^2(1+\varkappa_1^2)^2} \\
&\sigma_s' = 1, \quad \delta_s' = 0 \\
&\sigma_p = \frac{\gamma_1^2}{\gamma_1^2+\beta_1^2}, \quad \delta_p = \frac{\varkappa_1}{\gamma_1^2+\beta_1^2} \\
&\sigma_p' = 1, \quad \delta_p' = 0
\end{aligned}
$$

$$28.\quad \left|\begin{array}{ll} \operatorname{tg}\mu_s = \dfrac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma+\alpha_1\gamma_1\sigma_s}, & \operatorname{tg}\nu_s = \dfrac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma-\alpha_1\gamma_1\sigma_s} \\ \operatorname{tg}\mu_s' = \dfrac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha'\gamma'+\alpha_1\gamma_1\sigma_s}, & \operatorname{tg}\nu_s' = \dfrac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha'\gamma'-\alpha_1\gamma_1\sigma_s} \\ \operatorname{tg}\mu_p = \dfrac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1+\alpha_1\gamma\sigma_p}, & \operatorname{tg}\nu_p = \dfrac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1-\alpha_1\gamma\sigma_p} \\ \operatorname{tg}\mu_p' = \dfrac{\alpha_1\gamma'\delta_p}{\alpha'\gamma_1+\alpha_1\gamma'\sigma_p}, & \operatorname{tg}\nu_p' = \dfrac{\alpha_1\gamma'\delta_p}{\alpha'\gamma_1-\alpha_1\gamma'\sigma_p}. \end{array}\right.$$

Die Formeln (10.) und (11.) vereinfachen sich hier nicht. Das Resultat ist mit dem früher[1]) mitgetheilten identisch.

7. Fall. Das erste und dritte Medium ist durchsichtig, das zweite absorbirt ($\varkappa' = 0$). Totale Reflexionen der zweiten Grenze. Hier ist $\gamma' = 0$, γ_1 und β_1 von Null verschieden.

$$\sigma_s = \frac{\gamma_1^2(1-\varkappa_1^2)+2\varkappa_1^2}{\gamma_1^2(1+\varkappa_1^2)^2}, \quad \delta_s = \frac{\varkappa_1(2\gamma_1^2+\varkappa_1^2-1)}{\gamma_1^2(1+\varkappa_1^2)^2}$$

$$\sigma_p = \frac{\gamma_1^2}{\gamma_1^2+\beta_1^2}, \qquad \delta_p = \frac{\varkappa_1}{\gamma_1^2+\beta_1^2}$$

$$\sigma_s'\gamma' = 0, \quad \delta_s'\gamma' = -\beta', \quad \frac{\sigma_p'}{\gamma'} = 0, \quad \frac{\delta_p'}{\gamma'} = \frac{1}{\beta'}.$$

Also folgt:

$$29.\quad \left|\begin{array}{ll} \operatorname{tg}\mu_s = \dfrac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma+\alpha_1\gamma_1\sigma_s}, & \operatorname{tg}\nu_s = \dfrac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma-\alpha_1\gamma_1\sigma_s} \\ \operatorname{tg}\mu_s' = -\dfrac{\alpha'\beta'-\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha_1\gamma_1\sigma_s}, & \operatorname{tg}\nu_s' = -\dfrac{\alpha'\beta'+\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha_1\gamma_1\sigma_s} \\ \operatorname{tg}\mu_p = \dfrac{\alpha_1\gamma\delta_s}{\alpha\gamma_1+\alpha\gamma_1\sigma_s}, & \operatorname{tg}\nu_p = \dfrac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1-\alpha_1\gamma\sigma_p} \\ \operatorname{tg}\mu_p' = \dfrac{\alpha'\gamma_1+\alpha_1\beta'\delta_p}{\alpha_1\beta'\sigma_p}, & \operatorname{tg}\nu_p' = \dfrac{\alpha'\gamma_1-\alpha_1\beta'\delta_p}{\alpha_1\beta'\sigma_p}. \end{array}\right.$$

Die Formeln (10.) und (11.) bleiben auch in diesem Falle ungeändert, nur die Bedeutung der μ, ν etc. ist eine andere.

Schließlich würde als

8. Fall der allgemeinste bleiben, daß das zweite und dritte Medium absorbirt, welches z. B. beim Ueberziehen eines Metalles mit einer dünnen Schicht eines andern (versilbern, vergolden) stattfindet.

Göttingen, September 1886.

1) l. c. Jahrgang 1885 p. 50 u. f.

Noch einmal אל

Von

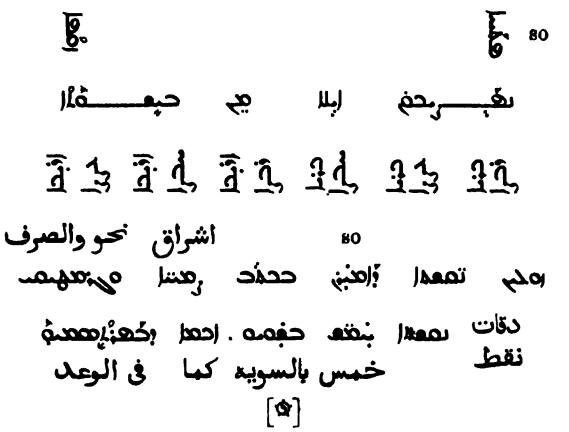
Paul de Lagarde.

Herr Professor RSDriver in Oxford hat die Güte gehabt, den ersten Druck des oben 147 über eine Stelle in RPSmiths thesaurus Mitgetheilten zur Kenntnis des Herrn DSMargoliouth (von New College, Oxford) zu bringen, und Herr Margoliouth ist so freundlich gewesen, die von mir citierte Stelle der Handschrift Marsh 361 auszuziehen.

Herr Margoliouth schrieb mir unter dem 9 August 1886:

> It is the habit of the scribe of this MS. to leave a vacant space enclosed with straight lines between the end of one homily and the commencement of another. In this case some reader has filled the space with the note to which Dr. Payne Smith alludes: it has no connexion, I believe, with either homily.
>
> Dr. Driver tells me that the passage quoted from the grammar occurs in the edition of Bertheau p. 3 l. 22.

Leider kann ich die Punkte der syrischen Wörter mit unsern Typen nicht übermäßig genau wiedergeben: ich muß mithin auf die Nachsicht meiner Leser rechnen.



Analyse der alten arabischen Typen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften.

Von

Paul de Lagarde.

Die arabischen Typen, die der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften gehören, haben IDMichaelis, IGEichhorn, ThTychsen, HEwald, FWüstenfeld und mir, außerdem anderen Gelehrten gedient, die nicht in näherer Beziehung zur Georgia-Augusta gestanden haben. Jeder Fachgenosse kennt sie aus FWüstenfelds 1860 erschienenem Ibn Hišâm. Ich habe 1876 in meinem noch von keinem lebenden Menschen gebrauchten Buche Psalterium Iob Proverbia arabice zwei meiner vier Psalterübersetzungen und die Eine meiner zwei Versionen des Iob mit ihnen gedruckt: als ich das mir von Ciasca überlassene *Διὰ τεσσάρων* herausgeben wollte, versagten sie den Dienst.

Mit Rücksicht darauf, daß sie sich vorzüglich bewährt haben — sie dauerten aus HReiskes Tagen in die unsrigen herüber — hat auf meinen Antrag die königliche Gesellschaft der Wissenschaften unsern Genossen Victor Meyer gebeten, die Typen zu analysieren. Möglich ist ja, daß die Art der Zusammensetzung sich neueren Gießern empfehlen wird, falls sie dauerhafte Waare zu liefern in ihrem Interesse finden.

Victor Meyer schreibt mir:

Die Analyse der Lettern, unter Aufsicht des Assistenten Professor Jannasch von Herrn Studiosus Knövenagel ausgeführt, ergab:

Erste Analyse (nach der Methode von Bunsen)

Blei:	91,8:
Antimon:	9,8:
Kupfer: }	Spuren.
Eisen: }	

Zweite Analyse (nach der Methode von Classen)

Blei:	91,5:
Antimon:	9,1:
Kupfer: }	Spuren.
Eisen: }	

Gießer, die sich mit der Herstellung arabischer und syrischer Typen abgeben, mache ich bei dieser Gelegenheit auf das Ernstlichste darauf aufmerksam — die in Rede stehende arabische Schrift braucht man nur anzusehen, um zu begreifen, wie wichtig meine Mahnung ist — auf die Verbindungslinien der Typen die äußerste Sorgfalt zu verwenden. Dieselben müssen lang angegossen sein, und vorzüglich

auf einander passen. Zwischengelegte lose Verbindungslinien hat der Teufel erfunden: sie geben zu nichts als Verdruß für den Corrector und den Setzer Anlaß, und sind, wie alles Schlechte, nebenbei noch grausam häßlich.

אַבְרָהָם = ذو الشرى

Von

Paul de Lagarde.

Des Herrn BStade Zeitschrift für die alttestamentliche Wissenschaft halte ich selbst, lese sie aber gewöhnlich erst, nachdem ein Band gebunden vor mir liegt. So bin ich auch erst jetzt darauf aufmerksam geworden, daß im sechsten Jahrgange dieser Zeitschrift 16 Herr Eduard Meyer, derselbe, der in Harnacks theologischer Literaturzeitung 1886, Spalte 337, auf mein Neugriechisches aus Kleinasien 6 eine sehr gebotene Rücksicht nimmt, berichtet, vor Jahren habe sein Freund JHMordtmann halb im Scherze die Behauptung aufgestellt, Abraham sei identisch mit dem nabatäischen Gotte Dusares . . . . . »die Wohnsitze der Nabatäer grenzen ja direkt an das Gebiet, in dem wir Abraham heimisch fanden«.

Ich bemerke hierzu Folgendes.

Ich habe im Sommer 1856 zu Berlin eine Abhandlung zu schreiben angefangen »Götter, Patriarchen und Maidânî«, und in dieser auch שָׂרַי = شرى, und in Folge davon auch ذو الشرى = בַּעַל שָׂרַי = Abraham gesetzt.

Meine Aufmerksamkeit auf den Wortausgang ־ָה = ־ַי, die in den Symmicta 2 103 gewissen Fachgenossen so heilsam bittere Früchte gezeitigt hat, ist durch mein Interesse für die Gleichung שָׂרַי = شرى geschärft worden.

Ich habe die Gleichung im Mai des Jahres 1877 öffentlich in den armenischen Studien Seite 162 vorgetragen, und Herr ENestle hat in Schürers theologischer Literaturzeitung 1878 Spalte 251 weitere Kreise ganz ausdrücklich auf dieselbe aufmerksam gemacht.

Daß Herr JHMordtmann, der ja allerdings am angeführten Orte nicht selbst das Wort führt, diese armenischen Studien kannte und kennt, ist gewis.

Spiralförmige Wirbel in Flammen.

Von

W. Holtz.

Vor einigen Jahren beschrieb ich einen Versuch, wie man mittelst zweier gegen einander gerichteten Gasflammen eigenthümliche spiralförmige Wirbel erzeugen könne [1]). Es ist mir inzwischen gelungen, ganz ähnliche Erscheinungen in einer einzigen Flamme mittelst des von ihr selbst erzeugten Luftstromes zu gewinnen. Ein 10 cm langes, 2—3 cm weites Rohr, am besten von Metall, senkrecht an dem einen Arme eines Stativs befestigt, ist unten durch einen Stöpsel verschlossen. In der Mitte des Stöpsels und mit seiner oberen Fläche abschneidend sitzt ein kurzes enges Rohr, daß durch einen Gummischlauch mit der Gasleitung verbunden ist. Das in dem weiten Rohre langsam aufsteigende Gas wird oben angezündet und der Zufluß so geregelt, daß eine niedrige, bläuliche Flamme entsteht. Hiernach wird ein möglichst langes, 3—4 cm weites Glasrohr, oder ein kürzerer Glascylinder, welcher durch ein Papprohr verlängert ist, an dem zweiten Arme desselben Statives so befestigt, daß es das untere Rohr auf eine Länge von 5—8 mm umfaßt. Sofort brennt die Flamme hell und zeigt spiralförmige Wirbel, indem sie an der einen Seite des Rohres aufsteigend ihre Spitze nach innen und zugleich niederwärts biegt. Der Grund ist natürlich, daß wegen des starken Luftstromes an der Peripherie des Metallrohrs in seinem Centrum eine Verdünnung entsteht. Damit der Luftstrom stark genug sei, muß das obere Rohr möglichst lang sein. Je kürzer es ist, um so mehr muß man den Glaszufluß hemmen, damit sich überhaupt die Erscheinung zeigt. Bei ganz kurzen Rohren kommt sie garnicht zu stande, weil bei sehr langsamem Zufluß die Flamme eher erlischt. Die Wirbel können sich sehr verschiedenartig gestalten, je nachdem man den Gaßzufluß ändert, oder das obere Rohr etwas höher oder tiefer stellt, und die Erscheinung ist in ihrem Formwechsel so fesselnd, daß man sie lange ohne zu ermüden betrachten kann. Immer jedoch steigt die Flamme vorzugsweise an einer Seite auf, so daß die Axe des Wirbels gradlinig oder halbkreisförmig wird,

1) Wiedem. Ann. Bd. 12 S. 662.

nie an allen Seiten zugleich, so daß ein Wirbel mit vollkommen kreisförmiger Axe entstände. Der Grund ist wohl, daß ein Glasrohr nie ganz rund ist, und daß es nebenbei fast unmöglich ist, beide Rohre genau concentrisch zu stellen.

Ein Vorlesungsversuch über die Adhäsion der Flüssigkeiten.

Von

W. Holtz.

Es ist bekannt, daß sich die Adhäsion der Flüssigkeiten mit der Temperatur ändert. Dies läßt sich auf folgende sehr einfache und zugleich sehr augenfällige Weise demonstriren. Auf zwei Holzklötzchen, in welche eine Nute gefeilt ist, und welche durch untergesetzte Keile leicht etwas höher oder tiefer zu stellen sind, wird eine 5—6 mm weite Glasröhre, in welche zuvor ein kurzer Wasserfaden gebracht ist, so gelegt, daß letzterer in ihrer Mitte ruht. Wird nun das eine Ende des letzteren etwas erwärmt, indem man auf Augenblicke eine Spiritusflamme oder ein Streichhölzchen unter die Röhre bringt, so bewegt er sich sofort von der Erwärmungsstelle abwärts, weil die Adhäsion kleiner, die concave Oberfläche ebener und somit die Oberflächenspannung größer wird. Je weiter die Röhre, um so beweglicher ist der Wasserfaden, und bei um so geringerer Erwärmung tritt die Bewegung ein, nur das in weiteren Röhren der Faden zerfließend schnell an Länge verliert. Ist die Röhre zugleich sehr dünnwandig, so läßt sich schon durch die Wärme des Athems eine Bewegung bewirken. Mit Wasser gelingt der Versuch leichter als mit andern Flüssigkeiten. Bei Quecksilber habe ich, vermuthlich, weil es nicht rein und somit nicht beweglich genug war, überhaupt keine Bewegung erzielen können.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

August, September und October.

Acta mathematica 8: 4.
Verhandlungen des Naturhistorisch-medicinischen Vereins in Heidelberg. N. F. Band 3. Heft 5.
Festschrift des Vereins für Naturkunde zu Kassel.
Vorträge und Mittheilungen von G. vom Rath.
Meteorologische Zeitschrift 1886. Heft 8. 9. 10.
Sitzungsberichte d. K. Pr. Akademie d. Wissenschaften zu Berlin. 1886. XXIII. XXIV. XXV. XXVI. XXVII. XXVIII. XXIX. XXX. XXXI. XXXII. XXXIII. XXXIV. XXXV. XXXVI. XXXVII. XXXVIII. XXXIX.
Jacobi's Gesammelte Werke. 4. Band, herausgeg. v. K. Weierstraß auf Veranl. d. K. Pr. Akad. d. Wissensch.
Supplementum Aristotelicum. Vol. I. Pars II. ed. L. Bywater. Auf Veranl. d. K. Pr. Akademie d. Wissensch.
L. Kronecker, Die absolut kleinsten Reste reeller Größen. 1885. 22. 1885. 48.
— Ueber das Dirichlet'sche Integral. 1885. 34.
— Ueber eine bei Anw. der partiellen Integration nützliche Formel. 1885. 38.
— Zur Theorie der elliptischen Functionen. 1885. XXXVIII.
— Ueber den Cauchy'schen Satz. 1885. 38.
— Zur Theorie der elliptischen Funktionen. 1886. XXXIX.
Sitzungsberichte der philolog., philosoph. u. historisch. Classe d. K. Bayr. Akad. d. Wissensch. 1886. Heft 1. 2.
Sitzungsberichte d. mathematisch-physikalischen Classe d. K. Bayr. Akad. der Wissensch. 1886. Heft 1.
Inhaltsverz. d. Sitzungsber. d. phil., philos. u. hist. Classe. Jahrg. 1871—1885.
Inhaltsverz. d. Sitzungsber. d. mathem.-physik. Classe. Jahrg. 1871—1885.
Leopoldina. 13—18.
Verhandlungen d. Kaiserl. Leopoldinisch-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Band 47, 48.
Ueber einige Anwendungen der Modulsysteme auf elementar-algebraische Fragen von Kronecker.
Ein Satz über Discriminanten-Formen v. Kronecker.
Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft. 21. Jahrg. Heft 3.
Genäherte Oerter der Fixsterne. H. Romberg. Publication der Astronomischen Gesellschaft. XVIII.
Sitzungsberichte der naturforschenden Gesellschaft zu Leipzig. 1885.
Berichte über die Verhandl. d. K. S. Ges. d. W. zu Leipzig. 1886. Philol.-hist. Classe. 1.
Ber. üb. d. Verh. d. K. S. Ges. d. Wissensch. zu Leipzig 1886. Mathem.-phys. Classe 1/2 (zwei Ex.) 3/4.
Irmischia. Nr. 1. 2. 3. 4. 1886.
Verhandl. d. historischen Vereins v. Oberpfalz u. Regensburg. 32. Band der neuen Folge. (Fortsetzung folgt.)

Inhalt von Nr. 18.

J. Brock, Eurycoelum Sluiteri n. g. n. sp. — *E. Ehlers*, Lamna cornubica (L. Gm.) an der ostfriesischen Küste. — *von Koenen*, Ueber geologische Aufnahme der Umgegend von Göttingen. — *W. Voigt*, Allgemeine Formeln für die Reflexion des Lichtes an dünnen Schichten isotroper absorbirender Medien. — *Paul de Lagarde*, Noch einmal אַבְרָהָם. Analyse der alten arabischen Typen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften. Abraham = Dusares. — *W. Holtz*, Spiralförmige Wirbel in Flammen, Ein Vorlesungsversuch über die Adhäsion der Flüssigkeiten. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Stoppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

19. December. **№ 19.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Oeffentliche Sitzung zur Feier des Stiftungstages am 4. December.

Weiland, Rede zum Gedächtniß von Georg Waitz.
Merkel, Rede zum Gedächtniß von Jakob Henle.
Victor Meyer kündigt zwei kleine Abhandlungen an:
1. von K. Krekeler, über die Penthiophengruppe;
2. von V. Meyer, über Thiodiglykolverbindungen.
Voigt kündigt zwei kleine Aufsätze an:
1. Gleichgewicht eines vertikalen Cylinders aus krystallinischer Substanz unter der Wirkung der Schwere;
2. Elastische und thermische Eigenschaften des Basalts.
Jahresbericht des beständigen Sekretärs.

Aus dem Jahresbericht des Sekretärs:

1. Die Preisaufgabe für dies Jahr hatte die Historisch-Philologische Klasse gestellt. Sie lautete:

„Die K. Gesellschaft der Wissenschaften wünscht eine möglichst vollständige Uebersicht und kritische Erörterung der Versuche, die Nationalitäten Europas, sei es durch wirkliche Volkszählungen nach der Sprache, sei es durch anderweitige Schätzungen numerisch festzustellen, an welche sich ein eigener Versuch, die Bevölkerung Europas etwa im Stande von 1880/81 nach den Nationalitäten zu gliedern, anzuschließen hätte.“

Es hat sich niemand um den Preis beworben.

2. Die für das Jahr 1887 von der Physikalischen Klasse gestellte ist folgende:

„Es wird eine eingehende, besonders auch chemische Untersuchung gewünscht 1) des stickstofffreien Reservestoffs, welcher in den

Samen der gelben und blauen Lupine (muthmaßlich auch anderer Lupinen-Arten) die Stelle des für gewöhnlich in den Samen der Leguminosen enthaltenen Stärkemehls vertritt, sowie 2) der Umwandlung dieses Reservestoffs bei der Keimung.“

3. Für das Jahr 1888 verlangt die Mathematische Klasse:

„Daß die von Eisenstein angefangene Untersuchung über den Zusammenhang der quadratischen Zerfällung der Primzahlen mit gewissen Congruenzen für die Fälle, in welchen die von Cauchy und Jacobi angewandten Principien nicht mehr ausreichen (s. Crelle, Journ. f. d. Mathematik. Bd. 37. S. 97 ff.), fortgesetzt und, soweit möglich, zu Ende geführt werde.“

4. Für 1889 stellt die Historisch-philologische Klasse folgende Aufgabe:

„In der Erwägung, daß es den einzelnen Forschern zur Zeit unmöglich fällt, einen vollständigen Ueberblick über die arabische Litteratur zu erwerben, da zur Verbuchung des uns zugänglichen Bestandes derselben eine nicht unerhebliche, geflissentliche Arbeit erfordert wird, in der weiteren Erwägung, daß einen Ueberblick über das zum Studium des Arabischen vorhandenen Materials zu besitzen für jeden Semitisten nothwendig ist, verlangt die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

eine von den Anfängen anhebende, bis zu der Zeit, in der die Türken Aegypten eroberten, fortgeführte Uebersicht über Alles, was die Araber und die arabisch schreibenden Angehörigen der islamischen und christlichen Reiche auf dem Gebiete der Litteratur geleistet haben.

Der Ausdruck Litteratur wird hier im weitesten Sinne gebraucht, dessen er fähig ist.

Es bleibt den Bewerbern überlassen, welche Ordnung sie ihrem Berichte geben wollen. Derselbe darf chronologisch oder geographisch gegliedert sein, er darf auch sich nach den Mittelpunkten theilen, um welche die litterarische Bewegung kreist.

Verlangt wird:

I. daß die Nationalität der arabisch schreibenden Schriftsteller thunlichst genau angegeben werde: es ist noch lange nicht bekannt genug, daß die bedeutendsten dieser Schriftsteller nicht Araber, ja nicht einmal Semiten gewesen sind:

II. daß eine, soweit die gedruckten Kataloge eine solche ermöglichen, vollständige Verweisung auf die von jedem einzelnen arabischen Werke uns zur Verfügung stehenden Handschriften der Be-

sprechung der Documente beigefügt, und daß überall auf die einschlagenden Artikel der Zeitschriften hingewiesen werde:

III. daß man sich für Zeitangaben ausschließlich der christlichen Zeitrechnung bediene: die königl. Gesellschaft der Wissenschaften würde jede nach den Jahren der Flucht rechnende Bewerbungsschrift a limine abweisen.

Der Preisträger verpflichtet sich durch die Annahme des Preises, dem Drucke seiner Arbeit ausführliche Register beizugeben, die der Handschrift beizufügen unthunlich sein würde. Ueber die Art, wie diese Register anzulegen sind, wird die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften seiner Zeit auf Wunsch gern ihre Ansicht mittheilen."

Die Concurrenzarbeiten müssen, mit einem Motto versehn, vor Ablauf des Septembers des bestimmten Jahres an die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften portofrei eingesandt werden, begleitet von einem versiegelten Zettel, welcher den Namen und Wohnort des Verfassers enthält und außen mit dem Motto der Schrift versehen ist.

Der für jede dieser Aufgaben ausgesetzte Preis beträgt 500 Rm.

5. Da die von der Wedekindschen Preisstiftung für deutsche Geschichte gestellten Aufgaben in dem Verwaltungszeitraum, der mit dem 13. März d. J. endete, keinen Bewerber gefunden hatten, so konnte an diesem Tage nur der dritte Preis von 1000 Thalern Gold = 3300 Rm. ertheilt werden. Da derselbe nach § 21 der Statuten einem Werke, das vor dem Einsendungstage des laufenden Zeitraums gedruckt erschienen ist, immer nur zur Hälfte ertheilt werden kann, so beschloß der Verwaltungsrath die eine Hälfte (1650 M.) Georg Waitz für seine deutsche Verfassungsgeschichte, deren 8. Bd. 1878 erschienen ist, die zweite Hälfte Wilhelm von Giesebrecht für seine Geschichte der deutschen Kaiserzeit, von der die 1. Abtheilung des 5. Bandes 1880 erschienen ist, zuzuerkennen (vgl. Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften 1886 S. 221 f.)

Die neuen Aufgaben für den am 14. März d. J. begonnenen Verwaltungszeitraum werden nach § 19 der Statuten am 14. März des nächsten Jahres bekannt gemacht werden.

Das Direktorium der Gesellschaft ist am 1. Oktober von Herrn Professor Wüstenfeld auf Herrn Professor Ehlers übergegangen.

Im Laufe des Jahres verlor die Gesellschaft folgende auswärtige Mitglieder und Korrespondenten:

1) aus der Physikalischen Klasse starb

Martin Websky in Berlin

am 27. November, im 62. Jahre, Korrespondent seit 1884. — Erst spät

haben wir erfahren, daß Wyville Thomson in Edinburgh, Korrespondent seit 1875, schon 1882 gestorben ist.

2) Von den auswärtigen Mitgliedern der Mathematischen Klasse starb

J. J. Malmsten in Upsala

am 11. Februar, im 72. Jahre, Korrespondent seit 1875, ausw. Mitglied seit 1882, und von den Korrespondenten

Barré de Saint-Venan in Vendôme

am 6. Januar, 89 Jahre alt, Korrespondent seit 1884.

3) Schwere Verluste hat die Historisch-philologische Klasse zu beklagen. Von ihren auswärtigen Mitgliedern starben

Samuel Birch in London

am 26. December 1885, im 72. Jahre, ausw. Mitglied seit 1864;

Leopold von Ranke in Berlin

am 23. Mai 1886, im 91. Jahre, seit 1851 ausw. Mitglied;

Georg Waitz in Berlin

am 24. Mai, im 73. Jahre, ord. Mitglied seit 1849, ausw. seit 1876;

Max Duncker in Berlin

am 21. Juli d. J., im 74. Jahre, ausw. Mitglied seit 1874;

von ihren Korrespondenten

L. P. Gachard in Brüssel

am 24. December 1885, im 85. Jahre, seit 1859 Korrespondent;

Joh. Heinrich Müller in Hannover

am 31. Mai 1886, Korrespondent seit 1883.

Außerdem zeigte Herr Prof. Dümmler in Halle, Korrespondent seit 1867, seinen Austritt an, mit der Motivirung, daß der Zusammenhang der Gesellschaft der Wissenschaften mit der philosophischen Fakultät, welche ihm eine Kränkung zugefügt habe, ein zu inniger sei, als daß er der ersten noch länger angehören könne. Die Gesellschaft der Wissenschaften hat von dieser Erklärung mit Bedauern Kenntniß genommen, da sie außer Stand ist einen Zusammenhang zwischen dem Austritt aus der Gesellschaft und einer amtlichen Handlung der philosophischen Fakultät zu erblicken.

Dagegen hat die Gesellschaft der Wissenschaften in ihrer Sitzung vom 27. November

zum auswärtigen Mitglied in der Mathematischen Klasse

Herrn Wilhelm Förster in Berlin, bisher Correspondent seit 1874,

und zu auswärtigen Mitgliedern in der Historisch-philologischen Klasse die Herrn

William Wright in Cambridge, Korrespondent seit 1863;
Wilhelm Wattenbach in Berlin, Korrespondent seit 1865;
Leopold Delisle in Paris, Korrespondent seit 1866;
Theodor von Sickel in Wien, Korrespondent seit 1868,
erwählt.

Zu Korrespondenten hat sie gewählt
1) in der Physikalischen Klasse die Herrn
Ludimar Hermann in Königsberg,
Sven Lovén in Stockholm,
Gustav Retzius in Stockholm,
Ferdinand Zirkel in Leipzig;
2) in der Mathematischen die Herrn
William Lord Rayleigh in Witham (Essex),
Julius Weingarten in Charlottenburg,
J. Boussinesq in Paris,
Georg Frobenius in Zürich;
3) in der Historisch-philologischen die Herrn
Johann Gottfried Wetzstein in Berlin,
Percy Gardner in London,
Charles Piot in Brüssel,
Friedrich Jmhoof-Blumer in Winterthur,
Adolf Köcher in Hannover,
Heinrich Kiepert in Berlin.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

August, September und October.

(Fortsetzung.)

Jahrbücher des Nassauschen Vereins für Naturkunde. Jahrg. 39.
Griechische u. römische Metrologie von Dr. H. Nissen.
Ende schlecht, Alles schlecht! v. W. Schlötel.
Zu Domaszewski's Abhandlung über die römischen Fahnen v. Th. Mommsen.
Astronomische Mittheilungen v. Dr. Rud. Wolf. Juni 1886.
Festschrift zur Feier des fünfhundertjährigen Bestehns der Ruperto-Carola dargebr. v. Naturhistorisch-medizinischen Verein zu Heidelberg.
Rhizodendron Oppoliense Göpp beschr. v. Dr. Gust. Stenzel.
Zeitschrift für Naturwissensch. Band LIX. 4. Folge. Band 5. Heft 2.
Dreiundsechzigster Jahres-Bericht der schlesischen Gesellsch. für vaterländische Cultur. 1885.
Archiv des historischen Vereines von Unterfranken und Aschaffenburg. Bd. 29.

Zeitschrift und Jahresbericht für 1885 der deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Band 40. Heft II.
Nachtrag zu den historischen Nachrichten der Familie von Malortie 1872—1886. Zusammengest. v. Ernst v. Malortie.
Abhandlungen der philos.-philol. Classe d. K. B. Akademie der Wissensch. siebzehnten Bandes dritte Abth.
Abh. d. historischen Classe siebzehnten Bandes dritte Abth.
Verhandlungen der naturforschenden Gesellsch. in Basel. Theil 8. Heft 1.
Jahresber. der histor.-antiq. Gellschaft von Graubünden. Jahrg. 1885.
Benedict Fontana und die historische Kritik v. C. Jecklin.
Bulletin des publications nouvelles de la librairie Gauthier-Villars. 1885. III. et IV. Trimestre.
Journal de l'ecole Polytechnique. 55ième cahier.
Revue de l'histoire des religions. Tome XII. N. 2. 3. Tome XIII. N. 1.
Observations pluviometriques et thermometriques faites dans le département de la Gironde de Juin 1883—Mai 1884, de Juin 1884—Mai 1885.
Rapport sur les orages de 1883 par M. Lespiault.
— — — — — de 1884 — — — —
Mémoires de la société des sciences phys. et naturelles de Bordeaux. Tome II. cahier 1. 1885.
Notice sur les manuscrits du fonds Libri conservés à la Laurentiane par M. Leopold Delisle.
Centenaire de M. Chevreul. Discours prononcés au Museum d'histoire naturelle.
Leopold de Ranke par R. Reuss.
A la mémoire de M. le professeur Georges Waitz par G. Monod et M. Thévenin.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. N. 2. 1886.
Bulletin de la société mathématique de France. Tome XIV. N. 4.
Transactions of the zoological Society of London. Vol. XII. Part. 3.
Journal of the R. microscopical society Aug. and Oct. 1886.
Transactions and proceedings and report of the R. Society of South Australia. Vol. VIII.
Proceedings of the Royal society. Vol. XL. N. 245. Vol. XLI. N. 246.
Monthly notices of the R. astronomical Society. Vol. XLVI. N. 8 and 9.
Proceedings of the scientific meetings of the zoological Society of London for 1886. Part. I and II.
Proceedings of the London mathematical society. N. 265—268. N. 269—271.
Journal of the Linnean Society of London:
Botany. Vol. XXI. N. 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 150.
Zoology. Vol. XIX. N. 109, 110, 111, 112, 113.
Transactions of the Linnean society. Vol. II. Part. 12, 15, 16, 17. Vol. III. Part. 4.
List of the Linnean society of London, session 1885—1886.
Philosophical transactions of the royal society of London. Vol. 176. Part. I and II.
Membres of the royal society 1885—1886.
List of the duplicate periodicals of the R. society.
Contributions to Canadian Palaeontology. Vol. I.
The Canadian record of science. Vol. II. Nr. 3.
Records of the geological survey of India. Vol. XIX. Part. 3.
Sanscrit and Old-Kanarese inscriptions by Fleet.
The history and date of Mihirakula by J. F. Fleet.
A note on the origin of the Gupta Era by J. F. Fleet.
Nature. Vol. 34. N. 874—887.
Report of H. M. S. Challenger. Zoology. Vol. XV, XVI.
Nouveaux mémoires de la société Imp. des naturalistes de Moscou. Tome XV. livr. 4.
Syrische Grabinschriften v. Chwolson. aus Tome XXXIV. N. 4 der Mémoires de l'ac. I. d. sc. d. St. Petersbourg. (2 Exempl.)
Bulletin de l'Académie Imp. des sciences de St. Petersbourg. Tome XXX. N. 4.

Die fossilen Vogel-Knochen der Odessaer-Steppen-Kalksteinbrüche v. Wildhelm.
Mémoires der neuruss. Naturforscherges. in Odessa. Tome XI. Heft I.
Ackererde und Untergrund von Franzenshütte v. Prof. C. Schmidt. Dorpat.
Natuurkundig Zijdschrift voor Nederlandsch-Indië. Deel XLV. Achtste Serie. Deel VI.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 5 Volgreeks. 1. Deel. 4. Aflevering.
Notulen van de Algemene en bestuursvergaderingen van het Bataviaasch Genootschap v. K. u. W. Deel XXIII. Afl. III en IV. Deel XXIV. Afl. I.
Tijdschrift voor Ind. T.- L.- en Volkenkunde. Deel XXX. Afl. 6. Deel XXXI. Afl. 1 en 2.
Archives Neerlandaises des sciennes exactes et naturelles. Tome XXI. livr. 1
Onderzoekingen gedaan in het Physioloogisch Laboratorium. Derde Reeks X. Stuk I.
Nederlandsch Indisch Plakaatboek 1602—1811. Tweede deel.
Boekwerken gebr. i. d. Vergad. o. de Directie d. K. N. Vereinging for het Jaar 1885. (Jan.—Juni.)
Annales de l'École Polytechnique de Delft. 1. et 2. livr.
Bulletin de l'Académie R. des sciences des 1. et des beaux arts de Belgique 1886. N. 7. 8.
Publications de la section historique de l'institut R. G.-D. de Luxemburg XXXVII (XV).
Année 1885 XXXVIII (XVI).
Verhandlungen der K. K. zoologisch-botanischen Gesellsch. in Wien. Bd. XXXVI. Quartal 1 u. 2.
Magnetische und meteorologische Beobachtungen der K. K. Sternwarte zu Prag 1885.
Mittheilungen des historischen Vereins für Steiermark. Heft XXXIV.
Beiträge zur Kunde steiermärkischer Geschichtsquellen. Jahrg. 21.
Mittheilungen des Vereins der Aerzte in Steiermark. XXII. Vereinsjahr 1885.
Ungarische Revue. Heft VIII—IX. Jahrgang 6.
Nova Acta regiae soc. scientiarum Upsalensis. Vol. XIII. fasc. 1.
Bulletin mensuel de l'observatoire météorologique de l'université d'Upsal. Vol. XVII.
Revista d. l. Progresos d. l. Sciencias exactas fisicas y naturales. Tomo 21. N. 7. 8. 9. Tomo 22. N. 1.
Atti della R. Accademia dei Lincei, serie quarta. Vol. II. 14. et Vol. II. 2. Semestre. fasc. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
Bullettino di Bibliografia e di Storia delle sc. matematiche e fisiche. Tomo XVIII. Agosto, Settembre—Octobre, Novembre—Decembre 1885. Indici degli Articoli e dei novi del tomo XVII. Tomo XIX. Gennajo 1886. Für die Gauss' Bibliothek.
Bollettino delle publicazioni italiane. 1886. 14. 15. 16. 17. 18. 19.
Atti delle R. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXI. Disp. 7.
Bollettino dell' osservatorio della Regia Università di Torino. Anno XX. 1885.
Mittheilungen d. K. D. Archaeologischen Instituts in Rom. Römische Abtheilung. Vol. I. fasc. 2.
Atti della società toscana di scienze Naturali. Processi verbali. Vol. V. pag. 95—118.
Bollettino delle opere straniere. N. 3. Maggio-Giuguo. N. 4. Luglio—Agosto 1886.
Bulletin of the United States Geological Survey. N. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21; 22. 23. 24. 25. 26.
U. S. Geological survey J. W. Powell. Monographs IX.
U. S. Geological survey. Fiffh annual report 1883—84.
Report of the state Geologist giving an account of the condition of the work upon which he is engaged.
Report of the State Geologist. for the year 1882—84.
Notice of the some new and remarkable forms of Crinoidea by James Hall.
Natural history of New-York. Palaeontology. Vol. V. Part. I. Lamellibranchiata I and II Text and plates.

Natural history of New-York. Palaeontology. Vol. V. Part. II Text. Vol. V Part. II Plates.
Contributions to the geological history of the American Continent by J. Hall.
Annual report on the New-York State Museum of natural history 28. 29. 30. 31. (32 fehlt) 33. 34. 35. 36. 37. annual report.
Washington astronomical and meteorological observations 1882. Vol. XXIX.
Transactions of the New-York Academie of sciences. Vol. V. N. 2. 3. 4. 5. 6.
Annals of the New-York Academy of Sciences. Vol. III. N. 9. 10.
Publications of the Washburn Observatory. Vol. IV. 1885.
Bulletin of the Buffalo Society of natural sciences. Vol. V. N. 1.
Proceedings of the American Philosophical society at Philadelphia. Vol. XXIII. N. 122.
Bulletin of the California Academy of sciences. N. 4. Jan. 1886.
Astronomical papers. Vol. III. Part. IV.
Proceedings of the Academy of natural sciences of Philadelphia. Part. III. Aug. to December 1885. Part. I. Jan. to March 1886.
Bulletin of the Museum of comparative Zoology at Harvard-College. Vol. XII. N. 5.
Twenty-second annual report of the Alumni-association.
American journal of Mathematics. Vol. VIII. N. 3. 4.
Bulletin of the American Geographical society. 1882. N. 6. 1883. N. 7. 1884. N. 5.
Observatorio Nacional Argentino. Vol. 5.
Annales de la sociedad Cientifica Argentina. Mayo 1886. Entr. V. Tom. XXI. Junio 1886. Entrega VI. Tomo XXI. Julio 1886. Entrega I. Tomo XXII. Agosto 1886. Entrega II. Tomo XXII.
Verhandlungen des deutschen wissenschaftlichen Vereins in St. Jago. Heft 2. 3.
Bolletin del Ministerio de fomento d. R. Mexicana. N. 141—146.
Sieben Bände polnischen Inhalts aus Krakau.
1) Pamiętnik wydziału filosoficzno-historycznego. Tom. V.
2) Pamiętnik wydz. mat. przyrodn. Tom. X. XI.
3) Acta Historica res gestas Poloniae ill. Tom. VIII cz. 2.
4) Zbiór wiadom. do antropologiikr. T. IX 2 dodat.
5) Korzon: Wewnętrzne Dzieje Polski. T. IV cz. I.

Nachträge.

Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas di Coimbra. Vol. VII. N. 1. 2.
Thirty-eigth annual report on the New-York state Museum of natural history.
Journal de Mathématiques pures et appliquées. Quatrième serie. Extrait Lipschitz: Propositions arithmétiques . . .
Archives Neerlandaises. Tome XIX. Livr. 5.
Flora Batava. Livr. 273 et 274.
Sitzungsberichte der philos.-philol.-historischen Classe d. G. d. W. zu München 1886. Heft 2.

Inhalt von Nr. 19.
Jahresbericht des beständigen Sekretärs.
Verzeichnis eingegangener Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

29. December. **№ 20.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 4. Dezember.

Ueber Thiodiglykolverbindungen.

Von

Victor Meyer.

Vor einiger Zeit[1]) beschrieb ich Versuche, welche auf die Bildung eines geschlossenen Moleküls aus 5 Kohlenstoff- und einem Schwefelatom abzielten. Meine Absicht war, zunächst einen Körper von der Formel:

$$S\begin{matrix}<\\<\end{matrix}\begin{matrix}CH_2-CH_2Cl\\CH_2-CH_2Cl\end{matrix}$$

zu gewinnen, um aus diesem mittelst Natriummalonsäureäthers die Verbindung

$$S\begin{matrix}<\\<\end{matrix}\begin{matrix}CH_2-CH_2\\CH_2-CH_2\end{matrix}>C<\begin{matrix}COOC_2H_5\\COOC_2H_5\end{matrix}$$

zu erhalten.

Um das soeben genannte Chlorid darzustellen, ging ich vom Thiodiglykol

$$S\begin{matrix}<\\<\end{matrix}\begin{matrix}CH_2-CH_2-OH\\CH_2-CH_2-OH\end{matrix}$$

aus. Diese Verbindung erhielt ich aus Aethylenchlorhydrin und einer wässrigen Lösung von Kaliumsulfid, also in derselben Weise, in welcher Carius die Substanz dargestellt hat. Ich glaube aber, daß

1) Berichte d. D. Ch. Ges. 1886 pag. 632.

dieser Forscher den von ihm beschriebenen Körper gar nicht als solchen unter den Händen gehabt hat, denn die Eigenschaften, die er angibt, sind ganz andre, als die, welche ich beobachtet habe. Carius[1]) beschreibt die Substanz als in Wasser unlösliche Krystalle, während ich sie als ein Oel erhielt, das — wie bei einem Glykol zu erwarten — mit Wasser mischbar ist.

Um das Thiodiglykol zu erhalten, versetzt man eine concentrirte wässrige Lösung von Kaliumsulfid K_2S mit Glykolchlorhydrin; die Mischung, welche sich sehr stark erhitzt, wird im Wasserbade eingedampft. Den Rückstand zieht man mit Alkohol aus, welcher Chlorkalium ungelöst läßt und das Glykol beim Verdampfen, noch mit etwas von diesem Salze verunreinigt, hinterläßt. Durch wiederholtes Aufnehmen mit absolutem Alkohol entfernt man das Chlorkalium. Das bei 100° andauernd getrocknete Glykol ist ein fast geruchloser Syrup. —

Mit Dreifachchlorphosphor reagirt der Körper lebhaft. Das Chlorid wurde dem kühl gehaltenen Glykol tropfenweise zugesetzt und die Mischung dann in Eis gegossen, wobei sich ein schweres Oel abschied. Dies, durch Waschen mit Wasser und Alkalien und dann durch Destillation mit Wasserdampf gereinigt, ist das reine

Thiodiglykolchlorid:

$$S\begin{<}CH_2-CH_2Cl\\CH_2-CH_2Cl.\end{<}$$

Dasselbe ist ein in Wasser untersinkendes und damit nicht mischbares Oel von sehr schwachem, nicht unangenehm aetherartigem, nur wenig an Schwefelverbindungen erinnernden Geruch. In Eiswasser gestellt, erstarrt es zu zollangen Prismen. Es siedet unter geringer Zersetzung bei 217° C. Die Analyse ergab:

0,1648 g Substanz lieferten 0,2964 g Chlorsilber
und 0,2448 g Baryumsulfat.

Berechnet für $SC_4H_8Cl_2$:	Gefunden:
S: 20,12	20,42 %
Cl: 44,65	44,48 %.

Die beabsichtigtigten Arbeiten mit diesem Chloride sind nicht fortgeführt worden, einerseits, weil, wie die nachstehende Abhandlung des Herrn Krekeler zeigt, das erstrebte Ziel auf andrem Wege erreicht worden ist, andrerseits aber wegen der äußerst giftigen Eigenschaften des Körpers, welche zunächst eine Untersuchung in physiologischer Richtung veranlaßten. Es ist höchst auffallend, daß diese anscheinend so harmlose Substanz, welche wenig flüchtig,

1) Liebigs Annalen 124, 263.

in Wasser fast unlöslich, von sehr schwachem Geruche und ganz neutraler Reaction ist, und welche auch nach ihrer chemischen Constitution keineswegs aggressive Eigenschaften erwarten läßt, eine specifisch toxische Wirkung ausübt. Gegen diese scheinen verschiedene Personen sehr verschieden empfindlich zu sein. Ich selbst habe beim andauernden Arbeiten mit dem Körper, ohne daß ich irgend welche Vorsicht anwandte, keine Belästigung verspürt. Dagegen zeigten sich bei einem Praktikanten, welcher die Verbindung darstellte, starke Hautausschläge am ganzen Körper und eine (bald vorübergehende) Augenentzündung.

Daß die Chlorverbindung des Radikals

$$S<^{C_2H_4-}_{C_2H_4-}$$

giftig ist, erscheint um so auffallender, als das Sulfid desselben Radikals, das Diäthylendisulfid:

$$S<^{C_2H_4}_{C_2H_4}>S$$

welches sehr flüchtig und von höchst unangenehmem Geruche ist (es sublimirt ähnlich dem Naphtalin schon bei gewöhnlicher Temperatur) ganz ohne Wirkung ist, wie ich, nach mehr als einjahrlangem fortdauerndem Arbeiten mit diesem Körper, nunmehr wohl constatiren kann. Denn in Zimmern, welche mit dem Geruch dieses Körpers erfüllt waren, haben sowohl meine Praktikanten als ich dauernd ohne alle Belästigung gearbeitet. Auch bei inniger Berührung mit der Haut hat dieser Körper niemals die geringste schädliche Wirkung geäußert. Ebenso ist das Glykol

$$S<^{CH_2-CH_2-OH}_{CH_2-CH_2-OH}$$

ungiftig.

Ich war anfangs geneigt, die an dem Chlorid beobachteten Wirkungen auf besondere Empfindlichkeit eines Einzelnen zurückzuführen, aber ich wurde eines Besseren belehrt durch Versuche, welche auf meine Bitte im hiesigen physiologischen Institute angestellt wurden. Nach diesen hat die Substanz in hohem Maße gefährliche Eigenschaften, wie die folgenden vorläufigen und sich auf das anscheinend wichtigste beschränkenden Mittheilungen lehren:

Zwei Mal wurde je ein mittelgroßes Kaninchen in einem mittelst kräftigen Luftstroms ventilirten abgeschlossenen Raum 3—4 Stunden gehalten; der Luftstrom passirte vor dem Eintritt in den Raum ein Glasrohr, in welchem sich ein mit dem Chlorid getränkter Streifen Fließpapier befand. Die Thiere wurden unruhig, wischten häufig mit den Pfoten Nase und Schnauze, welche eine eigenthümliche starke Röthung zeigten. Auch die Conjunctiva röthete sich und die

Augen wurden sehr feucht. Die Wasserabgabe von der Haut schien gesteigert. Am folgenden Tage waren beide Augen stark entzündet, die Lider von eitrigem Secret verklebt. Es stellte sich starker Schnupfen ein; die Ohrlöffel schwollen stark an und im Gehörgang zeigte sich eitrige Entzündung. Am Abend des dritten Tages starben die Thiere an über beide Lungen ausgebreiteter heftiger Pneumonie.

Ein sehr kräftiges Kaninchen, welches durch eine Luftröhrenfistel einige Stunden die Dämpfe des Chlorids einathmete, ohne daß diese auf die Körperoberfläche wirkten, starb schon am Abend desselben Tages an ausgebreiteter Pneumonie, so daß gar keine Zeit gelassen war zum Auftreten anderer Erscheinungen.

Kaninchen, denen an der Spitze des Ohrlöffels mit einem feinen Pinsel wenig von dem Chlorid auf die unverletzte Haut gebracht worden war, zeigten an der Applicationsstelle gar keine directe Wirkungen; aber das ganze Ohr schwoll mächtig an und in einem Falle entstand vom Grunde des Gehörganges aus eine profus eitrige Entzündung; ein etwaiges Herabfließen des Mittels in den Gehörgang war ausgeschlossen, theils durch die Geringfügigkeit der aufgepinselten Quantität, theils durch die Application auf der äußern Ohrfläche

In einem Falle, in dem bei Wegnehmen der Haare von der Spitze des Ohrlöffels die Haut aufgeschürft war, bewirkte das hieraufgepinselte Chlorid allerdings vorzugsweise Eiterung an dieser Stelle, jedoch auch unter allgemeiner starker Schwellung des ganzen Ohrs und Augenentzündung.

Nach subcutaner Einverleibung von etwa 2 Tropfen des Chlorids in eine Hautwunde am Rücken eines Kaninchens trat Entzündung beider Augen, sehr starker Schnupfen und am dritten Tage Tod in Folge von Pneumonie ein. An der Applicationsstelle selbst hatte sich keinerlei Wirkung gezeigt.

Da die Dämpfe des Chlorids auch auf die, mit vorstehend kurz berichteten Versuchen Beschäftigten ähnlich nachtheilige Wirkung äußerten, so mußten diese Versuche abgebrochen werden.

Es scheint, daß das Chlorid seine heftig reizenden Wirkungen wenigstens ganz vorwiegend erst nach Aufnahme in's Blut entfaltet. Das Glykol und das Sulfid schienen nach wenigen vorläufigen Versuchen bei Kaninchen unschädlich zu sein. —

In Bezug auf die Schwefelverbindungen des Aethylens habe ich im Laufe des letzten Jahres noch eine Anzahl Beobachtungen gemacht, welche ich hier kurz mittheilen möchte. Es ist bekannt, daß Aethylenbromid mit Schwefelkalium nicht direct Diäthylendisulfid (F. P. 108°, S. P. 200°) liefert, sondern zunächst ein nicht flüchtiges Polymeres desselben, welches ein schneeweißes, amorphes, in den üblichen Lösungsmitteln unlösliches Pulver bildet. Diese Substanz verwandelt sich bei mehrstündigem Sieden mit Phenol und nachherigem Entfernen des Phenols mit Natronlauge glatt in das flüchtige in Alkohol, Aether u. s. w. leicht lösliche Diäthylendisulfid. Wie ich jetzt gefunden habe, existirt aber außer jenem längst bekannten, durch Erhitzen mit Phenol spaltbarem Polymeren ein zweites, welches sich in seinen äußern Eigenschaften von dem ersten in keiner Weise unterscheidet, dennoch aber von demselben total verschieden

ist. Dieses zweite Produkt, ebenfalls ein weißes amorphes, in Wasser, Alkohol, Aether etc. unlösliches Pulver bildet sich, wenn man Aethylenbromid mit concentrirter wässriger Schwefelkaliumlösung längere Zeit zum Sieden erhitzt, während die schon bekannte Modifikation erhalten wird, sobald Aethylenbromid allmählich zu einer alkoholischen Kaliumsulfidlösung gesetzt wird. Daß der neue Körper von dem ältern total verschieden ist, folgt aus dem Umstande, daß er selbst bei tagelangem Kochen mit Phenol keinerlei Veränderungen erleidet. Bis jetzt ist es mir überhaupt nicht gelungen, denselben in Diäthylendisulfid zu verwandeln. Diese neue Modifikation, welche ich, im Gegensatz zu der älteren, als die »nicht spaltbare« [nicht in das einfachere Sulfid umwandelbare] bezeichnen will, kann noch auf andere Weise erhalten werden. Kocht man das oben beschriebene Chlorid längere Zeit mit Schwefelkaliumlösung, so geht es glatt in die neue Verbindung über:

$$S<^{C_2H_4Cl}_{C_2H_4Cl} + K_2S = 2KCl + S<^{C_2H_4}_{C_2H_4}>S.$$

Es entsteht aber nicht das einfache Sulfid, sondern dasjenige unlösliche Polymere desselben, welches sich beim Kochen mit Phenol in keiner Weise verändern läßt. —

Noch eine weitere Synthese des Diäthylendisulfids sowie seines spaltbaren Polymeren mögen hier erwähnt werden.

Behandelt man Aethylenmercaptan, $C_2H_4<^{SH}_{SH}$, welches, durchaus conform den Angaben C. Werner's (Z. f. Ch. u. Ph. 1862, 581) ein farbloses, bei 146° siedendes Oel bildet, mit Natriumathylat und Bromäthylen, so findet folgende Reaktion statt:

$$C_2H_4<^{S-Na}_{S-Na} + C_2H_4Br_2 = 2NaBr + C_2H_4<^{S}_{S}>C_2H_4.$$

Diese Reaktion kann man nach Belieben so leiten, daß entweder das einfache Disulfid oder aber das spaltbare Polymere desselben gebildet wird. Wird das Natriumsalz des Mercaptans mit wenig Alkohol übergossen und die nöthige Menge Aethylenbromid auf ein Mal ohne Abkühlung hinzugefügt, so entsteht unter Selbsterhitzung das Polymere. Wendet man aber das fünfzigfache Gewicht Alkohol als Verdünnungsmittel an und setzt das Aethylenbromid tropfenweise unter guter Abkühlung hinzu, so entsteht das flüchtige und leicht lösliche Diäthylendisulfid. Das im ersteren Falle erhaltene Polymere ist die spaltbare Modification; denn bei mehrstündigem Kochen mit Phenol wurde es glatt in Diäthylendisulfid verwandelt. —

Um Aethylenmercaptan darzustellen, verfährt man am besten folgendermaßen:

45 g fein zerriebenes Aetznatron werden in möglichst wenig Alkohol aufgelöst und durch Sättigen mit Schwefelwasserstoffgas in Natriumsulfhydrat übergeführt. Zu der so erhaltenen alkoholischen Lösung des letzteren werden 50 g Aethylenbromid hinzugesetzt. Ist die augenblicklich eintretende stürmische Reaction, bei welcher der Alkohol ins Sieden geräth und große Mengen Bromnatrium sich ausscheiden, beendet, so wird noch kurze Zeit erhitzt, nach dem Erkalten mit viel Wasser verdünnt und die gesammte Flüssigkeit sofort mit Aether ausgezogen. Die ätherische Lösung hinterließ nach dem Verdunsten des Aethers ein farbloses Oel, welches der Hauptmenge nach aus Dithioglycol (S. P. 146°) bestand (Ausbeute 60 %). Dabei bilden sich übrigens stets Polythioäthylenglykole, welche sich beim Sieden (das bei dauernd steigende Temperatur bis oberhalb 300° erfolgt) unter Schwefelwasserstoffentwicklung immer weiter condensiren. Diese Polythioglykole sind farblose Oele, die sich in Aether lösen, aber auffallender Weise mit Wasser und auch mit Alkohol nicht mischbar sind. —

Die Chemie des Diäthylendisulfids bietet noch manche interessante Punkte, welche aufzuklären ich mich bestrebe. Wie kürzlich mitgetheilt[1]) gibt das Jodmethyladditionsprodukt, desselben mit Silberoxyd und Wasser gekocht, ein flüchtiges Oel, gemäß der Gleichung:

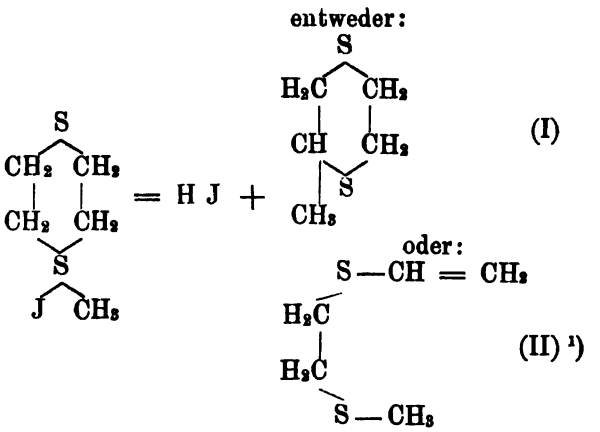
$$S\langle^{C_2H_4}_{C_2H_4}\rangle S\langle^{J}_{CH_3} + AgOH = AgJ + H_2O + C_5H_{10}S_2.$$

Um dies Oel zu erhalten bedarf es, wie ich gefunden habe, nicht des Silberoxyds, sondern das Sulfinjodur wird in eben so glatter Weise durch Kochen mit Natronlauge gespalten. Auch das Jodäthyladditionsprodukt des Diäthylendisulfids verhält sich in derselben Weise und liefert, mit wässriger Natronlauge gekocht, ein bei 210—212° siedendes wasserhelles Oel. Ueber die Constitution dieses merkwürdigen Körpers läßt sich a priori bestimmtes nicht angeben, und ich verweise in dieser Hinsicht auf die Bemerkungen von Mansfeld und mir (Ber. d. D. Ch. Ges. **19** pag. 2665).

Da die Annahme, daß das leicht flüchtige wasserhelle Oel, das ganz den Geruch der Alkylsulfide besitzt, noch den vierwerthigen Schwefel der Sulfine enthält, mehr als unwahrscheinlich ist, übrigens durch Mansfeld (l. c.) besonders widerlegt ist, so bleibt kaum eine andere Möglichkeit als den Proceß der Jodwasserstoffspaltung folgendermaßen aufzufassen:

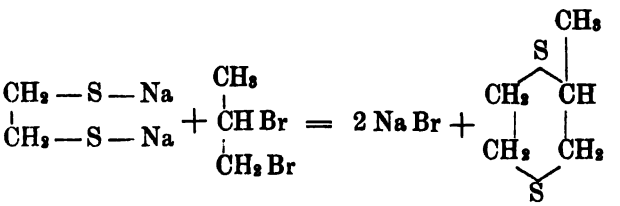
---

1) Berichte d. D. Chem. Ges. 1886 p. 2658.



Diese beiden Auffassungen entsprechen den Ansichten, welche A. W. Hofmann einerseits und Ladenburg andrerseits über die Natur der Dimethylpiperidins vertreten.

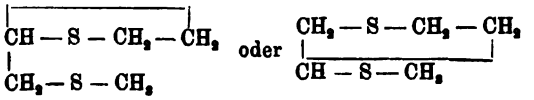
Um die erstere Annahme zu prüfen, schien sich ein einfacher synthetischer Weg zu bieten. Oben habe ich gezeigt, daß das Natriumsalz des Thiolykols, $C_2H_4\begin{matrix}-SNa\\-SNa\end{matrix}$, mit Aethylenbromid Diäthylensulfid erzeugt. Es war nun zu erwarten, daß man mittelst Propylenbromid einen Körper der Formel I erhalten werde:



Leider läßt sich der Versuch zur Entscheidung nicht verwerthen. Läßt man nämlich Propylenbromid in noch so starker Verdünnung mit Alkohol auf Natriumthioglykol einwirken, so erhält man stets ein nicht spaltbares Polymeres in Gestalt eines schneeweißen

---

1) An Stelle der Vinylgruppe, welche die Formel II enthält, könnte man allenfalls auch einen aus Schwefel und 3 oder 4 Kohlenstoffatomen bestehenden Ring annehmen:



endlich sich auch vorstellen, daß die Methylgruppe an der Abspaltung von Jodwasserstoff betheiligt sei. Doch verdienen diese Annahmen vorläufig weniger Berücksichtigung als die oben gemachten.

Pulvers, das in Aether, Alkohol etc. unlöslich und nicht flüchtig ist, und auch durch Erhitzen mit Phenol keine Spur eines flüchtigen Körpers liefert.

Es wurde nun die experimentelle Prüfung der Formel II in Angriff genommen.

Enthält der Körper die Vinylgruppe, so konnte er möglicherweise Brom, Bromwasserstoff oder Wasserstoff addiren. — Um die Untersuchung in dieser Richtung vorzunehmen, schien es zweckmäßiger, nicht mit dem Methyl- sondern dem Aethyl-Derivate zu experimentiren, welches aus dem Jodäthyladditionsprodukt des Diäthylendisulfids entsteht, und, wie oben gesagt, ein bei 210—212° siedendes Oel bildet. Dies mußte, wenn es Wasserstoff aufnimmt, in den leicht darstellbaren und daher zur Vergleichung gut geeigneten Diäthyläther des Thioglykols $\begin{matrix} CH_2-S-CH_3 \\ | \\ CH_2-S-CH_3 \end{matrix}$ übergehn. Mit diesem hat der Körper überhaupt große Aehnlichkeit; beide Substanzen haben, wie ich gefunden habe, den gleichen Siedepunkt und Geruch. Aber sie unterscheiden sich durch ihr specifisches Gewicht in sehr erheblicher Weise, wie folgende Zusammenstellung beweist:

$C_2H_4<\begin{matrix}S-C_2H_5\\S-C_2H_5\end{matrix}$:	der neue, um 2 H ärmere Körper:
Siedepunkt: 210—212°,	210—214°.
Sp. Gew. bei $15\frac{1}{2}$° C.: 0.98705,	1.01921.

Zunächst wurde der neue Körper durch Alkohol und Natrium zu reduciren versucht. Allein er blieb bei dieser Behandlung völlig unverändert, wie die Bestimmung des specifischen Gewichtes ergab: 1.0167 bei 19—20° C. Der Siedepunkt nach der Reduktion war: 210—214°. Ebenso negativ verliefen die Versuche, den Körper mit Bromwasserstoff zu verbinden. Er nahm selbst beim Erhitzen mit rauchender Bromwasserstoffsäure auf 100° C. [wobei er zum großen Theil zerstört wird] nur Spuren von Brom auf. Ueber das Verhalten gegen Brom hat schon H. Mansfeld berichtet.

Es bleibt nun nur noch übrig, die Formel II auf synthetischem Wege zu prüfen. Es leuchtet ein, daß ein nach dieser zusammengesetzter Körper nichts andres wäre als der Aethylvinylaether des Thioglykols:

$$C_2H_4<\begin{matrix}S-C_2H_5\\S-CH=CH_2.\end{matrix}$$

Diesen darzustellen wird freilich keine ganz leichte Aufgabe sein, aber ich habe Versuche, welche darauf abzielen, bereits in Angriff

genommen. Die Frage nach der Constitution der neuen eigenthümlichen Körperklasse würde als gelöst zu betrachten sein, wenn sich der neue Körper mit diesem Aether als identisch erwiese. —

Von meinem Assistenten Herrn Dr. R. Demuth bin ich bei dieser Untersuchung in sehr wirksamer Weise unterstützt worden.

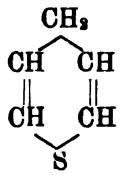
Göttingen, Universitätslaboratorium.

Ueber die Penthiophengruppe.

Von

Karl Krekeler.

Nachdem durch die Untersuchung der Thiophenreihe erwiesen war, daß man in Benzolmekül die eine der drei Acetylen-Gruppen durch Schwefel ersetzen kann, ohne daß der specifische Charakter als »aromatische Verbindung« eine Beeinträchtigung erleidet, entstand die Frage, ob zum Zustandekommen einer dem Thiophen analogen Substanz gerade 4 Kohlenstoffatome nothwendig seien, oder ob auch davon 5 oder 6 eine ähnliche Verbindung erzeugen könnten, wenn sie zu einer, durch Schwefel geschlossenen Kette gruppirt sind. Schon früher[1]) hat denn auch Herr Prof. Victor Meyer Versuche besprochen, welche auf die Gewinnung der Verbindung

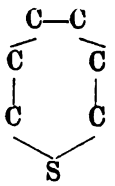


Penthiophen

abzielten.

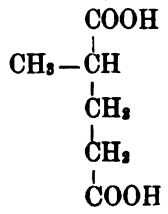
Da das Thiophen — wie Volhard und Erdmann gezeigt haben — in großer Menge bei der Destillation von Bernsteinsäure mit Schwefelphosphor erhalten wird, so konnte man vermuthen, daß die Glutarsäure bei gleicher Behandlung einen thiophenartigen Körper von der oben gezeichneten Formel (Penthiophen), die Adipinsäure aber eine Verbindung erzeugen werde, welche den Kern

1) Berichte der deutschen chem. Gesellschaft 19 pag. 632.



enthielte. Allein bei näherer Ueberlegung läßt sich doch voraussehen, daß die Analogie mit der Bernsteinsäure keine vollständige sein wird. Bedenkt man, daß nur die γ-Oxysäuren sich regelmäßig und glatt in Lactone verwandeln, während δ- und ε-Lactone — welche einen Ring von mehr als 4 Kohlenstoffatomen enthalten — keineswegs mit der gleichen Leichtigkeit erhalten werden, so läßt sich erwarten, daß auch die genannten Homologen der Bernsteinsäure, — wenn überhaupt — so doch in viel weniger glatter Weise in geschlossene schwefelhaltige Moleküle verwandelt werden. Das dürfte denn auch wohl der Grund sein, warum über die Zersetzung dieser Säure durch Schwefelphosphor bisher nichts bekannt geworden ist. Es sind fast zwei Jahre her, seit Volhard und Erdmann die Umwandlung der Bernsteinsäure in Thiophen aufgefunden haben; Kilogramme von Thiophen sind auf diese Weise in den Fabriken chemischer Präparate hergestellt, und dem Thiophen homologe und analoge Körper sind nach dieser Reaction gewonnen worden. Es kann kaum bezweifelt werden, daß auch versucht worden ist, dieselbe auf die höheren Analogen der Bernsteinsäure auszudehnen. Aber die Glutarsäure und Adipinsäure, welche thiophenartige Ringe mit 5 und 6 Kohlenstoffatomen erzeugen sollten, sind in sehr großer Menge kaum zu beschaffen, und wenn sie, wie zu vermuthen, in weniger glatter Weise mit Schwefelphosphor reagiren, so dürfte die Quantität thiophenartiger Körper, welche sie liefern, zu gering sein, um mit dem naturgemäß sehr beschränkten Ausgangsmaterial eine Untersuchung zu ermöglichen. —

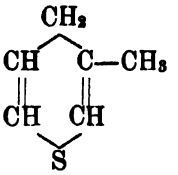
Durch Arbeiten über Lävulinsäure[1]), mit welchen ich seit längerer Zeit beschäftigt war, sah ich mich in die günstige Lage versetzt, einen Körper von der Structur der hier besprochenen Säuren in großer Menge darstellen zu können, nämlich die α-Methylglutarsäure:



1) Ber. der deutschen chem. Ges. 18, pag. 2019.

welche aus dem Cyanhydrin der Lävulinsäure leicht erhalten werden kann.

Diese Säure liefert bei der Destillation mit Schwefelphosphor — im Gegensatz zur Bernsteinsäure und in muthmaßlicher Analogie zur Glutarsäure — nur kleine Mengen eines Thiophens; aber da ich mehr als ein halbes Kilo Methylglutarsäure der Reaction unterwerfen konnte, so war es mir in diesem Falle möglich, ein Thiophen rein zu gewinnen und zu untersuchen. Es hat sich herausgestellt, daß dasselbe die Verbindung



darstellt, für welche ich den Namen:

β-Methyl-Penthiophen

vorschlage.

Ein thiophenartiger Kern, welcher nicht 4 sondern 5 Kohlenstoffatome durch Schwefel ringförmig geschlossen enthält, ist sonach in der That existenzfähig und zeigt, wie ich gefunden habe, den Charakter des Thiophens, wenn er auch ungleich schwieriger zu erhalten ist, als dieses.

Darstellung der α-Methylglutarsäure.

$$CH_3\,CH\,CH_2\,CH_2\,COOH.$$
$$\quad\;\;|$$
$$\quad COOH$$

Kurze Angaben über die Darstellung der Methyl-γ-Oxyglutarsäure $CH_3\,C(OH)\,CH_2\,CH_2\,COOH$, die aber sofort in die entsprechende

$$\quad\;\;|$$
$$\quad COOH$$

Lactonsäure

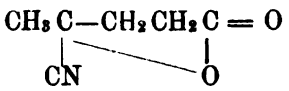
$$CH_3\,C-CH_2\,CH_2\,C=O$$
$$\quad\;\;|\qquad\qquad\;\;|$$
$$\quad COOH\qquad\quad O$$

übergeht, finden sich in den Berichten der deutschen chem. Gesellschaft (Krekeler und Tollens 18 pag. 2019; Block und Tollens 19 pag. 706). Jedoch fehlen bis jetzt die Einzelheiten derselben. Im Folgenden gebe ich daher kurz den Weg an, den ich zur Gewinnung derselben eingeschlagen habe.

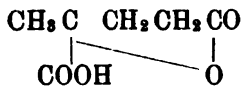
Zu 100 gr. mit 10 gr. Wasser sehr fein zerriebenen, gewöhnlichen Cyankalium werden, während die Masse gut gekühlt war, 100 gr. Lävulinsäure langsam hinzutropfen gelassen. Nachdem die so erhal-

tene Mischung in einem lose verschlossenen Gefäße wenigstens 24 Stunden kühl gestanden hatte, wurden zu derselben etwas mehr als die zur Neutralisation des Cyankaliums nöthige Menge rauchender Salzsäure hinzutropfen gelassen, ohne daß die Masse sich dabei sehr erhitzt.

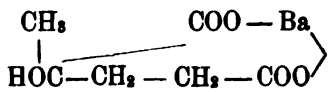
Das Ganze überläßt man dann 3—4 Tage sich selbst. Nach dieser Zeit hat sich das gebildete Cyanlacton



als Oel oben auf der Mischung abgeschieden und kann durch 4—5 maliges Extrahieren der ganzen Flüssigkeit mit Aether fast völlig isoliert werden. Zur Verseifung desselben erhitzt man es mit einem Ueberschuß rauchender Salzsäure 1 Stunde auf dem Wasserbade. Die entstehende Säure



kann dann wieder mit Aether aufgenommen werden. Es zeigt sich, daß derselben immer noch erhebliche Mengen Lävulinsäure beigemengt sind. Will man diese entfernen, so kann man die Eigenschaft des Baryumsalzes der α-Methyl-γ-Oxyglutarsäure benutzen, in heißem Wasser fast unlöslich zu sein, während lävulinsaures Baryum äußerst leicht löslich ist. Man neutralisirt daher die bei der Verseifung erhaltene Säure mit Aetzbaryt und dampft die Lösung ein; nach einiger Zeit scheidet sich dann das Salz



als sandiges Pulver ab, dem das lävulinsaure Baryum durch mehrmaliges Ausziehen mit heißem Wasser leicht entzogen werden kann.

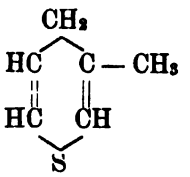
Aus dem Baryumsalz fällt man dann mit Schwefelsäure das Baryum aus und gewinnt durch Eindampfen aus der Lösung die freie Säure.

Da es mir nur daran lag, aus der Methyloxyglutarsäure reine Methylglutarsäure zu erhalten, und es sich zeigte, daß bei der Reduktion der Oxysäure mit Jodwasserstoff etwa beigemengte Lävulinsäure völlig zerstört wird, so unterließ ich bei späteren Operationen die oben angegebene Trennung der beiden Säuren.

Um die Methyloxyglutarsäure in die Methylglutarsäure selbst überzuführen, wurde dieselbe mit dem doppelten Volumen destillir-

barer Jodwasserstoffsäure und rothem Phosphor 6—7 Stunden gekocht. Hierbei ist es aber unbedingt nöthig, daß die Mischung soviel Jodwasserstoff enthalte, daß die Flüssigkeit beim Kochen eine Temperatur von 127° enthält, da sonst die Reduktion nicht gut vor sich geht. Nach beendigter Reduktion destillirt man die Jodwasserstoffsäure wieder ab, indem man die Flüssigkeit schließlich bis auf 170° erhitzt. Der Rückstand besteht dann aus unreiner Methylglutarsäure und erstarrt beim Erkalten. Durch Absaugen, Abpressen und mehrmaliges Umkrystallisiren aus heißem Wasser kann aus demselben die Methylglutarsäure leicht rein erhalten werden und zeigt dann einen F. P. von 78°.

Darstellung des β-Methylpenthiophens.



Um die oben erhaltene Methylglutarsäure in das β-Methylpenthiophen überzuführen, wurde das Natriumsalz derselben dargestellt und bei 160° scharf getrocknet. Sodann wurden je 5 gr. desselben mit 10 gr. Phosphortrisulfid sehr fein verrieben und aus einer kleinen Retorte möglichst langsam destillirt. (Versuche im Oelbade zeigten, daß die Bildung des β-Methylpenthiophens bei 180—250° am besten vor sich geht.) Erhitzt man den Inhalt der Retorte so stark, daß die ganze Masse sofort schmilzt und schwarz wird, so wird überhaupt kein Oel gebildet. Bei mäßigem Erwärmen mit einer sehr kleinen, leuchtenden, tief unter der Retorte stehenden Flamme dagegen, so daß die Destillation einer Retorte ungefähr $^3/_4$ Stunde dauert, destillirt ein unangenehm riechendes Oel in geringer Menge, während zugleich große Mengen von Schwefelwasserstoff entweichen.

Im ganzen wurden so 550 gr. Methylglutarsaures Natrium mit Phosphortrisulfid destillirt und daraus etwa 20 gr. Rohöl erhalten. Zur Reinigung wurde dasselbe zunächst einige Stunden mit conc. Kalilauge gekocht und dann von derselben abdestillirt. Neben Wasser erhält man dann im Destillat ein schon ziemlich hell gefärbtes, weit weniger riechendes Oel. Zur völligen Entfernung der übelriechenden Beimengungen schüttelt man dasselbe am besten mit einigen Kubikcentimetern ganz verdünnter Permanganatlösung. Nachdem das Oel sodann wieder von derselben abdestillirt und getrocknet war, wurde es über Natrium fraktioniert. Der Siedepunkt des Rohprodukts lag zwischen 125—150°, der größte Theil aber ging zwischen 130—140°

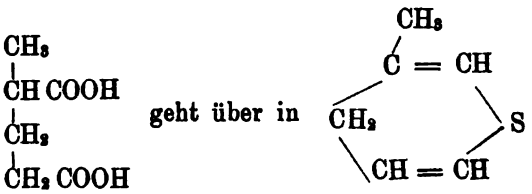
über. Nach zweimaligem Fraktioniren lag der Siedepunkt des größten Theiles bei 134—136°. Während die Mengen, die von 125—134° und 136—140° sieden, auch noch große Mengen der reinen Verbindung enthalten, sind die höher siedenden Theile nicht gut mehr zur Darstellung von Derivaten des Körpers zu verwerthen.

Das β-Methylpenthiophen $C_5H_5S(CH_3)$ stellt nun ein farbloses, stark lichtbrechendes Oel dar vom Siedepunkte 134°. Es läßt sich unzersetzt über Natrium fraktioniren und hat im ganz reinen Zustande etwa den Geruch des reinen Xylols. Schon bei gewöhnlicher Temperatur ist es leicht flüchtig. Sp. Gew. bei 19° 0.9938 bezogen auf Wasser von gleicher Temperatur.

Analysen I) 0.1022 gr. Subst. gaben 0.2149 SO_4Ba
II) 0.1272 gr. Subst. gaben 0.2668 gr. SO_4Ba
0.0785 gr. Subst. gaben 0.1851 gr. CO_2 und 0.0529 gr. H_2O.

Berechnet.	Gefunden.	
Für C_6H_8S	I.	II.
S: 28.58 %	28.82	28.73
C: 64.28 %	64.31	—
H: 7.14 %	7.48	—

Der erhaltene Körper ist also isomer mit den 4 Dimethylthiophenen und den 2 Aethylthiophenen, Wenn aber Analogieschlüsse zwischen der Bildung des Thiophens, der Methylthiophene und des Aethylthiophens aus der Bernsteinsäure, Methylbernsteinsäure, Lävulinsäure und der Aethylbernsteinsäure und der Bildung dieses Körpers aus der α-Methylglutarsäure erlaubt sind, so darf man demselben seiner Bildung nach die Konstitution geben, welche bei seinen Derivaten noch des nähern begründet werden soll.



Farbenreaktionen.

Farbenreaktionen giebt der Körper in ganz ähnlicher Weise wie das Thiophen, jedoch sind dieselben weit subtiler und gelingen zum Theil auch nur mit dem absolut reinen Körper.

Löst man eine Spur des Körpers in Eisessig, fügt eine Isatinlösung in Eisessig hinzu, und dann unter guter Kühlung conc. Schwefelsäure bis eben eine Farbstoffbildung auftritt, so erhält man nach wenigen Sekunden eine intensive dunkelgrüne Färbung. In Wasser ge-

gossen, scheidet sich ein flockiger, grüner Niederschlag ab, der sich in Aether mit smaragdgrüner Farbe löst. Läßt man die Lösung des Farbstoffs in conc. Schwefelsäure nur einige Stunden stehen, so wird sie schmutzig violett, indem der anfangs gebildete Farbstoff sich zersetzte.

Die Laubenheimer'sche Reaktion, in gleicher Weise ausgeführt, liefert eine dunkel violette Färbung in conc. Schwefelsäure. In Wasser ist der so entstehende Farbstoff unlöslich in Aether mit violetter Farbe. Auch mit Phenylglyoxylsäure liefert das β-Methylpenthiophen einen violetten Farbstoff, der sich aber erst bei mäßigem Erhitzen auf dem Wasserbade bildet.

β-Methylacetopenthïenon.

$$S C_5 H_4 \begin{matrix} (C H_3) \\ (C O C H_3) \end{matrix}$$

In ähnlicher Weise wie das Thiophen reagirt das β-Methylpenthiophen schon in der Kälte mit Acetylchlorid und Aluminiumchlorid unter Bildung des Methylketones. Analog dem Acetothienon will ich dieses Methylacetopenthienon nennen. Zur Darstellung derselben wurde 1 Thl. β-Methylpenthiophen in 10 Theilen Petroläther gelöst, dazu die berechnete Menge Acetylchlorid gesetzt und Aluminiumchlorid hinzugegeben, bis die H Cl Entwicklung zu Ende war. Das gebildete Keten wurde durch Destillation mit Wasserdampf gereinigt. Es bildet ein wasserhelles, schweres Oel von angenehm acetophenonartigem Geruch, das bei 233—235° (incorr) siedet. Das Keton wurde in sein Ketoxim verwandelt und zwar nach Peter's Vorschrift (Berichte der deutsch-chem. Gesellschaft 17, pag. 2644)

$$\text{Ketoxim } S C_5 H_4 \begin{matrix} C(N O H) C H_3 \\ C H_3 \end{matrix}.$$

Dasselbe wurde anfangs ölig erhalten und ward dadurch gereinigt, daß aus absolut ätherischer Lösung sein salzsaures Salz (das sehr schön krystallisirt) mittelst Salzsäure-Gas ausgefällt wurde. Das salzsaure Salz liefert dann nach seiner Zersetzung mit Sodalösung das reine Ketoxim. Dasselbe ist ein schön krystallisirter Körper, der in Alkohol und Aether sehr leicht löslich ist und aus letzterem in langen, haarfeinen Nadeln krystallisirt. Nach zweimaligem Umkrystallisiren aus 50 % heißen Alkohol bildet er schön weiße, mattglänzende Krystalle, die bei 68° schmelzen.

Analyse: 0, 07 gr. Subst. gaben 0,0974 gr. $S O_4 Ba$

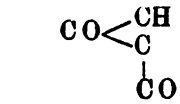
Berechnet für $C_5 H_4 \begin{matrix} (C(N O H) C H_3) S \\ (C H_3) \end{matrix}$ 18,93 % S

0,1781 gr. Subst. gaben 13,3 cbc N
bei 18° C. u. 755 mm. Druck.

	Ber.	Gef.
S:	18,93	19,10
N:	8,29	8,41.

Oxydation des β-Methylpenthiophens.

Bei Einwirkung gelinder Oxydationsmittel auf das β-Methylpenthiophen war zunächst eine Säure folgender Konstitution zu erwarten



Aber bei der Einwirkung nur 0,3 % alkal. Permanganatlösung verlief die Oxydation äußerst rapide schon in der Kälte. Nach 10 Minuten bereits war die ganze Lösung entfärbt und Braunstein abgeschieden. Aus der angesäuerten Lösung konnte keine schwefelhaltige organische Säure isoliert werden; wohl aber reichlich: Essigsäure und Oxalsäure.

Diese so rapide verlaufende Oxydation zeigt eine erhebliche Verschiedenheit im Verhalten der Penthiophengruppe gegenüber derjenigen des Thiophens; denn alle bis jetzt bekannten Homologen des Thiophens lassen sich mit Permangantlösung nur langsam oxydiren (die Reaktion dauert mehrere Tage) und liefern fast alle dabei Thiophencarbonsäuren. Das Thioxen Demuths aber, welches bei der Oxydation ebenfalls keine Thiophensäure liefert, sondern gänzlich verbrannt wird, erfordert ebenfalls zu einer Oxydation mehrere Tage, während das isomere Methylpenthiophen, wie schon gesagt, in wenigen Minuten total zerstört wird. Andererseits zeigt die reichliche Bildung der Essigsäure bei der Oxydation, daß der Körper eine Methylgruppe in sich enthält.

Einwirkung der Salpetersäure auf das β-Methylpenthiophen

Koncentrirte Salpetersäure wirkt äußerst heftig auf das β-Methylpenthiophen ein und zerstört es völlig. Führt man aber die Reaktion aus, wie V. Meyer und Stadler für die Nitrierung des Thiophens angegeben, d. h. leitet man einen mit Methylpenthiophen gesättigten Luftstrom durch rauchende Salpetersäure, so gelingt es leicht einen Nitrokörper zu erhalten. Nach der Destillation mit Wasserdampf giebt die alkoholische Lösung desselben, auch wenn sie nur die kleinsten Mengen enthält, mit einem Tropfen Kalilauge eine prachtvolle, intensiv violettrothe Färbung, ganz ähnlich der Chamäleonlösung, die aber nach wenigen Sekunden verschwindet und in eine schmutzig braune übergeht. Dies Verhalten ist bekanntlich eine für alle Thio-

phene im höchsten Maaße charakteristische Reaktion. Der Nitrokörper wurde nicht isolirt, da eine Aussicht denselben reinigen zu können — er bildet ein nicht flüchtiges Oel — nicht vorhanden war.

Aus dem Mitgetheilten folgt, daß der Ring $(C_5)S$ demjenigen des Thiophens in Farbenreaktionen und Gesammtverhalten durchaus ähnlich ist. Ein wesentlicher Unterschied besteht im Verhalten bei der Oxydation. Denn während die homologen Thiophene durch diese in Carbonsäuren übergeführt werden, findet beim Methyl-Penthiophen fast momentan totale Zerstörung und Umwandlung in schwefelfreie Oxydationsprodukte statt.

Göttingen, Universitäts-Laboratorium.

Ueber die β-Thiophensäure[1]).

Von

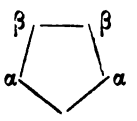
A. Damsky.

Am Schlusse seiner Abhandlung über die sogenannte α-Thiophensäure (jetzt α-Thiophensäure zu nennen) und ihre Beziehungen zu den beiden normalen Carbonsäuren des Thiophens (Nachrichten v. d. K. Ges. d. Wissensch. 1886, pag. 541) spricht V. Meyer sich über einen noch der Aufklärung bedürfenden Punkt folgendermaßen aus:

»Unverständlich ist ferner die völlige Uebereinstimmung aller Derivate der Säuren. Denn die reinen α- und β-Thiophensäuren (nach jetziger Bezeichnung) selbst sind ja in ihren Eigenschaften so verschieden, daß die Gleichheit aller Eigenschaften, welche die Derivate der beiden Säuren zeigen, eine höchst auffallende Thatsache bleibt. Um dieselbe zu erklären, wäre es sehr wünschenswerth, die Abkömmlinge der β-Säure (Schmelzpunkt 136°), welche bis jetzt noch gar nicht bekannt sind, zu studiren, und zu diesem Zwecke sind Versuche bereits in Angriff genommen. Sollte es sich zeigen, daß Amid, Amidoxim, Phenylharnstoffderivat u. s. w. der reinen β-Säure sehr ähnliche Eigenschaften ha-

---

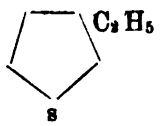
1) In Bezug auf die Nomenclatur der Thiophenderivate gebrauche ich die Bezeichnungen α und β im Sinne des Schema's



sowie das Präfix *a* gemäß dem Vorschlage von V. Meyer, Berichte d. D. Chem. Ges. 19. pag. 2891.

ben, wie die entsprechenden Derivate der reinen α-Säure, so würde das die beobachteten Eigenthümlichkeiten in einem gewissen Grad verständlich machen.«

Die hier angedeuteten Versuche wurden mir von Herrn Prof. V. Meyer übertragen. Meine erste Aufgabe richtete sich auf die Gewinnung einer besseren Methode zur Darstellung der β-Thiophensäure. Denn die bisher einzig bekannte Bildungsweise (Oxydation des β-Thiotolens) liefert nur äußerst geringe Mengen der Säure. Da nun die isomere α-Säure (Schmelzpunkt 126,5) ebenfalls aus α-Thiotolen nicht allzureichlich entsteht, während sie aus substituirten Thiophenen deren Seitenketten 2 Atome Kohlenstoff enthalten ($C_4H_3S—C_2H_3O$; $C_4H_3S.C_2H_5$) viel leichter zu erhalten ist, so versuchte ich zunächst das bisher noch unbekannte β-Aethylthiophen



zu erhalten.

Zu diesem Zwecke bereitete ich mir eine größere Menge Aethylbernsteinsäure $COOH—CH.C_2H_5—CH_2.COOH$ und unterwarf diese, gemäß dem Verfahren von Volhard und Erdmann, der Destillation mit Phosphortrisulfid.

Die Darstellung der Aethylbernsteinsäure geschah durch successive Einwirkung je eines Mol. Chloressigester und Bromaethyl auf den Malonsäureaethylester zunächst entsprechend folgenden Gleichungen:

$$\begin{array}{l} COO.C_2H_5 \\ | \\ CHNa + Cl.CH_2.COO.C_2H_5 = \\ | \\ COO.C_2H_5 \end{array} \begin{array}{l} COO.C_2H_5 \\ | \\ C<^{H}_{CH_2.COOC_2H_5} \\ | \\ COO.C_2H_5 \end{array} + NaCl.$$

$$\begin{array}{l} COO.C_2H_5 \\ | \\ C<^{Na}_{CH_2.COOC_2H_5} \\ | \\ COOC_2H_5 \end{array} + Br.C_2H_5 = \begin{array}{l} COO.C_2H_5 \\ | \\ C<^{C_2H_5}_{CH_2.COOC_2H_5} \\ | \\ COOC_2H_5 \end{array} + NaBr.$$

Der nach Bischoff[1]) erhaltene rohe mit Chlorcalcium getrocknete Aethenyltricarbonsäureester wurde mit der entsprechenden Menge Natriumalkoholat zusammengebracht und die aequivalente Menge Bromaethyl hinzugefügt. Das Gemisch erwärmte sich und gerieth unter Abscheidung von Bromnatrium in's Sieden. Zur Vollendung der Reaction wurde es noch so lange auf dem Wasserbade erwärmt, bis es neutrale Reaction zeigte.

1) Liebig's Annalen. Bd. 214. 1882.

Dann wurde der Alkohol verdunstet, der Rückstand mit Wasser versetzt, wobei sich der neue Ester als Oel abschied. Dieser Ester wurde zur Verseifung mit überschüssigem starken alkoholischen Kali zusammengebracht, wobei eine sehr heftige Einwirkung eintrat. Der Alkohol wurde verjagt und die Flüssigkeit nach dem genauen Neutralisiren mit Salpetersäure durch Bleiacetat gefällt. Es schied sich dabei das Bleisalz der Tricarbonsäure als weißer amorpher Niederschlag ab. Durch oftmaliges Decantiren wurde das Bleisalz gereinigt, dann in Wasser suspendirt und durch Schwefelwasserstoff zersetzt. Der syrupöse Verdampfungsrückstand der vom Schwefelblei filtrirten Lösung erstarrte beim Erkalten zu einer Krystallmasse, die die Butenyltricarbonsäure darstellte. Ohne diese Säure einer weiteren Untersuchung zu unterwerfen, habe ich sie im Oelbade erhitzt, wobei sich schon bei 120° eine reichliche Kohlensäureentwicklung zeigte, die erst bei 170° aufhörte, als sich schon stechende Dämpfe zu entwickeln begannen. Nach dem Erhalten hat sich die dabei entstandene Aethylbernsteinsäure in Krystallen ausgeschieden.

Diese neue Bildungsweise scheint mir die bequemste Methode zur Darstellung der Säure zu sein.

Zur Darstellung des β-Aethylthiophens verfuhr ich in der bekannten Weise (Volhard und Erdmann, Ber. 18, p. 454) und erhielt ein dem α-Aethylthiophen gleichendes Oel, dessen Analyse ergab:

0,1928 gr. β-Aethylthiophen gaben 0,4088 gr. $BaSO_4$

Ber. für $C_4H_3S.C_2H_5$	Gef.
28,58%	28,77%.

Das β-Aethylthiophen zeigt die Laubenheimer'sche Reaction in etwas abweichender Weise; die Nüance der ätherischen Lösung ist blaugrün.

Die Oxydation des β-Aethylthiophens wurde in üblicher Weise mit Kaliumpermangenat ausgeführt. Es resultirten Krystalle, die bei 136° schmolzen und sich in jeder Hinsicht identisch mit der β-Thiophensäure erwiesen. Die erzielte Ausbeute zeigte indessen, daß dieser Weg zur Gewinnung der β-Thiophensäure vor der Oxydation des β-Thiotolens keine Vorzüge hat. Einen Theil der zu den folgenden Versuchen verwendeten Säure stellte ich mir daher aus β-Thiotolen dar und benutzte dazu das folgende etwas modificirte Verfahren:

Ich oxydirte β-Thiotolen in Portionen von je 1 Gramm, indem ich auf jede derselben eine Lösung von 6,7 gr, Aetznatron und 3,3 gr. Kaliumpermanganat in 333 gr. Wasser anwandte. Nach einiger Zeit färbte sich die Lösung grün und nach 4 bis 5 Stunden waren die Oeltropfen beinahe ganz, nach einem Tage vollständig verschwunden. Die Säure wurde dann in üblicher Weise isolirt.

Die Ausbeute war auch bei dieser Art des Arbeitens, wie bisher immer bei der Gewinnung gerade der β-Säure, gering, aber doch besser, als beim Arbeiten mit größeren Mengen. Ich gewann 8 % der theoretischen Menge. Nachdem ich somit in den Besitz einer etwas größeren Menge β-Säure gelangt war, habe ich das Amid und Phenylharnstoffderivat der Säure dargestellt, um sie mit den entsprechenden von V. Meyer untersuchten Derivaten der *a*- und α-Säure vergleichen zu können. Ich habe ferner die Löslichkeit der β-Säure bestimmt, da diese Constante bei den Untersuchungen der *a*- und α-Säure eine so wesentliche Rolle gespielt hat. Um endlich die räthselhafte Thatsache, die absolut gleiche Löslichkeit der Salze der *a*- und α-Säure weiter zu beleuchten, habe ich es für nöthig gefunden auch einige Salze der β-Säure auf ihre Löslichkeit zu untersuchen.

Darstellung des β-Thiophensäureamids.

0,63 gr. β-Säure wurden mit 1,5 gr. Phosphorpentachlorid im Fractionirkölbchen erwärmt, das Phosphoroxychlorid abdestillirt und das rückständige Oel auf fein zertheiltes festes kohlensaures Ammoniak gegossen und verrieben. Nach Zusatz von Wasser fiel das Amid in reichlicher Menge aus. In Aether löst sich das Amid sehr schwer auf. Nur nach andauerndem Kochen am Rückflußkühler mit einer verhältnißmäßig sehr großen Menge Aether konnte es in Lösung gebracht werden. Nach dem Abkühlen krystallisirte es in feinen farblosen Nadeln. Nach dreimaligem Umkrystallisiren schmolz das Amid constant bei 177,5—178°.

Darstellung des Phenylharnstoffderivats.

0,21 gr. β-Thiophensäureamid wurden mit etwas mehr als der berechneten Menge Phenylcyanat gelinde erwärmt. Nach dem Abkühlen erstarrte die ganze Masse zu Krystallen. Die Krystallmasse wurde andauernd mit Aether gewaschen um sie vom überschüssigen Phenylcyanat zu befreien, auf Fließpapier getrocknet und aus heißem Alkohol umkrystallisirt. Die Krystalle des Harnstoffderivats erscheinen in concentrisch gruppirten Nadeln. Es ist in Alkohol schwer löslich und schmilzt constant bei 206°.

Löslichkeit der β-Thiophensäure in Wasser.

1) 9,4 c. c. bei 18° gesättigter Lösung der Säure erforderten bei der Titration 3,26 c. c. einer $^1/_{10}$ norm. Kalilösung, oder 10 c. c. der Säure erfordern 3,46 c. c. von derselben Kalilösung.

2) 5 c. c. bei 15° gesättigter Lösung der Säure erforderten 1,73 c. c. von der $^1/_{10}$ norm. Kalilauge, oder 10 c. c. der Säure entsprechen 3,46 c. c. von der Kalilauge.

Löslichkeit des Ba-Salzes der β-Thiophensäure.

0,319 gr. bei 17° gesättigter Lösung des Salzes gaben 0,033 gr. bei 140° getrockneten Rückstandes. 100 gr. Wasser lösen also 11,54 gr. Ba-Salz auf, oder Löslichkeit gleich 11,54.

Löslichkeit des Ca-Salzes der β-Thiophensäure.

0,5208 gr. bei 14,5° gesättigter Lösung des Salzes gaben 0,0382 gr. bei 140° getrockneten Rückstandes. 100 gr. Wasser lösen also 7,92 gr. Ca-Salz auf. Die Löslichkeit ist gleich 7,92.

Durch diese Versuche sind nun in der That die noch unaufgeklärten Punkte, aber nur zum Theil, verständlich gemacht.

Völlig klar ist es jetzt, wie so die Phenylharnstoffderivate der α- und α-Säure denselben Schmelzpunkt haben, obwohl das eine ein reines α-Derivat, das andere ein Gemisch von α- und β-Derivat ist. Denn das reine α- und β-Derivat haben, wie nun gezeigt, zufällig genau denselben Schmelzpunkt.

Auch das absolute Zusammenfallen der Schmelzpunkte beim α- und α-Amid erscheint, wenn auch nicht so vollkommen verständlich, wie bei den Phenylharnstoffderivaten, so doch weniger auffallend, als früher, da α- und β-Amid zwar nicht identische, aber sehr nahe liegende Schmelzpunkte haben (α = 174°, β = 177,5—178°).

Ebenso räthselhaft, als früher und bisher völlig unverständlich aber bleibt bis jetzt die Thatsache, daß die reinen Salze der α-Säure und Gemische von α- und β-Salzen absolut gleiche Löslichkeit zeigen, während doch nun erwiesen ist, daß die reinen α- und die reinen β-Salze ganz verschiedene Löslichkeit haben.

	β	α	α- u. β-Gemisch
Löslichkeit des Ca-Salzes	7,92	18,49	18,66
Löslichkeit des Ba-Salzes	11,54	22,19	22,45

Daß die freien Säuren und ihre Derivate, wenn gemischt, sich, trotz so sehr verschiedener Löslichkeit, auf keine Weise wieder trennen lassen, wird man nach wie vor auf die besondere Neigung der Thiophenverbindungen zu Krystallverbindungen zusammenzutreten zurückführen müssen.

Göttingen, Universitätslaboratorium.

Gleichgewicht eines vertikalen Cylinders aus krystallinischer Substanz unter der Wirkung der Schwerkraft.

Von

W. Voigt.

Das in der Ueberschrift genannte Problem ist in einem speciellen Falle, der von den eigenthümlichen Eigenschaften des allgemeinsten nur einen Theil zeigt, von Saint Venant behandelt worden[1]). Ich werde im Folgenden die allgemeine Lösung entwickeln.

Der Cylinder von beliebigem Querschnitt sei aus einem beliebigen homogenen Krystall gefertigt. Wir legen die Z-Axe eines XYZ-Coordinatensystems parallel der Längsrichtung durch einen beliebigen Punkt des Querschnitts und nennen sie kurz die Cylinderaxe; die XY-Ebene liege in einem der den Cylinder begrenzenden Querschnitte. Die positive Z-Axe sei vertical nach unten gerichtet.

Neben diesem Coordinatensystem benutzen wir ein zweites, das Hauptaxensystem $X^0Y^0Z^0$ des Krystalls, aus dem der Cylinder gefertigt ist. Die elastischen Kräfte drücken sich in Bezug auf dieses letztere durch die Elasticitätsconstanten c^0_{hk} des Krystalles aus, z. B.

$$-X^0_x = c^0_{11}x^0_x + c^0_{12}y^0_y + c^0_{13}z^0_z + c^0_{14}y^0_z + c^0_{15}z^0_x + c^0_{16}x^0_y; \qquad 1.$$

in Bezug auf das System XYZ geben sie sich in der Form:

$$-X_x = c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z + c_{14}y_z + c_{15}z_x + c_{16}x_y, \qquad 2.$$

wo die c_{hk} die abgeleiteten Elasticitätsconstanten sind.

Die Hauptgleichungen des Problems werden:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} \\ 0 &= \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} \\ +\varepsilon g &= \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z}; \end{aligned} \qquad 3.$$

für die Cylinderfläche gilt

$$\begin{aligned} 0 &= X_x\cos(n,x) + X_y\cos(n,y) \\ 0 &= Y_x\cos(n,x) + Y_y\cos(n,y) \\ 0 &= Z_x\cos(n,x) + Z_y\cos(n,y), \end{aligned} \qquad 4.$$

1) De Saint-Venant, Liouville's Journ. II. Ser. 1. Bd. p. 120, Anm. 1856.

für die Basis $z = l$

$$\begin{aligned} 0 &= X_l \\ 0 &= Y_l \\ 0 &= Z_l; \end{aligned} \qquad 5.$$

für die Basis $z = 0$ bleiben die Werthe willkürlich.

Wir genügen den Gleichungen (3) und (4) durch den Ansatz:

$$X_z = Y_y = Y_z = Z_x = X_y = 0, \; Z_z = F(x,y) + \varepsilon g z;$$

die Gleichungen (5) geben die Bestimmung der Funktion $F(x,y)$ so daß wird:

$$-Z_l = \varepsilon g (l - z).$$

Diese Werthe sind nun in die Gleichungen (2) einzusetzen zur Bestimmung der Differentialausdrücke x_z, y_y, ...

Aus ihnen folgt, wenn man den Quotienten aus der Determinante S dieses Systems und dem Coefficienten S_{kh} des $h$ten Elementes der $k$ten Reihe in derselben $S_{kh}/S = s_{kh}$ setzt:

$$\begin{aligned} x_z &= \varepsilon g s_{31}(l-z), \quad y_y = \varepsilon g s_{32}(l-z), \quad z_z = \varepsilon g s_{33}(l-z) \\ y_z &= \varepsilon g s_{34}(l-z), \quad z_z = \varepsilon g s_{35}(l-z), \quad x_y = \varepsilon g s_{36}(l-z). \end{aligned} \qquad 6.$$

Diese ersten drei Formeln liefern, wenn man mit f vorläufig unbekannte Functionen bezeichnet:

$$\begin{aligned} u &= \varepsilon g s_{31}(l-z)x + f_1(y,z) \\ v &= \varepsilon g s_{32}(l-z)y + f_2(x,z) \\ w &= \varepsilon g s_{33}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + f(x,y). \end{aligned} \qquad 7.$$

In Rücksicht auf den Werth von x_y in (6) muß sein:

$$\begin{aligned} f_1(y,z) &= y\psi_1(z) + \varphi_1(z) \\ f_2(x,z) &= x\psi_2(z) + \varphi_2(z) \end{aligned}$$

und dabei

$$\psi_1(z) + \psi_2(z) = \varepsilon g s_{36}(l-z).$$

Die Ausdrücke für y_z und z_z geben endlich:

$$\begin{aligned} -\varepsilon g s_{32} y + x\frac{d\psi_2}{dz} + \frac{d\varphi_2}{dz} + \frac{\partial f}{\partial y} &= \varepsilon g s_{34}(l-z) \\ -\varepsilon g s_{31} x + y\frac{d\psi_1}{dz} + \frac{d\varphi_1}{dz} + \frac{\partial f}{\partial x} &= \varepsilon g s_{35}(l-z); \end{aligned}$$

woraus folgt, daß ψ_1 und ψ_2 lineäre Functionen von z sein müssen, etwa

$$\psi_1 = a_1 + b_1 z, \quad \psi_2 = a_2 + b_2 z.$$

Man kann hiernach setzen:

$$-\varepsilon g s_{31} x + y b_1 + \frac{\partial f}{\partial x} + c_1 = 0, \quad -\varepsilon g s_{32} y + x b_2 + \frac{\partial f}{\partial y} + c_2 = 0$$

$$\frac{d\varphi_1}{dz} - c_1 = \varepsilon g s_{35}(l-z), \quad \frac{d\varphi_2}{dz} - x_2 = \varepsilon g s_{34}(l-z)$$

und hieraus ableiten

$$b_1 = b_2 = b$$

$$f(x,y) = \frac{\varepsilon g}{2}(s_{31}x^2 + s_{32}y^2) - xyb - c_1 x - c_2 y + d$$

$$\varphi_1 = \varepsilon g s_{35}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + c_1 z + d_1$$

$$\varphi_2 = \varepsilon g s_{34}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + c_2 z + d_2.$$

Dies Alles in (7) eingesetzt ergiebt:

$$\begin{aligned} u &= \varepsilon g s_{31}(l-z)x + y(a_1 + bz) + \varepsilon g s_{35}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + c_1 z + d_1 \\ v &= \varepsilon g s_{32}(l-z)y + x(a_2 + bz) + \varepsilon g s_{34}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + c_2 z + d_2 \\ w &= \varepsilon g s_{33}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + \frac{\varepsilon g}{2}(s_{31}x^2 + s_{32}y^2) - xyb - c_1 x - c_2 y + d. \end{aligned} \qquad 8.$$

Dabei ist

$$a_1 + a_2 + 2bz = \varepsilon g s_{36}(l-z)$$

also

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= \varepsilon g s_{36} l \\ 2b &= -\varepsilon g s_{36}. \end{aligned} \qquad 9.$$

Hier erübrigt nur noch die Einführung der Befestigungsart des Cylinders.

Ist für $x = y = z = 0$

$$u = v = w = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

was bedeutet, daß das erste Element der z-Axe seine Lage nicht ändern, und das dem Coordinatenanfang benachbarte Volumenelement keine Drehung um die z-Axe erleiden soll, so wird die Bestimmung am symmetrischsten. Es giebt sich nämlich:

$$c_1 = -\varepsilon g s_{35} l, \quad c_2 = -\varepsilon g s_{34} l, \quad d_1 = d_2 = d = a_1 - a_2 = 0,$$

also nach (9) $a_1 = a_2 = \varepsilon g s_{36} \frac{l}{2}$, während $b = -\varepsilon g \frac{s_{36}}{2}$ ist.

Durch Einsetzen in (8.) erhält man so schließlich

$$
\begin{aligned}
u &= \varepsilon g\left[(l-z)\left(s_{31}x+s_{36}\frac{y}{2}\right)-s_{35}\frac{z^2}{2}\right]\\
v &= \varepsilon g\left[(l-z)\left(s_{32}y+s_{36}\frac{x}{2}\right)-s_{34}\frac{z^2}{2}\right] \qquad 10.\\
w &= \varepsilon g\left[s_{33}\left(lz-\frac{z^2}{2}\right)+\frac{1}{2}(s_{31}x^2+s_{32}y^2+s_{36}xy+2s_{35}lx+2s_{34}ly)\right].
\end{aligned}
$$

Diese Formeln zeigen, daß man die horizontale Verschiebung einer der Prismenaxe parallelen Faser zerlegen kann in zwei Theile $u = u_1+u_2$, $v = v_1+v_2$, einer Neigung gegen die Z-Axe, welche die geradlinige Gestalt nicht tangirt und um so größer ist, je weiter die Faser ursprünglich von der Z-Axe entfernt lag, und zweitens eine allen Fasern gemeinsame Krümmung, welche an der Faser, welche die Cylinderaxe bildet, ganz rein hervortritt.

Die Neigung ist bestimmt durch

$$
\begin{aligned}
u_1 &= \varepsilon g(l-z)\left(s_{31}x+s_{36}\frac{y}{2}\right)\\
v_1 &= \varepsilon g(l-z)\left(s_{32}y+s_{36}\frac{x}{2}\right)
\end{aligned}
$$

und geschieht nur dann in der Ebene durch die Z-Axe, wenn zugleich

$$s_{36} = 0 \text{ und } s_{31} = s_{32}$$

ist. Dies findet z. B. bei unkrystallinischer Substanz statt [1]).

Die Krümmung ist bestimmt durch:

$$
\begin{aligned}
u_2 &= -\varepsilon g s_{35}\frac{z^2}{2}\\
v_2 &= -\varepsilon g s_{34}\frac{z^2}{2},
\end{aligned}
$$

sie ist stets eine ebene und findet nach einer Parabel statt; sie verschwindet, wenn die Längsaxe des Cylinders eine geradzählige krystallographische Symmetrieaxe ist. Für diesen speciellen Fall hat Saint Venant bereits die Lösung gegeben; ebendeshalb ist die eigenthümliche Thatsache, daß im Allgemeinen eine verticale Säule von krystallinischer Substanz sich unter der Wirkung ihrer eigenen Schwere krümmt von ihm nicht entdeckt und wohl überhaupt bisher nicht bemerkt worden.

1) Vergl. auch J. Thomae. Leipz. Ber. 1886. p. 192.

Ebenso kann man nun nach den Formeln (10.) die verticale Verschiebung eines ursprünglich normal zur Z-Axe liegenden ebenen Querschnittes in zwei Theile zerlegen, $w = w_1 + w_2$;

$$w_1 = \varepsilon g s_{35} \left(l z - \frac{z^2}{2} \right)$$

giebt eine einfache Translocation (ohne Deformation), die um so größer ist, je weiter der Querschnitt vom Coordinatenanfang entfernt lag;

$$w_2 = \frac{\varepsilon g}{2} (s_{31} x^2 + s_{32} y^2 + s_{36} x y + 2 s_{35} l x + 2 s_{34} l y)$$

hingegen giebt eine Deformation nach einem (allgemein elliptischen oder hyperbolischen) Paraboloid, bei welcher die Punkte der Z-Axe ihre Lage bewahren. Alle Schichten sind auch nach der Deformation einander parallel. In dem oben angeführten Fall, daß $s_{31} = s_{32}$ und $s_{36} = 0$ ist, der z. B. bei isotropen Medien eintritt, wird das Paraboloid ein Rotationsparaboloid.

Die Cylinderaxe steht nach der Deformation nicht mehr senkrecht zum Querschnitt. Bezeichnet man das Element der Cylinderaxe mit $d\sigma$, so ist seine Richtung nach der Deformation gegeben durch $\cos(\sigma, x) = -\varepsilon g z s_{35}$, $\cos(\sigma, y) = -\varepsilon g z s_{34}$, hängt also von z ab. Die Richtung der Normale ν auf dem ursprünglich ebenen Querschnitte an der Stelle der Cylinderaxe ist hingegen gegeben durch

$$\cos(\nu, x) = -\varepsilon g l s_{35}, \quad \cos(\nu, y) = -\varepsilon g l s_{34},$$

ist also für alle Querschnitte constant. Beide Richtungen σ und ν liegen hiernach in der durch das Verhältniß s_{34}/s_{35} festgelegten Meridianebene, ihr gegenseitiger Winkel ist gegeben durch

$$< (\sigma, \nu) = \varepsilon g (l - z) \sqrt{s_{34}^2 + s_{35}^2},$$

verschwindet also am freien Ende des Cylinders.

Göttingen, November 1886.

Universität.

Erklärung.

Herr Professor E. Dümmler in Halle hat in einem an die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen gerichteten Schreiben vom 2. September 1886 erklärt, daß er aus dieser Gesellschaft, deren korrespondirendes Mitglied er war, austrete, weil die philosophische Facultät der Georgia Augusta ihm eine Kränkung zugefügt habe, und der Zusammenhang der Facultät mit der Gesellschaft der Wissenschaften ein zu inniger sei, als daß er letzterer noch länger angehören könne (s. Abhandlungen d. K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Band XXXIII, S. XIII).

Die philosophische Facultät der Georgia Augusta steht in keinem Zusammenhange mit der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, vermag sich also nicht zu erklären, wie irgend eine ihrer Handlungen als Kränkung eines korrespondirenden Mitgliedes jener Gesellschaft angesehen werden kann.

Die philosophische Facultät der Georgia Augusta ist zu Herrn Professor E. Dümmler nur einmal in Beziehung getreten, als sie im Jahre 1875 den Vorschlag machte, ihn an die Stelle des nach Berlin berufenen G. Waitz treten zu lassen.

Die philosophische Facultät der Georgia Augusta hat am 5. August 1886 dem Sohne des Herrn Professor E. Dümmler, der sich bei ihr um die venia legendi für die Fächer der Archäologie und klassischen Philologie beworben hatte, diese venia versagt, und sie hat dies einstimmig gethan, ohne daß einer der in der Sitzung anwesenden zweiundzwanzig Ordinarien in der Lage gewesen wäre, sich für die Zulassung auszusprechen.

Göttingen, im Dezember 1886.

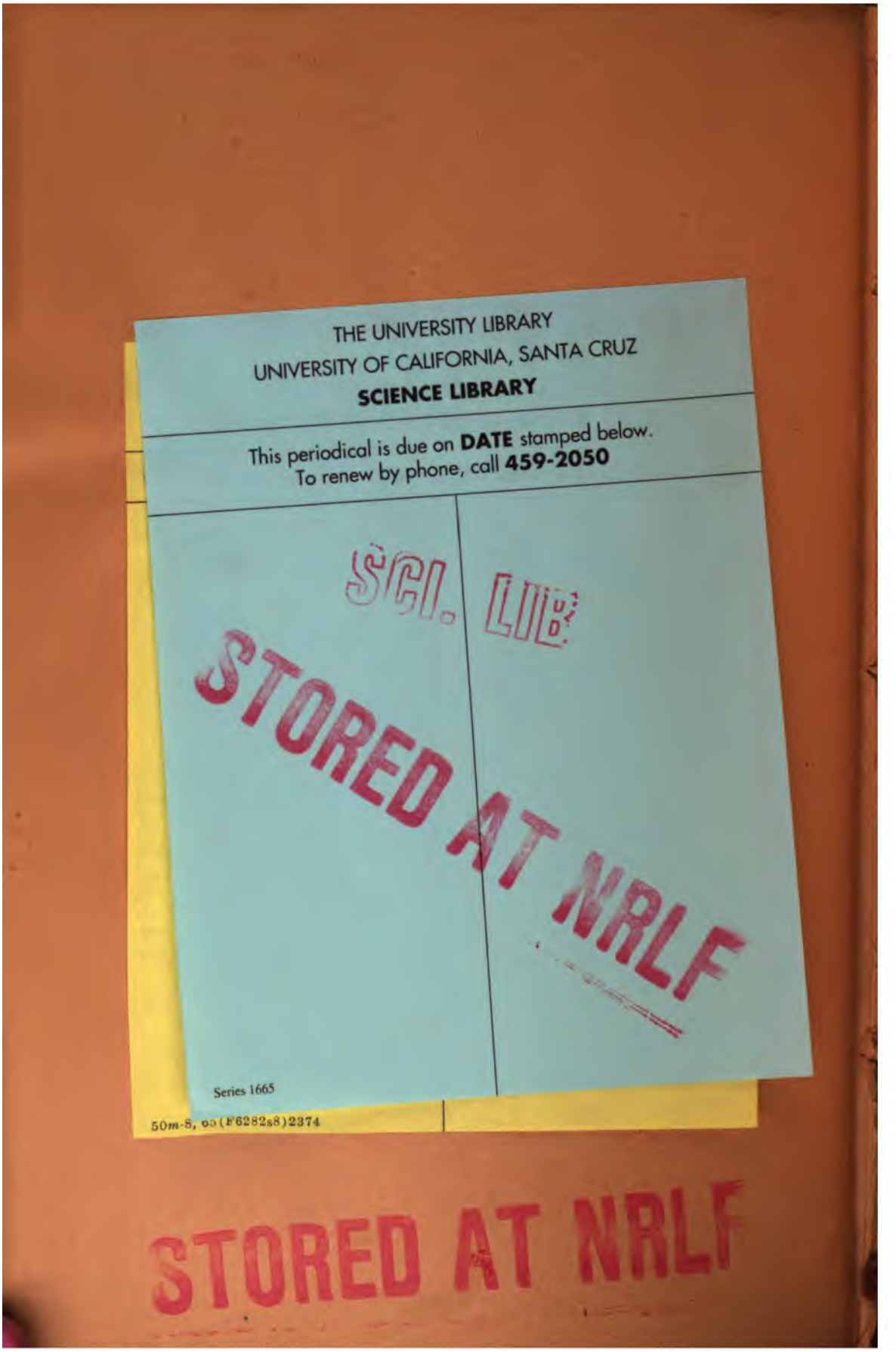
Die philosophische Facultät der
Georg-Augusts Universität:

H. Wagner,
z. Z. Dekan.

Inhalt von Nr. 20.

V. Meyer, über Thiodiglykolverbindungen. — Krekeler, über die β-Thiophensäure. — Voigt, Gleichgewicht eines vertikalen Cylinders aus krystallinischer Substanz unter der Wirkung der Schwerkraft. — Universität. Erklärung der philosophischen Fakultät.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).


THE UNIVERSITY LIBRARY
UNIVERSITY OF CALIFORNIA, SANTA CRUZ
SCIENCE LIBRARY
This periodical is due on DATE stamped below.
To renew by phone, call 459-2050
SCI. LIB.
STORED AT NRLF
Series 1665
50m-8, 65 (F6282s8)2374
STORED AT NRLF